

20

CONTRIBUTI
DELL' OSSERVATORIO ASTRONOMICO DI MILANO-MERATE

a cura del Direttore
Prof. FRANCESCO ZAGAR

NUOVA SERIE

N. 158

EDOARDO PROVERBIO

Nuovo studio di un apparato esaminatore
di livelle Bamberg

(Estratto dalle « Memorie » della Società Astronomica Italiana. Vol. XXXI, 2-3 1960)

PAVIA
INDUSTRIA GRAFICA MARIO PONZIO
1960

CONTRIBUTI
DELL' OSSERVATORIO ASTRONOMICO DI MILANO-MERATE
a cura del Direttore
Prof. FRANCESCO ZAGAR

NUOVA SERIE

N. 158

EDOARDO PROVERBIO

Nuovo studio di un apparato esaminatore
di livelle Bamberg

(Estratto dalle « Memorie della Società Astronomica Italiana » vol. XXXI, fasc. 2-3, 1960)

PAVIA
INDUSTRIA GRAFICA MARIO PONZIO
1960

NUOVO STUDIO DI UN APPARATO ESAMINATORE DI LIVELLE BAMBERG

Nota di EDOARDO PROVERBIO (*)
(Osservatorio Astronomico di Brera - Milano)

RIASSUNTO. — Si espongono i risultati delle misure relative allo studio di un esaminatore di livelle Bamberg, già in precedenza studiato da G. Silva nel 1911.

Il metodo adottato è stato quello di utilizzare una mira terrestre posta a notevole distanza dall'esaminatore. In questo modo sono stati determinati il valore del passo della vite ed i suoi errori periodici e progressivi. La notevole discordanza riscontrata tra il nuovo valore del passo e quello precedentemente determinato da G. Silva, ha condotto ad una successiva determinazione del valore del passo usando un metodo da laboratorio. Il valore ottenuto in questa seconda determinazione conferma la variazione del passo e mette inoltre in evidenza un probabile errore sistematico da attribuirsi ad uno degli elementi lineari che stanno alla base della prima determinazione.

ABSTRACT. — The results of the measures regarding the study of a level's examiner Bamberg, formerly studied by G. Silva in the year 1911, are exposed.

Le The adopted method is that of utilised a terrestrial aim put at considerable distance from the level's examiner. In such a manner the value of a revolution of the screw and hers periodical and progressive errors are been determined. The remarkable disagreement found between the new and the ancient value of a revolution of the screw has gives reason a successive determination of the value of the screw with a laboratory method. The value of the screw obtained in this second determination confirm the variation of the revolution of the screw, and bring to view a probable systematic error in the value of the linear elements utilised in the first determination.

1. — Accingendomi allo studio delle costanti strumentali del nuovo strumento dei passaggi Askania Ap 100, in particolare delle livelle di Talcott di questo strumento, e di un'analogia livella del piccolo meridiano di Arcetri, utilizzata all'Osservatorio di Brera nel servizio di latitudini, si è resa necessaria l'utilizzazione di un misuratore di livelle di grande precisione.

Sfortunatamente l'unico apparato esaminatore di livelle dell'Osservatorio, costruito su ordinazione di G. Schiaparelli nel 1889 da L. Milani⁽¹⁾, meccanico dell'Osservatorio stesso, avendo come modello l'esaminatore di Reichel, andò completamente distrutto in seguito agli ultimi eventi bellici che colpirono duramente una parte dell'Osservatorio.

Fu quindi giocoforza riparare temporaneamente a questa deficienza ricorrendo alla generosa cooperazione dell'Istituto di Geodesia dell'Università di Padova che mise a disposizione per queste ricerche un esaminatore di livelle Bamberg del Gabinetto di Geodesia.

Questo strumento, di notevole precisione, e pure esso simile a quello del Reichel, venne accuratamente studiato da G. Silva che ne determinò il valore del passo della vite e i relativi errori periodici, circa mezzo secolo fa (²).

Dato il lungo intervallo di tempo trascorso da questa prima ricerca e temendo che l'uso, sia pure limitato, e l'età avessero contribuito a modificarne i valori del passo e i relativi errori, fui indotto a prendere in considerazione l'opportunità di iniziare un nuovo studio complessivo delle viti dello strumento, con il quale sono state effettuate e vengono effettuate tuttora, come si è detto misure relative a livelli, utilizzate in osservazioni di notevole delicatezza e precisione quali quelle di latitudine.

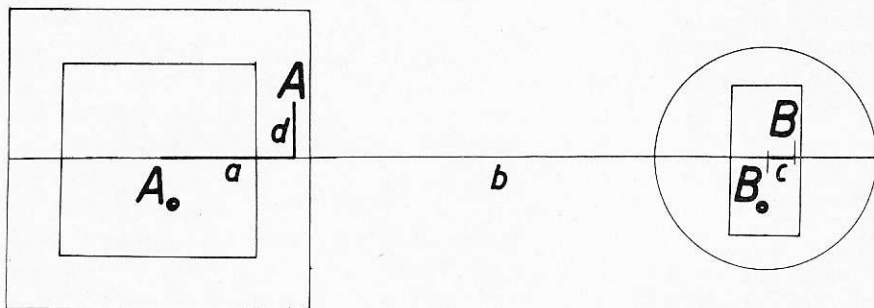
IL METODO UTILIZZATO NELLA RICERCA.

2. — Per la determinazione del passo medio della vite del micrometro di livelli Bamberg, degli errori periodici e di quelli progressivi dello stesso, feci ricorso al metodo della mira terrestre, che, se utilizzato con strumenti adatti e con la dovuta cura, fornisce risultati soddisfacenti.

La base b utilizzata in questa misura fu quella avente per estremi il centro B_0 del cupolino Est dell'Osservatorio ed il centro A_0 del campanile di S. Marco in Milano, sul quale venne disposta la mira stessa (fig. 1).

Il valore di tale base, di metri 236,96, a cui fece riferimento pure M. Rajna (¹), è dedotto dai lavori della triangolazione della città di Milano iniziati da F. Borletti nel 1881 (³) mediante il collegamento che il Rajna stesso eseguì con l'osservatorio di Brera nel 1886 (⁴).

La cerniera B attorno a cui ruota l'asse del misuratore in esame, si trovò essere metri 0,258 (c) a Sud rispetto il centro del cupolino Est, mentre la distanza a del piano sul quale era fissata la mira risultò da



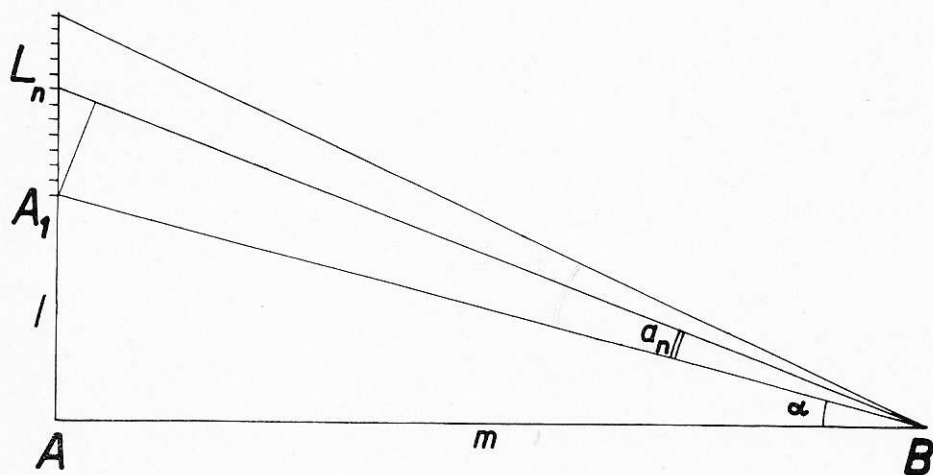
varie misure eseguite metri $3,115 \pm 0,003$, sempre a Sud dal centro del Campanile.

Se si tiene conto che tale mira era situata a metri $0,400$ (d) ad Est della linea direttiva centro cupolino Est - centro Campanile S. Marco, si ricava facilmente per la sua distanza orizzontale (m) dall'asse B di rotazione del portalivelle, perpendicolare a tale distanza :

$$m = [(b + c - a)^2 + d^2]^{\frac{1}{2}} = 234,104 \pm 0,006$$

nella quale l'errore medio è stato calcolato attribuendo a b un errore medio di $\pm 0,005$ metri, mentre per c e d l'errore medio si è ritenuto trascurabile.

La distanza vera BA_1 , tra la cerniera del misuratore e la prima della serie di linee orizzontali costituenti la mira situata ad un'altezza l sul piano dell'orizzonte di BA , si può determinare dal triangolo rettangolo BAA_1 (figura 2) previa misura del cateto l che è risultato di metri $7,245 \pm 0,004$.



Si trova così :

$$BA_1 = \frac{l}{\sin \alpha} = 234,21_6 \pm 0,007,$$

da cui si ricava

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= 0,030933 \\ \alpha &= 1^{\circ},7726 \end{aligned}$$

3. — La determinazione del passo medio, degli errori progressivi e di quelli periodici della vite dell'apparato esaminatore delle livelle si sono ottenuti misurando, in parti di rivoluzione, un intervallo angolare fisso, determinato dalla distanza angolare tra due linee componenti la serie di linee della mira.

La mira stessa era infatti costituita da una serie di $n + 1$ linee, tracciate con inchiostro di china su un foglio di carta da disegno, in modo da avere a disposizione n intervalli, ciascuno corrispondente con buona approssimazione a m graduazioni del tamburo della vite dell'esaminatore.

La collimazione delle linee tracciate sopra la mira venne realizzata utilizzando un cannocchiale di apertura $d = 60$ mm, lunghezza focale $f = 800$ mm e dotato di 89 ingrandimenti. Questo cannocchiale, fissato solidamente sopra gli appoggi del portalivelle e munito di un reticolo costituito da un unico filo orizzontale, realizzò anche per le sue buone caratteristiche ottiche, un comodo collimatore che permise di effettuare le misure con la necessaria precisione. La serie di misurazioni indipendenti vennero condotte normalmente verso l'ora del tramonto, quando la bassa atmosfera si presentava particolarmente tranquilla. Buone misure sono state eseguite anche durante tutta una giornata con cielo coperto ed a volte piovigginoso.

Chiamando R_s la misura, in frazione di una rivoluzione, dell'angolo a'' tra la prima e l'ultima delle $n + 1$ linee tracciate sopra la mira, calcolato in modo che R_s stesso risultasse molto vicino ad una rivoluzione del tamburo del misuratore, si avrebbe, in assenza di errori progressivi, per ogni singola rivoluzione s .

$$a'' : R_s = x'' : 1^R$$

dove x'' rappresenta il valore medio del passo della vite corrispondente ad un giro esatto del tamburo.

In presenza degli errori progressivi le precedenti s relazioni relative alle s rivoluzioni delle vite del tamburo che vengono prese in considerazione si possono scrivere

$$a'' : (R_s + \delta_s) = x'' : 1^R$$

nelle quali δ_s rappresentano gli scarti, necessari per il calcolo degli errori progressivi da mettere in evidenza. Queste ultime relazioni ci permettono di scrivere:

$$\delta_s = \left[\frac{a''}{x''} \right]^R - R_s \quad (1)$$

e poichè nell'intervallo considerato deve essere

$$\sum \delta_s = s \left[\frac{a''}{x''} \right]^R - \sum R_s = 0$$

si ricava per il valore medio del passo della vite

$$x'' = \frac{\phi a''}{\sum R_s} \quad (1') \quad \text{6 3}$$

Questo valore del passo, sostituito nella (1), fornisce la seguente nota espressione, necessaria per il calcolo delle correzioni per gli errori progressivi, espressi in parti di rivoluzione:

$$\delta_s = \frac{\sum R_s}{s} - R_s \quad (1'')$$

Per il calcolo degli errori periodici della vite del misuratore può essere seguito un analogo procedimento. Essendo il tamburo del misuratore suddiviso in 120 parti si ritenne opportuno analizzare la vite stessa ogni dodicesimo di rivoluzione il che equivale a ruotare durante le misure la vite di dieci in dieci graduazioni ($m = 10$). L'intervallo lineare compreso tra le due linee estreme sulla mira, equivalente come abbiamo detto a circa una rivoluzione del tamburo, venne quindi suddiviso in dodici parti uguali ($n = 12$), ciascuno corrispondente ad un angolo di rotazione del tamburo di circa 10 graduazioni.

Chiamando r la misura in parti di rivoluzione dell'angolo a_1'' tra la seconda e la prima linea della mira ed in generale r_n la misura dell'angolo a_n'' tra la prima e la ennesima linea della mira, si avrebbe in assenza di errori periodici,

$$a_n'' : r_n = x'' : \left(\frac{1}{12}\right)^R, \quad (n = 1, \dots, 12)$$

ed in presenza di eventuali errori periodici $-\varepsilon_n$,

$$a_n'' : (r_n + \varepsilon_n) = x'' : \left(\frac{1}{12}\right)^R,$$

da cui:

$$(2) \quad \varepsilon_n = \left[\frac{1}{12}\right]^R \frac{a_n''}{x''} - r_n \quad (n = 1, \dots, 12)$$

Nella precedente i valori a_n'' si possono ricavare facilmente con considerazioni geometriche ricorrendo alla figura 2. Si ottiene infatti da questa figura la relazione

$$(3) \quad \text{tang } a_n'' = \frac{1}{2} \left(\frac{L_n \sin 2\alpha}{l - L_n \sin^2 \alpha} \right), \quad (n = 1, \dots, 12)$$

che nell'approssimazione sin ora considerata può essere sostituita con la più semplice

$$(3') \quad a_n'' = \frac{1}{2 l \sin^2 \alpha} L_n \sin 2 \alpha,$$

o, eliminando l'angolo α e introducendo la base m ,

$$(3'') \quad a_n'' = \frac{1}{\sin 1''} \frac{m L_n}{l^2 + m^2} .$$

Il valore medio x'' di un dodicesimo di rivoluzione si ottiene infine, indipendentemente dagli errori periodici, altrettanto facilmente dalla relazione

$$(4) \quad x'' = \left[\frac{1}{12} \right]^R \frac{\sum A_n''}{\sum \rho_n} ,$$

nella quale A_n rappresenta gli intervalli angolari tra le successive linee della mira, ottenibili dalla relazione:

$$A_n = a_n - a_{n-1} \quad , \quad (n = 1, \dots, 12)$$

in cui: $a_0 = 0$, mentre invece ρ_n sono i corrispondenti valori in parti di rivoluzione deducibili direttamente dalle osservazioni per mezzo della relazione, analoga alla precedente,

$$\rho_n = r_n - r_{n-1} .$$

Tenendo presenti le precedenti relazioni la (4) diventa

$$x'' = \left[\frac{1}{12} \right]^R \frac{a_n''}{r_n} , \quad (n = 12)$$

e utilizzando questo valore si ricava quindi dalla (2)

$$(2') \quad \varepsilon_n = a_n'' \frac{r_{12}}{a_{12}''} - r_n \quad (n = 1, \dots, 12)$$

che fornisce direttamente, in funzione dei valori osservati di r_n e di quelli calcolati di a_n'' , le correzioni per gli errori periodici della vite in esame.

LA DETERMINAZIONE DEGLI ERRORI PERIODICI

4. — Ponendo nella (3'') i valori medi, espressi in millimetri e accuratamente misurati, della distanza L_n tra la prima linea della mira e le successive, si possono calcolare i successivi valori di a_n'' e, volendo di A_n'' , necessari per il calcolo degli errori periodici e progressivi.

La tabella I fornisce i valori osservati e calcolati di ciascuna di questa quantità relativamente alle dodici posizioni assunte dal tamburo della vite ed al numero degli intervalli tra le linee della mira.

TABELLA I

n	L_n	a_n''	A_n''
1	10,98	9,665	9,665
2	21,82	19,207	9,542
3	32,90	28,960	9,753
4	43,98	38,713	9,753
5	54,96	48,378	9,665
6	65,94	58,043	9,665
7	76,96	67,743	9,700
8	87,76	77,250	9,507
9	98,46	86,668	9,418
10	109,44	96,333	9,665
11	120,44	106,016	9,683
11	131,41	115,672	9,656

5. — Per la determinazione degli errori periodici del passo della vite del misuratore di livelle sono state prese in considerazione le rivoluzioni decima e undecima, considerando come prima rivoluzione quella che ha inizio subito dopo lo stacco della vite solidale con l'asta del misuratore dal supporto fisso con la base.

I dodici intervalli delle misure sono stati misurati ad iniziare dal primo e procedendo dal basso verso l'alto, in cinque serie di misure indipendenti, rispettivamente per la decima e l'undicesima rivoluzione che sono quelle in genere maggiormente usate, trovandosi circa a metà corso dell'intera vite.

Le letture sono quelle degli intervalli tra una posizione e la successiva del tamburo, corrispondenti alle successive posizioni del filo orizzontale del reticolo che collimava una dopo l'altra tutte le linee tracciate sopra la mira. Durante le misure la temperatura ambiente media è risultata di $+ 8,0^\circ \text{C}$.

I risultati medi delle misure delle due serie relativamente alle due rivoluzioni in esame sono date nella tabella II.

La penultima colonna di detta tabella fornisce la media generale utilizzata per il calcolo degli errori periodici, mentre l'ultima colonna sono riportati i valori di ρ_n .

Dalla tabella I e II si ricava:

$$\frac{r_{12}}{a_{12}''} = \frac{118,75}{115,672} = 1,0266 \quad ,$$

che permette per mezzo delle relazioni (2') il calcolo delle correzioni per gli errori periodici. La tabella III fornisce, di dieci in dieci graduazioni P del tamburo ed in frazioni di circonferenza, il valore delle correzioni periodiche calcolate, espresse in parte di rivoluzione.

TABELLA II

n.	$r_{n, 10}$	$r_{n, 11}$	r_n	ρ_n
1	9,94	9,80	9,87	9,87
2	19,94	19,80	19,87	10,00
3	29,94	29,92	29,93	10,06
4	40,10	40,06	40,08	10,15
5	50,42	49,78	50,10	10,02
6	60,26	59,66	59,96	9,86
7	69,98	69,62	69,80	9,84
8	79,70	79,30	79,50	9,70
9	89,12	89,10	89,11	9,61
10	99,20	98,72	98,96	9,85
11	109,08	118,80	108,94	9,98
12	119,88	118,62	118,75	9,81

TABELLA III

N.	P	n	ε_n	ε_n'
1	10	30°	+ 0,05	+ 0,16
2	20	60°	- 0,15	+ 0,14
3	30	90°	- 0,20	- 0,17
4	40	120°	- 0,34	- 0,23
5	50	150°	- 0,44	- 0,05
6	60	180°	- 0,58	+ 0,14
7	70	210°	- 0,28	+ 0,13
8	80	240°	- 0,20	+ 0,05
9	90	270°	- 0,13	- 0,14
10	100	300°	- 0,06	- 0,12
11	110	330°	- 0,10	- 0,07
12	120	360°	- 0,00	+ 0,16

Poichè l'errore medio δ_r di ciascun r_n calcolato con gli scarti tra ciascun valore osservato ed il valore medio r_n , risulta

$$\delta_r = \pm 0,084 \quad ,$$

e poichè l'errore medio di cui è effettuato il primo termine del secondo membro della (2') risulta inferiore a δ_r si può ritenere che le correzioni per gli errori periodici dati nella tabella III rappresentano una reale deformazione del passo della vite micrometrica presa in esame. Il confronto con le correzioni per gli errori periodici ε_n' date nell'ultima colonna della tabella III e ricavate dallo studio effettuato da G. Silva

circa mezzo secolo fa, mostra una sensibile variazione degli errori periodici, soprattutto per quanto riguarda l'andamento.

L'entità degli errori periodici trovati, dimostra inoltre la necessità di tenere conto di essi ogni qual volta l'intervallo in frazioni di rivoluzione sul quale vengono effettuate le misure, utilizzando il misuratore di livelle in esame, sia inferiore ad una rivoluzione completa, annullandosi gli errori periodici unicamente dopo una intera rotazione di 360° .

6. — E' interessante analizzare dopo quanto abbiamo detto, la precisione dei risultati ottenuti e l'ordine degli errori medi dei risultati. Differenziando la (3'') in funzione di L , m ed l , si trova:

$$da'' = \frac{1}{\sin l''} \left[\frac{m}{l^2 + m^2} dL_n - L_n \frac{m^2 - l^2}{(m^2 + l^2)^2} dm - \frac{2l m L_n}{(l^2 + m^2)^2} dl \right],$$

che permette di calcolare l'errore vero cui è soggetto l'angolo a'' in funzione degli eventuali errori o variazioni dL , dm e dl . Sostituendo al posto di m ed l i valori trovati per queste grandezze ed attribuendo a L_n il suo valore massimo eguale alla distanza tra le due linee estreme sulla mira, si ha, relativamente alla distanza angolare massima a'' ,

$$(5) \quad da'' = 0'',880 d L_n - 0'',492 \cdot 10^{-3} dm - 0'',303 \cdot 10^{-2} dl,$$

dove gli errori dL , dm e dl sono espressi in millimetri.

Questa relazione può giustamente orientare circa la precisione con cui è necessario calcolare gli elementi lineari in gioco. E' molto importante mettere in evidenza ad esempio, che per avere una variazione dell'ordine del centesimo di secondo è sufficiente un'incertezza di 0,01 mm nella misura di L_n ; gli ultimi due termini al contrario, risultano di minore importanza su da'' .

Per l'errore medio ε_a di a'' si trova invece:

$$\varepsilon_a^2 = \frac{1}{\sin^2 l''} \left\{ \left[\frac{m}{l^2 + m^2} \right]^2 \varepsilon_L^2 + \left[L_n \frac{m^2 - l^2}{(m^2 + l^2)^2} \right]^2 \varepsilon_m^2 + \left[\frac{2 l m L_n}{(l^2 + m^2)^2} \right]^2 \varepsilon_l^2 \right\},$$

cioè:

$$\varepsilon_a^2 = 0'',774 \varepsilon_L^2 + 0'',242 \cdot 10^{-6} \varepsilon_m^2 + 0'',092 \cdot 10^{-4} \varepsilon_l^2,$$

dove ε_L , ε_m ed ε_l rappresentano gli errori medi di cui sono affetti le tre grandezze in questione. Poichè è stato trovato:

$$\varepsilon_L = \pm 6 \text{ mm.}$$

$$\varepsilon_l = \pm 4 \text{ mm.}$$

ed essendo risultato come media di ciascun errore medio ε_L

$$\varepsilon_L = \pm 0,03 \text{ mm.}$$

si può ricavare infine

$$\varepsilon_a = \pm 0'',029$$

che dà l'errore medio, in dipendenza dei soli errori legate a grandezze lineari, dell'angolo $a'' = 115'',672$ corrispondente ad un'intera rivoluzione del tamburo del misuratore.

DETERMINAZIONE DEGLI ERRORI PROGRESSIVI

↓ — Per la determinazione degli errori progressivi e del passo della vite dell'esaminatore sono state eseguite 11 serie di determinazioni indipendenti di tutte le 17 rivoluzioni della vite utilizzabili ad iniziare dalla prima. Ciascuna rivoluzione veniva confrontata con l'intervallo fisso determinato dalla distanza angolare a'' tra le due linee estreme della mira. Le medie delle 11 letture relative a ciascuna rivoluzione sono riportate nella tabella IV, assieme ai relativi errori medi ε^p . Il valore medio del passo, in parti di rivoluzione, relativamente alle 17 rivoluzioni in esame, risulta quindi dalla media dei valori X^p dati nella tabella IV,

$$X_m^p = 119^p,065 \pm 0^p,021.$$

Tenendo conto inoltre del valore angolare $a'' = 115'',672 \pm 0'',029$, si trova per il valore medio di una graduazione e per il valore medio del passo:

$$\begin{aligned} X_1 &= 0'',9715 \pm 0'',0003 \\ X'' &= 116'',580 \pm 0'',035 \end{aligned}$$

Con questo valore sono stati calcolati i valori degli scarti $\hat{\varepsilon}_s$ secondo la (1'') e le relative correzioni C_s per gli errori progressivi. Il valore degli errori medi di ciascun scarto rende del tutto attendibile gli errori progressivi trovati.

E' da tener presente che l'entità di questi errori viene resa tollerabile dal fatto che in genere l'uso della vite è limitato ad una o al massimo due rivoluzioni consecutive.

8. — Il valore medio di una parte di graduazioni X_1'' trovato, differisce abbastanza sensibilmente da quello ottenuto da G. Silva che risultò eguale a $1'',0004 \pm 0,0002$.

D'altra parte il valore degli errori medi non lascia dubbi sulla bontà dei due risultati. La differenza quindi poteva essere attribuita od a una reale e giustificabile modificazione del passo dopo un così lungo intervallo di tempo o ad un errore sistematico commesso nel calcolo da attribuirsi ad errata valutazione degli elementi lineari in gioco. Ritenendo valida unicamente quest'ultima ipotesi la differenza tra i due valori porta ad uno scarto del valore del passo di $-3'',690$ e ad uno scarto dello stesso ordine per a'' .

TABELLA IV

R_s	X^p	ε^p	δ_s	C_s
1	119,15	$\pm 0,09$	- 0,08	- 0,08
2	119,50	0,08	0,43	0,51
3	119,49	0,08	0,42	0,93
4	119,68	0,14	0,61	1,54
5	119,59	0,07	0,52	2,06
6	119,18	0,05	0,11	2,19
7	118,91	0,09	+ 0,16	2,03
8	118,83	0,07	0,24	1,79
9	118,87	0,09	0,20	1,59
10	118,83	0,09	0,24	1,35
11	118,92	0,08	0,15	1,20
12	118,79	0,07	0,28	0,92
13	118,78	0,05	0,29	0,63
14	118,76	0,09	0,31	0,32
15	118,94	0,11	0,13	0,19
16	118,85	0,10	0,22	0,03
17	119,03	0,11	0,04	0,07

*Espon in parte di ret.
(ogni nichel. 120 part)*

Dalla (4) si può osservare come un simile scarto corrisponde a variazioni intollerabili per L ed l, risultando d'altra parte non possibile nemmeno una variazione di circa 8 metri tra la distanza dei due punti della base AB tale da giustificare lo scarto trovato tra i due valori di "a".

Si potrebbe concludere quindi coll'attribuire senz'altro ad una variazione del passo la differenza sopra riscontrata.

Per confermare tale conclusione la determinazione del passo è stata ripetuta usando lo stesso metodo in condizione completamente diverse. Le misure sono state eseguite in laboratorio, utilizzando un collimatore di 30 mm di apertura e con circa 25 ingrandimenti. La distanza tra l'asse del portalivelle e la mira, costituita da due linee parallele, è risultata mm $2676,99 \pm 0,25$, mentre la distanza l risultando il collimatore pressochè perfettamente orizzontale si è potuto porre uguale a zero.

Per quanto riguarda infine la distanza L tra i due fili della mira, equivalente apparentemente a tutte le 17 rivoluzioni del tamburo essa è risultata mm $25,590 \pm 0,011$. Di detta distanza vennero effettuate usando il collimatore, quattro serie di misure ciascuna composta da 33 determinazioni. Quantunque ogni determinazione venisse effettuata con la maggiore cura, i valori medi della distanza, espressa in rivoluzioni, ricavata da ciascuna serie, mostrano scarti che si possono spiegare unicamente con spostamenti accidentali della linea di collimazione dipendenti dalla minore stabilità del supporto su cui era appoggiato il misuratore, un robusto tavolo di laboratorio, rispetto per esempio al pilastro

in cemento sul quale sono state effettuate le precedenti misure. Ciò può essere ulteriormente avvalorato dal confronto dell'errore medio interno r_i , calcolato cioè sulla base degli scarti di ciascuna delle 33 determinazioni di una serie, ed esterno r_e , ottenuto con i valori della tabella V, che riporta i risultati medi della distanza tra le due linee della mira ricavati da ciascuna serie di osservazioni, nonché la media generale. Si ha infatti:

$$r_i = \pm 0^R,0015$$

$$r_e = \pm 0^R,0041$$

TABELLA V

Serie	Valori
1	^R 16,8875
2	16,8821
3	16,8706
4	16,8719
Media	16,8780

Potendo quindi facilmente calcolare con i dati a disposizione il valore a_1'' della distanza angolare tra i due fili che risulta,

$$a_1'' = \frac{1}{\sin 1''} \frac{L}{m} = 1971^\circ, 73 \pm 0'', 57$$

e ricavandosi dalla tabella V come valore medio della medesima distanza in parti di rivoluzione: $2025^p,36 \pm 0^p,49$, si ottiene per il valore di una parte di rivoluzione,

$$X_2 = 0'',9735 \pm 0'',0003$$

9. — Il valore X_2 di una parte di rivoluzione ottenuto con questa seconda determinazione, conferma quindi la variazione del passo della vite del misuratore di livelle Bamberg congetturata in precedenza.

Il confronto di X_2 e di X_1 mostra però ancora una certa differenza, non spiegabile se non con errori sistematici nella determinazione degli elementi lineari che intervengono nel calcolo di X_1 e solo in minima

parte con errori nelle corrispondenti grandezze relative a X_2 , data la maggiore precisione con cui queste ultime si sono potute determinare. Sorge, in modo particolare il dubbio che la distanza della base $A_0 B_0$ utilizzata non corrisponda alla reale lunghezza della base stessa. Sarebbe quindi molto interessante una rideterminazione della distanza della base tra il Centro della cupolina Est dell'Osservatorio di Brera ed il Centro del Campanile di S. Marco.

Dato il maggior affidamento che presenta, per la determinazione del valore di una parte del tamburo, il secondo procedimento, si può ritenere che il valore di una tale parte sia rappresentato con sufficiente precisione dal valore di X_2 , che verrà senz'altro utilizzato nei lavori in corso per lo studio delle livelle di precisione degli strumenti dei passaggi dell'Osservatorio di Brera.

BIBLIOGRAFIA

- (1) Rajna M., Il Politecnico, 128, 1895.
- (2) Silva G., Atti R. Ist. Veneto Sci. Lett. LXX, 1367, 1911.
- (3) Borletti F., Pubbl. R. Oss. Brera, XXXII, 1887.
- (4) Rajna M., Pubbl. R. Oss. Brera, XXXV, 1889.

CONTRIBUTI DELL'OSSERVATORIO ASTRONOMICO DI MILANO-MERATE

NUOVA SERIE

- n. 100 - J. O. FLECKENSTEIN, *Il problema dei due corpi nel quadro della cosmogonia planetaria di Schmidt.*
- » 101 - F. ZAGAR, *Sulla dinamica della galassia. Parte I.*
- » 102 - P. BROGLIA e A. MASANI, *Osservazioni fotometriche in due colori della variabile BD + 37° 2635.*
- » 103 - A. KRANJC, *Rettifica e determinazione delle costanti strumentali di un equatoriale.*
- » 104 - M. HACK, *Le variazioni spettrali di ζ Tauri dal 1950 al 1956.*
- » 105 - P. BROGLIA e A. MASANI, *Osservazioni di RR Lyrae con filtri a banda stretta.*
- » 106 - M. G. J. MINNAERT, *Problèmes modernes concernant le spectre solaire.*
- » 107 - B. CASATI e M. HACK, *Ricerche sulle stelle A peculiari: ϵ U Ma.*
- » 108 - P. BROGLIA, *Osservazioni fotoelettriche di 12 Lacertae.*
- » 109 - M. HACK, *Misure di velocità radiali di 12 Lacertae.*
- » 110 - A. KRANJC, *Miglioramento delle prestazioni di un microfotometro Moll.*
- » 111 - A. KRANJC, *Considerazioni teoriche sulla scelta delle lastre fotografiche a scopo spettrofotometrico.*
- » 112 - G. ARRIGHI, *Sopra alcune classi di modelli anisotropi nella cosmologia newtoniana.*
- » 113 - P. BROGLIA, *Osservazioni fotoelettriche della variabile ad eclisse CW Cassiop.*
- » 114 - J. O. FLECKENSTEIN, F. ZAGAR, *Un diario di G. V. Schiaparelli, Giacomo Bernoulli cartesiano.*
- » 115 - J. O. FLECKENSTEIN, *Osservazioni di 62 sistemi multipli.*
- » 116 - E. PROVERBIO, *Studio sugli errori cronografici.*
- » 117 - LUIGI GABBA, *Ricordo dell'astronomo Giovanni Angelo Cesaris.*
- » 118 - M. HACK, *Stelle a righe forti e stelle a righe deboli.*
- » 119 - A. MARTINI e A. MASANI, *Studio di modelli di atmosfere stellari a flusso integrale costante.*
- » 120 - M. FRACASSINI e M. HACK, *Calcolo del profilo di H δ per modelli di atmosfera stellare in equilibrio radiativo ed in equilibrio adiabatico nella zona convettiva.*
- » 121 - A. KRANJC, *Un microfotometro a registrazione automatica dell'intensità.*
- » 122 - F. BRANDO e E. PROVERBIO, *Un comparatore di frequenza per oscillatori a quarzo.*
- » 123 - M. HACK, *Spettrofotometria di ω Serpentis.*
- » 124 - M. FRACASSINI e M. HACK, *Osservazioni spettrografiche di ϵ Aurigae eseguite a Merate nel periodo 1956-57.*
- » 125 - P. BROGLIA, *Sulla molteplice periodicità della variabile RV Arietis.*
- » 126 - E. PROVERBIO, *Occultazioni di stelle e loro riduzioni ed osservazioni di eclissi negli anni 1956-57.*
- » 127 - M. HACK e T. TAMBURINI, *Ricerche sulle stelle A peculiari - Lo spettro di α^2 C Ven nel marzo 1954.*
- » 128 - M. HACK, *Studio spettrofotometrico di 12 Lacertae.*
- » 129 - M. HACK, *Ricerche sulle stelle A peculiari - Analisi quantitativa di β Coronae Borealis.*
- » 130 - E. PROVERBIO, *La determinazione degli errori periodici del passo di una vite micrometrica con distanze meridiane.*
- » 131 - A. KRANJC, *Determinazione di un'orbita circolare ed effemeride mediante calcolatrici elettroniche a programma.*
- » 132 - G. BORTONE - A. MASANI - A. ZANONI, *Studio sulla struttura interna di una stella gigante rossa di tipo η Aquilae.*
- » 133 - FRANCESCO ZAGAR, *Giovanni Silva.*
- » 134 - M. HACK e T. TAMBURINI, *Ricerche sulle stelle A Peculiari: Studio di HD 224801.*
- » 135 - E. PROVERBIO, *Sulla determinazione di tempo e sul calcolo dell'Azimut strumentale per uno strumento in meridiano.*
- » 136 - E. PROVERBIO, *Irregolarità dei contatti dei pendoli astronomici e dispositivo fotoelettrico per la registrazione dei secondi.*
- » 138 - M. HACK, *Stelle A peculiari e campi magnetici stellari.*
- » 139 - G. DE MOTTONI, *L'impiego dei grandi riflettori nello studio dei pianeti.*
- » 140 - M. HACK, *Parametri fisici e composizione chimica delle atmosfere delle stelle normali di popolazione I.*

(Continua in 4^a pagina)

- » 141 - M. HACK, *Colore, grandezza assoluta e composizione chimica delle stelle a righe metalliche.*
- » 142 - P. BROGLIA, *La seconda periodicità della variabile BP Pegasi.*
- » 143 - E. PROVERBIO, *Misura sperimentale di ritardi cronografici ecc.*
- » 144 - F. BRANDO e E. PROVERBIO, *Cronometro elettronico e dispositivo oscillografico per confronti di tempo.*
- » 145 - P. BROGLIA e F. LENOUEVEL, *Osservazioni fotoelettriche.*
- » 146 - E. PROVERBIO, *Ricerche sulle figure dei perni dell'asse orizzontale dello strumento dei passaggi Askania AP 100.*
- » 147 - S. O. FLECKENSTEIN (-GALLO), *Risultati provvisori delle osservazioni di latitudine all'Osservatorio di Brera durante l'Anno Geofisico 1957-58.*
- » 148 - T. TAMBURINI and G. THIESSEN, *Center-limb variation of the slowly variable earth magnetic affective solar X-ray radiation and remarks on the structure of coronal condensations.*
- » 149 - E. PROVERBIO, *Sull'irregolarità di ricezione dei segnali orari ad onde corte.*
- » 150 - E. PROVERBIO, *La détermination théorique et expérimentale des retards dans la comparaison des signaux horaires.*
- » 151 - A. MASANI, *The early evolutionary phases of stars of small masses.*
- » 152 - M. HACK, *The spectrum of Upsilon Sagittarii.*
- » 153 - E. PROVERBIO, *Determinazioni di ascensioni rette e semidiametri del pianeta Marte.*
- » 154 - E. PROVERBIO, *Il servizio dell'ora all'Osservatorio Astronomico di Brera - Milano.*
- » 155 - P. BROGLIA, *Curve di luce in due colori ed elementi fotometrici della binaria ad eclisse SU Bootis.*
- » 156 - F. ZAGAR, *Nuove prospettive nello studio del sistema solare.*
- » 157 - M. HACK, *Macro e microturbolenza nell'atmosfera di ϵ Aurigae.*
- » 158 - E. PROVERBIO, *Nuovo studio di un apparato esaminatore di livelle Bamberg.*