

CONSIDERAZIONI TEORICHE
SULLA SCELTA DELLE LASTRE FOTOGRAFICHE
A SCOPO SPETTROFOTOMETRICO

Nota di A. KRANJC (*)

(*Osservatorio Astronomico di Merate - Centro di Astrofisica C.N.R.*)

RIASSUNTO. — Si determina teoricamente il diagramma che permette di scegliere in ogni caso la lastra fotografica, la larghezza ed altezza della fenditura, che danno la massima quantità di informazioni in funzione dell'esposizione, e si indica un modo per costruirlo praticamente.

ZUSAMMENFASSUNG. — Es wird theoretisch das Diagramm bestimmt, welches in allen Fällen die Wahl sowohl einer photographischen Platte, als auch der Breite und der Höhe des Spaltes erlaubt, welche die grösstmögliche Anzahl von Informationen in Funktion der Exposition geben; ferner wird noch beschrieben, wie dieses Diagramm auch praktisch hergestellt werden kann.

Il principale problema della spettrofotometria consiste nella determinazione della I monocromatica conoscendo la trasparenza T della lastra fotografica, o, ciò che è concettualmente lo stesso, la densità D , collegata alla T dalla ben nota relazione.

$$(1) \quad D = \log_{10} \frac{1}{T}$$

(intendiamo, per fissare le idee, per trasparenza 1 quella del vetro supporto della lastra fotografica). Il problema è risolto se si conosce la relazione $D = f(\log I)$. Il diagramma corrispondente ha la forma riportata in figura 1 e varia notoriamente a seconda della lunghezza d'onda, della lastra, dello sviluppo ecc.

Osserviamo che solitamente si fanno delle misure di intensità relative (ad es. profilo della riga in assorbimento rispetto al fondo continuo) e pertanto basta che il diagramma sia definito a meno di una traslazione lungo l'asse delle ascisse.

(*) Ricevuta il 4 febbraio 1957.

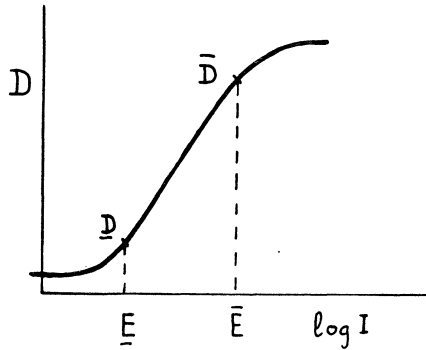


Fig. 1

In pratica si richiede non solo la determinazione di I , ma anche che il risultato sia il più preciso possibile: cioè che il rapporto tra I e l'errore ΔI con cui esso è determinato sia il maggiore possibile.

Sia γ il contrasto, definito dalla (2)

$$(2) \quad \gamma = \frac{d D}{d \log I};$$

esso, come si vede dalla fig. 1, è una funzione dell'esposizione. Si ha dalla (2)

$$(3) \quad \frac{\Delta I}{I} = \frac{\Delta D}{\gamma \log_{10} e} = \frac{2,3 \Delta D}{\gamma}.$$

Ricordando che è

$$(4) \quad d D = -0,4345 \frac{d T}{T},$$

si ha infine, prendendo il valore assoluto

$$(5) \quad \frac{I}{\Delta I} = \gamma \frac{T}{\Delta T}.$$

Il valore di γ è facilmente dedotto dal diagramma di fig. 1 per differenziazione. È ben noto che un tratto della curva caratteristica, più o meno esteso a seconda della latitudine della lastra, è rettilineo e corrisponde al massimo contrasto $\bar{\gamma}$. Siano \bar{D} ed \bar{E} la densità e l'esposizione corrispondenti all'estremo inferiore del tratto rettilineo. Allora γ cresce con E per raggiungere il valore massimo $\bar{\gamma}$ per $E = \bar{E}$, e lo mantiene sino al valore \bar{E} corrispondente all'estremo superiore del tratto rettilineo. Oltre \bar{E} il contrasto γ ridiscende sino al valore zero. Portiamo dunque

nel diagramma di fig. 2 $\log I$ in ascisse e γ in ordinate. Si ha una curva della forma approssimata qualitativamente:

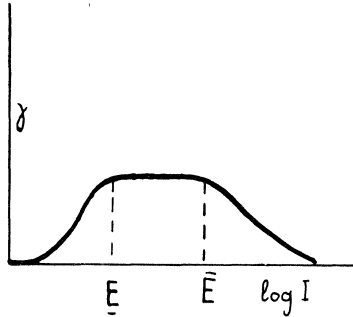


Fig. 2

Bisogna determinare il valore ΔD , o, ciò che è lo stesso, ΔT e T . Tanto ΔD che ΔT sono funzione della D , della lastra usata, dello sviluppo, dell'area della superficie esplorata sulla lastra dal microfotometro ecc., ma non dipendono da λ . Fissati gli altri parametri si può pensare di ottenere ΔD in funzione di D .

Almeno concettualmente è possibile determinare T e ΔT nel seguente modo.

Per T maggiore di 0,1 il microfotometro a galvanometro è sufficiente per la determinazione di T . Ma se T è molto minore di 0,1 cioè se la lastra è molto densa, l'elongazione del galvanometro diviene talmente piccola che l'errore T proviene essenzialmente dalla scarsa sensibilità del dispositivo di misura anziché dalle fluttuazioni della grana. E' però possibile anteporre al galvanometro un amplificatore lineare, di zero stabile e di guadagno ben noto. Ciò è relativamente semplice se il rivelatore del microfotometro è una cellula fotoelettrica o, meglio, un fotomoltiplicatore, perchè in tal caso basta variare l'impedenza di ingresso per ottenere variazioni ben determinate dell'amplificazione. Alquanto più complessa è invece, notoriamente, l'amplificazione quando il rivelatore, come avviene nei microfotometri tipo Moll, è una termocoppia di bassa impedenza. In ogni modo, per piccola che sia l'elongazione iniziale, essa può essere amplificata in modo noto ed è così possibile misurare trasparenze assai piccole, cioè densità sino a $D = 4$ o più. Basta infatti che l'attenuatore di ingresso abbia un rapporto di sensibilità da 1 a 10^4 .

Quanto alla ΔT un'esplorazione periodica di un anello di lastra di trasparenza in media costante T , misurata come prima, seguita da un'amplificazione lineare a banda larga della corrente fotoelettrica del rivelatore, permetterebbe di leggere ad un milliamperometro a termocop-

pia il valore quadratico medio ΔT delle fluttuazioni della trasparenza. In tal modo è dunque possibile ricavare un valore significativo tanto per T che per ΔT .

Più semplice, almeno dal punto di vista teorico, sarebbe la disposizione seguente. L'uscita dal fotomoltiplicatore va ad un amplificatore non lineare la cui risposta è proporzionale al logaritmo dell'entrata. Si ha così la possibilità di leggere sul milliamperometro di uscita direttamente la densità D . Se ora l'uscita di questo amplificatore viene collegata con l'entrata di un secondo amplificatore analogo a quello per la misura di T , avremo che esso indicherà il valore quadratico medio D , in funzione della densità D della lastra. Amplificatori di questi tipi esistono veramente e funzionano, pur di calcolare opportunamente la banda passante; si può dunque dire che almeno teoricamente il problema di determinare la precisione $I/\Delta I$ è risolvibile.

Per procedere più oltre osserviamo che l'esperienza ha stabilito che ΔD è legata alla D dalla relazione (6) sufficientemente approssimata

$$(6) \quad \Delta D = k \sqrt{\frac{D}{A}}$$

ove k = costante dipendente dalla lastra, sviluppo, ecc., ma non da λ

A = area della superficie esplorante al microfotometro (¹).

Avremo allora dalla (3)

$$(7) \quad \frac{I}{\Delta I} = \frac{\gamma}{2.3 k} \sqrt{\frac{A}{D}}$$

siccome A e k si assumono costanti, ne segue che la precisione $I/\Delta I$ è determinata dal rapporto γ/\sqrt{D} .

Per bassi valori di E il contrasto è quasi zero, e D è la densità del velo della lastra; quindi, nella zona delle bassissime esposizioni la precisione è piccola. Man mano che E aumenta crescono tanto γ che D ma quando si arriva al valore $\bar{\gamma}$, il rapporto γ/D è decrescente col crescere di $\log I$; ne segue che la massima precisione $I/\Delta I$, viene ottenuta per una densità inferiore a \bar{D} , cioè per un corretto funzionamento della lastra fotografica bisognerebbe farla lavorare non nella zona del tratto rettilineo, ma nel piede, e quindi un po' sottoesposta.

Portiamo allora in grafico, in ascisse l'esposizione E , in ordinate il valore $Q = \log_{10} I/\Delta I$.

Nella stessa fig. 3, è stata riportata tratteggiata la curva $D - \log I$ di fig. 1. Ovviamente il grafico $Q - E$ deve essere considerato valido solo qualitativamente. Ciononostante per quanto si è detto il suo massimo Q_0 cade necessariamente a sinistra del punto \bar{E} . Sia E_0 il valore corrispondente di E . Sia a destra che a sinistra di E_0 , la quantità di informazione diminuisce. Siano I_2 ed I_1 le intensità a cui corrispondono una quantità

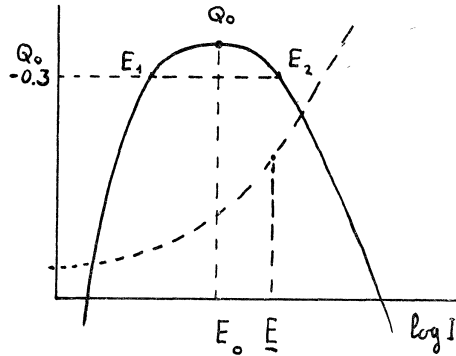


Fig. 3

di informazione $Q_0 - 0.30103$. Definiamo come « latitudine di precisione » il valore $\log_{10} I_2/I_1$. Ciò perchè per I compreso in questo intervallo la precisione è all'incirca costante e scende al più alla metà del suo valore massimo. E' chiaro che agli scopi spettrofotometrici interesserà assai di più che i fabbricanti di lastre ne costruiscano di tipi molto sensibili e che diano un elevato valore Q_0 e grande latitudine di precisione a scapito semmai della latitudine d'esposizione, la quale interessa la fotografia artistica.

Nel prendere dunque una posa bisognerà far coincidere (aumentando o diminuendo il diaframma o la posa) l'esposizione con il valore $\log I_0$ la quale è dunque l'esposizione optimum.

La curva $D - \log I$ di fig. 1, vale per intensità crescenti e per un determinato e costante tempo di posa che supponiamo un'ora ininterrotta. Supponiamo ora di tracciare i diagrammi $Q - E$ per alcuni tipi di lastre

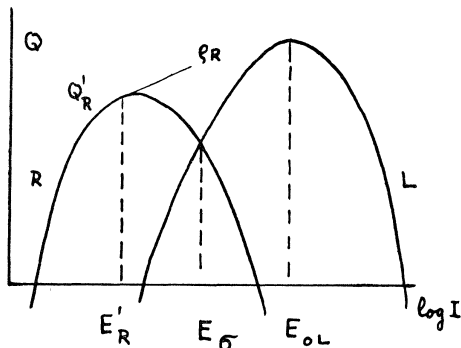


Fig. 4

fotografiche, a parità di sviluppo, larghezza ed altezza della fenditura, ecc.: l'unica cosa che cambia è dunque solo il tipo di lastra. Per semplicità assumiamo due soli tipi: uno rapido R ed uno lento L , a cui corrispondono i due diagrammi di fig. 4, al solito di forma e posizione soltanto indicative.

Dal confronto si vede subito che con un'ora di posa ininterrotta e se la scelta si limita ad una delle due lastre, bisogna usare la R se la stella è debole, ed invece la L se la stella è splendente: l'elemento di separazione per stabilire il significato debole o forte è l'esposizione $E\sigma$.

Pertanto ad ogni livello di luce esiste una certa lastra, ricavabile dai diagrammi del tipo di fig. 4, completati con un numero maggiore di lastre, che dà la massima quantità di informazione possibile.

Ciò, fisicamente, vuol dire che lastre più rapide risultano eccessivamente disturbate dalla grana, e le lastre lente hanno troppo poco contrasto.

Ma non c'è solo da scegliere fra una lastra o l'altra: è a nostra disposizione anche l'altezza dello spettro. Supponiamo dunque di prendere lo spettro di una stella con la lastra R n -volte più alto di quello preso con la lastra L , il quale ha la minima altezza possibile, determinata dal seeing. Ciò è facilmente ottenibile ad esempio mediante una lente cilindrica che ripartisce la luce della stella su una lunghezza maggiore di fenditura; allora l'intensità viene ridotta in ogni punto del fattore $1/n$. Per tale motivo il diagramma R si deve spostare verso destra dell'importo $\log_{10} n$. D'altra parte dalle (7) abbiamo che

$$(8) \quad Q = \log_{10} \frac{\gamma \sqrt{A}}{2.3 \frac{h}{\lambda} \sqrt{D}} + \log_{10} \sqrt{n}$$

e perciò il diagramma R deve essere sollevato del valore $1/2 \cdot \log_{10} n$. Al variare di n i singoli punti del diagramma R percorrono allora delle rette inclinate di 0.5 sull'asse delle E ; si avrà dunque che il diagramma R si sposta come in fig. 5.

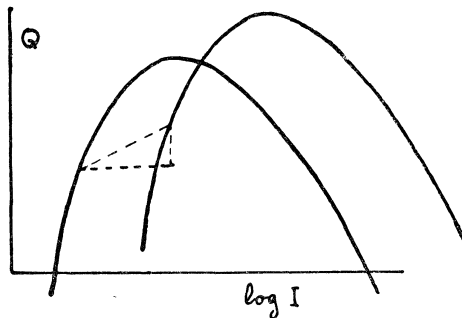


Fig. 5

Se allora in figura 4 tracciamo la retta ρ_R inclinata di 0.5 sull'orizzontale, e tangente al diagramma R , possono verificarsi questi due casi:

- 1) Il diagramma L sta tutto al di sotto della retta ρ_R .
- 2) il diagramma L taglia la retta ρ_R , e quindi una parte gli sta di sopra.

Per motivi fisici non può essere che L stia sempre tutta e sopra ρ_R .

Nel primo caso conviene prendere uno spettro con la lastra rapida anche per stelle lucenti allargando lo spettro, nel secondo conviene lo spettro basso con la lastra più lenta.

Nel primo caso sia Q_{OL} il massimo di informazione fornito dalla lastra lenta in corrispondenza ad E_{OL} , ed E'_R la E corrispondente al punto di tangenza della retta ρ_R col diagramma R ; sia inoltre Q'_R la quantità di informazione corrispondente. Allora la lastra L dà la precisione Q_{OL} ; la R , con lo spettro allargato di I_{OL}/I'_R volte, dà la precisione

$$Q'_R + \frac{1}{2} \log_{10} \frac{I_{OL}}{I'_R}$$

Nel secondo caso si ha che è più conveniente prendere lo spettro con la lastra lenta nell'intervallo in cui il diagramma L sovrasta la retta ρ_R . Ma anche lo spettro preso con la lastra lenta può essere allargato e quindi si ha una seconda retta che diremo ρ_L per distinguerla dalla precedente. Per un terzo tipo di lastra P ancora più lenta possono ugualmente presentarsi i due casi di cui sopra; tracciando quindi le rette per tutti i tipi di lastre otteniamo infine il diagramma cercato di fig. 6.

Ivi sono riportati i diagrammi $Q-E$ per sei tipi di lastra. Dalle

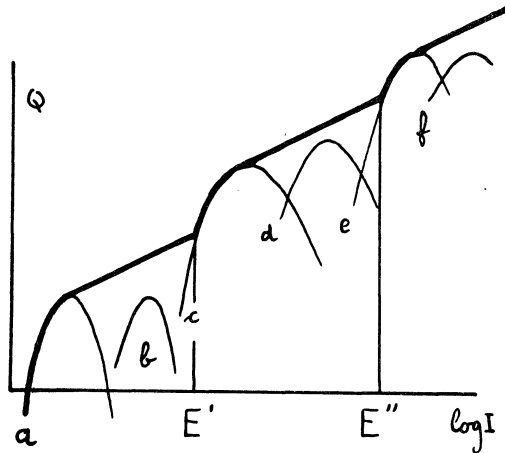


Fig. 6

figure vediamo che per E minore di E' bisogna usare lastre tipo a, allargando via via lo spettro, per $E' < E < E''$ lastre tipo c, e per $E > E''$ occorrono lastre tipo e. I tipi b, d, f, per quella lunghezza d'onda, danno risultati inferiori.

La curva in grassetto di fig. 6 risolve dunque il problema della scelta della migliore lastra fotografica quando l'unico elemento regolabile e disponibile è l'altezza dello spettro. Si suppone perciò che la larghezza della fenditura sia costante in tutti i casi, e precisamente larga tanto quanto basta perchè nello spettrografo essa venga ridotta a dimensioni appena risolvibili dalla lastra avente il minimo potere separatore di tratti per millimetro (ad es. la a). Siccome la larghezza della fenditura è l'equivalente ottico della larghezza di banda passante di un canale di trasmissione, possiamo dire che il diagramma di fig. 5 ci dà la precisione ottenibile da ogni lastra a parità di banda passante. Se la lastra b ha un potere separatore doppio della a e c, potremo stringere la fenditura alla metà; ma allora la I si riduce pure alla metà e quindi il diagramma b di fig. 6 si deve spostare parallelamente all'asse $\log I$ della quantità 0.301 verso destra. Perciò anche la retta ρ_b si sposta parallelamente a se stessa della stessa quantità. Abbiamo quindi un aumento del potere separatore dello spettrografo a spese della precisione fotometrica ottenibile. Bisogna pertanto scegliere tra un migliore potere risolvente oppure una migliore precisione fotometrica. In altre parole le informazioni di natura fotometrica vanno a scapito di quelle di natura geometrica; nel caso in esame se si vuole dare la preferenza al potere risolvente occorre usare le lastre b, e se invece occorre fare della spettrofotometria di una riga non impastata occorrono le lastre tipo a. Naturalmente tutta questa discussione presume che la larghezza della fenditura esplorante del microfotometro sia stata mantenuta costante nei due casi ed inoltre molto inferiore al potere risolvente di ambedue le lastre.

Giunti a questo punto è facile comprendere come si possa scegliere in ogni caso pratico la lastra optimum per una data stella e per un dato tipo di ricerca. I diagrammi di fig. 6 permettono di confrontare il rendimento di informazioni a parità di potere risolvente, di tempo di posa, di dispersione ecc.; si potrebbe vedere anche l'influenza dello sviluppo, considerando una lastra sviluppata in due modi diversi come due lastre distinte. In particolare il tempo di sviluppo optimum è quello che dà il massimo valore di Q_0 . Ma è inutile procedere oltre in questa direzione senza la conoscenza sperimentale precisa dei diagrammi suddetti.

C'è però una questione che può essere risolta sin d'ora: quando si prende lo spettro di una stella è meglio far scorrere la stella poche volte sulla fenditura, ma lentamente, oppure molte volte rapidamente?

Assumiamo l'ipotesi ragionevole che l'altezza dello spettro sia quattro volte l'altezza minima che si otterrebbe lasciando la stella ferma sulla fenditura. Allora il metodo di far scorrere la stella poche volte sulla

fenditura durante l'ora equivale approssimativamente a prendere quattro spettri affiancati della minima altezza, ciascuno con un quarto d'ora di posa ininterrotta con intensità di luce I . Il secondo metodo equivale invece a prendere uno spettro alto come il primo ma con intensità di luce un quarto di I . Se valesse la legge di reciprocità gli annerimenti sarebbero gli stessi nei due casi, e quindi siccome il ΔD dipende solo da D la quantità d'informazioni sarebbe la stessa. In generale con lastre a basso importo di non reciprocità (come le Kodak 103a0) nei due modi si ottiene la stessa precisione.

Ma sappiamo bene che la legge di reciprocità non vale. In prima e sufficiente approssimazione possiamo supporre che la curva caratteristica $D - \log It$ sia la stessa per tempi diversi a patto di sostituire al prodotto It il prodotto It^p ove $p = 0.85$. Allora un'esposizione dell'intensità I per quindici minuti dà lo stesso annerimento di una intensità $I_c = I \left(\frac{15}{61}\right)^{0.85} = \frac{1}{3.2} I$ che è maggiore di $1/4$ di I . Quindi lo spettro preso con una sola corsa è più denso di quello preso con molti scorrimenti. Se dunque quest'ultimo ha la densità optimum, sarà possibile allargando il primo spettro, ricondurlo alla densità optimum guadagnando perciò in precisione. Si può quindi facilmente vedere che la precisione, facendo scorrere la stella una sola volta, è del 10 per cento circa migliore che nell'altro modo. Infatti $\log 4/3.2$ rappresenta lo spostamento orizzontale delle due curve dei Q . L'allargamento del primo spettro sposta la prima curva come nel diagramma di fig. 5 e quindi il massimo Q_0 viene aumentato della quantità 0.5×0.0090 ; passando dal logaritmo al numero si trova il miglioramento predetto. Questo è dunque l'ordine di grandezza di ciò che si guadagna con scorrimenti lenti; il guadagno è aumentato se il coefficiente p è minore di 0.85 o se l'altezza dello spettro è maggiore di quattro volte la minima. D'altra parte la variazione della trasparenza dell'aria, che provoca sensibili striature longitudinali nello spettro, sposta il giudizio in senso opposto. Infatti al microfotometro si ottiene la trasparenza media la quale non è affatto in relazione semplice con la trasparenza nelle singole zone trasversali dello spettro; quindi la riduzione con una curva di calibrazione genera errori sistematici assai più pericolosi del guadagno del dieci per cento.

BIBLIOGRAFIA

- 1) « Photography in astronomy » di Selwyn. Ediz. Kodak, 1950, pag. 72.

