

216 ✓

CONTRIBUTI
DELL'OSSERVATORIO ASTRONOMICO DI MILANO-MERATE
a cura del Direttore

Prof. FRANCESCO ZAGAR

NUOVA SERIE

N. 171

E. PROVERBIO

I micrometri e le livelle dello
strumento dei passaggi Askania Ap 100
dell' Osservatorio Astronomico di Brera

Estratto dal « *Bollettino di Geodesia e Scienze Afini* »,
N. 2 - Aprile-Maggio-Giugno, 1961 - Anno XX.

MILANO
1961

I micrometri e le livelle dello strumento dei passaggi Askania Ap 100 dell'Osservatorio Astronomico di Brera

Dott. EDOARDO PROVERBIO

Osservatorio Astronomico di Brera, Milano

RIASSUNTO — Dopo un'esposizione teorica dei principi e dei metodi classici e moderni che stanno alla base dello studio di micrometri e di livelle di precisione, sono prese in esame e determinate le costanti fondamentali relative ai micrometri ed alle livelle dello strumento dei passaggi nuovo modello Askania Ap 100 utilizzate per determinazioni di latitudine e di longitudine.

RÉSUMÉ — Après une exposition théorique des principes et des méthodes classiques et modernes qui sont à la base de l'étude des micromètres et des niveaux de précision, sont étudiées et déterminées les constantes fondamentales relatives aux micromètres et aux niveaux de l'instrument des passages Askania Ap 100 utilisées pour la détermination de latitude et longitude.

SUMMARY — After a theoretical exposition of classical and modern principles and methods for the study of precise micrometers and levels, the fundamental constants of the micrometers and of the levels of the Askania Ap 100 transit instrument, utilised for latitude and longitude determination, are studied and determined.

ZUSAMMENFASSUNG — Nach einer theoretischen Darstellung der klassischen Prinzipien und Methoden, welche dem Studium der Mikrometer und der Präzisionslibellen zu Grunde liegen, werden die für die Längen- und Breitenbestimmungen gebrauchten Fundamentalkonstanten für die Mikrometer und für die Libellen des neuen Durchgangsinstrumentes Askania Ap 100 untersucht und bestimmt.

RESUMEN — Después de una exposición teórica de los principios y de los métodos en los cuales se basa el estudio de micrómetros y de niveles de precisión, se examinan y determinan las constantes fundamentales relativas a los micrómetros y a los niveles de los pasajes nuevo modelo Askania Ap 100 utilizados para determinaciones de latitud y de longitud.

I — INTRODUZIONE.

1. — In occasione dell'Anno Geofisico Internazionale, l'Osservatorio Astronomico di Brera iniziò la sua nuova attività dopo la parentesi bellica ed il periodo post-bellico, collaborando attivamente alla campagna internazionale delle Longitudini e Latitudini.

I lavori per il ripristino delle attrezzature, tra le più complesse e costose, necessarie a condurre ricerche in questo campo, ebbero inizio già nel 1955 (1).

Nel medesimo anno fu ordinato alla Casa Askania - Werke A. G. di Berlino il nuovo strumento dei passaggi *Ap* 100, tra i più moderni utilizzati attualmente per ricerche di questo genere.

In questi anni la proficua attività svolta all'Osservatorio Astronomico di Brera ha contribuito a potenziare e migliorare continuamente la parte strumentale, soprattutto nel settore della registrazione, ed ha permesso di costituire un efficiente Servizio dell'Ora, collegato internazionalmente attraverso il Bureau International de l'Heure con i servizi orari di tutto il mondo.

Il lavoro sin qui svolto e l'esperienza accumulata hanno inoltre creato le condizioni per un ulteriore progresso, aprendo nuove possibilità di ricerche e di indagini nel campo dell'Astronomia e dell'Astrometria. Per la riduzione definitiva delle osservazioni di tempo effettuate durante l'Anno Geofisico Internazionale e utilizzate nel calcolo delle Longitudini, i cui risultati verranno pubblicati al più presto, e nel quadro dell'utilizzazione dello strumento dei passaggio *Ap* 100, o di qualcuno dei suoi accessori fondamentali (livelle e micrometri) in ricerche particolari e nel servizio di Latitudini, si è reso necessario uno studio accurato e minuzioso dello strumento dei passaggi stesso che unitamente ad altri due strumenti simili, il piccolo strumento meridiano di Bamberg (apertura $d = 89$ mm.), ed il piccolo strumento dei passaggi Bamberg (apertura $d = 55$ mm.), costituiscono per il momento l'attrezzatura strumentale utilizzata in queste osservazioni.

Lo studio è stato particolarmente rivolto all'analisi delle livelle di cui è fornito l'*Ap* 100 e dei micrometri in dotazione a questo strumento, questi ultimi potendosi utilizzare anche sul piccolo strumento meridiano di Bamberg.

Ritengo comunque utile premettere all'esposizione dei metodi e dei risultati di queste ricerche una breve descrizione generale del nuovo strumento *Ap* 100.

II — LO STRUMENTO IN GENERALE

2. — Lo strumento dei passaggi *Ap* 100 è uno strumento a cannocchiale spezzato con obiettivo acromatico di apertura $d = 100\text{X}$ mm, e di distanza focale $f = 1031$ mm, dotato di tre oculari ortoscopici le cui caratteristiche sono riportate in tabella I.

TABELLA I

Oculare	1	2	3
Distanza focale F	6,3 mm.	10 mm.	16 mm.
Ingrandimenti $f : F$	164	103	64
Ampiezza del campo	15' 45''	23'	40'
Diametro pupilla	0,6 mm.	1,0 mm.	1,5 mm.

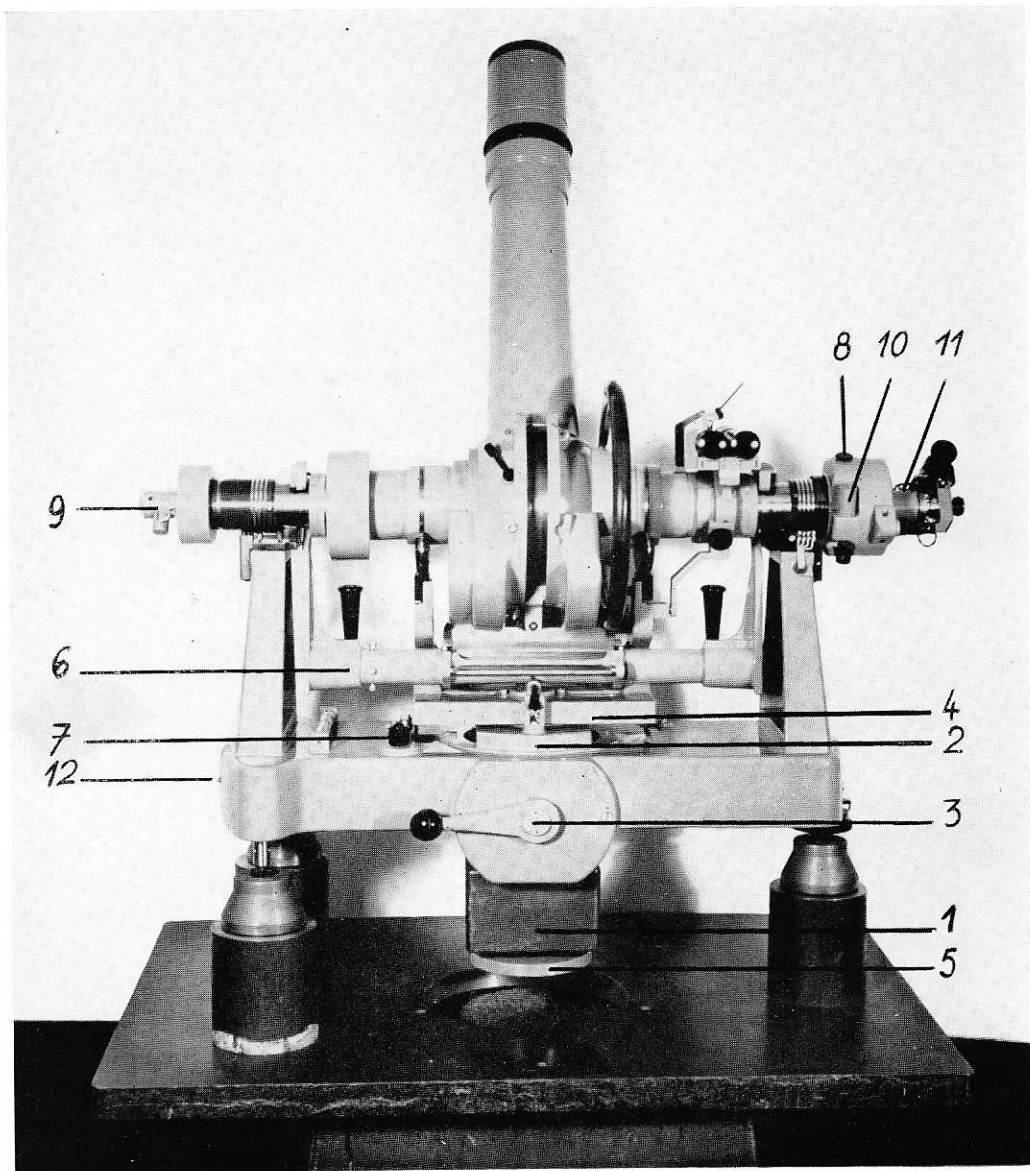


Fig. 1

Il sistema ottico strumentale è risultato, dalle osservazioni, di buona fattura, soprattutto per quanto riguarda la luminosità, tale da permettere nelle notti particolarmente serene, l'osservazione di stelle deboli e di pianetini sino all'8^a magnitudine, mentre il limite di visibilità si estende sino alla 10^a magnitudine.

Lo strumento non presenta novità dal punto di vista ottico e strutturale rispetto ai classici strumenti dei passaggi a cannocchiale spezzato. Esso è dotato però di dispositivi ed accorgimenti tali da renderlo eccezionalmente pratico e comodo per tutti i tipi di osservazioni meridiane.

Mi soffermerò in modo particolare, data l'originalità delle soluzioni, su tre particolari di notevole importanza :

- I) - Dispositivo di scarico e di bilanciamento.
- II) - Sistema elettrico di illuminazione e registrazione.
- III) - Dispositivo per l'osservazione automatica dei passaggi.

I) - DISPOSITIVO DI SCARICO E DI BILANCIAMENTO.

I nuovi strumenti dei passaggi costruiti dalla Casa Askania sono muniti di un ingegnoso dispositivo di scarico del peso dell'asse e del sistema ottico durante l'inversione.

L'elemento di principio di questo dispositivo è costituito dal peso [1] visibile nella figura 1, allacciato al basamento mobile [2] attraverso legami meccanici, che agisce come contropeso durante la fase di sollevamento della parte mobile per mezzo della leva [3]. Con la introduzione di questo artificio quest'ultima operazione può essere eseguita con minimo sforzo e molto più celermente dato che il braccio della leva [3] può essere ridotto ad un valore molto piccolo.

All'equilibrio della parte mobile dopo l'innalzamento, provvedono due pistoni scorrevoli entro scanalature situati nel basamento ruotante [4]. Questi due pistoni devono essere calibrati una volta per tutte durante la messa a punto dello strumento, mediante due dadi visibili nella figura 1 sul basamento mobile ma non indicati.

È indispensabile aggiungere che il peso [1] deve bilanciare perfettamente il peso dalla parte mobile, poichè nel caso che il peso superi il valore calcolato per bilanciare tale parte, l'asse dello strumento nella posizione di riposo risulta soggetto a sollecitazioni contrarie al suo peso, tali in certi casi da renderlo poco stabile.

Per raggiungere il precedente equilibrio, l'osservatore dispone di pesi supplementari [5] che devono essere oculatamente aggiunti o tolti a seconda delle circostanze.

II) - SISTEMA ELETTRICO DI ILLUMINAZIONE E DI REGISTRAZIONE.

Il circuito elettrico di illuminazione e registrazione descritto nella figura 2, è costituito dalle seguenti parti :

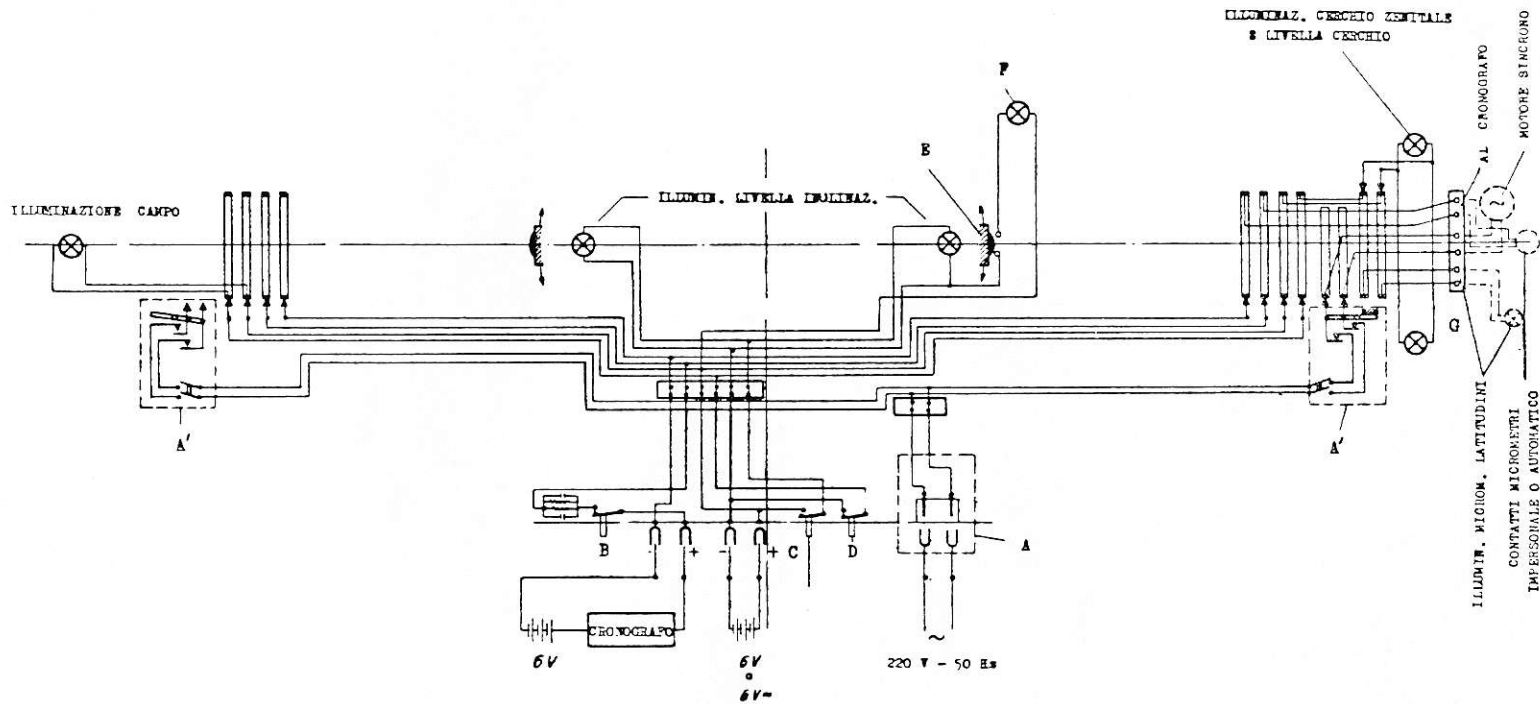


Fig. 2

a) circuito cronografico propriamente detto per la registrazione dei contatti micrometrici, comandato dall'interruttore *B* e alimentato dall'alimentazione del cronografo sul quale vengono effettuate le registrazioni (20-30 Volt).

b) circuito di illuminazione della livella fondamentale di inclinazione [6] comandato dall'interruttore *C*, e circuito in parallelo a questo per l'illuminazione del campo dello strumento [9], del cerchio zenitale [10] e della livella del cerchio zenitale [8], visibile in figura 1, comandato invece dall'interruttore *D*.

L'illuminazione regolabile del campo può essere effettuata in luce rossa (illuminazione normale) o verde. Quest'ultimo accorgimento, suggerito ai costruttori dal Direttore dell'Osservatorio prof. F. Zagar, ha dato notevoli risultati pratici poichè permette l'osservazione di stelle deboli ed in particolare di pianetini difficilmente reperibili ed irrilevabili con illuminazione normale. Inoltre il particolare contrasto del campo verde permette di distinguere il reticolo ed il filo mobile del micrometro anche con illuminazione molto bassa del campo.

Sempre in parallelo al circuito di illuminazione delle livelle di inclinazione si trova la lampada spia *F* [7] che ha la funzione molto importante di segnalare con la chiusura del contatto, *E*, quando, dopo l'inversione, lo strumento si trova nella posizione adatta per essere abbassato e rimesso nella posizione di riposo.

Nei vecchi strumenti Askania ed in generale negli strumenti dei passaggi, questa funzione viene come è noto, affidata ad un fermo metallico solidale con la base dello strumento. Quest'ultimo sistema presenta però seri inconvenienti, non ultimo quello di essere all'origine di variazioni accidentali di azimut durante le osservazioni, a causa di sollecitazioni involontarie ma spesso sensibili cui può essere sottoposto il fermo dello strumento durante l'inversione.

Inoltre, ancora in parallelo al circuito di illuminazione del campo, può essere inserito, utilizzando la presa mobile *G*, il dispositivo di illuminazione connesso al micrometro per latitudini col metodo di Horrebow-Talcott, ed utilizzabile durante osservazioni di questo tipo.

c) circuito di alimentazione (220 V - 50 Hz) del motorino sincrono [11] del micrometro impersonale automatico.

Questo circuito è comandato oltre che dall'interruttore generale *A* dai due interruttori principali *A'* situati ai lati Nord e Sud sulla base dello strumento [12], che vengono praticamente usati nel corso delle osservazioni.

Il sistema di illuminazione, come si è visto, è congegnato in modo da permettere qualsiasi lettura senza l'uso di sorgenti esterne, evitando all'osservatore qualsiasi operazione suscettibile di distorglierlo dall'osservazione vera e propria e dalle osservazioni accessorie e permettendo quindi di eseguire queste ultime con maggior sicurezza e celerità.

III) - DISPOSITIVO PER L'OSSERVAZIONE AUTOMATICA DEI PASSAGGI.

Questo dispositivo ormai adottato in numerosi Osservatori ⁽²⁾ è costituito da un meccanismo, comandato in genere da un motorino sincrono, che agisce sull'asse

del tamburo di un micrometro impersonale, determinando il movimento automatico del filo mobile del micrometro stesso.

Il micrometro impersonale automatico, in dotazione allo strumento dei passaggi *A β 100* è munito di un tale dispositivo.

La variazione di velocità del filo mobile è ottenuta molto semplicemente utilizzando un collegamento a frizione tra una ruota di circa 1 cm. di diametro, collegata al movimento del filo mobile, che rotola senza strisciare sopra un disco leggermente conico. Il disco è a sua volta comandato, attraverso un riduttore, dal motorino sincrono e la posizione della ruota lungo il raggio del disco caratterizza una determinata velocità del filo mobile. L'utilizzazione pratica di un tale apparecchio è stata purtroppo sino ad ora ostacolata sia dal fatto che il regolatore manuale di velocità graduato si trova in posizione accessibile solo con difficoltà, rendendo ardua l'operazione di lettura e di messa a punto, sia dal fatto che la minima velocità ottenibile da esso risulta inferiore, sia pur di poco, alla velocità che le stelle di piccola declinazione presentano nel campo dello strumento.

A questo dispositivo, suscettibile, se usato con perizia ed oculatezza, di migliorare la precisione delle osservazioni di tempo e di ascensione retta, dovranno quindi essere quanto prima apportate alcune necessarie modifiche, in modo da renderlo idoneo e pratico nelle osservazioni dei passaggi stellari ed in osservazioni affini, in qualsiasi circostanza.

III — I MICROMETRI

DESCRIZIONE DEI MICROMETRI.

3. - Lo strumento dei passaggi *A β 100* è munito di tre micrometri a filo di ragno :

- a) un micrometro impersonale di tipo classico,
- b) un micrometro impersonale con trascinamento automatico del filo mobile,
- c) un micrometro per latitudini.

I due micrometri impersonali, prescindendo dal tipo di movimento del filo mobile, manuale nel primo, automatico con possibilità di correzione, sempre manuale, nel secondo, sono sostanzialmente identici per quanto riguarda la struttura micrometrica propriamente detta. I fili fissi nel numero di sette, posti ad eguale distanza e precisamente ad 1 mm. l'uno dall'altro, coprono un intervallo di circa 20 minuti di arco, mentre l'intero campo del micrometro abbraccia circa 30 minuti di arco. Il reticolo mobile formato da un filo orizzontale e da due fili paralleli verticali distanti 0,3 mm. (quindi circa 1 minuto di arco) è comandato da un tamburo che porta 12 contatti, solidale con un secondo tamburo suddiviso in cento parti, che permette, rispetto ad un riferimento fisso, di ottenere la posizione di rotazione del tamburo stesso. Poichè un'intera rotazione del tam-

buro corrisponde ad uno spostamento del filo mobile di circa 0,5 mm si trova che il valore approssimato del passo dei due micrometri si aggira sui 100 secondi di arco.

Il micrometro filare usato nelle osservazioni per la determinazione della latitudine e per misure di declinazione, è invece costituito da due serie di fili fissi simmetrici rispetto ad un filo centrale. Ciascuna serie è composta da nove fili, cosicché in totale i fili fissi risultano 19. La disposizione dei fili delle due serie e la loro reciproca distanza approssimata espressa in mm, i cui valori sono stati forniti dalla casa Askania, sono dati dalle tabella II che fornisce pure il valore approssimato della distanza angolare calcolata dai fili stessi rispetto al primo filo. Il primo filo (I) corrisponde al filo superiore dalla parte del tamburo, l'ultimo filo (XIX) viceversa è il filo più basso delle due serie, sempre osservato attraverso l'oculare.

Il reticolo mobile è invece identico al reticolo dei due micrometri impersonali ed è costituito da due fili paralleli e da un filo perpendicolare a questi. Sia il reticolo mobile che la scala a dente di sega utilizzata per il conteggio delle rotazioni successive della vite micrometrica, possono essere ruotati rispetto ai fili fissi di 90 gradi, in modo da permettere un'opportuna utilizzazione del filo mobile per la determinazione delle costanti strumentali e per lo studio del micrometro.

La scala a dente di sega è suddivisa in due serie simmetriche di denti, l'intervallo tra le sommità di due denti consecutivi essendo all'incirca eguale ad una rivoluzione da tamburo. Ciascuna serie è formata da quattordici denti divisi in tre gruppi di 4,5 e 5 denti rispettivamente.

Poiché la sommità del primo dente corrisponde approssimativamente allo zero della graduazione del tamburo, la sommità del dente successivo coinciderà

TABELLA II

Fili	Distanze dal I filo	Distanza tra un filo e il precedente	Distanze approssimate dal I filo	Distanze approssimate dal filo centrale
I	0,000 mm.	0,000 mm.	0',00	60 ^s .0
II	0,750	0,750	2,50	50 .0
III	1,500	0,750	5,00	40 .0
IV	2,175	0,675	7,25	31 .0
V	2,925	0,750	9,75	21 .0
VI	3,075	0,150	10,25	19 .0
VII	3,300	0,120	11,00	16 .0
VIII	3,510	0,215	11,70	13 .2
IX	3,750	0,240	12,50	10 .0
X f.c.	4,500	0,750	15,00	0 .0
XI	5,250	0,750	17,50	10 .0
XII	5,430	0,180	18,10	12 .4
XIII	5,670	0,240	18,90	15 .6
XIV	5,850	0,180	19,50	18 .0
XV	6,075	0,225	20,25	21 .0
XVI	6,750	0,675	22,50	30 .0
XVII	7,425	0,675	24,75	39 .0
XVIII	8,250	0,825	27,50	50 .0
XIX	9,000	0,750	30,00	60 .0

con lo zero del tamburo dopo una rivoluzione del tamburo stesso. In questo modo, indicando con O la sommità del primo dente, i valori corrispondenti alla sommità dei denti successivi corrisponderanno ad un analogo numero di rivoluzioni della vite micrometrica.

Con questa convenzione, la sommità dell'ultimo dente della scala, corrisponderà alla ventisettesima rivoluzione.

Naturalmente è possibile estendere il numero delle rivoluzioni ai lati della scala a dente di sega, considerando che le rivoluzioni a sinistra dello zero acquistano valore negativo. Ad esempio il XIX filo fisso corrisponde all'incirca alla rivoluzione $+ 32$, mentre il primo filo fisso corrisponde, ponendo la scala a dente di sega verticalmente rispetto ai fili fissi, alla rivoluzione $- 4$, in tal modo tra il primo e l'ultimo filo fisso sono comprese approssimativamente 36 rivoluzioni del micrometro filare. L'intero campo che abbraccia circa $35'$, contiene invece poco più di quaranta rivoluzioni del micrometro stesso.

I METODI PER LA DETERMINAZIONE DEL PASSO E DEGLI ERRORI MICROMETRICI.

4. — Come è noto, numerosi e diversi sono i metodi astronomici usati per la determinazione del passo e degli errori nei micrometri di strumenti dei passaggi e meridiani.

Tra i metodi non astronomici penso che, quantunque i metodi di confronto diretto o da laboratorio presentino una maggiore precisione intrinseca, siano da preferirsi quelli che, come il metodo di Gauss, presuppongono che il micrometro possa essere studiato senza essere tolto dalla sua naturale sede, ciò sia per mantenere l'osservatore durante lo studio del micrometro nelle medesime condizioni di lavoro che si verificano durante l'osservazione eliminando in tal modo eventuali errori personali non sempre rilevabili, sia soprattutto per il fatto che la determinazione astronomica del passo e degli errori progressivi permette di conoscere il passo apparente e le sue probabili variazioni in funzione della distanza focale dall'obiettivo. Quest'ultima circostanza non deve essere sottovalutata e come avremo presto modo di dimostrare, può permettere di tener conto di importanti variazioni del valore angolare del passo apparente del micrometro.

Per questo motivo lo studio e la determinazione delle costanti micrometriche è stata eseguita separatamente per i micrometri impersonali e per il micrometro di latitudini, utilizzando quasi esclusivamente metodi astronomici.

5. — Prima di passare ad esporre i metodi utilizzati ed i risultati ottenuti nello studio delle vite micrometriche dello strumento dei passaggi in esame, ritengo opportuno illustrare brevemente i fondamenti teorici sui quali questi metodi sono appoggiati ricavandone anche quelle utili considerazioni pratiche che possono giovare nelle misure e nella discussione dei risultati.

Il metodo più immediato, non astronomico, per la determinazione del valore del passo è quello che utilizza la conoscenza della distanza lineare tra due posizioni del filo mobile corrispondenti ad una rivoluzione della vite micrometrica,

o il valore n in unità di rivoluzioni, di una distanza lineare l qualsiasi, per esempio quella tra due fili fissi, considerata sempre sul piano focale.

Chiamando in tal caso α l'angolo sotto cui, dal centro dell'obbiettivo, è visto l e indicando con f la distanza focale di quest'ultimo si ha

$$\lg \alpha = \frac{l}{f},$$

che con sufficiente approssimazione data la piccolezza di α si può scrivere

$$\alpha'' = \frac{l}{f} \frac{1}{\sin \alpha''}, \quad (1)$$

da cui si ricava sempre in prima approssimazione per il valore R'' del passo

$$R'' = \alpha''/n.$$

Differenziando la precedente si ottiene invece una relazione che può fornire utili considerazioni sulla variabilità del passo, si ha infatti

$$d\alpha'' = \frac{1}{\sin \alpha''} \left(\frac{dl}{f} - \frac{l}{f^2} df \right), \quad = \alpha'' \left(\frac{dl}{l} - \frac{df}{f} \right)$$

che ci permette di valutare a meno di errori di ordine superiore le variazioni che subisce il passo del micrometro in funzione di variazioni lineari di l ed f .

La variazione della lunghezza focale f del sistema ottico obbiettivo in dipendenza a variazioni di temperatura può, e meriterebbe, di essere studiata con un certo rigore dal punto di vista teorico. Si sa comunque che essa introduce sensibili errori nelle determinazioni del valore angolare del passo delle viti micrometriche. G. Schiaparelli ha potuto determinare sperimentalmente il coefficiente di dilatazione termica della distanza focale dell'obbiettivo dell'equatoriale Merz di 218 mm, trovando un valore di $+0,000033$ (*).

Utilizzando per esempio tale valore relativamente allo strumento in esame di lunghezza focale $f = 1031$ mm e ammettendo un valore del passo approssimato di $50''$ si trova, per un aumento di temperatura di 30°C , $df_1 = 1,02$ mm. a cui corrisponde il seguente valore di $d\alpha''$,

$$d\alpha_1 = 0'' \cdot 049.$$

La variazione df_2 in dipendenza delle dilatazioni del tubo dello strumento, considerando che il coefficiente di dilatazione lineare dell'ottone e del bronzo risulta $1,8 \cdot 10^{-5}$, utilizzando le medesime costanti e variazioni di temperatura, si trova essere $0,57$ mm che porta come conseguenza una variazione del passo di

$$d\alpha_2 = 0'' \cdot 028,$$

cosicchè in definitiva essendo la variazione complessiva della distanza focale $|df| = |df_1 - df_2| = 0,55$ mm, si avrebbe una variazione del valore angolare del passo del micrometro di $0'',018$.

Tenendo presente che a causa della capacità di adattamento dell'occhio umano le immagini stellari possono sembrare perfettamente a fuoco anche per spostamenti della distanza focale di qualche decimo di millimetro, si vede come le variazioni sopra calcolate possono introdurre reali e sensibili errori sistematici nella determinazione del passo stesso.

A queste variazioni devono aggiungersi quelle di segno contrario provenienti dalle variazioni termiche della vite micrometrica vera e propria. Prendendo come coefficiente di dilatazione lineare dell'acciaio di cui è fatta la vite micrometrica il valore $1,2 \cdot 10^{-5}$, nelle stesse ipotesi ammesse in precedenza e considerando come valore lineare del passo della vite micrometrica 0,2 mm., si trova per la variazione del passo,

$$d \alpha_3 = 0'',015,$$

che risulta dello stesso ordine di quelle precedentemente trovate.

Questi risultati quantitativi, nel loro insieme, mostrano molto eloquentemente l'importanza che assumono periodiche e continue determinazioni del passo, non solo utili per la determinazione del coefficiente di variazione termica ma necessarie per ottenere un valore sempre più preciso del passo medio e delle sue variazioni.

La (1) si presta infine per dimostrare una nota ed utile relazione. Chiamando infatti α_1'' , α_2'' le visuali di l rispetto a due strumenti di lunghezza focale f_1 , f_2 si ricava subito:

$$\alpha_1'' = \frac{f_2}{f_1} \alpha_2'' , \quad (1')$$

che permette di calcolare il passo di una vite micrometrica per uno strumento di lunghezza focale f_1 quando si conosca il passo α_2'' (supponendo $n = 1$) della stessa vite relativamente ad uno strumento di lunghezza focale f_2 .

6. — Uno dei metodi astronomici più largamente adottato ed utilizzato in strumenti meridiani per la determinazione del passo è quello fondato su misure angolari di oggetti celesti, in particolare sulla misura di differenze di declinazione di coppie di stelle note. La semplicità delle operazioni di osservazione e di riduzione e la possibilità di utilizzare coppie diverse in modo da compensare gli errori dipendenti dalle posizioni stellari costituisce in effetti la ragione principale per cui questo metodo viene preferito e consigliato da buona parte degli specialisti (4).

Il programma di coppie di stelle appositamente preparato da H. Kimura (5) e recentemente aggiornato e ridotto al N. G. C. Boss (4), è attualmente utilizzato da buona parte delle stazioni internazionali di latitudine e dalle stazioni indipendenti assieme al vecchio programma di coppie proposto dal Battermann e ad altri programmi preparati appositamente per ricerche locali come supplementi a questi ultimi (6).

Ciò non significa però che questi programmi rappresentino quanto di meglio attualmente si possa adottare, soprattutto per la poca conoscenza delle posizioni

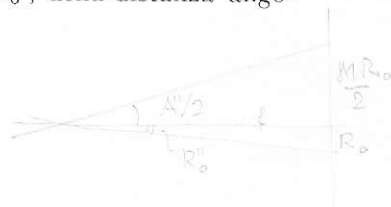
di ogni singola coppia. Per questo soprattutto tra le stazioni indipendenti, vengono utilizzate coppie particolari, formate da stelle fondamentali come quella utilizzata da E. P. Fedorow e collaboratori, per lo studio del passo di uno strumento dei passaggi (?).

Se chiamiamo M il valore, in numero di rivoluzioni R_0 , della distanza angolare A , si ha in meridiano

$$\frac{MR}{2} = f \operatorname{tg} \frac{A}{2}$$

$$R = f \operatorname{tg} R''$$

$$\operatorname{tg} R_0'' = \frac{2}{M} \operatorname{tg} \frac{1}{2} A,$$



che, con sufficiente approssimazione, si può scrivere

$$R_0'' M = A'' \quad (2)$$

Nel caso specifico in cui la distanza angolare A è data dalla differenza di declinazione $\Delta \delta = \delta' - \delta$ di una coppia di stelle note ($\delta' > \delta$), indicando con R il valore approssimato del passo e con ΔR la sua correzione, si può scrivere:

$$\delta' - \delta = (R + \Delta R) (m - m_1), \quad (3)$$

nella quale $m - m_1$ rappresenta la differenza tra le due letture effettuate al micrometro, corrispondenti in numero di rivoluzioni, alla distanza angolare $\delta' - \delta$.

La (3) non è una relazione rigorosa, per renderla tale è necessario tenere conto delle correzioni dovute alla rifrazione ed alla curvatura del parallelo. Quest'ultima si può calcolare con sufficiente approssimazione dalla nota relazione:

$$K'' = \frac{225}{2} \operatorname{tg} \delta \sin r'' f^2, \quad (4)$$

dove f rappresenta la distanza della stella, in secondi di tempo, dal filo centrale del micrometro all'istante medio dell'osservazione.

Per quanto riguarda invece la rifrazione è necessario tener conto soprattutto della declinazione delle coppie osservate.

Nel caso che la distanza zenitale media \bar{z} della coppia osservata sia inferiore a 30-35 gradi la correzione per la rifrazione normale è data dalla relazione approssimata:

$$\Delta \rho = n (z_1 - z_2) \sec z$$

nella quale z_1 e z_2 sono le distanze zenitali delle due stelle della coppia ed $n = 60'',154$ rappresenta l'indice di rifrazione normale. Questa semplice relazione non è però utilizzabile alla latitudine di Brera per il calcolo della rifrazione differenziale utilizzando le coppie di Kymura, nè per coppie di polari che come quella utilizzata da E. P. Fedorow risultano molto convenienti nella determinazione del passo. È necessario perciò fare ricorso a formule più rigorose, derivanti in genere

da quella di Bessel, che tengono conto anche di altri parametri importanti come la temperatura e la pressione barometrica. Il calcolo della rifrazione differenziale, è affidato in questo caso a tavole di rifrazione appositamente apprestate per facilitare i calcoli.

In definitiva, la relazione completa per la determinazione del passo $R_0 = R + \Delta R$, prescindendo dagli errori progressivi della vite micrometrica, le cui correzioni vengono aggiunte ai valori letti di m e m' , sarà:

$$\delta' - \delta = (R + \Delta R) (m - m') + K_1 - K_2 + \Delta \rho \quad (3')$$

nella quale la differenza $K_1 - K_2$ risulterà sempre negativa mentre $\Delta \rho$, tenendo conto dell'influenza della rifrazione, avrà il segno positivo.

7. — Chiamando ora ε_A , ε_M gli errori medi di cui sono affette la grandezza calcolate A'' e la grandezza misurata M , si ha per l'errore medio ε_R di R_0''

$$\varepsilon_R^2 = \frac{1}{M^2} (\varepsilon_A + R_0''^2 \varepsilon_M) . \quad (2')$$

Questa quantità risulta quindi inversamente proporzionale al numero di rivoluzioni del micrometro contenute nella distanza angolare A'' .

Di conseguenza l'errore medio ε_R diminuisce con l'aumentare della distanza angolare A'' , in particolare con l'aumentare delle differenza di declinazione delle coppie di stelle. Questo risultato abbastanza intuitivo, si può mettere in evidenza sperimentalmente con eloquenti e numerosi esempi, come quello appositamente istituito da J. I. Prodan e V. V. Nesterov che mostra un valore del rapporto tra gli errori medi ottenuti con coppie larghe (fino a $1^\circ, 5$) e con coppie di media larghezza ($20' - 25'$) di circa 7, in discreto accordo col rapporto del numero delle rivoluzioni del micrometro nei due casi (circa 4) (*).

Risulta quindi più che mai utile e necessario prendere in considerazione i suggerimenti, anche autorevoli, tendenti sia a migliorare la conoscenza delle declinazioni delle coppie utilizzate, sia soprattutto, a istituire nuovi programmi, possibilmente con stelle fondamentali di coppie sufficientemente larghe ($\Delta \delta > 20' - 25'$).

8. — Il metodo fino a qualche tempo più comunemente usato per la determinazione del passo e degli errori progressivi della vite del micrometro in strumenti dei passaggi e meridiani è quello basato sull'osservazione dei passaggi di stelle equatoriali o polari al filo mobile ed ai fili fissi del micrometro stesso.

Come è noto, chiamando i l'intervallo equatoriale in tempo siderale di un filo dal filo centrale o tra due fili del micrometro ed I il corrispondente intervallo alla declinazione δ si ha, con sufficiente approssimazione a meno di quantità piccole del secondo ordine,

$$\sin i = \sin I \cos \delta ,$$

che, per declinazioni inferiori a 80° , può essere sostituita con la seguente

$$i^s = I^s \cos \delta = (t_2 - t_1) \cos \delta ,$$

chiamando t_1 e t_2 gli istanti corrispondenti agli appulsi ai due fili del micrometro.

Se M è il numero di rivoluzioni R_0 del tamburo corrispondenti all'intervallo i^s si ottiene in secondi di arco,

$$R'' = \frac{15}{M} (t_2 - t_1) \cos \delta . \quad (5)$$

Sarebbe facile da questa relazione ricavare, in funzione degli errori medi dipendenti dagli istanti t_2 e t_1 dell'osservazione e dalle declinazioni stellari, l'errore corrispondente relativo ad R'' .

Analisi di questo tipo risultano di notevole importanza e sono già state effettuate dal punto di vista statistico, portando a risultati che confermano in genere quanto è stato in precedenza accennato sulla maggiore precisione ottenibile con misure di differenze di declinazioni di coppie di stelle (4).

Ritengo comunque che un'analisi quantitativa basata sui risultati di osservazioni moderne e sugli errori di posizione di stelle fondamentali possa destare un certo interesse e mi riservo quindi di giungere a più dettagliate conclusioni in altra occasione sulla base di una elaborazione rigorosa del materiale osservativo a mia disposizione.

Per concludere su questo metodo si può notare che la relazione (5) relativa a passaggi di stelle in meridiano può essere utilizzata per la determinazione del passo del micrometro di un telescopio zenitale col metodo delle massime digressioni, potendosi facilmente dimostrare che utilizzando tale metodo si perviene ad una identica relazione formale (5).

9. — Diamo infine la descrizione di un metodo non astronomico utilizzato in questa ricerca per la determinazione degli errori progressivi. Come è noto un metodo non astronomico per la determinazione del passo e soprattutto degli errori progressivi è quello istituito da Gauss (10), fondato sull'utilizzazione del cerchio orizzontale di un teodolite come elemento di riferimento. Se al posto del teodolite si sostituisce un cannocchiale od un analogo strumento dei passaggi o meridiano, munito di micrometro, considerato come micrometro di riferimento rispetto al micrometro in esame fissato su un secondo strumento, si ha un metodo che sta a mezza strada tra quella di Gauss ed il comune metodo di confronto di laboratorio.

In questo caso, illuminando lateralmente i fili del micrometro in esame, dopo un'adeguata sistemazione dei due strumenti posti con gli obbiettivi affacciati, tale da rendere paralleli o coincidenti i rispettivi assi ottici, ed una necessaria operazione di fuocamento, è possibile proiettare sul piano focale del micrometro di ri-

ferimento un'immagine del reticolo del micrometro in esame. Chiamando M il rapporto tra i passi R_0 ed r_0 dei due micrometri, di riferimento ed in esame, si avrà evidentemente.

$$R_0 = \frac{r_0}{M}$$

Dalla quale si deduce, ricavandosi per l'errore medio di R_0 una relazione analoga alla (2'), che per determinazioni vantaggiose e precise è necessario che sia $M \gg 1$.

IV — LO STUDIO DEI MICROMETRI

LA DETERMINAZIONE DEGLI ERRORI PROGRESSIVI E PERIODICI.

10 — *Il micrometro per latitudini.* — La determinazione degli errori progressivi del micrometro utilizzato per osservazioni di latitudine col metodo di Horrebow - Talcott è stata effettuata con osservazioni di due polari (Tabella III), registrando i passaggi al filo mobile del micrometro per ciascuna rotazione compresa, secondo il criterio fissato in precedenza per la numerazione delle rotazioni, tra -2^R e $+30^R$.

TABELLA III

$FK 3$	$\alpha_{1958.0}$	$\delta_{1950.0}$	$\cos \delta$	m	$S p$
451	$12^h 03^m 08^s.576$	$77^{\circ} 08' 25'' .55$	0.2225	5.96	$K O$
499	$13 \ 25 \ 03 .596$	$72 \ 36 \ 33 .20$	0.2988	6.07	$K 5$

La grandezza ed il tipo spettrale delle due stelle sono stati scelti pressoché eguali in modo da evitare possibili effetti di grandezza o di colore. I risultati medi, ridotti all'equatore, dei valori calcolati dai vari intervalli compresi tra la rotazione -2 e la rotazione $+30$ sono riportati nella tabella IV assieme ai loro relativi errori medi (ϵ_R). Dalla media pesata $R_m^s = 3^s.6732 \pm 0^s.0024$ dei singoli valori R^s , ottenuta tenendo conto del numero n dei valori relativi a ciascun intervallo, si sono ricavate le differenze $R^s - R_m^s$ e successivamente gli errori progressivi veri e propri E^s espressi in secondi e riferiti all'equatore.

*Il filo centrale del parallelo è trascurabile:
 una è rappresentata dal 3° termine della (2) della nota.
 La differenza viene data dal seno unido del loro cos.*

Tenendo conto del valore medio del passo R_m^s si sono successivamente ottenuti gli errori progressivi E^R , espressi in parti di rivoluzione, che sono quelli praticamente utilizzabili nelle riduzioni delle osservazioni. L'ultima colonna fornisce il valore degli errori progressivi perequati e arrotondati.

Utilizzando inoltre le differenze tra l'istante del passaggio al filo mobile posto alla rotazione 32 e alla rotazione -2 (rispettivamente 8 serie di differenze per la stella 451 e 11 per la stella 499) si è calcolato un primo valore approssimato del passo. I valori del passo ottenuti in questo modo relativamente alle due stelle polari sopra considerate sono risultati:

$$3^s,6745 \pm 0.0011, \text{ (peso 2)}$$

$$3^s,6754 \pm 0.00011, \text{ (peso 3)}$$

$$\frac{P_1}{R} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{8}{11} \approx \frac{2}{3}$$

da cui si ricava come valore medio approssimato:

$$R = 3^s,6750 \pm 0^s.0003,$$

$$R = 55'',125 \pm 0'',0045.$$

TABELLA IV

R	R^s	ϵ_R	n	$R^s - R_m^s$	E^s	E^R	E'^R
- 2					0	$\pm 0^0,0000$	$\pm 0^0,0000$
- 1	3 ^s .665	$\pm 0^s.019$	15	- 0 ^s .008	- 0 ^s .008	- 22	- 8
0	657	015	19	- 16	- 24	- 65	- 15
+ 1	666	012	18	- 7	- 31	- 84	- 37
+ 2	688	009	17	+ 15	- 16	- 44	- 50
+ 3	657	012	18	- 16	- 32	- 87	- 65
+ 4	689	010	18	+ 16	- 16	- 44	- 76
+ 5	662	015	19	- 11	- 27	- 73	- 90
+ 6	670	015	17	- 3	- 30	- 82	- 101
+ 7	655	016	17	- 18	- 48	- 131	- 111
+ 8	687	013	16	+ 14	- 34	- 92	- 121
+ 9	659	018	17	- 14	- 48	- 131	- 131
+ 10	677	010	18	+ 4	- 44	- 170	- 141
+ 11	666	011	19	- 7	- 51	- 139	- 150
+ 12	664	011	20	- 9	- 60	- 163	- 159
+ 13	676	008	20	+ 3	- 57	- 155	- 166
+ 14	677	010	18	+ 4	- 53	- 144	- 175
+ 15	653	009	17	- 20	- 73	- 199	- 180
+ 16	667	014	17	- 6	- 79	- 215	- 180
+ 17	707	014	17	+ 34	- 45	- 122	- 150
+ 18	675	016	15	+ 2	- 43	- 117	- 117
+ 19	685	009	16	+ 12	- 31	- 84	- 92
+ 20	678	014	16	+ 5	- 26	- 71	- 76
+ 21	665	014	18	- 8	- 34	- 92	- 67
+ 22	687	012	17	+ 14	- 20	- 54	- 60
+ 23	686	012	16	+ 13	- 7	- 19	- 60
+ 24	659	015	18	- 14	- 21	- 57	- 62
+ 25	660	015	17	- 13	- 34	- 92	- 67
+ 26	690	012	16	+ 17	- 17	- 46	- 65
+ 27	658	013	17	- 15	- 31	- 84	- 50
+ 28	689	015	15	+ 16	- 15	- 41	- 33
+ 29	687	018	15	+ 14	- 1	- 3	- 17
+ 30	680	020	12	+ 7	+ 6	+ 16	+ 0

Per quanto riguarda gli errori periodici della vite micrometrica, essi sono stati studiati in una precedente ricerca col metodo delle distanze meridiane di una stella polare ⁽¹¹⁾. Nella tabella V sono riportati gli errori periodici perequati $e'r$ per ogni ventesimo di rotazione, calcolati sulla base dei risultati ottenuti nel sopraccitato lavoro.

TABELLA V

R	$e'r$	R	$e'r$
0 ^R .00	± 0 ^R .0000	0 ^R .50	— 0 ^R .0004
0 .05	— 4	0 .55	— 2
0 .10	— 12	0 .60	+ 1
0 .15	— 13	0 .65	+ 5
0 .20	— 11	0 .70	+ 8
0 .25	— 9	0 .75	+ 8
0 .30	— 9	0 .80	+ 5
0 .35	— 8	0 .85	— 1
0 .40	— 8	0 .90	± 0
0 .45	— 6	0 .95	± 0
0 .50	— 4	1 .00	± 0

II. *Il micrometro automatico.* — La determinazione degli errori progressivi di un micrometro impersonale assume in generale particolare utilità in osservazioni speciali come, ad esempio, quelle di azimut.

Volendo saggiare la bontà del metodo a cui ho precedentemente accennato per la determinazione degli errori progressivi utilizzando l'accoppiamento di due strumenti dei passaggi muniti di micrometro, di cui uno di riferimento, ho proceduto alla determinazione degli errori progressivi del micrometro impersonale automatico dello strumento in esame, per provare se questi errori fossero suscettibili d'essere rilevati con la necessaria approssimazione.

Lo strumento ed il micrometro di confronto utilizzati furono quelli del Bamberg piccolo modello dell'Osservatorio di Brera. Illuminando lateralmente i fili del micrometro in esame e allineati gli assi ottici dei due strumenti, l'immagine di detti fili appariva nel piano focale del micrometro di confronto. Ruotando successivamente il primo micrometro di una rivalutazione completa e riportando di volta in volta l'immagine del filo mobile nella precedente posizione rispetto ai fili fissi del micrometro di confronto, agendo opportunamente sulla vite micrometrica del Bamberg, si è in tal modo permesso di far corrispondere le successive rivoluzioni del micrometro $A\beta$ 100 con un unico intervallo del filo mobile del micrometro di confronto.

Ciascun intervallo veniva letto 20 volte e le rivoluzioni prese in considerazione furono 14, abbraccianti l'intero campo del micrometro.

La tabella VI porta i risultati medi delle tre serie di determinazioni effettuate.

TABELLA VI

R	i Intervallo Bamberg	e_B	$e_{AP\ 100}$	$e'_{AP\ 100}$
0	.	0,0000	0 ^R ,0000	0 ^R ,0000
1	1.1070	— 57	— 51	— 32
2	.1140	— 44	— 40	— 62
3	.1048	— 123	— 111	— 88
4	.1139	— 112	— 101	— 110
5	.1106	— 133	— 119	— 128
6	.1117	— 143	— 128	— 133
7	.1082	— 188	— 169	— 155
8	.1160	— 155	— 139	— 152
9	.1159	— 123	— 111	— 140
10	.1147	— 104	— 93	— 133
11	.1097	— 134	— 120	— 110
12	.1176	— 83	— 75	— 85
13	.1194	— 16	— 14	— 55
14	.1144	— 0	— 0	— 0

Nella colonna e_B sono dati gli errori progressivi del micrometro automatico in parti di rivoluzione del micrometro Bamberg di confronto, calcolati sulla base delle differenze $i - i_m$, dove $i_m = 1^R$. 1127 rappresenta il valore medio di una rivoluzione del micrometro $Ap\ 100$, sempre in parti del micrometro di confronto.

Dividendo i valori delle colonne e^B per 1.1127 si sono quindi ottenuti gli errori progressivi del micrometro $Ap\ 100$ relativi a parti di rivoluzione di questo micrometro.

Nell'ultima colonna sono infine dati gli errori progressivi perequati graficamente sempre espressi in parti di rivoluzione. L'errore medio di ciascun valore i è risultato uguale a 0.0018 e quindi il metodo risulta in generale compatibile con le precisioni richieste in queste ricerche.

LA DETERMINAZIONE DEL PASSO.

12. — *Il micrometro per latitudini.* — Per la determinazione del valore del passo del micrometro di latitudini sono stati utilizzati: (1)

a) Il metodo basato sulla misura di differenza di declinazione di coppie di stelle note,

(1) Ambedue i metodi sono stati realizzati utilizzando lo strumento dei passaggi di Arcetri (piccolo meridiano); il valore del passo si riferisce quindi al micrometro montato su questo strumento, con il quale vengono attualmente effettuate osservazioni di latitudine. Il valore del passo relativamente allo strumento $Ap\ 100$ può essere trovato per mezzo della (1').

b) il metodo basato sull'osservazione dei passaggi di stelle equatoriali o polari al filo mobile ed ai fili fissi del micrometro stesso.

Nel primo metodo venne utilizzata un'unica coppia di polari, più precisamente la cosiddetta coppia di Fedorow (?).

La tabella VII fornisce le posizioni stellari e le costanti utilizzate nei calcoli, ottenute, come le declinazioni apparenti δ e δ' delle due stelle per il 1958, dalle Effemeridi Astronomiche russe per il 1958.

TABELLA VII

Nome	$\alpha_{1958.0}$	$\delta_{1958.0}$	tg δ	m	Sp
δ_2 24 U Min	17 ^h 46 ^m 14 ^s .18	86°59'23".36	19.0	5.86	A 3
δ_1 δ U Min	17 45 42 .88	86 36 26 .18	16.9	4.44	A 0

Le osservazioni sono state effettuate in due epoche diverse, e cioè nei mesi di febbraio e marzo 1958 all'epoca della culminazione inferiore e successivamente nel periodo luglio, agosto e settembre dello stesso anno durante la culminazione superiore. Per la correzione dovuta alla curvatura del parallelo, ritenendo trascurabile in prima approssimazione la differenza delle ascensioni rette si può scrivere

$$K_1 - K_2 = \frac{225}{2} \sin 1'' (\operatorname{tg} \delta_1 - \operatorname{tg} \delta_2) f^2,$$

da cui si ricava:

$$K_1 - K_2 = -0'',0011 f^2. \quad (4')$$

*f = differenza in sec tempo
dei fili centrali*

Le correzioni per la rifrazione differenziale sono state invece calcolate utilizzando le *Tavole della Rifrazione* dell'Osservatorio di Pulkovo basate sulla teoria della rifrazione di H. Gylden (12). Esse tengono conto sia della temperatura che della pressione barometrica del luogo di osservazione.

La tabella VIII fornisce, in centesimi di secondo d'arco tali correzioni in funzione della temperatura T in gradi Celsius e della pressione atmosferica P in mm, per la latitudine media di Brera $\varphi = 45^{\circ}27'59''.2$

TABELLA VIII

Culminazione superiore

$\begin{matrix} P \\ T \end{matrix}$	73°	74°	75°	76°	77°
- 10	71	72	73	74	75
0	69	70	71	72	73
+ 10	66	67	68	69	70
+ 20	64	65	66	67	68
+ 30	61	62	63	64	65

Culminazione inferiore

$\begin{matrix} P \\ T \end{matrix}$	73°	74°	75°	76°	77°
- 10	89	90	91	92	83
0	86	87	88	89	90
+ 10	83	84	85	86	87
+ 20	79	80	81	82	83
+ 30	77	78	79	80	81

Poichè l'osservazione fornisce i valori di $m - m'$ e potendosi determinare tutte le correzioni utilizzando la relazione (4') e la tabella VII si può scrivere, ricordando la (3'),

$$\Delta R = \frac{\delta' - \delta - R(m - m') - (K_1 - K_2) - \Delta \rho}{m - m'}$$

nella quale si è considerato come valore approssimato del passo $R = 55''.125$. Alle differenze $m - m'$ non sono state apportate le correzioni per gli errori progressivi, che risultano in questo caso trascurabili. Le correzioni ΔR medie relative ad ogni singola determinazione assieme a tutti i dati necessari per il loro calcolo sono riportati nella tabella IX.

Calcolato successivamente, per ognuno dei 37 valori di ΔR il valore medio del passo :

$$R_0 = 55''.125 + \Delta R$$

si è posto :

$$R_0 = R'_0 + a(T - 15.0) + b(P - 750.0). \quad (6)$$

TABELLA IX

<i>N</i>	<i>Data</i>	<i>T</i>	<i>m — m'</i>	<i>f</i>	<i>P</i>	$\delta - \delta'$	ΔR
1	19.II.58	+ 4.3	24 ^R .948	15	746.6	1377''.25	— 0''.055
2	20	6.1	.950	19	747.9	.25	— 0 .057
3	23	6.4	.924	17	747.5	.25	— 0 .073
4	28	8.2	.975	7	744.5	.25	+ 0 .012
5	2.III.58	10.2	.947	7	741.9	.25	— 0 .051
6	3	11.3	.946	7	749.3	.25	— 0 .053
7	5	9.3	.938	7	753.9	.25	— 0 .071
8	6	12.5	.939	7	745.5	.25	— 0 .069
9	7	8.3	.941	7	741.6	.25	— 0 .064
10	8	7.7	.939	7	739.9	.25	— 0 .067
11	10	2.6	.937	7	739.8	.24	— 0 .071
12	12	2.9	.932	7	746.9	.24	— 0 .082
13	13	4.2	.936	7	746.9	.24	— 0 .073
14	3.VI.58	19.4	.908	9	747.0	.13	— 0 .107
			.938	12			
15	4	19.5	.903	0	747.8	.13	— 0 .107
			.932	15			
16	5	20.4	.904	0	747.3	.13	— 0 .107
			.932	15			
17	6	21.5	.911	0	751.1	.13	— 0 .120
			.937	15			
18	9	24.5	.916	0	753.3	.13	— 0 .102
			.935	15			
19	11	26.0	.925	0	750.0	.13	— 0 .081
			.946	15			
20	12	27.4	.917	0	753.3	.13	— 0 .097
			.942	15			
21	13	27.2	.923	0	753.6	.13	— 0 .092
			.941	15			
22	14	28.5	.953	15	752.2	.13	— 0 .049
23	15	29.4	.924	0	752.5	.13	— 0 .095
			.936	15			
24	17	26.7	.925	0	753.0	.13	— 0 .086
			.944	15			
25	18	27.5	.922	0	754.2	.13	— 0 .098
			.940	15			
26	26.VII.58	20.0	.926	0	745.9	.12	— 0 .097
27	22	19.2	.926	6	745.5	.12	— 0 .090
28	26	23.6	.930	6	752.0	.12	— 0 .090
29	27	24.6	.931	6	754.0	.12	— 0 .088
30	28	26.2	.925	6	752.8	.12	— 0 .101
31	29	26.4	.923	0	756.2	.12	— 0 .089
			.941	15			
32	30	28.0	.918	0	748.2	.12	— 0 .095
			.941	15			
33	31	25.2	.916	0	747.5	.12	— 0 .104
			.933	15		.13	
34	2.IX.58	25.0	.915	0	750.8	.13	— 0 .104
			.935	15		.13	
35	3	24.3	.918	0	752.7	.13	— 0 .097
			.937	15		.13	
36	5	23.5	.921	0	758.6	.13	— 0 .092
			.938	15		.13	
37	6	23.6	.915	0	757.4	.13	— 0 .104
			.933	15		.13	

La soluzione del sistema formato dalle 37 equazioni a tre incognite col metodo delle equazioni residue ha fornito per il valore del passo alla temperatura di 15° C ed a 750 mm di pressione e per i relativi coefficienti di temperatura e di pressione i valori seguenti:

$$R'_0 = 55''.0469 \pm 0''.0039,$$

$$a = -0''.00157 \pm 0''.0010,$$

$$b = +0''.00002 \pm 0''.0013,$$

La (6) può perciò essere scritta in forma esplicita, trascurando il termine contenente il coefficiente barometrico data la sua esiguità *ad inveniendā*:

$$R_0 = 55''.0469 - 0''.00157 (T - 15,0)$$

13. — Il valore del passo del micrometro di latitudini dello strumento *Ap 100* è stato determinato durante il 1958 mediante l'osservazione di 56 stelle, in grande prevalenza equatoriali, ai fili fissi e nelle due posizioni — 2^R e + 30^R del filo mobile.

Contemporaneamente sono state determinate le distanze tra i fili fissi del micrometro stesso in parti di rivoluzione rispetto al filo centrale. La collimazione del filo mobile con i fili fissi è stata effettuata ruotando il micrometro sempre nello stesso senso a partire dal I filo fisso.

Nella tabella X sono dati in due serie, invernale ed estiva, i risultati medi delle misure delle distanze relative ai fili simmetrici rispetto al filo centrale. Oltre all'epoca media delle osservazioni sono riportati i pesi corrispondenti al numero delle determinazioni effettuate e la temperatura media pesata.

L'ultima colonna fornisce i valori delle differenze delle due serie, estiva e invernale. Sulla base di questi ultimi è stata eseguita la determinazione del valore di

TABELLA X

Intervalli	Serie invernale	pesi	Serie estiva	pesi	diff.
I-XIX	36 ^R .09586	67	36 ^R .09596	78	+ 0 ^R ,10 · 10 ⁻³
II-XVIII	30 .03921	66	30 .03944	78	+ 0 ,23
III-XVII	23 .76760	68	23 .76761	78	+ 0 ,01
IV-XVI	18 .44958	68	18 .44982	78	+ 0 ,24
V-XV	12 .65760	68	12 .65932	68	+ 1 ,72
VI-XIV	11 .11846	68	11 .11798	78	- 0 ,48
VII-XIII	9 .65075	68	9 .64982	78	- 1 ,03
VIII-XII	7 .80623	68	7 .80900	78	+ 2 ,77
IX-XI	6 .03928	68	6 .03900	78	+ 0 ,28
<i>T</i> media pesata	+ 10,7		+ 23,4		+ 12,7

un eventuale coefficiente termico da attribuirsi unicamente alla vite micrometrica. Il calcolo di questo coefficiente ha fornito il valore :

$$c = + 0^R,1 \cdot 10^{-5} \pm 0^R,3 \cdot 10^{-5},$$

relativo ad una rivoluzione. L'ordine di grandezza dell'errore medio indurrebbe a trascurare tale coefficiente, tuttavia di esso è stato tenuto debito conto negli sviluppi futuri ritenendo opportuno considerare tutti quei dati che presentano una sia pure piccola caratteristica di oggettività.

Sulla base di questo risultato si è ricavata la correzione per la variazione dell'intervallo dovuta all'aumento di 1 grado di temperatura e successivamente il valore degli intervalli stessi ridotto a 15° C. Questi ultimi valori corretti dagli errori progressivi della vite micrometrica forniscono infine i veri valori degli intervalli alla temperatura di 15° C dati nella tabella XI.

TABELLA XI

Intervalli	Variazione intervallo per aumento 1° C	Valore intervallo 15° C	Errori progressivi	Valore intervallo corretto 15° C
I - XVIII	+ 3 ^R .6 .10 ⁻⁵	36 ^P .0958	— 0 ^R .0014	36 ^R .0944
II - XVII	+ 3 .0	30 .0393	+ 0 .0002	30 .0395
III - XVI	+ 2 .5	23 .7676	+ 0 .0015	24 .7691
IV - XV	+ 1 .8	18 .4497	— 0 .0016	18 .4481
V - XIV	+ 1 .3	12 .6584	— 0 .0033	12 .6531
VI - XIII	+ 1 .1	11 .1182	— 0 .0025	11 .1157
VII - XII	+ 1 .0	9 .6503	— 0 .0017	9 .6486
VIII - XI	+ 0 .8	7 .8076	— 0 .0008	7 .8068
IX - X	+ 0 .6	6 .0391	± 0 .0000	6 .0391

Nella tabella XII sono invece riportati i risultati dei valori degli intervalli dei fili fissi rispetto al filo centrale, espressi in secondi, ricavati dalle osservazioni stellari. Assieme agli intervalli dei fili fissi sono stati osservati e calcolati i valori dell'intervallo relativi alle due rivoluzioni — 2 e + 30 del filo mobile sempre rispetto al filo fisso centrale.

Le osservazioni sono state divise in tre serie e la tabella XII fornisce per ciascuna serie anche il numero n dei passaggi osservati nonché il peso p attribuito a ciascun intervallo, proporzionale al numero n ed al quadrato degli intervalli calcolati.

Nell'ultima riga sono date le temperature medie relative alle tre serie considerate.

TABELLA XII

Serie	I			II			III		
	Epoca	1958,19	<i>n</i>	<i>p</i>	1958,34	<i>n</i>	<i>p</i>	1958,40	<i>n</i>
— 2	58 ^s .9653	48	167	58 ^s .9748	51	178	59 ^s .0465	36	125
+ 30	58 .4620	52	175	58 .4643	58	195	58 .3911	35	117
I	66 .3272	42	183	66 .3985	45	106	66 .4316	29	126
II	55 .0162	54	163	55 .0500	65	197	55 .0486	41	124
III	44 .2661	58	112	44 .3105	68	132	44 .3432	42	81
IV	34 .4880	62	72	34 .5366	70	86	34 .5723	45	55
V	23 .7583	69	40	23 .7777	72	41	23 .8050	45	26
VI	21 .1987	67	30	21 .2346	75	33	21 .2654	45	20
VII	18 .1347	70	23	18 .1656	77	25	18 .1728	45	15
VIII	14 .7090	70	16	16 .7444	77	17	14 .7506	45	10
IX	11 .1290	68	8	11 .1426	77	9	11 .1358	45	5
XI	11 .0580	68	8	11 .0378	75	9	11 .0390	46	6
XII	13 .9871	68	13	13 .9521	75	15	13 .9555	45	9
XIII	17 .3278	65	19	17 .2968	74	21	17 .2884	45	13
XIV	19 .6336	64	26	19 .5877	74	30	19 .5977	45	18
XV	22 .7292	65	32	22 .6892	74	39	22 .7097	45	24
XVI	33 .1990	66	72	33 .1717	72	78	33 .1657	45	49
XVII	42 .9886	65	120	42 .9689	72	133	42 .9323	42	78
XVIII	55 .2458	61	185	55 .2355	71	214	55 .2397	43	130
XIX	66 .1655	63	274	66 .1736	65	283	66 .1671	43	187
Temp.	+ 7.4° C			+ 18.1° C			+ 22.9° C		

Con i dati delle tabelle XI e XII sono stati infine calcolati i valori degli intervalli relativi a ciascuna serie riassunti nella tabella XIII.

TABELLA XIII

	I	II	III
— 2 + 30	55'' .0440	55'' .0496	55'' .0488
I - XIX	0613	0938	1045
II - XVIII	0588	0701	0891
III - XVII	0644	0795	0766
IV - XVI	0359	0530	0780
V - XV	1103	0893	1418
VI - XIV	1013	0873	1418
VII - XIII	1316	1308	1280
VIII - XII	1373	1374	1228
IX - XI	1084	0918	0780

Le medie pesate danno per il valore del passo, relativamente all'osservazione degli intervalli dei fili fissi (R''_0) ed all'intervallo del filo mobile nelle posizioni $-2 + 30$ (R''_0), i risultati raccolti nella tabella XIV con i rispettivi coefficienti termici a .

Nella tabella è stato pure riportato il valore del passo precedentemente ottenuto sulla base delle osservazioni della coppia di Fedorow. Oltre agli errori medi nella tabella sono pure indicati i pesi p_r e p_a , inversamente proporzionali ai quadrati degli errori medi stessi, relativi ai valori del passo e dei coefficienti termici.

TABELLA XIV

	R_0	R'_0	R''_0
R	$55''.0469 \pm 0''.0039$	$55''.0908 \pm 0''.0087$	$55''.0474 \pm 0''.0012$
a	$-0''.0016 \pm 0''.0010$	$+0''.0020 \pm 0''.0038$	$+0''.0003 \pm 0''.0011$
p_r	0.6	0.1	6.9
p_a	10.0	0.7	8.3

Il notevole divario tra i valori del passo e dei coefficienti termici relativi a R_0 e R'_0 , già riscontrati per quanto riguarda il passo anche da altri autori ⁽²⁰⁾, può essere attribuito ad errori sistematici relativi alla misura degli intervalli filari col metodo della collimazione dei fili fissi. Solo in questo modo può infatti essere giustificato l'accordo abbastanza significativo tra R_0 ed il valore del passo R''_0 ottenuto a mezzo del filo mobile. La media pesata dei valori della tabella XIV fornisce per il valore definitivo del passo e del coefficiente termico:

$$R = 55''.0478 \pm 0''.0007,$$

$$a = -0''.0007 \pm 0''.0003.$$

14. — *I micrometri impersonale e automatico.* — La determinazione del passo medio del micrometro impersonale e del micrometro automatico è stata effettuata sulla base dello spoglio del materiale di osservazione utilizzato per la determinazione del tempo. La conoscenza del passo di questi micrometri è indispensabile, come vedremo in seguito, per il calcolo della correzione per la larghezza dei contatti ed il passomorto che interviene nelle operazioni di riduzione per la determinazione del tempo. Per ogni stella osservata al passaggio in meridiano, sono state calcolate le differenze tra i segnali registrati di ciascun contatto, corrispondenti a successive rivoluzioni del tamburo del micrometro.

La tabella XV fornisce i risultati dei semplici calcoli di riduzione delle osservazioni. Poichè il valore del passo medio calcolato sulla base dello spoglio delle strisce cronografiche M_m risulta espresso in tempo medio, nella tabella è dato anche il corrispondente valore in tempo siderale M_s . Nella stessa tabella sono indicati inoltre la temperatura media T_m in gradi Celsius del periodo di osservazione, il peso p , eguale al numero delle stelle osservate e la media pesata di sec δ .

TABELLA XV

Micrometro	Impersonale	Automatico	Automatico
<i>Data</i>	1957.55	1957.63	1959.97
T_m	+ 22.9	+ 25.6	+ 6.1
M_m	6 ^s .623 ± 0.007	6 ^s .629 ± 0.006	6 ^s .650 ± 0.004
M_s	6 ^s .641 ± 0.007	6 ^s .647 ± 0.006	6 ^s .670 ± 0.004
p	49	39	36
[sec δ]	1.725	1.747	2.400

Sulla base dei valori calcolati del passo del micrometro automatico relativi alle due epoche estiva e invernale e attribuendo la differenza tra i due valori unicamente a variazione termica del valore del passo è possibile determinare, nell'ipotesi sopraddetta, il coefficiente termico di questo micrometro.

Si trova infatti, risolvendo il semplice sistema di due equazioni in due incognite, per il coefficiente termico :

$$a = \frac{7}{10} - 0^s.0011,$$

per cui il valore medio $M_{(a)m}$ del passo del micrometro automatico alla temperatura T potrebbe essere rappresentato approssimativamente dalla relazione :

$$M_{(a)m} = 6^s.640 - 0^s.0011 (T - 15)$$

nella quale 6.^s640 rappresenta il valore medio del passo alla temperatura $T = 15^\circ\text{C}$.

Questo coefficiente deve comunque essere ulteriormente controllato sulla base di future determinazioni del passo, necessarie per mettere in evidenza un eventuale coefficiente secolare e gli scarti accidentali del passo stesso.

15. — Come completamento allo studio dei micrometri dello strumento in esame è stato infine determinato per l'epoca 1959, 93 il valore del passo del micrometro impersonale montato però su un'altro strumento dei passaggi e precisamente

sul piccolo meridiano dell'Osservatorio di Arcetri, utilizzato esso pure per il servizio di longitudine e latitudine dell'Osservatorio di Brera. Il valore medio $M'_{(i)m}$ del passo del micrometro ottenuto dalle osservazioni di stelle utilizzando il metodo precedentemente accennato risulta in questo caso :

$$M'_{(i)m} = 7^s.350 \pm 0^s.006 ;$$

e ritenendo la lunghezza focale del piccolo Meridiano Bamberg di Arcetri di 920 millimetri (¹⁹) se ne dedurrebbe dalla (1') per il valore $M_{(i)m}$ del passo relativamente allo strumento $A \text{ } \rho \text{ } 100$:

$$M_{(i)m} = 6^s.558 \pm 0^s.005.$$

Questo risultato non si accorda con quello determinato nel 1957, utilizzando direttamente lo strumento $A \text{ } \rho \text{ } 100$, che trovasi nella tabella XV. È d'altra parte poco probabile che la variazione del passo sia da attribuirsi alle differenti temperature dei periodi in cui sono state effettuate le determinazioni, poichè cause diverse, dovute a variazioni sistematiche reali o apparenti del passo, soprattutto in relazione a variazioni della distanza del piano focale del reticolo rispetto al fuoco dell'obbiettivo in seguito alla rimozione del micrometro, possono avere influito a determinare lo scarto tra i due risultati. Tra queste cause potrebbe rientrare anche una probabile variazione della lunghezza focale del piccolo meridiano di Bamberg.

Questo risultato serve comunque a dimostrare con quale prudenza sia necessario procedere nell'accettare risultati e valori misurati anche con grande cura, e la necessità di un controllo permanente e continuo delle costanti caratteristiche degli strumenti di osservazione.

16. *Le altre costanti micrometriche.* — L'utilizzazione del micrometro impersonale per la determinazione del tempo e delle Longitudini richiede, come abbiamo accennato, la misura del valore della larghezza dei contatti e del passomorto ρ . La conoscenza di queste due grandezze è necessaria poichè, come è noto, essa permette di calcolare la correzione :

$$c^s = - \frac{1}{2} (l + \rho) R^s \sec \delta ,$$

$$\left[-\frac{l}{2} (l + \rho) R^s \pm \Delta h \right] \sec \delta$$

(+ $\frac{\Delta h}{\sin \delta}$)

che aggiunta all'aberrazione diurna va applicata alle ascensioni rette apparenti delle stelle osservate ; dalla precedente si vede come il calcolo di c presupponga che sia noto il valore del passo della vite del micrometro.

Sempre dalla precedente relazione si ottiene poi in prima approssimazione ed a meno del segno,

$$\Delta c^s = \frac{1}{2} \left[(\Delta l + \Delta \rho) R^s + (l + \rho) \Delta R^s \right] \sec \delta .$$

Ponendo in questa come valore approssimato del passo dei micrometri in esame $R = 6^s,6$, e poichè la somma $l + p$ risulta generalmente inferiore a $0^R,02$ si può scrivere :

$$\Delta c^s = \frac{1}{2} \left[(\Delta l + \Delta p) 6^s,6 + 0,02 \Delta R^s \right] \sec \delta .$$

Nella tabella XVI sono stati calcolati, sulla base della precedente relazione, in funzione di δ , i valori massimi per ΔR^s e $\Delta l + \Delta p$, necessari e sufficienti affinché risulti :

$$\Delta c^s \leq 0^s,001$$

Considerando stelle zenitali per l'Osservatorio di Brera si trova che, mentre il passo può essere determinato con una non eccessiva precisione ($\Delta R \leq 0^s,03$), il valore del semicontatto e passomorto deve essere conosciuto con precisione abbastanza elevata, soprattutto se si tiene conto che le inevitabili alterazioni cui vanno soggetti i contatti possono alterare di quantità ben superiori il limite trovato ($0^R,0001$).

TABELLA XVI

δ	ΔR^s	$\Delta l + \Delta p$
0^0	$0^s .05$	$0^R .0002$
15	$0^s .05$	$0^R .0002$
30	$0^s .04$	$0^R .0002$
45	$0^s .03$	$0^R .0001$
60	$0^s .02$	$0^R .0001$

17. — La determinazione della larghezza dei contatti e del passomorto dei due micrometri impersonali è stata effettuata in due periodi attorno ai giorni 13 febbraio e 8 luglio 1960.

Le misure della larghezza dei contatti, condotte utilizzando i segnali di apertura e di chiusura del circuito dei contatti stessi, rivelati dalle indicazioni di un ohmmetro, e ottenuti ruotando via via il tamburo del micrometro, hanno formato i risultati medi riportati nella tabella XVII, espressi in parti di rivoluzione.

Il valore del passomorto relativamente ai due micrometri in esame, che ha origine, come è noto, dal fatto che il cilindro dei contatti solidali con il tamburo, si muove in anticipo rispetto al filo mobile a causa dei giochi degli ingranaggi di tra-

TABELLA XVII

	Micrometro Impersonale	Micrometro Automatico
<i>l</i>	$0^R .0134 \pm 0.0002$	$0^R .0159 \pm 0.0002$
<i>p</i>	$0^R .0005 \pm 0.0001$	$0^R .0005 \pm 0.0001$
<i>s</i>	$0^R .0130 \pm 0.0001$	$0^R .0164 \pm 0.0001$

smisione, è pure indicato nella tabella XVII. Esso è stato determinato sovrappo-
nendo il filo mobile ad uno dei fili fissi, ruotando il micrometro nei due sensi, ed
eseguendo la differenza delle letture. Una determinazione del valore del passomorto
col metodo dei contatti, eseguendo cioè sul tamburo del micrometro le letture della
apertura e chiusura del circuito dei contatti nei due sensi di rotazione e facendo
anche in questo caso le differenze delle letture, ha fornito analoghi risultati nel-
l'ordine degli errori d'osservazione. La terza riga della tabella XVII fornisce
infine i valori dello spessore *s* dei fili, nell'ipotesi plausibile che tutti i fili, sia
fissi che mobili, abbiano le stesse dimensioni.

Questo dato risulta di notevole importanza nelle osservazioni meridiane di
pianeti ed anche di pianetini, ed è stato determinato con la massima precisione.
Durante le osservazioni è stato messo in evidenza che lo spessore dei fili subisce
delle apparenti variazioni in funzione dell'illuminazione del campo. I valori ripor-
tati nella tabella XVII sono stati ottenuti eseguendo le misure di giorno con campo
perfettamente illuminato di luce naturale. Essi rappresentano perciò il valore
angolare vero dello spessore dei fili. Contemporanee determinazioni fatte con campo
illuminato con luce artificiale hanno fornito risultati diversi da quelli indicati
nella tabella XVII e concordanti con precedenti misure eseguite nel 1959. Essendo
il valore da adottare per la riduzione delle osservazioni meridiane necessariamente
ricercato tra quelli ottenuti con campo illuminato, tale valore per il micrometro
automatico si può porre eguale a :

$$s_i = 0^R .0195 \pm 0^R .0004 .$$

V — DESCRIZIONE ED ESAME DELLE LIVELLE

18. — Le livelle in dotazione originale dello strumento dei passaggi *A p* 100
sono costituite : da una livella fondamentale di inclinazione a $1''$ suddivisa in 80
linee parigine equivalenti a 2,26 mm, da due livelle di Talcott a $1''$ suddivise rispet-
tivamente da 0 a 40 e da 50 a 90 linee parigine.

Tutte le livelle sono chiuse a fiala ad una estremità (chiusura a fuoco) mentre all'altra estremità presentano una chiusura a tappo ermetico. Bisogna dire che il sistema e le sostanze utilizzate per sigillare i tappi in vetro hanno avuto risultati totalmente sfavorevoli. Infatti tutte e tre le livelle originali hanno mostrato col tempo una lenta ma continua evaporazione del liquido interno, tale da impedire ad un certo punto l'utilizzazione delle livelle stesse.

Per questo motivo la livella fondamentale ha dovuto essere rinviata alla casa Askania per riparare all'inconveniente sopra esposto; mentre le due livelle di Talcott hanno dovuto essere sostituite con altre due livelle, sempre con chiusura a tappo.

Le livelle attualmente usate e costituenti l'oggetto della presente indagine sono la livella di inclinazione T_{104} e le livelle di Talcott T_{120} e T_{131} .

I valori delle sensibilità medie x fornite dalla Casa costruttrice risultano ordinatamente per le tre livelle T_{104} , T_{120} e T_{131} (1) dalla seguente tabella XVIII.

TABELLA XVIII

Livella	x	p
T_{104}	$1''.180 \pm 0''.100$	0.8475
T_{120}	1.102 ± 0.062	0.9074
T_{131}	1.190 ± 0.057	0.8403

che fornisce pure il valore di $1/x = p$.

19. — Per l'esame di livelle di precisione viene utilizzata in generale con profitto la teoria degli errori applicando il metodo delle osservazioni indirette.

La determinazione pratica del valore di una parte di graduazione delle livelle si ottiene usando in generale appositi strumenti esaminatori che costituiscono la base del metodo classico di ricerca, quantunque attualmente metodi più precisi siano stati proposti e utilizzati (14).

Chiamiamo asse della livella la tangente nel punto zero della graduazione sulla circonferenza che si ottiene intersecando la figura della livella con un piano che divide la figura stessa e la relativa graduazione in due parti simmetriche ed eguali, sia inoltre per convenzione la numerazione della livella crescente da sinistra a destra.

(1) Il valore della sensibilità della livella T_{104} fornito dalla Casa Askania prima della riparazione della livella era $1''.130 \pm 0''.100$.

Sia poi N il numero di parti in cui è diviso il tamburo delle vite micrometrica del misuratore, S lo spostamento totale della bolla, cioè l'angolo di inclinazione massima formato dall'asse della livella nelle due posizioni estreme della bolla, espresso in parti di graduazione della livella, M il numero della parte del tamburo ad iniziare dalla posizione iniziale O corrispondente all'angolo S di inclinazione. Chiamando inoltre s e m il numero di parti (intere o frazionarie) della livella e del tamburo tra di loro corrispondenti per ognuno degli h spostamenti elementari successivi che vengono dati al tamburo, dovrà essere :

$$\begin{aligned} S &= s h, \\ M &= m h, \end{aligned}$$

e cioè

$$S : M = s : m. \quad (7)$$

È noto infine che per eliminare eventuali influenze dovute alla presenza di errori progressivi della vite del misuratore si deve avere :

$$N = m k,$$

con k intero, da cui si ricava :

$$N : M = k : h. \quad (8)$$

Le relazioni (7) e (8) possono essere soddisfatte attribuendo alla bolla ed al suo spostamento totale S determinati valori compatibili con le precedenti relazioni.

Ciò premesso, consideriamo la lettura u effettuata sul tamburo ad iniziare dalla posizione O (1) e la corrispondente lettura l_u relativa al centro della bolla ed eseguita sulla livella. Nell' ipotesi che la livella sia priva di irregolarità e quindi perfettamente circolare si avrà :

$$\begin{aligned} u &= m h_u, \\ l_u &= s h_u + \lambda, \end{aligned} \quad (9)$$

dove $\lambda = l_0$ è la posizione del centro della bolla per $h_0 = 0$, cioè all' inizio delle misure.

Analogamente chiamando U ed l_U altre due letture corrispondenti sul tamburo e sulla livella, nelle ipotesi precedenti, si può scrivere :

$$(l_u - l_U) x = (u - U) y - e_u + e_U, \quad \approx \bar{\Delta} \quad (10)$$

nella quale x e y rappresentano rispettivamente i valori, espressi in secondi di arco, di una parte di gradazione della livella e del tamburo e dove e_u, e_U sono gli errori periodici conosciuti dell'esaminatore corrispondenti alle posizioni u e U .

(1) Per posizione O si intende qui la posizione iniziale del tamburo, che può anche non coincidere con lo O della graduazione fissa del tamburo stesso.

La (10) è una relazione generale che può essere adottata, utilizzando il metodo dei minimi quadrati, per il calcolo di x , con l'approssimazione, in generale largamente sufficiente, posta dalle precedenti ipotesi. Casi particolari, utilizzati praticamente, relativi alla (10) si hanno se si suppone ad esempio l_U corrispondente alla posizione $U = 0$ dell'esaminatore (16), in questo caso la (10) stessa si può scrivere :

$$l_u - l_U - \frac{u'}{x} y = 0$$

nella quale è stato posto $u' = u - (e_u - e_U)/y$.

Se poniamo invece, come è stato suggerito da G. Silva (16), U eguale alla media aritmetica delle u e l_U al corrispondente valore della bolla, si ha :

$$U = \frac{\sum u}{h + 1}, \quad l_U = \frac{\sum l_u}{h + 1}, \quad (u = 0, 1, \dots, h)$$

e dalle relazioni (9), nelle quali h_u varia da 0 ad h , si ottiene :

$$U = \frac{m h}{2}, \quad l_U = \frac{s h}{2} + \lambda,$$

che portano alla relazione :

$$d h \quad \left(l_u - \frac{s h}{2} - \lambda \right) x = \left(u - \frac{m h}{2} \right) y - e_u + e_U,$$

nelle incognite s ed x , essendo tutte le altre grandezze note e determinabili con la dovuta approssimazione. Se poniamo inoltre :

$$x = \frac{1}{p + X},$$

dove X è una quantità dello stesso ordine di e_u ed e_U , la precedente relazione diventa a meno di quantità di ordine superiore :

$$y \left(u - \frac{m h}{2} \right) X + \frac{s h}{2} = l_u - \lambda - \left[y \left(u - \frac{m h}{2} \right) - e_u + e_U \right] p.$$

(rigorosa)

Eseguito infine le sostituzioni :

$$\left[-e_u + e_U + y \left(u - \frac{m h}{2} \right) \right] X + \frac{s h}{2} = \bar{a} \quad y \left(u - \frac{m h}{2} \right) = y (u - U) = a,$$

$$a - e_u + e_U = \bar{a} \quad l_u - \lambda - (a - e_u + e_U) p = b,$$

$$l_u - l_0 - (a - e_u + e_U) p = l_u$$

si arriva ad equazioni di condizioni della forma :

$$\bar{a}_u X + \frac{sh}{2} = b_u \quad a_u X + \frac{sh}{2} = b_u \quad (u = 0, 1, \dots, h) \quad (10')$$

Da queste si può immediatamente ottenere il valore di s . Infatti avendosi :

$$\Sigma \left(u - \frac{mh}{2} \right) = 0, \quad (h = 0, 1, \dots, h)$$

si ottiene :

$$s = \frac{2}{h(h+1)} \Sigma b_u \quad (u = 0, 1, \dots, h)$$

Sostituendo questo valore nella (10') la stessa può quindi essere scritta :

$$\bar{a}_u X = b_u - \frac{\Sigma b_u}{h+1} \quad a_u X = b_u - \frac{\Sigma b_u}{h+1}, \quad (u = 0, 1, \dots, h) \quad (11)$$

Dalla quale chiamando c_u gli scarti tra i singoli valori b_u e la loro media, si ricava col metodo dei minimi quadrati, usando questa volta le notazioni in uso per le sommatorie :

$$X = \frac{[c \bar{a}]}{[\bar{a} \bar{a}]} \quad X = \frac{[c a]}{[a a]}$$

20. — I residui che si ottengono da equazioni di condizione del tipo (10') sono nel nostro caso unicamente affetti :

- a) degli errori accidentali di osservazioni ;
- b) degli errori dovuti ad irregolarità nella forma geometrica della livella.

Lo studio di questi ultimi, costituisce una ulteriore interessante applicazione della teoria degli errori ed è stato affrontato rigorosamente in epoca recente ⁽¹⁷⁾, soprattutto dopo l'introduzione, come è stato accennato, di nuove e più precise tecniche per l'analisi delle livelle di precisione.

La ricerca potrebbe essere condotta anche partendo dalle (9) ed introducendo nella seconda di dette relazioni un termine che indichi l'eventuale errore causato dalla deviazione della forma circolare della figura della livella nell'intervallo considerato. Non riteniamo comunque, in questa sede, di dover affrontare questa pur importante questione, soprattutto poichè pensiamo che, dal punto di vista applicativo, il procedimento ed il metodo di osservazione classici, a cui si è fatto ricorso nel presente studio, sono in grado di fornire a questo proposito solo indicazioni

qualitative, se non vengono impiegati particolari accorgimenti e criteri che solo una ricerca indirizzata allo studio specifico delle irregolarità può richiedere.

Interessante risulta invece trovare quale influenza abbia una variazione piccola dy del valore del passo della vite del misuratore sul valore x di una parte di graduazione della livella.

Chiamando da , dc e dx gli incrementi relativi alle quantità a , c , e x , per una variazione dy del valore del passo del misuratore si ha ricordando le relazioni precedenti e la (11) :

$$da = \frac{a}{y} dy, \quad dc = - \frac{p a}{y} dy,$$

$$(a + da)(X + dX) = c + dc.$$

Quest'ultima formula poi, trascurando i termini di ordine superiore a dy e dX fornisce :

$$dX = - \frac{p + X}{y} dy = - \frac{dy}{xy},$$

da cui :

$$dx = \frac{x}{y} dy.$$

Poichè con sufficiente approssimazione si può porre nel nostro caso, $x = y = 1''$, la precedente mostra come variazioni nel valore di y si riversino con lo stesso ordine di grandezza sul valore calcolato x di un intervallo di graduazione delle livelle in esame.

VI — DETERMINAZIONE DEI VALORI DI UNA PARTE DI GRADUAZIONE DELLE LIVELLE.

21. — Lo strumento utilizzato per l'esame delle livelle dello strumento Ap 100 è un misuratore di Bamberg appartenente all'Istituto di Geodesia dell'Università di Padova, oggetto di un recente studio che ha portato ad una rideterminazione del passo della vite micrometrica e dei suoi errori periodici (18).

Il nuovo valore di una parte del misuratore di livelle, adottato in questa ricerca risulta :

$$y'' = 0''.9735 \pm 0''.0003,$$

alla temperatura media di $+9.4^{\circ}C$.

Le prove relative alle tre livelle, vennero eseguite a temperatura diversa. La tabella XIX fornisce i valori delle temperature medie rilevate durante ogni singola serie di osservazioni nonchè il valore delle quantità h ed s e della lunghezza

media $\bar{\lambda}$ della bolla della livella durante le prove stesse. Poichè durante queste prove si è sempre mantenuto $m = 2$, dalla $k = N/m$, dove $N = 120$ rappresenta il numero delle parti del tamburo della vite micrometrica del misuratore, si ottiene $k = 60$.

TABELLA XIX

Livella	N. Det.ne	Temp. °C	h	s	$\bar{\lambda}$
T 131	1	+ 10,1	13	1,49	21,17
	2	10,2	13	1,53	21,01
	3	10,3	13	1,51	21,04
	4	32,0	9	1,48	21,94
	5	31,0	9	1,64	22,45
	6	28,0	9	1,61	25,77
T 120	1	+ 10,3	11	1,29	24,20
	2	10,5	11	1,67	24,31
	3	11,0	11	1,48	24,08
	4	28,2	7	2,03	23,57
	5	28,4	7	2,15	23,00
	6	28,2	7	2,19	22,65
T 104	1	+ 2,6	27	1,60	34,08
	2	2,0	27	1,62	34,46
	3	28,0	31	1,69	27,03
	4	27,5	31	1,69	28,50

TABELLA XX

h	u	l_u	$u - U$	a_u	$a_u - \cancel{a_u} + e_u$	$p(a_u - e_u + e_u)$	b_u	c_u	$\cancel{e_m}$
0	0	16.60	-27	-26".28	-26".50	-22.46	+ 22.46	+ 0.93	
1	2	17.00	-25	-24 .34	-24 .58	-20.83	21.23	-0.30	
2	4	18.05	-23	-22 .39	-22 .64	-19.19	21.09	-0.44	
3	6	19.50	-21	-20 .44	-20 .70	-17.54	20.44	-1.09	
4	8	21.00	-19	-18 .50	-18 .76	-15.90	20.30	-1.23	
5	10	22.35	-17	-16 .55	-16 .79	-14.23	19.98	-1.55	
6	12	23.95	-15	-14 .60	-14 .82	-12.56	19.91	-1.62	
7	14	25.30	-13	-12 .66	-12 .85	-10.89	19.59	-1.94	
9	16	27.05	-11	-10 .71	-10 .86	- 9.20	19.65	-1.88	
9	18	28.30	- 9	- 8 .76	- 8 .89	- 7.53	19.23	-2.30	
10	20	30.15	- 7	- 6 .91	- 6 .91	- 5.86	19.41	-2.12	
11	22	32.75	- 5	- 4 .87	- 4 .94	- 4.19	20.34	-1.19	
12	24	34.85	- 3	- 2 .92	- 2 .96	- 2.51	20.76	-0.77	
13	26	36.90	- 1	- 0 .97	- 0 .98	- 0.83	21.13	-0.40	
14	28	39.00	+ 1	+ 0 .97	+ 0 .98	+ 0.83	21.57	+ 0.04	
15	30	40.80	+ 3	+ 2 .92	+ 2 .96	+ 2.51	21.69	+ 0.16	
16	32	42.55	+ 5	+ 4 .87	+ 4 .93	+ 4.18	21.77	+ 0.24	
17	34	44.70	+ 7	+ 6 .91	+ 6 .89	+ 5.84	21.76	+ 0.23	
18	36	46.80	+ 9	+ 8 .76	+ 8 .86	+ 7.51	21.69	+ 1.16	
19	38	48.45	+ 11	+ 10 .71	+ 10 .73	+ 9.18	22.67	+ 1.14	
20	40	50.30	+ 13	+ 12 .66	+ 12 .80	+ 10.85	22.85	+ 1.32	
21	42	52.15	+ 15	+ 14 .60	+ 14 .75	+ 12.50	23.05	+ 1.52	
22	44	53.90	+ 17	+ 16 .55	+ 16 .71	+ 14.16	23.14	+ 1.61	
23	46	55.60	+ 19	+ 18 .80	+ 18 .68	+ 15.83	23.17	+ 1.64	
24	48	57.35	+ 21	+ 20 .44	+ 20 .63	+ 17.48	23.27	+ 1.74	
25	50	59.00	+ 23	+ 22 .39	+ 22 .59	+ 19.15	23.25	+ 1.72	
26	52	60.65	+ 25	+ 24 .34	+ 24 .54	+ 20.80	23.25	+ 1.72	
27	54	62.30	+ 27	+ 26 .28	+ 26 .47	+ 22.43	23.27	+ 1.74	

TABELLA XXI

Livelle	N.	[ac]	[aa]	X	x
T 131	1	— 68.80	862.56	— 0.0797	1".208
	2	— 64.30	862.86	— 0.0861	1 .217
	3	— 82.94	862.56	— 0.0961	1 .232
	4	— 28.81	312.60	— 0.0921	1 .227
	5	— 8.14	312.60	— 0.0261	1 .185
	6	— 36.82	312.60	— 0.1177	1 .266
T 120	1	— 42.23	542.00	— 0.0779	1 .312
	2	— 23.89	542.00	— 0.0441	1 .305
	3	— 36.41	542.00	— 0.0672	1 .293
	4	+ 18.74	160.00	+ 0.1171	1 .044
	5	+ 20.41	160.00	+ 0.1276	1 .033
	6	+ 23.74	160.00	+ 0.1484	1 .012
T 104	1	+ 454.49	6877.86	+ 0.0661	1 .095
	2	+ 468.70	6877.86	+ 0.0681	1 .092
	3	+ 511.63	10293.39	+ 0.0497	1 .115
	4	+ 511.27	10293.39	+ 0.0497	1 .115

22. — Utilizzando il formulario precedente vennero calcolati sulla base delle serie di letture relative ad ogni singola determinazione i valori di una parte di graduazione per le tre livelle in esame.

Nella tabella XX si è riportato, come esempio, l'ordine e la disposizione dei calcoli relativi alla determinazione n° 1 della livella T 104.

I valori degli errori periodici del misuratore utilizzati nei calcoli sono stati interpolati sulla base di quelli determinati in una precedente ricerca (18).

I risultati di tutti i calcoli sono invece riassunti nella tabella XXI che fornisce i valori di una parte di graduazione ottenuti in ogni singola prova relativamente alle tre livelle esaminate.

Con i risultati dei valori di una parte di graduazione della tabella XXI sono stati quindi calcolati gli eventuali coefficienti termici e le possibili variazioni della sensibilità media della bolla.

Quest'ultimo coefficiente risulta in generale pressochè illusorio, come è stato mostrato nel lavoro già citato di L. Carnera e L. Volta (6), purtuttavia per la livella T 104, che presenta una sufficiente variazione nella lunghezza della bolla si è tentata la ricerca anche di questo coefficiente.

Indicando con $X_{t,L}$ il valore espresso in secondi di arco di una divisione della livella determinato alla temperatura t e con una lunghezza L della bolla e con X detto valore incognito, corrispondente alla temperatura $t = 15^{\circ}\text{C}$ e ad una lunghezza della bolla di 30.0 parti, si è risolto col metodo delle equazioni ridotte, il sistema di quattro equazioni del tipo:

$$X_{t,L} = X + a(t - 15.0) + b(L - 30.0),$$

dove a e b rappresentano i due coefficienti incogniti.

Il calcolo ha fornito per b il valore :

$$b = + 0.0006 \pm 0.0008,$$

che conferma appunto, come in altri casi, l'incertezza dell'esistenza di questo termine. Per quanto riguarda il coefficiente termico a ed il valore di una parte di graduazione X alla temperatura di 15° C, essi appaiono, con i loro errori medi nella tabella XXIII, che raccoglie i corrispondenti valori relativi anche alle altre due livelle T_{120} e T_{131} .

L'influenza della temperatura sulla livella T_{131} risulta inesistente e molto piccola, quella relativa alla livella T_{104} presenta un'inversione del segno del coefficiente, fenomeno che è stato riscontrato anche da altri ricercatori (6).

TABELLA XXII

Livella	X	a
T_{131}	$1''.219 \pm 0''.007$	$- 0''.0003 \pm 0''.0008$
T_{155}	$0''.965 \pm 0''.017$	$- 0''.0012$
T_{120}	$1''.234 \pm 0''.004$	$- 0''.0155 \pm 0''.0006$
T_{104}	$1''.104 \pm 0''.001$	$+ 0''.0010 \pm 0''.0004$

Eccessivo appare invece il valore di a per la livella T_{120} . L'importo di tale coefficiente risulta spiegabile solo ammettendo la presenza lungo la canna della livella di tensioni anormali e male distribuite, che possono essere spiegate dalla disimmetria di queste livelle e da tensioni variabili con la temperatura, quali può esercitare il tappo di chiusura posto ad una estremità della livella quando non sia perfettamente sistemato.

BIBLIOGRAFIA

- (1) F. ZAGAR, *Per l'inaugurazione della nuova cupola, del nuovo complesso e dei lavori per l'A.G.I. all'osservatorio di Brera*. Pavia, 1958.
- (2) T. NIETHAMMER, *Die genauen methoden der astronomisch-geographischen ortbestimmung*. Basel, 40, 1947.
- (3) G. SCHIAPARELLI, «Pubbl. R. Oss. Brera». Milano XXXIII, XVII, 1888.
- (4) L. CARNERA, «Atti Accad. Lincei» Mem. VIII (I), 4, 79, 1947.
- (5) Trans. of the I. A. U., V, 127, 1935.
- (6) L. CARNERA, L. VOLTA, «Pubbl. R. Oss. Brera». Milano, XLVIII, 21, 1910.
- (7) E. P. FEDOROW, N. A. POPOW, E. I. JEWUSCIENKO, «Acc. Nauk Ukrainskoi». Kiew, 1949.
- (8) J. I. PRODAN, V. V. NESTEROV, *Comunicazione Commissione 19*. Convegno I. A. U. Mosca, 1958.
- (9) W. SHAUVENET, *Manual of spherical and practical astronomy*. II, 64, 1863.
- (10) GAUSS C. F., «AN», II, 371, 1823.
- (11) PROVERBIO E., «Mem. S.A.It.», XXIX, 193, 1958.
- (12) ORLOV B. A., *Refraction Tables of Pulkovo Observatory*. Moscow, 1956.
- (13) PROVERBIO E., «Mem. S.A.It.», XXXI, 75, 1960.
- (14) DELMONTE R., «Bull. Geod.», 11, 73, 1949.
- (15) STUCCHI R., «Boll. Geod. e Scienze affini», XV, 51, 1956.
- (16) SILVA G., «Atti R. Ist. Veneto Scienze Lett.», LXX, 1392, 1911.
- (17) SILVA G., «Atti Ist. Veneto Scienze Lett.», CXV, 76, 1957.
SILVA G., «Rend. Sc. Fis. mat. e nat.», Accad. Lincei, XXII, 257, 1957.
- (18) PROVERBIO E., «Mem S. A. It.», XXXI, 1960.
- (19) ABETTI A., «Pubbl. R. Oss. Arcetri», N. 7, 3, 1898.
- (20) CECCHINI G., «Pubbl. R. Oss. Astr. Merate», N. 6, 13, 1934.

CONTRIBUTI DELL'OSSERVATORIO ASTRONOMICO DI MILANO-MERATE

NUOVA SERIE

- n. 100 - J. O. FLECKENSTEIN, *Il problema dei due corpi nel quadro della cosmogonia planetaria di Schmidt.*
- » 101 - F. ZAGAR, *Sulla dinamica della galassia. Parte I.*
- » 102 - P. BROGLIA e A. MASANI, *Osservazioni fotometriche in due colori della variabile BD + 37°2635.*
- » 103 - A. KRANJC, *Rettifica e determinazione delle costanti strumentali di un equatoriale.*
- » 104 - M. HACK, *Le variazioni spettrali di ζ Tauri dal 1950 al 1956.*
- » 105 - P. BROGLIA e A. MASANI, *Osservazioni di RR Lyrae con filtri a banda stretta.*
- » 106 - M. G. J. MINNAERT, *Problèmes modernes concernant le spectre solaire.*
- » 107 - B. CASATI e M. HACK, *Ricerche sulle stelle A peculiari: ϵ U Ma.*
- » 108 - P. BROGLIA, *Osservazioni fotoelettriche di 12 Lacertae.*
- » 109 - M. HACK, *Misure di velocità radiali di 12 Lacertae.*
- » 110 - A. KRANJC, *Miglioramento delle prestazioni di un microfotometro Moll.*
- » 111 - A. KRANJC, *Considerazioni teoriche sulla scelta delle lastre fotografiche a scopo spettrofotometrico.*
- » 112 - G. ARRIGHI, *Sopra alcune classi di modelli anisotropi nella cosmologia newtoniana.*
- » 113 - P. BROGLIA, *Osservazioni fotoelettriche della variabile ad eclisse CW Cassiop.*
- » 114 - J. O. FLECKENSTEIN, F. ZAGAR, *Un diario di G. V. Schiaparelli, Giacomo Bernoulli cartesiano.*
- » 115 - J. O. FLECKENSTEIN, *Osservazioni di 62 sistemi multipli.*
- » 116 - E. PROVERBIO, *Studio sugli errori cronografici.*
- » 117 - LUIGI GABBA, *Ricordo dell'astronomo Giovanni Angelo Cesaris.*
- » 118 - M. HACK, *Stelle a righe forti e stelle a righe deboli.*
- » 119 - A. MARTINI e A. MASANI, *Studio di modelli di atmosfere stellari e flusso integrale costante.*
- » 120 - M. FRACASSINI e M. HACK, *Calcolo del profilo di H δ per modelli di atmosfera stellare in equilibrio radioattivo ed in equilibrio adiabatico nella zona convettiva.*
- » 121 - A. KRANJC, *Un microfotometro a registrazione automatica dell'intensità.*
- » 122 - F. BRANDO e E. PROVERBIO, *Un comparatore di frequenza per oscillatori a quarzo.*
- » 123 - M. HACK, *Spettrofotometria di W. Serpentis.*
- » 124 - M. FRACASSINI e M. HACK, *Osservazioni spettrografiche di ϵ Aurigae eseguite a Merate nel periodo 1956-57.*
- » 125 - P. BROGLIA, *Sulla molteplice periodicità della variabile RV Arietis.*
- » 126 - E. PROVERBIO, *Occultazioni di stelle e loro riduzioni ed osservazioni di eclissi negli anni 1956-57.*
- » 127 - M. HACK e T. TAMBURINI, *Ricerche sulle Stelle A peculiari - Lo spettro di α^2 C Ven nel marzo 1954.*
- » 128 - M. HACK, *Studio spettrofotometrico di 12 Lacertae.*
- » 129 - M. HACK, *Ricerche sulle stelle A peculiari - Analisi quantitativa di β Coronae Borealis.*
- » 130 - E. PROVERBIO, *La determinazione degli errori periodici del passo di una vite micrometrica con distanze meridiane.*
- » 131 - A. KRANJC, *Determinazione di un'orbita circolare ed effemeride mediante calcolatrici elettriche a programma.*
- » 132 - G. BORTONE - A. MASANI - A. ZANONI, *Studio sulla struttura interna di una stella gigante rossa di tipo η Aquilae.*
- » 133 - FRANCESCO ZAGAR, *Giovanni Silva.*
- » 134 - M. HACK e T. TAMBURINI, *Ricerche sulle stelle A Peculiari: Studio di HD 224801.*
- » 135 - E. PROVERBIO, *Sulla determinazione di tempo e sul calcolo dell'Azimut strumentale per uno strumento in meridiano.*
- » 136 - E. PROVERBIO, *Irregolarità dei contatti dei pendoli astronomici e dispositivo fotoelettrico per la registrazione dei secondi.*

(Continua in 4^a pagina)

- » 138 - M. HACK, *Stelle A peculiari e campi magnetici stellari.*
- » 139 - G. DE MOTTONI, *L'impiego dei grandi riflettori nello studio dei pianeti.*
- » 140 - M. HACK, *Parametri fisici e composizione chimica delle atmosfere delle stelle normali di popolazione I.*
- » 141 - M. HACK, *Colore, grandezza assoluta e composizione chimica delle stelle a righe metalliche.*
- » 142 - P. BROGLIA, *La seconda periodicità della variabile BP Pegasi.*
- » 143 - E. PROVERBIO, *Misura sperimentale di ritardi cronografici ecc.*
- » 144 - F. BRANDO e E. PROVERBIO, *Cronometro elettronico e dispositivo oscillografico per confronti di tempo.*
- » 145 - P. BROGLIA e F. LENOUEV, *Osservazioni fotoelettriche.*
- » 146 - E. PROVERBIO, *Ricerche sulle figure dei perni dell'asse orizzontale dello strumento dei passaggi Askania AP 100.*
- » 147 - S. O. FLECKENSTEIN (GALLO), *Risultati provvisori delle osservazioni di latitudine all'Osservatorio di Brera durante l'Anno Geofisico 1957-58.*
- » 148 - T. TAMBURINI and G. THIESSEN, *Center-limb variation of the slowly variable earth magnetic affective solar X-ray radiation and remarks on the structure of coronal condensations.*
- » 149 - E. PROVERBIO, *Sull'irregolarità di ricezione dei segnali orari ad onde corte.*
- » 150 - E. PROVERBIO, *La détermination théorique et expérimentale des retards dans la comparaison des signaux horaires.*
- » 151 - A. MASANI, *The early evolutionary phases of stars of small masses.*
- » 152 - M. HACK, *The spectrum of Upsilon Sagittarii.*
- » 153 - E. PROVERBIO, *Determinazioni di ascensioni rette e semidiametri del pianeta Marte.*
- » 154 - E. PROVERBIO, *Il servizio dell'ora all'Osservatorio Astronomico di Brera-Milano.*
- » 155 - P. BROGLIA, *Curve di luce in due colori ed elementi fotometrici della binaria ad eclissi SU Bootis.*
- » 154 - F. ZAGAR, *Nuove prospettive nello studio del sistema solare.*
- » 157 - M. HACK, *Macro e microturbolenza nell'atmosfera di ϵ Aur.*
- » 158 - E. PROVERBIO, *Nuovo studio di un apparecchio esaminatore di livelle.*
- » 159 - M. HACK, *Ricerche sulle stelle A peculiari: Analisi di γ Equulei.*
- » 160 - E. PROVERBIO, *Osservazioni di occultazioni da parte della Luna.*
- » 161 - F. ZAGAR, *Giovanni Schiaparelli nel cinquantenario della morte.*
- » 162 - E. PROVERBIO, *Les signaux de temps et leur utilisation ecc.*
- » 163 - J. O. FLECKENSTEIN, *Il problema della cattura nella cosmogonia delle binarie.*
- » 164 - A. MASANI, *La politropica d'indice 3 e possibili applicazioni ecc.*
- » 165 - P. BROGLIA, *Variazioni delle curve di luce e degli elementi della variabile ad eclisse RZ Comae.*
- » 166 - M. HACK, *Sulla natura del compagno di ϵ Aurigae.*
- » 167 - E. PROVERBIO, *Sul calcolo d'orbita di stelle doppie a lungo periodo tenendo presente la legge delle aree.*
- » 168 - T. TAMBURINI e G. THIESSEN, *On the origin of the slowly variable soft X-ray radiation ecc.*
- » 169 - A. MASOTTI, *Sull'estensione della formula di Lambert al moto apparente delle stelle doppie.*
- » 170 - E. PROVERBIO, *Determinazioni meridiane di ascensioni rette di pianeti esterni.*