UN MOTO ORARIO ELETTRONICO PEL RIFLETTORE ZEISS DI MERATE

Nota di A. KRANJC (*)

(*Osservatorio astronomico di Merate*)

RIASSUNTO. — Si descrive un moto orario impiegante un motorino asincrono ad induzione la cui velocità di rotazione è stabilizzata da un semplice servomeccanismo elettronico comandato da un pendolo. E' possibile variare a distanza la velocità entro i limiti ± 1.5% per mezzo di un altro circuito a controllo di fase.

ZUSAMMENFASSUNG. — Es wird ein Uhrwerk beschrieben, welches einen kleinen Asynchronmotor verwendet, dessen Rotationsgeschwindigkeit durch einen einfachen von einem Pendel gesteuerten Hilfsmechanismus stabilisiert wird. Es ist möglich, sogar von grösserer Entfernung aus, die Geschwindigkeit des Uhrwerks vermittelst einer anderen Schaltung der Phasenkontrolle in den Grenzen ± 1.5% zu variieren.

1. — A causa dell'imperfetto funzionamento del regolatore a forza centrifuga del moto orario del riflettore Zeiss di Merate si è resa necessaria la costruzione di un nuovo regolatore che qui descriviamo, dopo un breve cenno alle caratteristiche richieste in pratica ed un esame critico di altri tipi.

Per un corretto funzionamento del moto orario bisogna che l'immagine di una stella non risulti mossa sulla lastra quando il telescopio viene lasciato a sè per un tempo dell'ordine del quarto d'ora. Il diametro angolare σ dell'immagine, secondo l'ottica ondulatoria, è determinato dalla ben nota formola

$$\sigma = 500 \frac{\lambda}{D} \qquad (1)$$

σ in secondi d' arco
λ in micron
D in mm

e quindi si avrebbe pel riflettore da un metro di Merate $\sigma = 0''.25$. Ma in pratica il diametro angolare dell'immagine d'una stella è determinato assai più dal seeing che dal comportamento ondulatorio della luce; infatti in buone condizioni atmosferiche il diametro è di circa un paio di secondi

(*) Ricevuta il 15 aprile 1956.

d'arco che equivalgono a 0.13 secondi di tempo. Se dunque si richiede che la stella non risulti mossa sulla lastra, bisognerà che lo scarto massimo nel regolatore non superi una frazione di 0.13 secondi di tempo, ciò che significa una precisione necessaria di una parte su diecimila in un quarto d'ora. Se la stabilità di velocità del moto orario è inferiore si rendono necessarie correzioni in α relativamente più frequenti, ciò che rende penosa l'osservazione; se la stabilità è invece ancora maggiore non si ha più alcun vantaggio perchè vari fattori intervengono a rendere ugualmente necessarie le correzioni (irregolarità della ruota elicoidale di accoppiamento al moto orario, rifrazione, flessione del tubo, ecc.).

Una così elevata stabilità di rotazione può essere ottenuta praticamente con circuiti elettronici oscillanti a frequenza stabilizzata da quarzi, diapason ecc. Si tratta però sempre di circuiti impieganti numerose valvole e soggetti perciò a facili avarie; per di più la correzione nei piccoli movimenti in α è ottenuta di solito con differenziali meccanici sull'albero motore, perchè non è pratico cambiare la frequenza del quarzo o del diapason, e ciò complica la costruzione.

In ogni caso l'uscita del regolatore consiste in un motorino sincrono, piuttosto costoso e delicato.

Un altro tipo che permette di ottenere la stabilità richiesta è il Gerrish, che è in sostanza un servomeccanismo il quale compara la fase di rotazione dell'albero motore con quella d'oscillazione di un pendolo; la loro differenza è prefissata in partenza ed il segnale d'errore al servomeccanismo consiste nella differenza tra lo sfasamento prefissato e quello istantaneo. E' chiaro dunque che la stabilità di frequenza di rotazione del moto orario è determinata dalla regolarità dell'andamento del pendolo; ora una parte su diecimila significa che il pendolo non deve sbagliare per più di circa una decina di secondi al giorno, risultato che in pratica quasi tutti i pendoli del commercio raggiungono. Purtroppo il tipo Gerrish presenta numerosi svantaggi. Anzitutto richiede un differenziale sull'albero motore per i piccoli movimenti in α, non essendo pratico variare il periodo del pendolo; poi sono necessari alcuni relais attraverso ai quali deve passare la corrente continua pel motore, e quindi i contatti sono soggetti a guasti. Per di più le spazzole e l'avvolgimento del rotore del motore a corrente continua lo rendono nettamente meno robusto e sicuro dei motori asincroni a corrente alternata.

A Merate si è quindi partiti dal principio di funzionamento del tipo Gerrish e lo si è trasformato in modo da eliminarne gli inconvenienti.

2. — Come si vede nella fig. 1 il catodo del triodo T1 è a massa, e quello del thyratron T2 è a potenziale — 10 volta a causa del partitore ohmico formato dalle resistenze R1 ed R2. Le griglie di T1 e T2 sono normalmente al potenziale di — 20 volta; quella del thyratron T3 è al potenziale del catodo di T2, cioè a — 10 volta. In tali condizioni nessuno dei

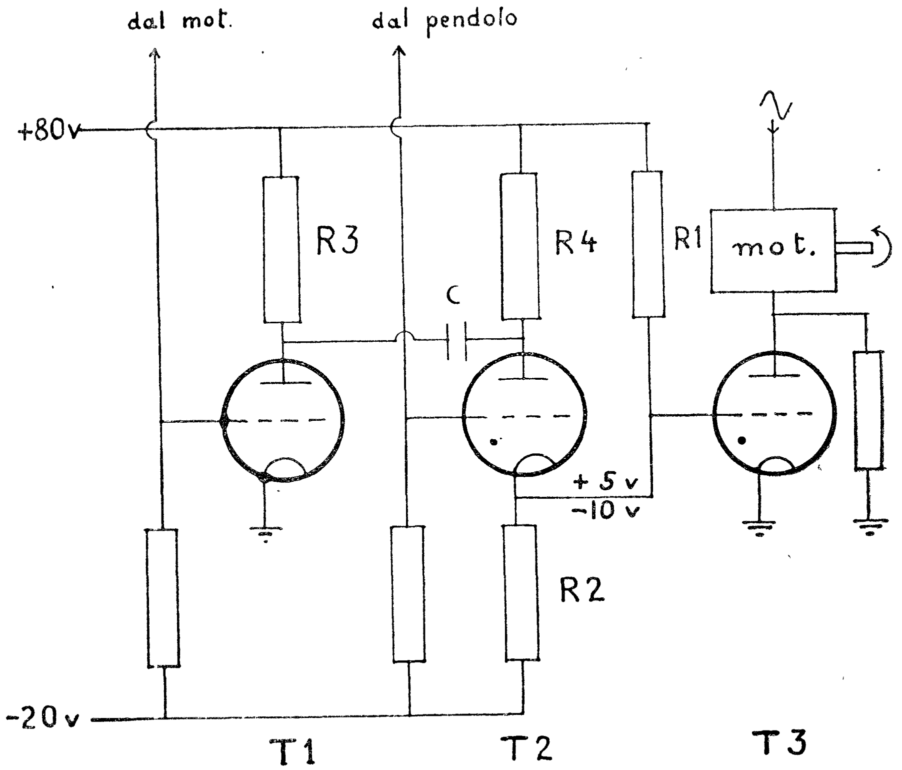

Fig. 1

tre tubi permette il passaggio della corrente. Ma se ad un certo istante la griglia di T2, connessa ai contatti elettrici di un pendolo, va a massa, il thyratron T2 si accende e resta acceso anche quando si interrompe il contatto a massa del pendolo. Allora la resistenza R1 è cortocircuitata dal thyratron T2 e quindi il potenziale del catodo sale ad un valore leggermente positivo, tale da assicurare l'accensione del thyratron T3, alimentato in alternata in serie con un motorino asincrono a condensatore, il quale è dunque alimentato dalle semialternanze positive della tensione alternata, e comincia a girare. Un opportuno riduttore a vite senza fine ed ingranaggio riduce la velocità di rotazione a poco più di un giro ad ogni semioscillazione del pendolo.

L'albero che gira a velocità così ridotta è ad ogni giro messo in contatto a mezzo d'una camma con la griglia di T1 e quindi si ha una brusca caduta ohmica attraverso alla resistenza R3; il condensatore C rende allora negativa la placca del thyratron T2 per una durata che è determinata dalla costante di tempo R4 $\times$ C ed è calcolata in modo da essere maggiore del tempo di deionizzazione. Ne segue che il thyratron T2 si spegne e resta spento sino al seguente impulso di tensione dal pendolo, e perciò, spentosi il thyratron T3, il motore non riceve più corrente. Tutto avviene dunque come se il pendolo chiudesse un interruttore in serie al motore, e l'albero a giri demoltiplicati lo riaprisse ad ogni suo giro. Ma ora apertura e chiusura dei contatti avvengono con minimo passaggio effettivo di corrente, la quale si riduce a pochi microampère che non possono danneggiarli.

3. — Vediamo dapprima con mezzi elementari il funzionamento del servomeccanismo così costruito. Supponiamo che l'albero motore compia esattamente un giro per ogni semioscillazione del pendolo. Se per un motivo qualsiasi il motore dovesse rallentare, aumenterebbe di conseguenza la durata media per oscillazione della chiusura dell'interruttore e quindi aumenterebbe la potenza fornita dal motore, il quale può così opporsi al rallentamento. E' quindi intuitivo che la velocità di rotazione del moto orario tende a rimanere costante. Ma è ben noto nella moderna tecnica della progettazione del servomeccanismi di funzionamento optimum che bisogna tener conto anche di altri fattori oltre al segno della reazione.

Se $\overline{n}$ è il numero di semioscillazioni del pendolo al secondo, ed n il numero di giri al secondo dell'albero motore, siano C_m e C_r rispettivamente la coppia motrice e la coppia resistente, ambedue funzioni di n. Se il motore fosse inserito direttamente alla rete senza il controllo del servomeccanismo la velocità di regime n risulterebbe dall' equazione $C_m(n) = C_r(n)$. In realtà, siccome in parallelo al thyratron T3 c'è una resistenza, la coppia disponibile all'albero motore è data da una frazione costante della massima, che indicheremo $\psi\, C_m$ e che dipende dal valore della resistenza in parallelo a T3, più un'altra frazione $\theta\,(1 - \psi) C_m$ della massima, la quale è invece controllata dal servomeccanismo. Il valore $2\pi\,\theta$ rappresenta l'angolo in radianti di cui ruota l'albero motore durante il tempo in cui T2 resta acceso e verrà detto fase. Pertanto la coppia disponibile C_d, variando la fase tra 0 e 2π cioè θ tra 0 ed 1, può variare tra $\psi\, C_m$ e C_m. Se dunque alla velocità prestabilita $\overline{n}$ si ha che

$$\psi\, C_m\,(\overline{n}) < C_r\,(\overline{n}) < C_m\,(\overline{n}) \tag{2}$$

allora esiste una θ tale che

$$C_d\,(\overline{n}) = \psi\, C_m\,(\overline{n}) + \theta\,(1 - \psi)\, C_m\,(\overline{n}) = C_r\,(\overline{n})\ . \tag{3}$$

Supponiamo ora che intervenga una variazione $\Delta\, C_r$ nella coppia resistente. La nuova velocità di regime n_0 sarà data allora dalla soluzione dell'equazione

$$\psi\, C_m\,(n_0) + \theta\,(1 - \psi)\, C_m\,(n_0) = C_r\,(n_0) + \Delta\, C_r\ . \tag{4}$$

Per variazioni $\Delta\ C_r$ sufficientemente piccole, posto

$$\Delta\ n_o = n_o - \bar{n} \tag{5}$$

si ottiene

$$\Delta\ n_o = \frac{\Delta\ C_r}{(\theta + \psi - \theta\ \psi)\ \frac{d\ C_m\ (\bar{n})}{d\ n} - \frac{d\ C_r\ (\bar{n})}{d\ n}} \tag{6}$$

Perciò appena applicato il carico supplementare $\Delta\ C_r$ la velocità di rotazione varia dell'importo $\Delta\ n_o$. Ma allora anche la fase comincia a variare e diviene perciò funzione del tempo; conseguentemente varia anche la coppia media erogata dal motore, perchè dipende esplicitamente da θ. Si ha dunque

$$\theta\ (t) = \theta + \int_0^t \left[\bar{n} - n\ (t) \right] d\ t \tag{7}$$

Poniamo anche qui

$$\Delta\ n\ (t) = n\ (t) - \bar{n} \tag{8}$$

ed inoltre indichiamo con

$$\varepsilon\ (t) = 2\ \pi\ [\ \theta\ (t) - \theta\ ] \tag{9}$$

l'errore nella fase del servomeccanismo.

Allora la (7) si può scrivere

$$\varepsilon\ (t) = -\ 2\ \pi \int_0^t \Delta\ n\ (t)\ d\ t \tag{10}$$

Dalla (4) si ricava, tenendo conto che $\theta\ (t)$ è ora variabile

$$\left[(\psi + \theta - \theta\ \psi)\ \frac{d\ C_m\ (\bar{n})}{d\ n} - \frac{d\ C_r\ (\bar{n})}{d\ n} \right] \Delta\ n\ (t) + \tag{11}$$

$$+ \frac{1 - \psi}{2\ \pi}\ C_m\ (\bar{n})\ \varepsilon\ (t) = \Delta\ C_r$$

Risolvendo il sistema integro-differenziale (10) (11) si ottiene infine l'espressione cercata approssimata per l'errore del servomeccanismo:

$$\varepsilon(t) = \frac{2\pi \Delta C_r}{(1-\psi)\, C_m(\overline{n})} \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right] \tag{12}$$

ove τ = costante di tempo del servomeccanismo

$$\frac{1}{\tau} = \frac{(1-\psi)\, C_m(\overline{n})}{\dfrac{d\, C_r(\overline{n})}{d\, n} - (\psi + \theta - \theta\psi)\dfrac{d\, C_m(\overline{n})}{d\, n}} \tag{13}$$

Giunti a questo punto possiamo concludere che per la stabilità del servomeccanismo si richiede che deve essere $\tau > 0$; ma siccome tanto $(1 - \psi)$ che C_m sono positivi, bisogna che sia

$$\frac{d\, C_r(\overline{n})}{d\, n} - (\psi + \theta - \theta\psi)\frac{d\, C_m(\overline{n})}{d\, n} > 0 \tag{14}$$

L'errore massimo tende esponenzialmente al valore

$$\varepsilon_{max} = \frac{2\pi\Delta C_r}{(1-\psi)\, C_m(\overline{n})} \tag{15}$$

Si può vedere subito che per la stabilità il massimo valore possibile dell'errore nella fase quando $\theta = 0.5$, è dato da $\varepsilon = \pm \pi$ da cui si ha subito il limite di carico

$$\left| \Delta C_r \right| < \frac{1-\psi}{2}\, C_m(\overline{n}) \tag{16}$$

Le due condizioni (15) (16) permettono la progettazione optimum. Infatti se si vuole che l'errore nella direzione del telescopio sia il più piccolo possibile rispetto a variazioni del carico bisogna che

a) C_m sia la più grande possibile (motore di grande potenza).

b) $\psi = 0$ (thyratron T3 non shuntato).

Riguardo alla stabilità bisogna che si abbia

c) $\tau > 0$.

Un calcolo perfettamente analogo può esser fatto per valutare l'influenza sull'errore ε di una variazione ΔC_m della coppia motrice; più rapidamente si giunge al risultato osservando che un aumento ΔC_r del carico deve produrre gli stessi effetti di una uguale ed opposta diminuzione della coppia disponibile; si ha in definitiva

$$\varepsilon\,(t) = \frac{2\,\pi\,(\Delta\,C_r - \Delta\,C_d)}{(1-\psi)\,C_m\,(\bar{n})}\left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right] \tag{17}$$

Rimane ancora un parametro che siamo liberi di scegliere: il semiperiodo T d'oscillazione del pendolo. L'errore $\Delta\,\alpha$ nella direzione del telescopio in ascensione retta è legato all'errore ε dalla relazione

$$2\,\pi\,\Delta\,\alpha = \varepsilon\,T \tag{18}$$

e perciò conviene scegliere pendoli a corto periodo. Siccome T verrà scelto uguale a mezzo secondo, a variazioni nel carico del 10% corrisponde una differenza in α non maggiore di 0.05 sec.

4. — Il valore della costante di tempo τ non interviene nell'errore massimo dovuto a variazioni delle coppie motrici o resistente; ma una eventuale variazione di θ dovuta a cause diverse (vedi ad esempio avanti sul controllo a distanza della velocità del moto orario) deve poter essere compensata in un tempo quanto più breve possibile. Siccome nella (13) deve essere per quanto già visto $C_m\,(\bar{n}) \gg 0$, e siccome in pratica è $\frac{d\,C_r\,(\bar{n})}{d\,n}$ non molto maggiore di zero, ne segue che deve essere anche

$$\theta\,\frac{d\,C_m\,(\bar{n})}{d\,n} \simeq 0. \tag{19}$$

Si possono usare

a) motori a corrente continua ad avvolgimento in parallelo,

b) motori a corrente continua ad avvolgimento in serie.

c) motori ad induzione a corrente alternata quando ruotano a a velocità prossima al sincronismo con la tensione.

Il primo tipo, generalmente usato per la sua elasticità di regolazione, è stato scartato proprio perchè l'elasticità non è qui richiesta.

Analogamente pel secondo tipo.

Si è adottato dunque un motore ad induzione monofase a condensatore.

In buona approssimazione la coppia motrice è data dalla formola

$$C_m\,(n) \simeq E^2\,\frac{s}{1+\rho^2\,s^2} \tag{20}$$

ove E = tensione alternata applicata

s = slip $= 1 - \frac{n}{N}$

N = velocità di rotazione dell'albero motore quando il rotore gira in sincronia con la tensione di rete

ρ = costante che dipende dalla resistenza e dall'autoinduzione del rotore.

Derivando si ha

$$\frac{d\,C_m\,(n)}{d\,n} = - \frac{E^2}{N}\,\frac{1 - \rho^2\,s^2}{(1 + \rho^2\,s^2)^2} \tag{21}$$

e perciò si ha che $\frac{d\,C_m}{d\,n} < 0$ solo se $s < 1/\rho$; siccome da misure fatte risulta $\rho = 3.2$ ne segue che per la stabilità la velocità di regime deve essere compresa tra i limiti

$$0.7\,N < \bar{n} < N\,.$$

Sostituendo le espressioni (20) (21) nella (13), ove si è posto $\psi = \frac{d\,C_r}{d\,n} = 0$ si ha:

$$1/\tau = \frac{Ns\,(1 + \rho^2\,s^2)}{\theta\,(1 - \rho^2\,s^2)^2} \tag{22}$$

Dunque la massima velocità di risposta è ottenuta per alti valori dello slip, e per θ quanto più piccolo possibile.

La coppia motrice $C_m(n)$ può mutare per variazioni sia della tensione che della frequenza di rete; fatti i calcoli si trova l'errore $\Delta\,\alpha$.

$$\Delta\,\alpha = \theta\,T\left[2\,\frac{\Delta\,E}{E} - \frac{(1 - s)\,(1 - \rho^2\,s^2)}{s\,(1 + \rho^2\,s^2)}\,\frac{\Delta\,N}{N}\right] \tag{23}$$

in pratica le variazioni di tensione non superano mai $\pm$ 10% e quindi l'errore max $\Delta\alpha = 0.05$ sec. Si osservi che in un motore a corrente continua eccitato in parallelo la coppia motrice è proporzionale alla tensione e non al suo quadrato; perciò un regolatore impiegante un tale motore è metà meno sensibile alle variazioni della tensione che quello da noi usato, ma come si è visto si rientra ugualmente nelle tolleranze prestabilite.

Per quanto riguarda le variazioni di frequenza il motore a corrente continua ne è indipendente. Nel caso attuale la dipendenza è invece tanto più sentita quanto più piccolo è lo slip. Se scegliamo $s = 0.1$, fatti i calcoli si trova che per variazioni di frequenza di $\pm$ 5% si ha un errore massimo $\Delta\alpha = \pm\,0.09$ sec, e perciò il regolatore è stabile.

5. — Assicurata in tal modo la costanza della velocità del moto orario bisogna ora esaminare di quanto essa deve poter essere in pratica

variata per poter compensare gli effetti della rifrazione, della flessione dello strumento e delle irregolarità meccaniche.

E' pratica comune dirigere l'asse polare non verso il polo vero, ma in direzione leggermente diversa in modo che se si mantiene costantemente puntata una stella nel campo fotografato agendo sulle correzioni in α e δ, il campo non ruoti rispetto alla lastra; ciò è ottenuto dirigendo l'asse polare verso il polo rifratto, più una quantità che dipende dalla flessione del tubo.

Si può dimostrare che, supposta nulla la flessione e diretto quindi l'asse verso il polo rifratto, posta uguale ad uno la velocità normale del moto orario, cioè di un giro al giorno siderale, la correzione da apportare per compensare l'effetto della rifrazione è data dalla formola, valida per stelle più alte di venti gradi sull'orizzonte,

$$\text{correzione} = k \left[\operatorname{tg} \delta \operatorname{ctg} \varphi \cos H - \frac{1 + \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta \cos H}{(\operatorname{tg} \varphi \operatorname{sen} \delta + \cos \delta \cos H)^2} \right] \tag{24}$$

ove δ = declinazione
H = angolo orario
φ = latitudine
k = costante della rifrazione, cioè è circa k = + 0.000292.

Per stelle vicine al polo, per le quali δ tende a $+ 90°$, questa formola è poco adatta al calcolo numerico; con un passaggio al limite si trova che per $\delta \rightarrow + 90°$ si ha

$$\text{correzione} = \frac{k \cos 2 H}{\operatorname{tg}^2 \varphi} \tag{25}$$

Naturalmente per $\delta = + 90°$ non c'è più bisogno di moto orario.

La restrizione che l'altezza sia maggiore di venti gradi sull'orizzonte sorge dal fatto che la legge della rifrazione

$$R = k \; tg \; z$$

vale con buona approssimazione sino a $z = 70°$. D'altra parte fattori atmosferici locali impediscono di fare delle buone osservazioni di stelle più basse. Nella tabella I è riportato il massimo angolo orario compatibile con questa condizione, in funzione della declinazione. Si vede che sono praticamente osservabili solo stelle aventi $\delta > - 25°$.

Nella figura 2 sono riportate sotto forma di diagrammi le correzioni da apportare alla velocità del moto orario in millesimi della velocità normale, e per valori della declinazione δ variabile di dieci in dieci gradi. Si vede che la massima correzione positiva è di + 0.66 per mille e la massima negativa di — 1.29 per mille, in corrispondenza rispettivamente a

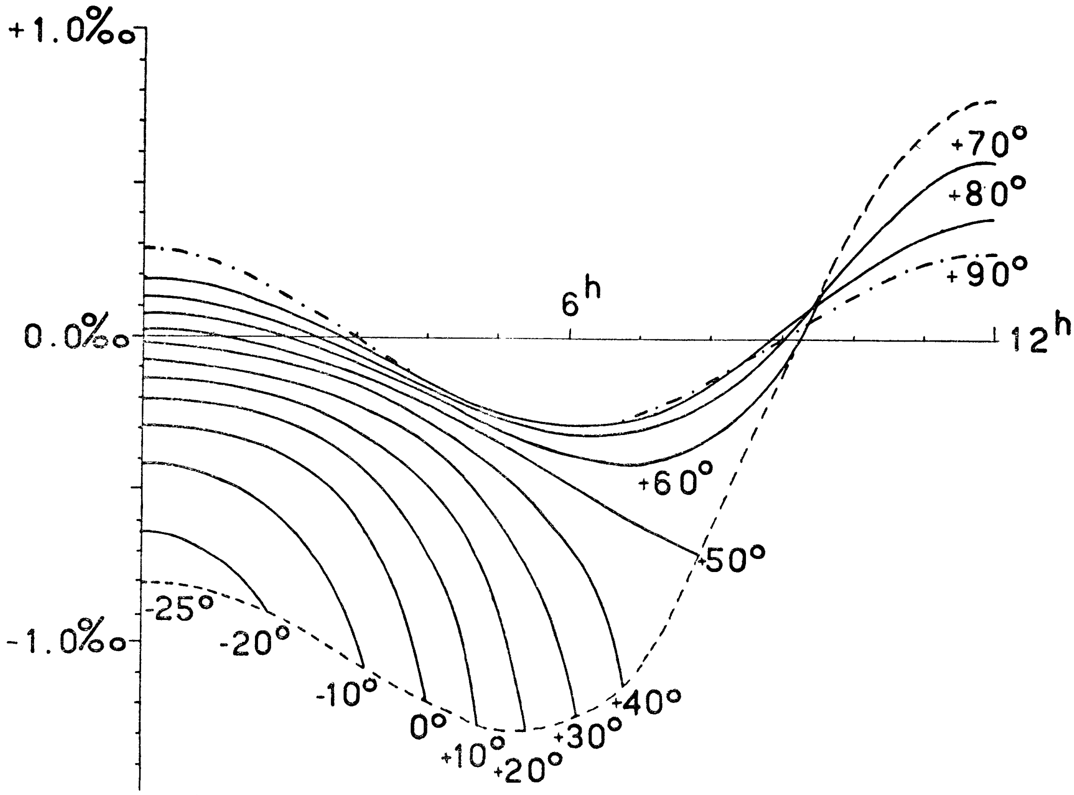

Fig. 2

$\delta = +64°$, $H = 12^h$ e $\delta = 15°$, $H = 5^h$ circa. Bisognerà perciò che il moto orario possa variare la propria velocità di almeno 1,3 per mille. Per sicurezza e per comodità d'uso abbiamo lasciato invece un margine per la correzione dell'1,5 per cento, e ciò allo scopo di poter più rapidamente perfezionare il primo puntamento, e per agevolare le ossrvazioni spettrografiche nelle quali si fa scorrere leggermente l'immagine della stella sulla fenditura.

TABELLA I

$\delta =$	H_{max}
$-25°$	$0^h\ 00^m$
$-20°$	$1^h\ 45^m$
$-10°$	$3^h\ 07^m$
$\pm\ 0°$	$4^h\ 01^m$
$+10°$	$4^h\ 46^m$
$+20°$	$5^h\ 26^m$
$+30°$	$6^h\ 08^m$
$+40°$	$6^h\ 49^m$
$+50°$	$7^h\ 50^m$
$+60°$	$9^h\ 38^m$
$+70°$	$12^h\ 00^m$
$+80°$	$12^h\ 00^m$
$+90°$	$12^h\ 00^m$

6. — Si tratta ora di vedere come ottenere semplicemente a distanza la variazione della velocità del moto orario senza agire sul pendolo e senza l'impiego di differenziali meccanici. Osserviamo a tal fine che il servomeccanismo tende a far restare costante la fase $2\pi\theta$ la quale è rappresentata dall'angolo descritto dalla camma nell'intervallo di tempo tra il segnale dal pendolo ed il segnale alla griglia del triodo. Se la posizione del contatto a massa toccato dalla camma viene variata, siccome l'angolo di fase deve restare costante, il motore deve accelerare o rallentare in modo da seguire il movimento del contatto, e per di più la variazione di velocità del motore è proporzionale alla velocità di rotazione del contatto mobile. Esso è portato da una ruota ad ingranaggi elicoidali, coassiale e folle sull'albero motore, che è fatta muovere lentamente da un motorino a corrente continua eccitato in parallelo, la cui velocità è variabile a distanza a mezzo di un potenziometro inserito nel circuito del rotore. Un deviatore, montato nella stessa scatoletta che porta il potenziometro, permette di invertire il senso di rotazione, cioè il segno della correzione.

7. — Fra i minori dettagli costruttivi si osservi che si è scelto un periodo T della semioscillazione del pendolo uguale a mezzo secondo. Un periodo notevolmente più breve non porterebbe alcun vantaggio perchè le alternanze della tensione di rete hanno un periodo di 0.02 secondi. Per semplificare il riduttore di giri del motore a corrente alternata a 50 giri massimi al secondo, si è adottato una demoltiplica per 45 (si è fissato infatti $s = 0.1$) ciò che permette di ottenere un giro al secondo; per avere poi due impulsi al secondo alla griglia del triodo di camme ne sono state montate due diametralmente opposte.

Un motore ad induzione notoriamente ha una bassa coppia di spunto, e quindi la partenza può essere difficoltosa; perciò un relais termico ad inserzione ritardata permette durante il primo minuto di funzionamento di connetterlo direttamente alla rete: esso funziona dunque a pieno regime. Successivamente entra in azione il circuito regolatore. Infatti lo stesso relais termico non permette che venga applicata l'alta tensione alle placche dei thyratron che dopo il riscaldamento dei filamenti. Se ciò non fosse i thyratron si deteriorerebbero rapidamente. Una lampadina rossa segna la fase di avviamento, ed una verde lo stato di funzionamento corretto. Per diminuire vibrazioni a periodo 0,5 sec si è poi preso ϕ poco maggiore di zero.

La stabilità di funzionamento è stata riscontrata ottima. Correzioni di un millimetro nel piano focale del riflettore Zeiss richiedono una durata di circa cinquanta secondi. Ciò non ha alcuna importanza per lavori spettrografici o fotografici, ma è un serio inconveniente nell'osservazione fotoelettrica ove bisogna assai spesso ricorrere a centramenti della stella. D'altra parte non è possibile aumentare la velocità della correzione in ascensione retta perchè allora lo slip potrebbe assumere valori incompatibili con la stabilità.