

G. RIGHINI

INTEGRATORE OTTICO
PER LA DETERMINAZIONE DEL PROFILO VERO
DELLE RIGHE SPETTRALI

RIASSUNTO. — Si descrive dettagliatamente un dispositivo ottico che permette la rapida determinazione della funzione $W(x)$ nella equazione integrale

$$S(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} W(x) A(y-x) dx$$

quando siano note sperimentalmente le funzioni $S(y)$ ed $A(x)$. Si applica tale procedimento alla determinazione del profilo vero di una riga spettrale.

Il profilo di una riga spettrale, determinabile con i noti metodi fotometrici, non dipende soltanto dalla distribuzione di intensità della riga, ma anche dalle caratteristiche dello strumento impiegato per ottenere lo spettro. Ogni spettrografo dà di una riga rigorosamente monocromatica una distribuzione di intensità rappresentabile mediante una funzione $A(x)$ (*funzione strumentale* o *funzione aberrante*) dove x è una grandezza variabile con la lunghezza d'onda e a questa proporzionale nel piccolo intervallo considerato (1). Una riga non è mai rigorosamente monocromatica, ma per varie cause (smorzamento della radiazione, effetto Doppler degli atomi, effetto Stark, ecc. ha una larghezza ed un profilo proprio che si può rappresentare con una funzione $W(x)$ (*funzione primitiva*); il profilo osservato risulta dalla combinazione delle due funzioni $A(x)$ e $W(x)$ secondo la nota equazione

$$S(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} W(x) A(y-x) dx \quad [a]$$

$S(y)$ rappresenta il profilo osservato o *funzione aberrata*.

(1) G. RIGHINI. Profilo vero e strumentale delle righe. Memorie Soc. Astr. Italiana. Vol. XII.

Il problema della determinazione del profilo proprio di una riga si riduce quindi alla risoluzione della $[a]$ quando sia nota la funzione aberrante A dello strumento impiegato. È da tener presente che la S è una funzione sperimentale e quindi nota con la precisione consentita dal procedimento fotometrico; la A in qualche caso si può determinare per via analitica ma in generale è pure essa una funzione sperimentale. La risoluzione della $[a]$ anche se non rigorosa dal punto di vista matematico sarà sempre praticamente sufficiente quando l'errore della approssimazione ottenuta sia nel limite dell'errore sperimentale. Naturalmente la determinazione di W dalla $[a]$ avrà un significato fisico solo nel caso che la aberrazione dovuta alla A non sia troppo grande; in altre parole, si potrà ottenere il vero profilo di una riga soltanto nel caso che la larghezza di S corrispondente ad una intensità uguale a 0.5 volte quelle del massimo, sia paragonabile alla analoga larghezza della funzione aberrante A .

Esistono diversi metodi per la risoluzione della $[a]$ quando siano date le funzioni S ed A (1). Ci limiteremo a riassumere brevemente il metodo di BURGER e VAN CITTERT (2) di immediata applicazione fisica e di gran lunga il più pratico e conveniente. L'equazione $[a]$ viene trasformata dapprima in una equazione integrale non omogenea che si risolve per successive approssimazioni ponendo quale prima approssimazione $W_1 = S$. Indichiamo brevemente l'equazione $[a]$ con $S = \int WA$ e analogamente con $\int SA$ e $\int AA$ le espressioni $\int_{-\infty}^{+\infty} S(x) A(y-x) dx$ e $\int_{-\infty}^{+\infty} A(x) A(y-x) dx$ rispettivamente; le successive approssimazioni della funzione W si possono allora rappresentare nella maniera seguente:

$$W_1 = S$$

$$W_2 = 2S - \int SA$$

$$W_3 = 3S - \int S(3A - A_1)$$

$$W_4 = 4S - \int S(6A - 4A_1 + A_2)$$

$$W_n = nS - \int S \left\{ \frac{n(n-1)}{2!} A - \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} A_1 \dots \pm A_{n-2} \right\}$$

(1) UNSÖLD. Physik der Sternatmosphären. Pag. 214 e segg. Springer, Berlino 1938.

(2) H. C. BURGER e P. H. VAN CITTERT. Zs; f. Phys. B. 79 pag. 722. (1932).

dove

$$A_1 = \int AA; A_2 = \int A_1 A, A_3 = \int A_2 A \dots\dots$$

In generale si può scrivere:

$$W_n = nS - \int SK_n \quad [b]$$

dove K_n (ennesimo nucleo risolvete) ha l'espressione

$$K_n = \frac{n(n-1)}{2!} A - \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} A_1 + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4!} A_2 \dots\dots \pm A_{n-2}$$

Data la funzione strumentale A si può calcolare mediante semplici integrazioni l'ennesimo nucleo risolvete e con una ulteriore quadratura direttamente l'ennesima approssimazione della funzione W .

Le diverse approssimazioni si possono giustificare come segue: posto che in prima approssimazione la W_1 sia uguale ad S , aberrando la W_1 (cioè la S) con la A secondo l'equazione [a] si dovrebbe ottenere una funzione S_{W_1} coincidente con S . Se questo non succede sommiamo alla W_1 la differenza $S - S_{W_1}$, si otterrà una seconda approssimazione W_2 sulla quale si può ripetere il procedimento. Aberrando quindi nuovamente con la A secondo la [a] otterremo una S_{W_2} che dovrebbe coincidere con la S ; aggiungendo alla W_2 la differenza $S - S_{W_2}$ si otterrà una W_3 e così via. Poichè la S_{W_1} ha l'espressione $\int SA$, se aggiungiamo a $W_1 = S$ la differenza $S - S_{W_1}$ otteniamo

$$W_2 = 2S - \int SA$$

che è precisamente la seconda approssimazione già scritta.

Col procedimento ora detto si ha anche la possibilità di ottenere un controllo circa la validità della approssimazione ottenuta; infatti se la W_n aberrata con la A dà una funzione S_{W_n} che differisce da S meno dell'errore sperimentale, vuol dire che è inutile passare ad una approssimazione superiore. In caso contrario la

$$W_{n+1} = W_n + S - S_{W_n}$$

fornisce immediatamente la approssimazione $(n+1)$ esima.

In pratica è conveniente talvolta applicare questo procedimento delle approssimazioni ripetute perchè esso permette di seguire l'andamento delle W_i , di individuare eventuali errori e di giudicare quale sia la approssimazione più conveniente. Più rapido invece, specie quando si debba trat-

tare parecchio materiale che si riferisca ad una unica A , è il procedimento di approssimazione con l'uso del nucleo secondo la $[b]$ perchè, costruito una volta il nucleo corrispondente alla approssimazione desiderata, basta una sola quadratura per avere la funzione W_i .

Riassumendo, il procedimento di risoluzione della equazione $[a]$ si riduce ad una serie di integrazioni che nella maggior parte dei casi devono essere eseguite graficamente perchè la S e la A sono in generale delle funzioni sperimentali. Si può tuttavia abbreviare notevolmente il procedimento eseguendo le integrazioni per via ottica mediante un dispositivo che gli A.A. della nota citata descrivono schematicamente; in base ai loro dati e con qualche modifica si è ricostruito tale strumento e dopo una serie di tentativi lo si è realizzato nella forma pratica e conveniente che viene qui descritta.

Schema e descrizione dello strumento

Siano λ e σ i piani coniugati del sistema ottico a ; una superficie luminosa e di splendore uniforme, rettangolare, disposta col lato corto verticale nel piano λ avrebbe la sua immagine in σ se sul cammino dei raggi non fosse interposta una lente cilindrica c . La lente cilindrica, situata con l'asse verticale, ha una distanza focale scelta in modo che rispetto ad essa α e σ siano piani coniugati. In σ avremo allora un rettangolo luminoso il cui lato verticale m sarà quello di l moltiplicato per l'ingrandimento di a , mentre quello orizzontale n sarà dato dal diametro della lente che si trova in α moltiplicato per l'ingrandimento di c . Ogni corda verticale della lente a ha come immagine in σ un segmento, verticale di lunghezza m ; lungo tale segmento lo splendore è costante e proporzionale alla lunghezza della corda. Se sulla lente a abbiamo un diaframma avente la forma della funzione aberrante $A(x)$ otterremo nel piano σ una distribuzione di splendore proporzionale alle ordinate di $A(x)$.

Poniamo nel piano σ un diaframma nel quale sia ritagliata la funzione W in scala tale che la sua ordinata massima sia inferiore alla dimensione m del rettangolo mn ; il flusso luminoso che passerà attraverso quest'ultimo diaframma sarà funzione della A , della W e della loro posizione relativa. Se l'asse delle ordinate di A e quello di W coincidono, il flusso sarà proporzionale a

$$\int_{-\infty}^{+\infty} A(x) W(x) dx$$

se invece la distanza fra tali assi sarà y , il flusso trasmesso sarà proporzionale a

$$\int_{-\infty}^{+\infty} W(x) A(y-x) dx$$

Infatti, fissato in W un punto di ascissa x (fig. 1), lo splendore luminoso del rettangolo in tale punto sarà proporzionale alla ordinata di A , cioè ad $A(y-x)$, il flusso trasmesso sarà inoltre proporzionale alla ordinata di W in quel punto, cioè a $W(x)$; se si integra per tutti i valori positivi

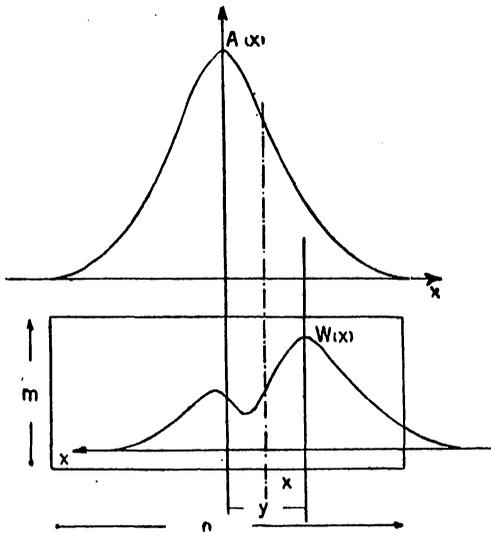


Fig. 1.

e negativi di x avremo che il flusso trasmesso dal diaframma W sarà proporzionale a

$$\int_{-\infty}^{+\infty} W(x) A(y-x) dx$$

ossia alla corrispondente ordinata della funzione S secondo la relazione $|a|$. Se invece di W si mette in σ un diaframma con la funzione $S(x)$, misurando il flusso trasmesso si ottengono dei valori proporzionali all'integrale che risolve in seconda approssimazione l'equazione $[a]$.

Come sorgente luminosa è stata impiegata una lampada Philips 6 volt, 17 ampère, il cui filamento a nastro di forma rettangolare di $5,8 \times 2$ mmq. ha splendore uniforme; il sistema ottico a era costituito da un obbiettivo a quattro lenti (diametro 40 mm., focale 154 mm.) e la lente cilindrica,

che veniva impiegata con un ingrandimento 1:1, aveva una focale di 250 mm.

In un primo tentativo il ricevitore della radiazione era costituito da una termopila a vuoto di Moll tipo sensibile e il flusso veniva concentrato sulla saldatura per mezzo di un condensatore da microscopio. La termopila era collegata ad un galvanometro Hartmann e Braun di sensibilità 10^{-8} amp. per un millimetro di scala a un metro e con tempo di indicazione 12 sec. Il sistema presentava parecchi inconvenienti, era lento ed ogni lettura richiedeva quasi un minuto; inoltre si dovevano limitare notevolmente le dimensioni del rettangolo luminoso e conseguentemente dei diaframmi posti in σ . Infatti, causa la modesta apertura del condensatore impiegato e la piccolissima superficie sensibile della termopila poco adatta per misure di questo genere, era necessario che il rettangolo luminoso avesse dimensioni inferiori a 9×9 mmq. ed anche in tali condizioni l'esatto centramento della macchiolina luminosa sulla saldatura della termopila risultava difficile con possibilità di errori notevoli. Per questo si è preferito adoperare la fotocella come ricevitore della radiazione dato che essa presenta una superficie sensibile alquanto più estesa.

Lo strumento è stato realizzato come segue: su di un banco ottico sono montati la fotocella, la lente cilindrica e l'obbiettivo a ; la lente cilindrica è provvista di un sistema di rettifica che permette di disporre l'asse del cilindro secondo la verticale, condizione questa indispensabile perchè il rettangolo luminoso in σ abbia i bordi perfettamente definiti.

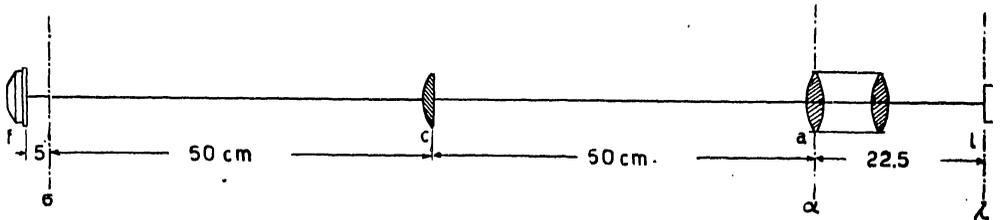


Fig. 2.

La lampada, situata a parte su di un supporto regolabile, è tutta racchiusa in una custodia aereata con tiraggio a trappola di luce per evitare la luce diffusa, particolarmente dannosa quando si lavora con la fotocella. La corrente d'alimentazione, regolata da un sistema di resistenze, era controllata al 0.02 amp. per mezzo di un millivoltmetro Weston-Galileo in derivazione su di un ponte (*shunt*). Sull'obbiettivo a è disposto un diaframma quadrato di 20 mm. di lato atto a ricevere un cartoncino nero nel quale era intagliata la funzione aberrante A o i nuclei risolvanti di ordine superiore; la funzione S invece veniva montata su di un carrello fissato al banco ottico e mobile normalmente a questo mediante una vite a testa

divisa che permetteva una escursione di ± 20 mm. dall'asse ottico del sistema. La superficie sensibile della cella era situata a cinque centimetri dal piano di S in modo da ricevere tutto il flusso uscente dal diaframma. Le distanze reciproche delle diverse parti sono indicate in fig. 2; nella tavola si vede lo strumento nel suo complesso.

Il ricevitore della radiazione è la parte più delicata dello strumento, esso è costituito nel nostro caso da una cella a strato di sbarramento (*Sperrschicht*) di Pressler con superficie sensibile di 36 mm. di diametro; il rettangolo luminoso in σ ha le dimensioni di $11,5 \times 20$ mmq. di modo che tutto il flusso può essere sicuramente ricevuto dalla fotocella senza l'interposizione di alcun sistema ottico. È stato necessario mascherare la superficie non utilizzata della cella per evitare l'influenza della luce diffusa dalle parti ottiche dello strumento alla quale portava un notevole contributo l'immagine del filamento riflessa dalla parete posteriore del bulbo della lampada.

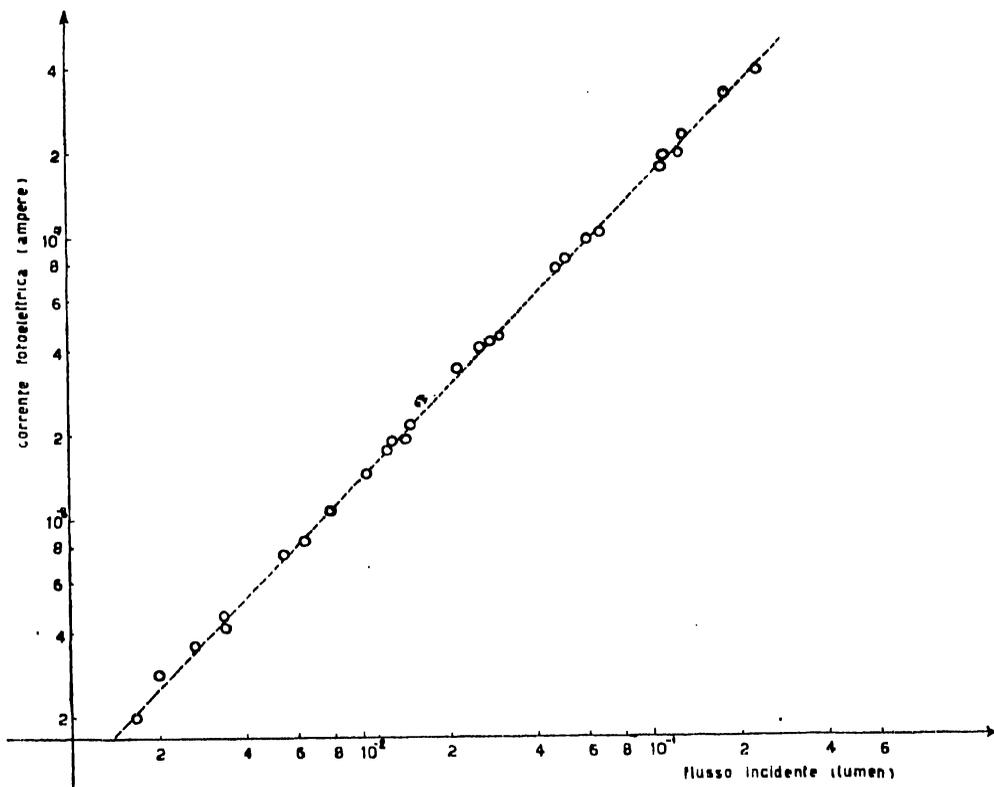


Fig. 3.

La fotocella è messa direttamente in circuito con un galvanometro Carpentier di 225Ω di resistenza; le deviazioni vengono lette su di una

scala posta a circa due metri dallo strumento. La resistenza esterna appropriata e l'inerzia piccolissima della cella sono tali che l'indice luminoso si arresta in tempo brevissimo alla fine della corsa. Le letture sono quindi rapide e precise entro il mezzo millimetro.

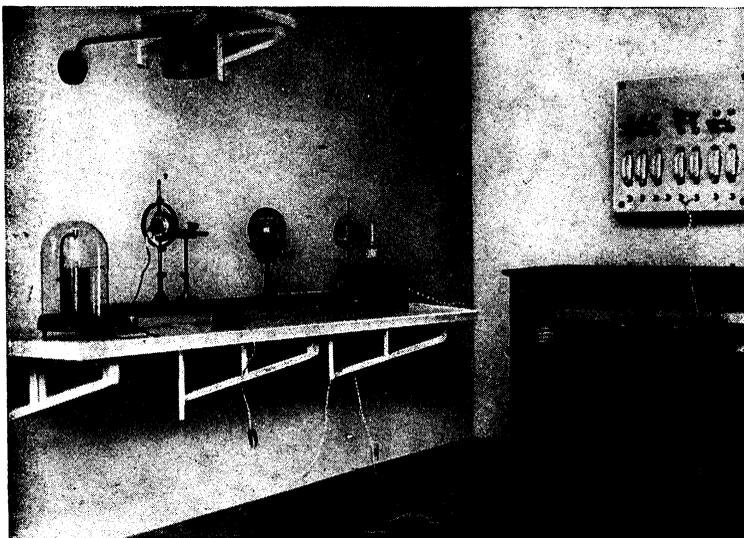
La sensibilità del galvanometro è stata determinata col metodo degli *shunt* ed è risultata $(3,08 \pm 0,08) \cdot 10^{-8}$ amp. per un millimetro di deviazione su scala a 1 m. di distanza. Tale sensibilità permette di lavorare con flussi luminosi molto piccoli (corrente di alimentazione della lampada 10 ÷ 12 amp.) condizione questa indispensabile per avere una stretta proporzionalità tra flusso incidente e corrente fotoelettrica.

Questa proporzionalità è stata controllata ponendo successivamente in α dei diaframmi di diametro diverso e leggendo sulla scala le deviazioni corrispondenti del galvanometro. Ripetuta l'esperienza alimentando la lampada con correnti di intensità crescente di 0.5 in 0.5 amp. si è trovato che, per ciascuna intensità di corrente, le deviazioni sono proporzionali alla superficie dei diaframmi impiegati; naturalmente il coefficiente di proporzionalità dipende anche dallo splendore del filamento. Riportando in ordinate i logaritmi delle deviazioni ed in ascisse i logaritmi delle aree dei diaframmi, si ottengono tante rette parallele che si possono sovrapporre mediante spostamento lungo l'asse delle ascisse. Il diagramma che si ottiene ha in ordinate le deviazioni del galvanometro che sono proporzionali alle intensità della corrente fotoelettrica e in ascisse le intensità del flusso incidente in unità arbitrarie; illuminando la cella con una lampada campione si è potuto determinare la relazione fra queste unità arbitrarie e le unità assolute. La lampada campione era posta a 515 cm. dalla cella e alimentata con 0.81 amp. sotto la tensione di 125 volt; in tali condizioni la tabella di taratura dava una intensità di 293 candele internazionali. La superficie della cella, che è di 10.17 cm², sottendeva un angolo solido $\Omega = 3,84 \cdot 10^{-5}$ ster. e riceveva quindi un flusso $\Phi = \Omega I = 11,25 \cdot 10^{-3}$ lumen. L'indice luminoso del galvanometro sulla scala posta a 192,5 cm. dava 14,6 mm. di deviazione corrispondenti a $23,4 \cdot 10^{-8}$ amp. La relazione assoluta tra flusso luminoso e corrente fotoelettrica è data dal grafico in fig. 3. La determinazione è stata eseguita schermando accuratamente la cella mediante tubi anneriti; in tal modo l'influenza della luce diffusa nell'ambiente era inferiore all'errore di lettura sulla scala del galvanometro.

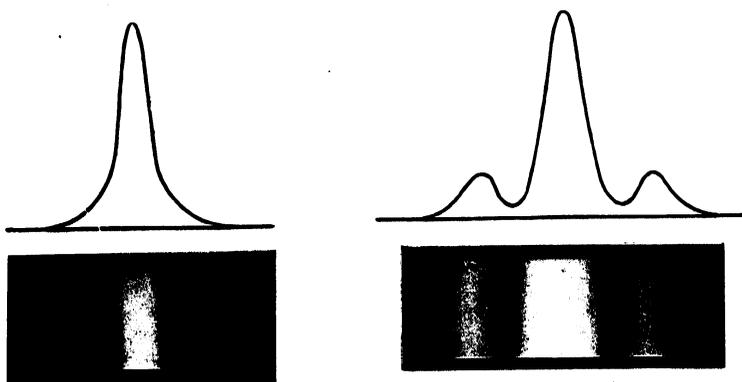
Funzionamento dell'integrafo

Per il buon funzionamento dell'integrafo è necessario che la superficie della lente sia uniformemente illuminata dalla lampada, come pure è indispensabile che la sensibilità della cella sia la medesima in tutti i punti. Per controllo si è montato in α un diaframma a forma di triangolo rettangolo isoscele (fig. 4) ed in σ invece un diaframma rettangolare col lato

G. RIGHINI. — *Integratore ottico per la determinazione del profilo vero delle righe spettrali.*



Veduta d'insieme dell'integratore



Distribuzioni di splendore nel piano σ . (Le curve rappresentano i contorni del corrispondenti diaframmi posti in α)

1942MarC...60...25R

corto orizzontale. In tali condizioni il flusso incidente sulla cella è proporzionale alla distanza x contata dal vertice C del triangolo rettangolo e le deviazioni del galvanometro devono quindi dare una relazione lineare

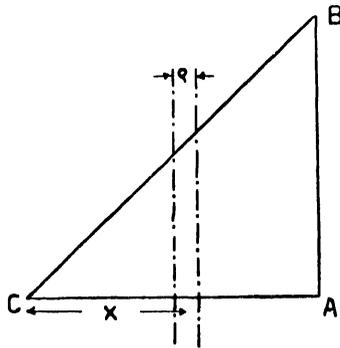


Fig. 4.

con x . Per tentativi e soprattutto migliorando l'orientazione della lente cilindrica si è ottenuto che gli scostamenti dalla linearità fossero inferiori al 2%.

Una ulteriore prova è stata fatta ponendo nel piano α una funzione del tipo $(\sin x/x)^2$ e facendo scorrere nel piano σ il diaframma rettangolare precedentemente usato. Le deviazioni del galvanometro sono risultate proporzionali alle ordinate della curva

$$\int_{x - q/2}^{x + q/2} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^2 dx$$

calcolate graficamente.

Controllato il buon funzionamento dell'integrato siamo quindi passati a risolvere l'equazione integrale [a] col procedimento delle approssimazioni successive.

Assumiamo come funzioni S ed A quelle date dalle figg. 5 e 6 rispettivamente. I diaframmi rappresentanti queste funzioni devono avere nel nostro caso la stessa scala in ascisse perchè l'ingrandimento della lente cilindrica c è uguale a 1; in ordinate le scale sono arbitrarie, limitate però per la funzione A dalla dimensione verticale del diaframma quadrato posto sulla lente e per la funzione S dall'altezza del rettangolo luminoso. I diaframmi delle funzioni S ed A sono stati ritagliati in cartoncino nero puntinando con un ago sottile il loro contorno su una carta millimetrata sovrapposta al cartoncino e ritagliando poi lungo il contorno stesso. Si è

constatato che gli errori che si possono introdurre con questo procedimento sono piccolissimi; infatti ripetendo per quattro volte una stessa determinazione ritagliando ogni volta nuovi diaframmi si sono ottenuti valori coincidenti entro il 2%.

Su ciascun diaframma è stato segnato un asse verticale di riferimento per riportare ambedue le funzioni allo stesso zero; posto un sottile filo a

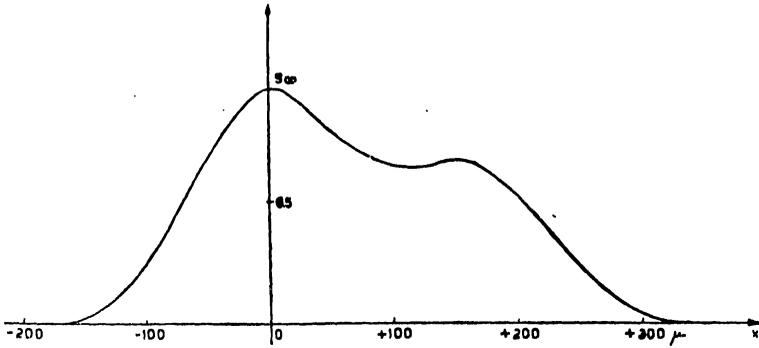


Fig. 5.

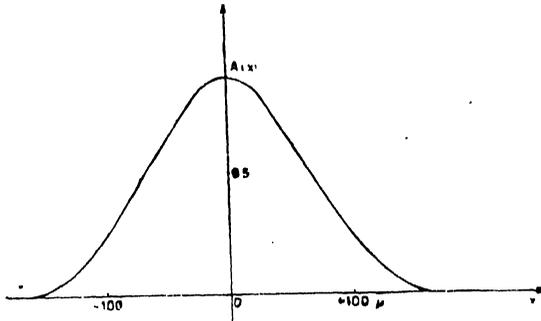


Fig. 6.

piombo lungo la verticale segnata sul diaframma A , si faceva coincidere l'immagine di questo data dalla lente cilindrica con l'asse di riferimento della funzione S .

Ammettiamo per semplicità che la funzione A sia normalizzata, che si abbia cioè:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} A(x) dx = 1 \quad [c]$$

questo equivale ad assumere l'area di A come unità di misura per le aree. Ogni funzione W che verifica la relazione $[a]$ avrà perciò una superficie uguale a quella della funzione S : infatti integrando ambo i membri della $[a]$ tenendo conto della $[c]$ si ottiene:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} S(y) dy = \int_{-\infty}^{+\infty} W(x) dx$$

È quindi necessario definire un fattore per il quale moltiplicare le deviazioni del galvanometro affinché queste diano in scala conveniente le ordinate di una curva di superficie uguale a quella posta sul piano σ . Se poniamo sul piano σ un diaframma rettangolare con base maggiore e altezza h minore delle corrispondenti dimensioni del rettangolo luminoso, il flusso ricevuto dalla cella sarà proporzionale a

$$h \int_{-\infty}^{+\infty} A(x) dx .$$

Nel caso $h=1$ cm., la deviazione del galvanometro corrisponde al flusso che attraversa l'area scelta come unità; per tale deviazione bisogna dividere tutte le altre affinché la curva che si determina abbia la medesima superficie di quella posta sul piano σ .

La S_{W_1} risulta sempre più larga della S , ne segue che mentre la W_1 (cioè la S) è una funzione esclusivamente positiva, la W_2 invece assumerà anche dei valori negativi. Nel computo dell'area della W_2 va tenuto conto delle parti negative se si vuole ottenere una funzione che verifichi l'equazione integrale $[a]$. È ovvio che tali porzioni negative non hanno significato dal punto di vista fisico e raggiunta la approssimazione desiderata si dovrà curare che l'area positiva del profilo di W_n sia uguale a quella di S , perchè modificando la forma della riga non se ne deve alterare l'intensità.

Risolvendo l'equazione $[a]$ relativa alle funzioni S ed A da noi scelte si ottengono come approssimazioni successive le curve W_2, W_3, W_4 riportate in figg. 7, 8, 9. Si osserva l'andamento regolare dei massimi e il progressivo approfondirsi del minimo e delle parti negative della curva. Alla quarta approssimazione è già possibile in questo esempio l'analisi completa del profilo e la separata determinazione delle due componenti.

La W_4 è stata anche determinata direttamente applicando la relazione

$$W_4 = 4S - \int SK_4$$

dove K_4 indica il quarto nucleo risolvete la cui espressione è:

$$K_4 = 6A - 4A_1 + A_2$$

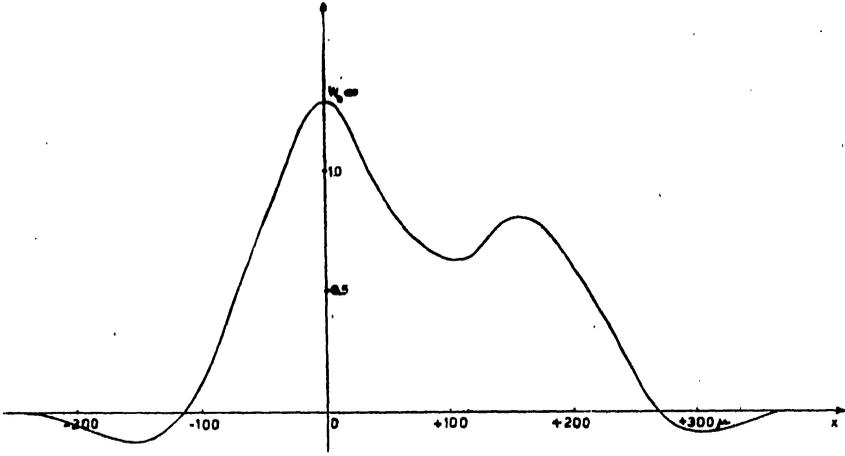


Fig. 7.

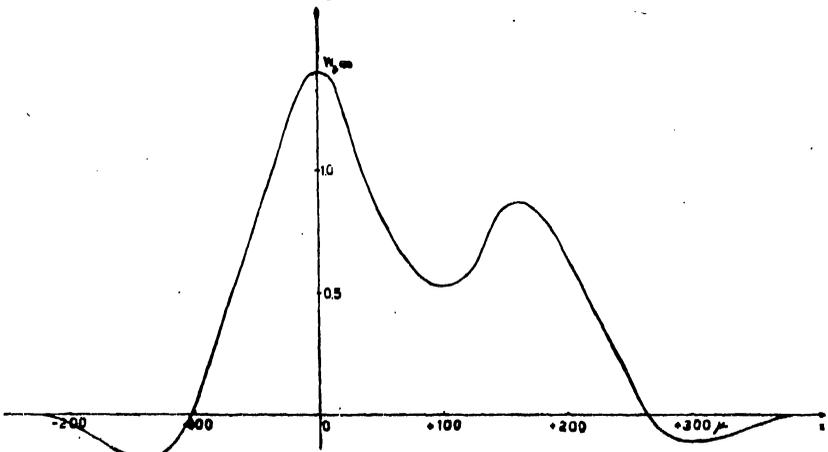


Fig. 8.

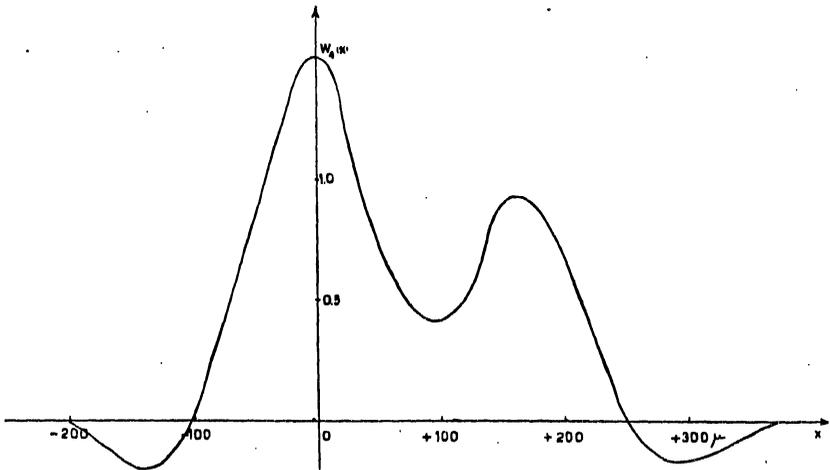


Fig. 9.

A_1 e A_2 sono la prima e la seconda funzione iterata della funzione strumentale A . Il risultato coincide entro il 2% con quello ottenuto applicando il metodo precedente. I nuclei risolvanti K_3 e K_4 sono rappresentati in figg. 10, 11; naturalmente l'area delle curve che si ottengono aberrando la S con tali nuclei dovrà essere doppia o tripla rispettivamente dell'area della funzione S . (1).

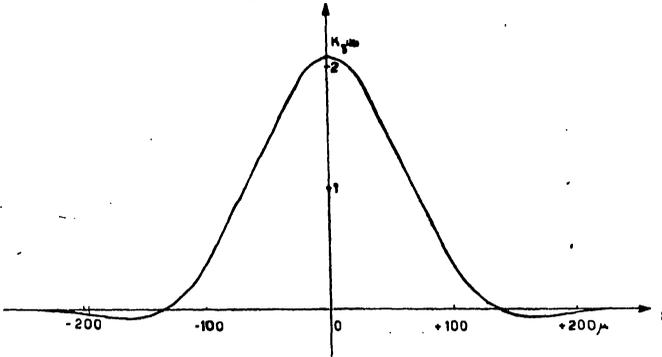


Fig. 10.

Una difficoltà che si presenta nell'applicazione dei nuclei è costituita dalle parti negative di questi. È necessario eseguire due determinazioni

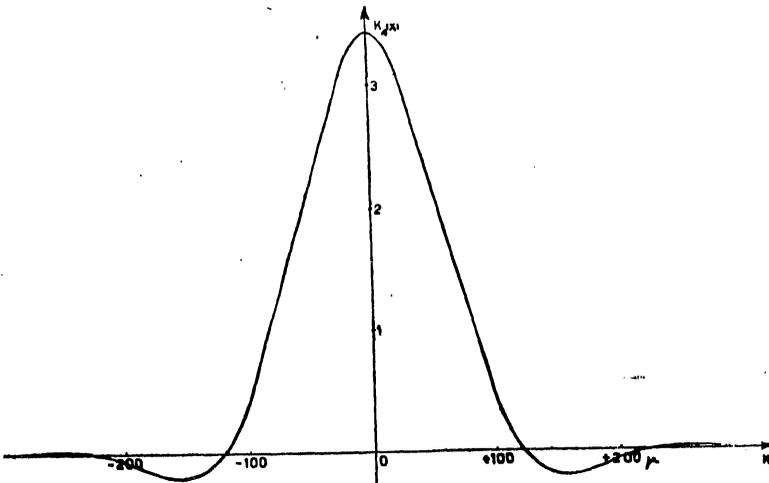


Fig. 11.

(1) Nell'ipotesi [c] la curva che rappresenta l'ennesimo nucleo risolvante K_n ha un'area $(n-1)$; la curva che rappresenta l'integrale $\int SK_n$ ha un'area $(n-1)$ volte di quella di S e quindi l'ennesima approssimazione W_n ha sempre area uguale a quella di S come si vede dalla [b].

separate di $\int SK_n$, l'una ponendo in α un diaframma con la parte positiva di K_n , l'altra ponendovi invece un diaframma con le parti negative. Poichè queste ultime sono in generale piccole e l'esecuzione del diaframma presenterebbe qualche difficoltà si è trovato conveniente moltiplicare le ordinate per una costante r . Le letture relative alla parte positiva devono allora essere diminuite di quelle ottenute con le parti negative divise per la costante r ; quanto alla unità di misura Δ , se Δ_1 è la deviazione del galvanometro quando in α si trova il diaframma relativo alla parte positiva del nucleo e in σ e la fenditura orizzontale alta 1 cm., e Δ_2 la deviazione corrispondente alla parte negativa del nucleo, si avrà

$$\Delta = \frac{\Delta_1 - \frac{\Delta_2}{r}}{n - 1}$$

se n è il numero d'ordine del nucleo risolvete. Infatti Δ_1 rappresenta $\int K_n dx$ con $K_n > 0$; Δ_2 rappresenta invece $\int K_n dx$ con $K_n < 0$; la differenza $\Delta_1 - \frac{\Delta_2}{r}$ rappresenta quindi $(n - 1)$ volte l'unità di misura.

Ci possiamo ora chiedere quale sarebbe la funzione strumentale di uno spettrografo capace di dare direttamente il profilo della riga da noi determinato col procedimento di approssimazione. Si tratta cioè di trovare una funzione X_n per la quale si abbia

$$W_n = \int_{-\infty}^{+\infty} W(x) X_n(y - x) dx .$$

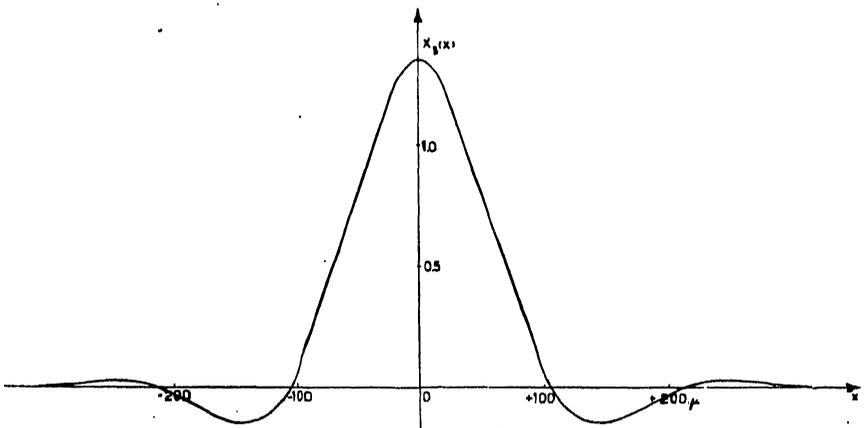


Fig. 12.

Si dimostra facilmente (1) che l'espressione di X_n è :

$$X_n = n A - \frac{n(n-1)}{2!} A_1 + \dots \pm A_{n-1}$$

dove A_1, A_2, \dots sono le funzioni iterate della funzione aberrante. Per $n \rightarrow \infty$ la funzione X_n tende a diventare una funzione discontinua differente da zero e di grandezza costante solo in un piccolo intorno del punto $x=0$ (Zackenfunktion). Nel caso limite $n=\infty$ la X_∞ assume valori diversi da zero per $x=0$ ed è nulla in tutti gli altri punti. Lo spettrografo corrispondente avrebbe potere risolvante infinito e il profilo S della riga coinciderebbe con quello vero W .

Con le funzioni iterate A_i abbiamo calcolato le funzioni X_3 e X_4 (fig. 12, 13) che ci rappresentano le funzioni strumentali per due spettrografi capaci di dare direttamente le approssimazioni W_3 e W_4 di fig. 8 e 9. Come si vede, la loro larghezza è inferiore a quella della funzione strumentale A ;

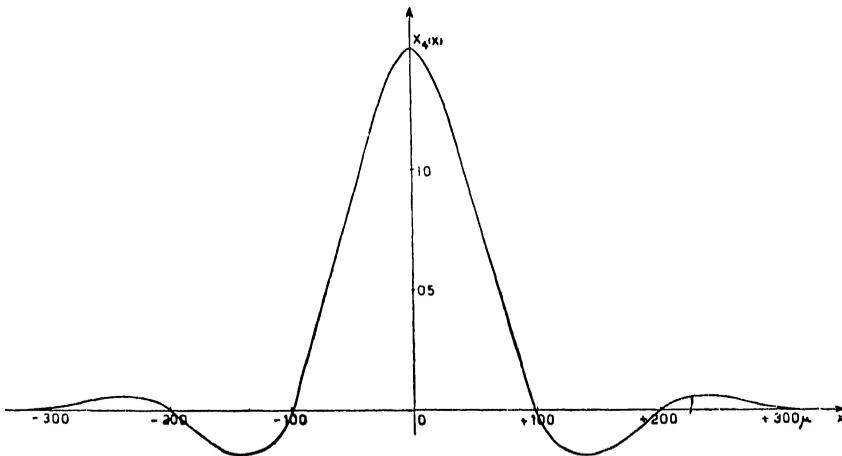


Fig. 13.

e si deve inoltre tener presente che l'aberrazione prodotta da funzioni come le X si riduce ancora a causa delle parti negative.

Un vivo ringraziamento al dott. G. FRONGIA dell'Istituto di Fisica di Cagliari e al dott. C. CANTÙ delle Officine Galileo di Milano per il materiale gentilmente messo a mia disposizione.

*R. Osservatorio Astrofisico di Arcetri
e Istituto Fisico della R. Università di Cagliari
Aprile 1941 XIX*

(1) H. C. BURGER e P. H. VAN CITTERT. ZS. f. Phys. 81, 433. (1933).

