



ALCUNE QUESTIONI INTORNO A MISURE FATTE CON FOTOMETRI A SCALA

Nota di J. JUNKES

RIASSUNTO. — In occasione di quasi 3.600 misure fatte con un fotometro a scala su immagini proiettate e di altre 5.000 fatte con osservazione oculare vengono discusse alcune questioni intorno alle qualità requisite per una buona scala stellare fotometrica e intorno al reale valore delle sottoparti interpolate. La precisione delle misure oculari con un errore di $\pm 0m.064$ raggiunge i valori anche altrove trovati. Nelle misure in proiezione però si verifica un errore più forte di $0m.096$ dovuto principalmente alle imperfezioni del sistema proiettore usato. Confrontando poi misure scalari con tali microfotometriche si accerta un sorprendente spostamento del punto zero, la cui causa però non si può ancora individuare.

Il primo grosso lavoro condotto col fotometro a scala per osservazione oculare o per proiezione, che venne descritto in una nota precedente ⁽¹⁾, è stata la rassegna di un campo della Via Lattea. In questo studio vennero eseguite circa 3.600 misure sulle immagini proiettate ed oltre 5.000 misure con osservazione oculare. Durante questa ricerca sorsero diverse questioni, riguardo alla scala del fotometro ed alle stime con una tale scala, riguardo alla precisione delle misure condotte con un fotometro a scala e alle relazioni di tali misure con le misure fatte con un microfotometro termoelettrico. Alcune di queste questioni, essendo, come ci sembra, di interesse generale, verranno qui trattate.

I. Alcuni problemi intorno alle scale di un fotometro a scala

Come gli altri fotometri anche il fotometro a scala misura l'intensità luminosa di una sorgente di luce dagli effetti fotografici; gli è invece proprio il misurare gli effetti fotografici mediante stima con serie graduate di immagini stellari. Lo strumento in quanto tale ha l'unico compito di presentare all'osservatore nel modo più adatto la scala e il campo stellare e così fornire un prerequisito generale per buone misure. Essenzialmente poi

(1) J. JUNKES, *Un fotometro a scala per osservazione oculare o per proiezione*. Memorie Soc. Astr. Ital. **15**, 233. = Ric. Astr. **1**, p. 153.

la misura dipende dall'osservatore e dalla scala. Per un lavoro perfetto col fotometro a scala occorre postulare:

per parte della scala:

- 1) Uguaglianza delle immagini della scala e del campo.
- 2) Graduazione corretta.
- 3) Giusto intervallo delle grandezze.

per parte dell'osservatore:

Una certa sicurezza d'interpolazione.

In quel che segue questi punti saranno singolarmente trattati e discussi più per minuto sul materiale a disposizione.

Il postulato dell'*uguaglianza delle immagini* del campo e della scala, come prerequisite indispensabile per un lavoro esatto è per sé evidente; solo allora è possibile fare una buona stima, mediante la scala, delle stelle del campo, quando queste sia nella forma che nell'annerimento sono similissime alle stelle della scala. Perciò nell'esecuzione della scala si farà attenzione che le condizioni siano assolutamente simili alle condizioni nelle quali è stata presa la fotografia del campo. Così occorrerà lavorare con lastre della stessa emulsione, con lo stesso strumento, e nelle stesse condizioni atmosferiche. Solo in caso di necessità si misureranno grandezze fotografiche con una scala fotovisuale e viceversa; benchè non manchi esempio che mostra, che anche così si può raggiungere lo scopo e ciò specialmente nelle fotografie eseguite con lo specchio (1).

Il far una scala in tutto e per tutto analoga al campo è talvolta difficilissimo. Così per es. è addirittura quasi impossibile farsi d'inverno, sia pure con lo stesso strumento, la stessa specie di lastre e lo stesso procedimento, una scala che risponda ad una fotografia fatta nei mesi estivi: la fotografia invernale talvolta mostra attorno alle piccole stelle un alone che non si trova attorno alle stelle uguali nelle fotografie estive. Di questo difetto sarebbero responsabili le mutate condizioni atmosferiche.

Per una tale disuguaglianza potrebbe venire in questione anche un altro motivo: si tratta di una cosa ben diversa, far una scala a tempi di posa graduati, e farsi una scala con una serie di oggetti di luminosità diversa con un unico, lungo tempo di posa. Nel primo caso l'inquietezza dell'aria non si fa sentir tanto nelle pose brevi quanto nelle lunghe: può così accadere che le stelle più piccole della scala mostrino un minore alone che quelle ugualmente grandi del campo, mentre le immagini per gli oggetti più luminosi sono abbastanza simili. In tal caso non resta altro che usare diverse scale per i due gruppi.

Secondo requisito per una buona scala è che sia *corretta la graduazione*. Questa condizione non è sempre soddisfatta. Specialmente nei tempi

(1) H. MÜLLER und L. HUFNAGEL, *Untersuchungen über absorbierende Wölken beim Nordamerikanebel*, . . . *ZfAp* 9, 334 (1935).

di posa brevi, possono capitare degli sbagli di esposizione o già può influire l'arrotondamento dei tempi di posa. S'aggiunge la variazione delle condizioni atmosferiche che si fa sentire di più nelle esposizioni brevi. Quando si rifletta inoltre che può avere influsso anche lo strato della gelatina per la sua inomogeneità, è appena da aspettare una scala esente sempre da errori.

Questi errori sono spesso piccoli, specialmente se i tempi di posa sono abbastanza lunghi da escludere errori.

Quando si costituisca una curva di taratura nel modo consueto, cioè ponendo sulle ordinate le grandezze delle stelle standard e sulle ascisse le misure, coordinando agli intervalli della scala stellare i corrispondenti intervalli sulle ascisse, questi errori di scala si rivelano in una irregolarità della curva, che per diverse lastre appare sempre allo stesso punto della scala. Sotto questo aspetto questi errori differiscono dagli errori accidentali

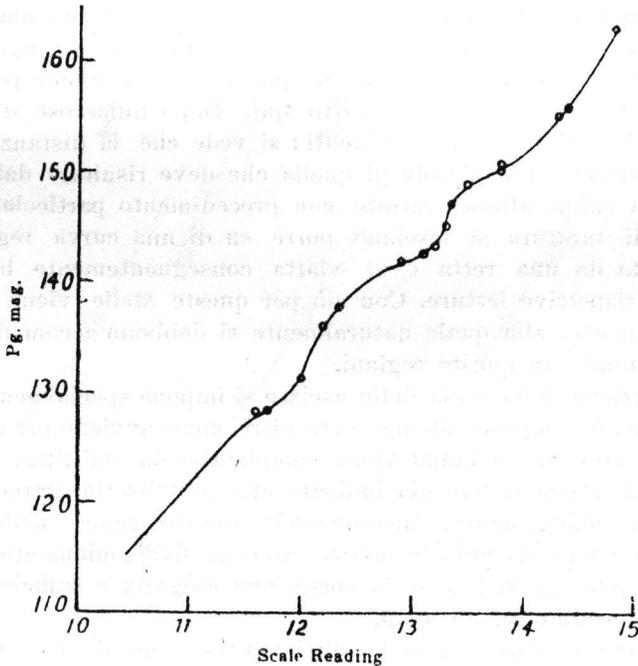


Fig. 1.

Curva di taratura sinuosa.

Da C. J. KRIEGER, *LOB.* 14, 100 [1929].

che naturalmente mostrano una certa indipendenza dall'oggetto o si distribuiscono del tutto irregolarmente. Questi errori accidentali vengono eliminati correttamente col tracciare la curva di taratura quanto è possibile più vicina ad una retta.

Spesso basta tracciare la curva quanto è possibile aderente ai punti di taratura senza nessuna preoccupazione per il suo correre sinuoso. (Cfr. fig. 1). Così l'errore della scala si elimina nel più semplice dei modi, si corre però il pericolo, specialmente quando sono soltanto poche stelle di taratura, che errori casuali di stelle singole simulino tali errori di scala e falsino la curva. Se PAYNE-GAPOSCHKIN e GAPOSCHKIN ⁽¹⁾ raccomandano come regola del tutto generale di tracciare tali curve quant'è possibile aderenti ai punti di taratura, mirerebbero anzitutto a misure scalari. Perché nei microfotometri obbiettivi, quali sono i termo e fotoelettrici, si può assumere nell'ambito del relativamente piccolo errore di misura una certa regolarità nell'andamento dello strumento, di modo che gli eventuali scarti sarebbero da ridurre ad irregolarità della lastra e ad errori nei valori delle standard. Tali errori però, come abbiamo già detto, si eliminano nel modo più semplice tracciando la curva, quant'è possibile, vicina ad una retta.

L'errore può anche essere eliminato cambiando il rapporto della scala stellare se una volta è noto quanto questa si discosta da una retta. A questo scopo si può paragonare la scala con un'altra ed il miglioramento ottenuto si porta sulle misure ⁽²⁾. Ma si può procedere anche più semplicemente, ad esempio come è stato fatto qui. Dopo numerose stime le regioni insoddisfacenti si rendono evidenti: si vede che la distanza tra due stelle è più grande o più piccola di quella che deve risultare dalla media. Queste regioni vanno allora trattate con procedimento particolare. Per lo più, i punti di taratura si lasciano porre su di una curva regolare che poco si discosta da una retta e si adatta conseguentemente la scala a seconda delle rispettive letture. Con ciò per queste stelle viene cambiata la scala di rapporto, alla quale naturalmente si debbono accomodare anche gli intervalli minuti in queste regioni.

Tale correzione della scala delle ascisse si impone specialmente quando la scala stellare è composta di due o tre altre, come avviene per es. quando una scala non abbastanza lunga viene completata da un'altra. Dopo un certo numero di stime si può già indicare una provvisoria grandezza dell'intervallo di collegamento. Introducendo questo valore nella scala e correggendo la curva secondo le nuove ascisse, dall'andamento generale della curva si può già vedere se la correzione eseguita è sufficiente, o se è necessario procedere ad un'altra.

Nel materiale preesistente si ha un buon esempio di tale correzione di scala.

Quando ci si accinse alla misura della lastra principale del campo galattico Lacerta-Cepheus, si vide che nessuna delle scale preparate era

(1) C. PAYNE-GAPOSCHKIN and S. GAPOSCHKIN, *The Variable Stars*, pag. 351-52. Harvard Monographs, N. 5 (1938).

(2) Cfr. H. v. ZEIPPEL und LINDGREN, *Photometrische Untersuchungen der Sterngruppe MESSIER 37*. Kungl. Svenska Vetenskapsakad. Handl. 61 N. 15, pag. 9-12 (1921). = Upsala Offert 58. - A. WALLÉNQUIST, *Colors and Magnitudes in the Open Cluster MESSIER 36*. Medd. Upsala 32, pag. 6 (1927).

ideale per l'osservazione oculare e non si riuscì neppure a farne una nuova che corrispondesse bene alla lastra in questione. Ci si dovette contentare finalmente con un compromesso: una delle scale a disposizione era abbastanza adatta alla misura delle stelle deboli, per le più grandi invece aveva immagini troppo nitide. Al contrario, un'altra scala presentava immagini assai conformi alle stelle più grandi, ma mostrava troppo alone attorno alle più piccole. Siccome non c'era molta speranza di preparare in uno spazio ragionevole di tempo una scala del tutto perfetta, provvisoriamente di queste due scale se ne compose una nuova, la scala A, che all'uso si mostrò molto soddisfacente.

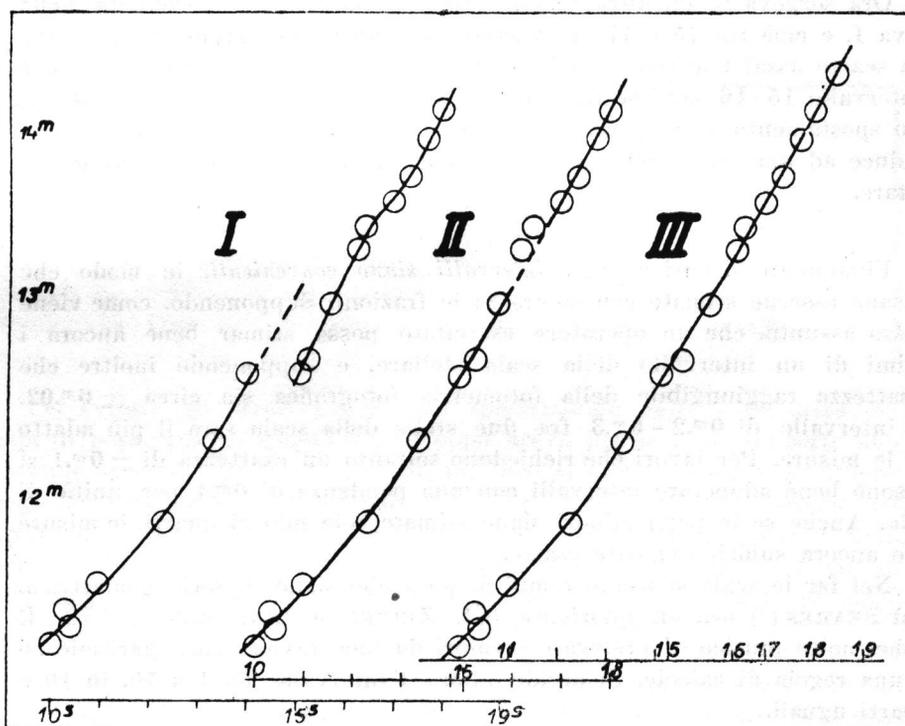


Fig. 2.

Aggiustamento di una curva di taratura adattando la graduazione della scala.

All'inizio il collegamento parve ben riuscito; nel continuar le misure si dovette però accertare, che l'intervallo del collegamento era solo un quarto degli altri, e che di più la stella 16 della scala, essendo troppo debole, era più vicina alla 17 che alla 15.

Questi difetti della cui presenza già l'osservatore si era fatto un giudizio previo nella misura, risaltarono chiari nel tracciare la curva di taratura (Vedi fig. 2).

Come si può vedere dalla fig. 2, nelle vicinanze della stella standard $m = 12.61$, la curva presenta una discontinuità, che diventa più saliente ancora quando le misure di questa stella siano prese separatamente. Allora i due valori appaiono quali fine ed inizio dei due tratti di curva. Questo qui accade certo per caso, ma anche astruendo da questi valori, la discontinuità della curva è evidente.

Dalle stime si ricava che quest'intervallo di collegamento è solo un quarto degli altri; portando perciò nella ascissa il 15 al posto di 14.25 e spostando conseguentemente di tre quarti della scala tutti i seguenti numeri, la discontinuità della curva sparisce del tutto, in modo che ulteriori correzioni in questa regione non sono più necessarie (Vedasi fig. 2, II).

Ora sorgeva in un'altra regione un'irregolarità solo accennata nella curva I, e cioè tra 15 e 17 si trovano tre punti che hanno dalla curva uno scarto assai notevole e nello stesso senso. Da stime esatte risulta, che l'intervallo 15-16 sarebbe due volte più grande che l'intervallo 16-17. Uno spostamento corrispondente della stella 16 nell'ascissa (curva III) conduce ad una curva relativamente regolare, della quale ci si può accontentare.

Finalmente si curi che gli intervalli siano convenienti, in modo che possano esserne stimate con sicurezza le frazioni. Supponendo, come viene spesso assunto, che un operatore esercitato possa stimar bene ancora i decimi di un intervallo della scala stellare, e supponendo inoltre che l'esattezza raggiungibile della fotometria fotografica sia circa $\pm 0^m.02$, un intervallo di $0^m.2 - 0^m.3$ fra due stelle della scala sarà il più adatto per le misure. Per lavori che richiedono soltanto un'esattezza di $\pm 0^m.1$ si possono bene adoperare intervalli con una pendenza di $0^m.4$ per unità di scala. Anche se le parti minori siano stimate solo fino ai quarti, le misure sono ancora sufficientemente esatte.

Nel far le scale si usano tempi di posa che siano in serie geometrica. Così SEARES⁽¹⁾ usa un quoziente $3/4$, ZEIPEL e LINDGREN⁽²⁾ $1/\sqrt{2}$. È anche molto pratico di prelevare i valori da una tavola antilogaritmica o da una regola di calcolo. Si divide allora l'intervallo da 1 a 10, in 10 o 8 parti uguali.

La grandezza dell'intervallo desiderato si calcola secondo la nota formola

$$\left| \Delta m \right| = \left| 2.5 p \Delta \log t \right|,$$

(1) F. A. SEARES, *Photographic Photometry with the 60 - Inch Reflector*. Ap. J. **39**, pag. 325 (1914) = Mt. Wilson Contr. **4**, pag. 311.

(2) H. V. ZEIPEL und J. LINDGREN, loc. cit. (pag. 170 nota (2)), pag. 8.

nella quale p significa il noto esponente di SCHWARZSCHILD. Ponendo per le lastre usuali, come si fa di consueto,

$$p = 0.8$$

si ha la relazione molto semplice

$$|\Delta m| = |2 \Delta \log t|.$$

Gli intervalli corrispondenti ai quozienti $3/4$ e $1/\sqrt{2}$ ed alle suddivisioni della scala logaritmica in 10 o rispettivamente in 8 parti uguali sono raccolti nella Tabella 1.

TABELLA 1. - Grandezze di intervalli per scale a tempi di posa.

Quoziente	$\Delta \log t$	Δm
3:4	0.125	0.25
1: $\sqrt{2}$	0.151	0.30
1:1.259	0.100	0.20
1:1.334	0.125	0.25

Per evitare gli errori provenienti specialmente dalla inesattezza dei tempi di posa, quando questi sono troppo brevi, per le pose più corte non si scenderà sotto i 10 secondi. Se in tal caso si dovesse consumare troppo tempo per una scala di 20 membri, è consigliabile scegliere un campo con oggetti di varia lucidità e di far la scala con pose meno numerose. Si avrà allora senz'altro una scala lunga, collegando due o tre serie di oggetti di varia lucidità in una sola scala, procedimento che, per quanto abbiamo detto più sopra, non importa nessuna ulteriore difficoltà.

La stima della grandezza di una stella mediante una tale scala, anche quando le immagini siano molto uguali e la pendenza della scala sia conveniente, esige non poco ingegno ed abilità. Non basta un qualunque esercizio, ci vuole proprio, se le stime debbono essere portate fino ai decimi, che il misuratore abbia capito l'artificio della suddivisione, cioè come dicono PAYNE-GAPOSCHKIN e GAPOSCHKIN « *the knack of the decimal subdivision* » (1). L'abilità nello stimare i decimi delle scale a tratti non importa già un'abilità nello stimare i decimi in tali scali stellari. Anche quando l'esperienza dell'operatore è grande, vi sarà sempre una forte inclinazione alla scelta. Ma un principiante rimane assolutamente imba-

(1) C. PAYNE-GAPOSCHKIN e S. GAPOSCHKIN, *The Variable Stars*, pag. 355.

razzato davanti al problema di suddividere in dieci parti uguali un intervallo limitato da due stelle disuguali.

Perciò, iniziandosi il presente lavoro, gli intervalli tra due stelle della scala si cominciarono a dividere nel modo, per dir così, più naturale, cioè in due e quattro parti, che per brevità si contrassegnarono coi decimali .0, .3, .5, .8, da aggiungere ai rispettivi numeri delle stelle della scala.

Aumentando l'esercizio, poterono essere distinti anche gli intervalli intermedi .0 — .3, .3 — .5, .5 — .8, .8 — .0, che nell'intenzione dell'operatore dovrebbero essere interpretati come ottavi di un intervallo tra due stelle della scala.

Finalmente l'osservatore credette di poter talvolta precisare maggiormente i quarti .0, .3, .5, .8 aggiungendo un + o un —. Non che abbia voluto con ciò contrassegnare un intervallo determinato come un sedicesimo: queste aggiunte esprimono piuttosto un po' d'incertezza: l'oggetto è certamente stimato minore o maggiore del rispettivo quarto: ma la differenza non sembra essere tanta da giustificare l'assegnazione ad uno degli intervalli intermedi corrispondenti ad un ottavo. Il fatto che queste aggiunte + e — vengono usate soltanto per precisare i quarti interi, .0, .3, .5, .8, fa congetturare che questi segni vogliano significare un valore distante dal rispettivo quarto più di un sedicesimo, altrimenti l'operatore avrebbe anche contrassegnati con queste aggiunte gli intervalli intermedi .0 — .3, .3 — .5, .5 — .8, .8 — .0. Per la valutazione numerica delle stime si accetterebbero i valori

$$.0 + = .0 + \frac{1}{12}$$

$$.0 - = .0 - \frac{1}{12} \text{ ecc.,}$$

valori che non sarebbero molto lontani dal vero.

In tal maniera un intervallo tra due stelle della scala viene diviso perfino in sedici parti minori. I segni per queste suddivisioni ed i corrispondenti valori decimali, relativi all'intero intervallo tra due stelle, vengono elencati nelle colonne 1 - 3 della Tabella 2. A prima vista questa suddivisione sembra essere molto più complicata della decimale, ma nella prassi si è mostrata relativamente semplice, essendo una suddivisione piuttosto naturale che artificiale.

Queste determinazioni però non pretendono di dare il reale valore degli intervalli minuti, ma servono solo di aiuto al lavoro, portandolo a risultati soddisfacenti, dato che la precisione voluta potrebbe pienamente essere raggiunta con la stima dei soli quarti. Il vero valore degli intervalli deve essere ricavato statisticamente dall'esperienza.

È un fenomeno notissimo, che nella stima delle frazioni minute di un intervallo di una scala, i numeri non vengono egualmente usati. La causa di una tale scelta può essere, come dice P. HAGEN (1) « una predilezione

(1) J. G. HAGEN, *Die Veränderlichen Sterne I*, pag. 218-19. (Freiburg Herder 1914).

inconsapevole per certi numeri a danno degli altri », nota sotto il nome di *equazione decimale* o anche *errore decimale*. Per lo più però, la ragione propria di tale fenomeno è più profondo, e cioè consiste nel fatto che l'osservatore, nonostante la sua sincerissima intenzione di stimare uguali tutte

TABELLA 2
Sottoparti di un intervallo di scala

Segno	Valori teorici		Valori statistici			
			Le sottoparti secondarie separate unite			
	Centro	Larghezza	Centro	Larghezza	Centro	Larghezza
.0	0.000	.125 *	0.000	.15	.000	.15
.0 +	.083	.042	.105	.06	} .125	.09
.0 - .3	.125	.042	.145	.02		
.3 -	.167	.042	.160	.01		
.3	.250	.125	.250	.17	.250	.17
.3 +	.333	.042	.345	.02	} .375	.07
.3 - .5	.375	.042	.370	.03		
.5	.417	.042	.395	.02		
.5	.500	.125	.500	.19	.500	.19
.5 +	.583	.042	.610	.03	} .625	.07
.5 - .8	.625	.042	.635	.02		
.8 -	.667	.042	.655	.02		
.8	.750	.125	.750	.17	.750	.17
.8 +	.833	.042	.845	.02	} .875	.09
.8 - .0	.875	.042	} .890	} .07		
.0 -	.917	.042				
.0	.000	.125	.000	.15	.000	.15

* Si suppone che le sottoparti secondarie siano della stessa larghezza.

le sottoparti di un intervallo, apprende una parte come più grande e un'altra come più piccola, a seconda della posizione della sottoparte in questione. Quando il numero delle stime è abbastanza grande, questa

TABELLA 3

Frequenze dei sottointervalli nelle misure A per gli intervalli 7-19

Sottointervallo Intervallo	.0—	.0	.0+	.0—3	3—	.3	.3+	.3—5	.5—	.5	.5+	.5—8	.8—	.8	.8+	.8—0
	7	1	5	1	0	0	11	0	0	2	7	0	0	0	6	1
8	1	6	4	1	3	7	0	1	1	6	0	3	0	7	1	0
9	5	8	3	2	2	24	1	1	6	23	2	5	0	22	3	0
10	5	14	4	3	1	23	0	2	3	11	1	2	0	10	0	0
11	9	10	3	1	2	27	2	6	2	33	3	1	1	11	3	0
12	9	24	16	4	2	31	3	1	5	34	4	2	2	27	3	0
13	20	43	16	4	6	60	2	10	15	59	7	11	9	67	6	0
14	31	27	7	2	0	8	0	0	0	8	0	1	0	5	0	0
15	12	46	19	17	3	87	10	43	13	91	15	41	12	111	23	2
16	38	87	30	13	4	100	8	13	10	104	11	14	5	93	12	0
17	44	125	48	12	6	204	24	44	24	248	59	58	34	304	43	1
18	149	251	74	15	10	199	15	23	16	227	29	15	19	153	15	0
19	55	208	91	1	5	115	8	7	1	87	2	2	2	24	0	0

speciale stima degli intervalli minori, specifica all'operatore, viene riflessa dalla distribuzione delle frequenze dei sottointervalli stimati. Nel caso che si possa ragionevolmente presupporre, che l'errore decimale propriamente detto influisca poco sui risultati, dalla frequenza, con la quale viene stimato un tale intervallo, se ne può dedurre la grandezza, quale viene appresa dall'osservatore.

Determiniamo allora secondo questi principi nel nostro materiale la vera grandezza degli intervalli minori, ricordati nelle pagine precedenti.

Anzitutto elenchiamo nella Tabella 3 le frequenze delle letture per le singole stelle della scala e le loro parti minori. Le entrate nelle ordinate indicano il numero delle stelle della scala, le entrate nelle ascisse i sottointervalli. Anche ad un'occhiata superficiale su questa tabella balza chiara la posizione eccezionale dell'intervallo difettoso 14, il quale, secondo le osservazioni fatte più sopra, ha soltanto un quarto della grandezza degli altri intervalli normali. Inoltre si vede che i quarti interi, cioè .0, .3, .5, .8, sono nettamente preferiti per tutta la scala. Ciò proviene certamente dall'intenzione primaria dell'osservatore di raggiungere nello stimare anzitutto questi quarti.

TABELLA 4.

Frequenze dei sottointervalli nelle misure A per l'intera scala

Notazioni aggiunte	Somma				Media per cento			
	—	0	+	1/2 *)	—	0	±	1/2 *)
Quarto								
.0	358	851	319	75	7.0	16.2	6.1	1.4
.3	44	902	78	146	0.9	17.5	1.6	2.9
.5	99	947	137	156	2.0	18.5	2.7	3.0
.8	84	842	110	3	1.7	16.5	2.2	0.1

*) 1/2 significa i sottointervalli medi contrassegnati con .0 — .3, .3 — .5, etc.

Questa preferenza dei quarti sulle altre parti dell'intervallo tra due stelle della scala risalta più evidentemente ancora dalla Tabella 4, dove vengono raccolte le frequenze per i sottointervalli riuniti per tutte le stelle della scala, eccetto la 14. Dei sottointervalli secondari, gli intervalli di confine .0 + e .0 — sono i più frequenti, evidentemente perchè la stima nella immediata vicinanza della stella paragone riesce più facile che nelle regioni intermedie (1). L'intervallo .3 — viene usato molto raramente, e l'intervallo .8 — .0 praticamente non si trova mai.

(1) È questo un fenomeno sperimentalmente trovato anche per stime di tratti. Vedasi BAUCH, *Fortschritte der Psychologie* 1 (1913) 169 sgg. cit. dal HAGEN, *Die Veränderlichen Sterne I*, pag. 210.

Ma questa tabella non ancora ci mostra esattamente la vera distribuzione delle frequenze dei sottointervalli, dato che gli ultimi intervalli 18, 19 e 20 sono incompleti, essendo la grandezza limite del lavoro in proposito la 14, ma, alla quale risponde il valore della scala di 18.3. Inoltre, come il numero delle stelle secondo la nota legge di SEELIGER aumenta con la crescente grandezza, il rispettivo numero per l'intervallo .8 nella stessa riga è sempre da aspettare maggiore di quello dell'intervallo .0.

TABELLA 5
Frequenze dei sottointervalli (per gli intervalli 11 - 17)
ridotte alla frequenza dell'intervallo 17.8

Notazioni aggiunte	11				12			
	-	0	+	$\frac{1}{2}$	-	0	+	$\frac{1}{2}$
Quarto								
.0	8.6	9.6	2.9	1.0	5.8	15.6	10.4	2.7
.3	1.3	24.4	1.3	5.4	1.2	20.0	1.8	0.6
.5	1.7	28.5	2.6	0.9	2.9	19.5	2.3	1.2
.8	0.8	8.8	2.4	0	1.1	14.5	1.6	0
	13				15			
.0	6.7	14.5	5.4	1.4	2.6	10.0	4.2	3.7
.3	1.9	18.6	0.6	3.1	0.6	17.2	2.0	8.5
.5	4.3	16.9	2.0	3.1	2.3	16.0	2.6	7.2
.8	2.4	17.7	1.6	0	1.9	17.4	3.6	0.3
	16				17			
.0	7.8	17.9	6.2	2.7	4.2	11.9	4.6	1.1
.3	0.8	19.0	1.5	2.5	0.5	17.4	2.0	3.8
.5	1.7	18.0	1.9	2.4	1.8	18.6	4.4	4.4
.8	0.8	14.8	1.9	0	2.3	20.1	2.8	0.1
	Media degli 11 - 17				Media dalle Medie delle Tabelle 4 e 5			
.0	6.0	13.3	5.6	2.1	7	15	6	2
.3	1.0	19.2	1.6	4.0	1	17	2	3
.5	2.5	19.6	2.6	3.2	2	19	2	3
.8	1.5	15.5	2.3	0.1	2	17	2	0

Per eliminare queste irregolarità gli intervalli 18, 19 e 20 sono cancellati; poi appoggiandosi sulla legge dell'aumento del numero delle stelle con la grandezza, la quale per il materiale in istudio si stabiliva graficamente, si rapporta la frequenza per ciascun intervallo a quella dell'in-

tervallo 17,8, l'ultimo che viene in uso. La distribuzione delle frequenze in tal modo ridotte è data per gli intervalli 11 - 17 (senza l'intervallo difettoso 14) nella Tabella 5, dove si trova anche il valore medio per tutti questi intervalli ivi portati.

Si vede subito che la frequenza dei sottointervalli per le diverse stelle della scala differisce dalla media in modo talvolta molto rilevante. Così l'11 per i sottointervalli .3 e .5 raggiunge frequenze straordinariamente alte a danno degli .0 e .8; nel 15 gli intervalli .3 — .5 e .5 — .8 sono stranamente frequenti, fenomeno che senza dubbio nasce dall'allungamento dell'intervallo, più sopra a pag. 171 menzionato. L'intervallo 17 preferisce la sottoparte .8 trascurando la .0, mentre il contegno del 16 è proprio opposto.

Una tale varietà dell'andamento suggerisce che questa scelta molto difficilmente venga da un'inconsapevole predilezione od avversione dell'osservatore per certi numeri, ma piuttosto da un diverso apprezzamento della larghezza degli intervalli da parte dell'osservatore. Questo apprezzamento della grandezza dei sottointervalli è così diverso per i diversi intervalli, che sembra impossibile di stabilire una distribuzione delle frequenze valida per tutti gli intervalli usati. D'altra parte, il valore medio della distribuzione delle frequenze per gli intervalli 11 - 17 della Tabella 5, anche se non sta d'accordo con i singoli intervalli, conviene tuttavia nelle caratteristiche con quello riportato nella Tabella 4 ed ottenuto facendo la media semplice di tutte le misure a disposizione, trascurando solo l'intervallo difettoso 14. Si potrebbe dunque usare uno di questi sistemi od una loro combinazione per una media plausibile, che nei grandi tratti almeno venga ad ogni intervallo. Intendendo di combinare questi due sistemi si guardava intanto, che i punti principali coincidessero con i teorici, cosa che riuscì abbastanza facile, diminuendo un po' il .3 ed aumentando l'.8; rinunciando infine ai decimi, si ottenne la distribuzione delle frequenze raccolta alla fine della Tabella 5.

Ponendo ora la lunghezza dei sottointervalli proporzionale alla loro frequenza, risulta una serie di valori decimali per i centri degli intervalli, che vengono confrontati nella colonna 4 e 5 della Tabella 2 con i valori rispettivi, provenienti dalle precedenti riflessioni teoriche (pag. 174 s). I quarti concordano perfettamente, s'intende, perchè sono stati in questo senso un po' accomodati. Gli intervalli secondari però scartano largamente essendo essi tutti, eccetto gli intervalli di confine, minori del minimo teorico, cioè minori di $1/24$ o 0.042 dell'intero.

Ormai è molto improbabile, che l'osservatore sia capace di stimare tali sottoparti, che sono soltanto la 50.ma parte della distanza da interpolare. Piuttosto, tra le principali parti, i quarti, sarà da porre un solo intervallo intermedio che viene segnato una volta secondo l'antecedente (+), un'altra volta secondo il susseguente (—), e una terza volta finalmente secondo tutt'e due i limiti (per es. .3 - .5). Raggruppando in tale maniera i sottointervalli si vede che i centri di questi nuovi intervalli coincidono

praticamente con i centri degli ottavi (Vedasi le colonne 6 e 7 della Tabella 2), ma che ne sono molto più piccoli.

Pare che anche questi intervalli così combinati non siano stati proprio l'oggetto di stima, essendo stati troppo trascurati. L'osservatore nello stimare mira primariamente ai quarti definendo la loro grandezza secondo il loro proprio apprezzamento. Quanto l'oggetto da stimare è più vicino alla stella paragone, tanto più facilmente si riesce a stabilire che sia diverso e, conseguentemente, sia da escludere da questo intervallo. Gli intervalli vengono dunque stimati tanto più piccoli quanto più vicini al .0, un fatto che risalta chiaramente dalla distribuzione presente. .0 è l'intervallo più piccolo, .5 è il più grande. (Questo fenomeno intanto non è affatto in contraddizione con la sunnotata prevalenza degli intervalli di confine. Riguardo a questi si trattava di sottoparti molto minute, che a mala pena o niente affatto potevano essere distinte; qui invece si tratta di intervalli già ben definiti). Quel che l'osservatore stima in realtà sono dunque solo i quarti, ficcando negli intervalli intermedi tutto ciò che non riesce a stimare come quarti interi.

Non intendiamo però di negare, che un operatore, dopo conveniente esercizio, non potrebbe stimare anche differenze più minute. Ma allora i quarti si devono stringere e gli ottavi intermedi allargare finchè tutti gli intervalli siano più o meno uguali. E soltanto quando questo stato è raggiunto allora gli ottavi sono veramente *stimati*.

Si può ben congetturare, quanta abilità ci vuole per la stima dei decimi. L'equazione decimale, di cui si parla tante volte, non proviene probabilmente da inconsapevole predilezione per certi numeri, ma è piuttosto l'espressione concreta del fatto che l'osservatore stima soltanto i quarti od i quinti, adoperando gli altri intervalli come posti per raccogliere gli scarti.

II. Sulla precisione delle misure fatte col fotometro a scala.

Il compito di un fotometro a scala è circoscritto alla misura od in altre parole, alla traduzione in numeri degli effetti fotografici causati sulla lastra fotografica da una sorgente luminosa, cioè nel nostro caso da una stella, paragonando le immagini stellari con una scala graduata di stelle di diversa grandezza. Ma ciò rappresenta soltanto una parte della fotometria fotografica. Con le misure delle stelle standard e la loro luminosità si costruisce la curva di taratura, dalla quale per mezzo delle misure degli oggetti in esame si recavano le loro rispettive luminosità.

Sotto la precisione di misura di un tale fotometro si intende allora soltanto la certezza, con la quale permette di tradurre in numeri gli effetti fotografici. Per stabilire il grado di questa precisione serve l'errore di misura, cioè il valore reciproco della precisione.

Il metodo più ovvio e più semplice per trovare l'errore di misura è di confrontare tra di loro le misure ripetute in eguali condizioni, in specie

se si tratta di misure fatte con fotometro a misura oggettiva, quali sono per es. i fotometri foto o termoelettrici. Nei casi però nei quali nelle misure entra un elemento essenziale che sia soggettivo, come in quelle fatte con stime, un tale semplice confronto non rende sempre visibile tutt'intero l'errore, non essendo escluso un influsso psicologico, come si vedrà in seguito. In tali casi conviene anche considerare tutto il procedimento fotometrico, dato che le misure ne fanno parte essenziale. Così le deviazioni delle misure dalla curva di taratura o gli scarti dei risultati fotometrici per gli stessi oggetti, ottenuti con diversi strumenti o da diverse lastre, vengono usati per la determinazione dell'errore di misura. Ma come in questi casi si sovrappongono anche altri errori, errori di lastra, di interpolazione, di rapporto tra il campo standard ed il campo da misurare, è necessario di ben distinguere questi diversi errori tra di loro, per avere il puro errore di misura, in quanto questo esprime solo l'incertezza con la quale lo strumento permette di tradurre in numeri gli effetti fotografici.

Si distinguono dunque tre diversi metodi per trovare l'errore di misura:

- 1) il confronto delle misure tra di loro;
- 2) il confronto delle misure delle standard con la curva di taratura;
- 3) il confronto dei risultati fotometrici.

Nel seguito ci limitiamo a discutere due serie di misure eseguite col fotometro a scala in proiezione (scala *P*) e con osservazione oculare (scala *A*). Prima saranno considerate le differenze delle misure, ripetute nelle stesse condizioni, poi gli scarti delle stelle standard dalla curva di taratura. Il fatto che la grandezza di quasi 3.600 stelle fu determinata secondo tutt'e due i metodi, cioè in proiezione e con osservazione oculare, permette un largo confronto di questi due metodi.

Inoltre una serie di stelle scelte su diverse lastre fu fotometrata oltre che col fotometro a scala, anche col fotometro termoelettrico della *ASKANIA*. Un confronto dei risultati ottenuti con questi due strumenti ci darà occasione a qualche nota.

1. - Misure eseguite con proiezione (scala *P*)

Si tratta di misure fatte su una lastra, 410923, di una posa di un'ora, eseguita con l'astrografo di quattro lenti della *ZEISS*. Il campo da misurare appartiene, come abbiamo già detto, alla Via Lattea e è preso dalla regione di Lacerta-Cepheus. Per la taratura veniva fotografato il campo del polo, anch'esso per un'ora su una lastra della medesima scatola, sviluppata insieme con la lastra del campo della Via Lattea.

Per la misura di queste lastre fu fatta una scala a rapporto di posa di $1/\sqrt{2}$. Invece della pendenza aspettata di $0^m.30$ per unità di scala ne risultava una di $0^m.38$ per le stelle maggiori fino a $0^m.55$ per le minori. La causa principale di questo aumento non fu accertata accuratamente. Da una parte dovette contribuire a questo aumento il trattamento speciale

a cui fu sottoposta la scala durante lo sviluppo. Essa veniva fortemente sviluppata per uguagliare l'annerimento delle immagini a quello della lastra da misurare. Dall'altra parte potrebbe pure aver avuto qualche influsso l'ingrandimento diverso della scala e del campo. L'ingrandimento della scala era maggiore di quello del campo, il che non portava nessuna differenza nell'aspetto delle relative immagini durante il lavoro in proiezione. Soltanto passando all'osservazione oculare la differenza della nerezza delle immagini della scala e del campo si fece sentire di modo che era necessario ad uguagliare l'ingrandimento della scala a quella del campo.

a) *Confronto di misure ripetute.*

Per stabilire la curva di taratura vennero misurate con grande cura 27 stelle del campo polare nell'ambito di $9^m.77 - 15^m.31$. Le stime furono fatte tre volte in tempi diversi ed in quanto fu possibile, indipendentemente tra di loro. Delle sottoparti degli intervalli furono usati quasi solo i quarti. I risultati di queste misure sono riportati nella Tabella 6.

Formando tra le misure le differenze I — II, II — III, III — I, si calcola una differenza media di $\pm 0^s.219$, espressa in unità della scala. Per la trasformazione in grandezze stellari si trova per le stelle usate una media pendenza di $0^m.44$ per unità di scala, onde risulta una differenza media di

$$\alpha = \pm 0^m.096,$$

a che risponde un errore medio di misura di

$$\mu = \pm \frac{\alpha}{\sqrt{2}} = \pm 0^m.068.$$

b) *Deviazioni dalla curva del polo.*

Usando le medie delle misure come ascisse, e le grandezze delle stelle standard, prese dall'elenco della IAU (1), come ordinate, si trovano i punti di taratura, e tracciando tra di essi una curva quant'è possibile regolare, si stabilisce la curva del polo.

La prima curva in tal modo costruita non soddisfaceva; una seconda tracciata del tutto indipendentemente dalla prima, mostrava gli stessi grandi scarti di certi oggetti ed era quasi identica alla prima. Essendosi formate le medie delle misure in un modo un po' grossolano, cioè indicando soltanto i quarti interi degli intervalli, si pensò che la causa di questi grandi scarti fosse stata proprio questa. Perciò con altre medie, per le quali furono anche ammesse parti degli intervalli più minute, si costruì una terza curva, anch'essa praticamente identica alle precedenti. Scorre regolarmente come si vede dalla fig. 3, ma non è una linea retta.

(1) *Transactions of the International Astronomical Union I (1922) pag. 71-73.*

Per facilitare il passaggio dalle letture della scala alle grandezze, fu composta una tabella, collegando gli intervalli della scala, di quarto in quarto, con le rispettive grandezze stellari. Le grandezze sono indicate in centesimi, non perchè l'esattezza delle misure l'abbia suggerito, ma soltanto per diminuire quant'è possibile gli errori di arrotondamento.

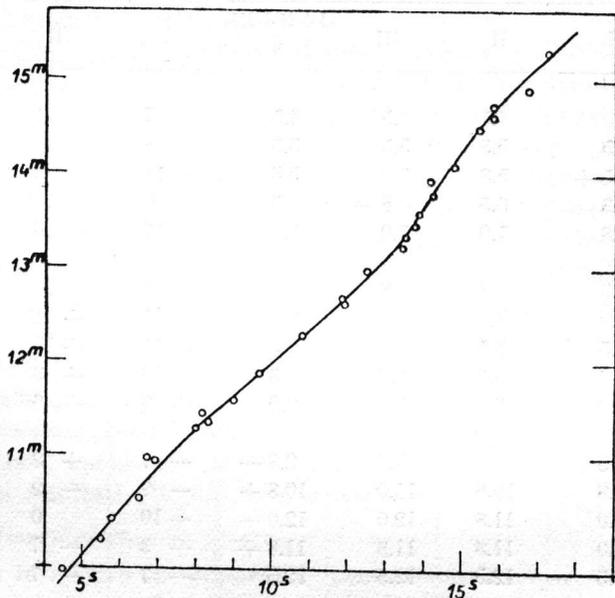


Fig. 3.

Curva del Polo (Scala P).

Gli scarti medi ω dalla curva, per le singole serie di misure, sono contenuti nella Tabella 6, donde si apprende che le prime misure sono meno esatte delle seguenti. La media dello scarto per una singola misura ammonta a $\pm 0^m.109$. I valori medi, però, delle misure, usati nella costruzione della curva hanno soltanto uno scarto in media di $\pm 0^m.0927$. Questa differenza proviene dal fatto, che per la media di tre misure l'errore di misura si riduce nel rapporto di 1:13. Questi due valori possono allora anche servire per la determinazione dell'errore di misura propriamente detto. Ponendo allora μ l'errore di misura, ρ il resto dell'errore, $\omega_{(1)}$ lo scarto dalla curva di una singola misura e $\omega_{(3)}$ lo scarto di una risultante di tre misure, si ha

$$\omega_{(1)}^2 = \mu^2 + \rho^2$$

$$\omega_{(3)}^2 = \frac{\mu^2}{3} + \rho^2$$

$$\mu^2 = \frac{3}{2} (\omega_{(1)}^2 - \omega_{(3)}^2),$$

TABELLA 6
 Misure delle standard con la scala P

N.	<i>m</i>	Lettura				Scarto dalla curva: $m - m_c$ (Unità = 0m.01)			
		I	II	III	I+II+III	I	II	III	I+II+III
					3				3
11	^m 9.77	4.5	4.5	4.5	4.5	- 7	- 7	- 7	- 7
12	10.08	5.5	5.5	5.5	5.5	+ 8	+ 8	+ 8	+ 8
4 s	10.31	5.5 +	5.8	5.8	5.8	- 11	- 3	- 3	- 3
13	10.52	6.3	6.5	6.8 -	6.5	0	+ 11	+ 19	+ 11
14	10.92	6.8	7.0	7.0	7.0 -	- 17	- 6	- 6	- 10
7 r	10.96	6.5	6.8	6.8	6.8 -	- 33	- 21	- 21	- 25
15	11.27	8.0	8.0	8.0	8.0	+ 1	+ 1	+ 1	+ 1
6 s	11.36	8.5	8.5	8.0	8.3 +	+ 11	+ 11	- 8	+ 5
8 r	11.44	8.0	8.5	8.0	8.3 -	- 16	+ 3	- 16	- 9
16	11.58	9.0	9.0	9.0	9.0	+ 6	+ 6	+ 6	+ 6
17	11.88	9.5	9.8	9.8	9.8 -	- 7	+ 2	+ 2	- 1
18	12.28	10.8	10.8	11.0	10.8 +	- 2	- 2	+ 6	+ 1
10 r	12.61	12.0	11.8	12.0	12.0 -	+ 10	0	+ 10	+ 7
19	12.68	12.0	11.8	11.8	11.8 +	+ 3	- 7	- 7	- 4
20	12.98	12.5	12.5	12.5	12.5	- 7	- 7	- 7	- 7
11 r	13.22	13.3	13.5	13.5	13.5 -	+ 1	+ 15	+ 15	+ 10
21	13.34	13.5	13.5	13.5	13.5	+ 3	+ 3	+ 3	+ 3
22	13.46	13.8	13.8	13.8	13.8	+ 6	+ 6	+ 6	+ 6
23	13.59	13.8	13.8	14.0	13.8 +	- 7	- 7	+ 8	- 2
12 r	13.78	14.0	14.0	14.5	14.3 -	- 11	- 11	+ 20	- 1
24	13.92	14.0	14.0	14.3	14.0 +	- 25	- 25	- 10	- 20
25	14.10	14.8	14.5	15.0	14.8 -	+ 3	- 12	+ 18	+ 3
8 s	14.49	15.5	15.5	15.3	15.5 -	+ 5	+ 5	- 7	+ 1
26	14.61	15.8	15.8	15.8	15.8	+ 5	+ 5	+ 5	+ 5
9 s	14.73	15.8	15.8	15.8	15.8	- 7	- 7	- 7	- 7
27	14.89	16.8	16.8	16.5	16.8 -	+ 20	+ 20	+ 10	+ 17
28	15.31	17.8	16.8	17.0	17.3 -	(+ 16)	(- 22)	(- 13)	(- 7)
Scarto medio σ						± 12.0	± 10.3	± 10.8	
						± 10.9			± 9.27

donde risulta, per $\omega_{(1)} = \pm 0.109$ e $\omega_{(3)} = \pm 0^m.0927$ un errore di misura di

$$\mu = \pm 0^m.0702,$$

cioè quasi lo stesso valore che risultava, considerando le deviazioni delle misure delle stelle polari tra di loro.

L'errore che rimane, dopo aver eliminato l'errore μ dall'intero scarto ω , si compone dell'errore di lastra π , dell'errore medio delle standard σ , e dell'errore di interpolazione λ , cioè dell'errore che rimane ancora nella curva di taratura. Essendo l'errore medio delle standard $\sigma = \pm 0^m.024$ ⁽¹⁾ e l'errore di interpolazione, secondo un confronto di due curve di taratura indipendentemente tracciate, quasi $\lambda = \pm 0^m.02$, per l'errore della lastra rimarrebbe un errore di $\pm 0^m.077$, errore che sta in contraddizione con misure fatte col fotometro termoelettrico, dove per gli stessi oggetti sulla stessa lastra si trova uno scarto medio delle misure dalla curva del polo di solo $\pm 0^m.054$. Questo errore residuo ρ dunque contiene ancora un elemento che sarebbe da attribuire all'errore di misura, ma che non si fa sentire, quando non si guarda che la producibilità delle misure. Si tratta di una disposizione psicologica dell'osservatore che l'inclina a ripetere la medesima stima, anche non giusta, argomento che sarà ripreso in seguito trattando dei risultati ottenuti con la scala A.

2. - Misure attraverso osservazioni oculari (scala A).

Essendo le misure in proiezione poco soddisfacenti, in specie trattandosi di oggetti piccoli e molto vicini ad altri, apparve consigliabile di passare alla misura attraverso l'osservazione oculare. Ma la scala P, che rispondeva molto bene ai bisogni del lavoro in proiezione, mostrava nell'osservazione oculare tanta disuguaglianza delle sue stelle con quelle del campo, da renderla inutile per questo scopo. Solo dopo grande fatica si riuscì da due scale a comporne un'altra, la scala A, di cui, nelle pagine precedenti, portammo già le correzioni fatte per il giusto collegamento e per la rettifica della graduazione. La pendenza media della scala nella prima parte ha un valore di $0^m.30$ per unità di scala e nella parte delle stelle minori un valore di $0^m.40$.

Quando si prese in uso la nuova scala, l'esercizio nella stima rendeva possibile indicare non solo gli interi quarti della scala ma anche parti più minute. Nella trasformazione delle stime in grandezze stellari non si usarono per gli intervalli intermedi i valori stabiliti dalla statistica, ma quelli che sono risultati dalle prime considerazioni, e che sono elencati nella 2.a colonna della Tabella 2. La ragione di ciò è puramente perchè, iniziando queste ricerche, i risultati statistici non ancora stavano a disposizione. È del resto anche molto improbabile, che in simili casi si aspettino sempre gli ultimi risultati della statistica.

(1) *Transact. IAU I (1922)* pag. 69.

a) *Confronto di misure ripetute.*

Per stabilire la curva del polo, 29 stelle, quasi le stesse che furono anche adoperate per i lavori in proiezione, vennero misurate con grande cura. Furono eseguite due serie di misure, ciascuna a tre misure indipendenti e fatte in diversi tempi. Dopo 50 giorni furono aggiunte altre due misure di controllo, essendo frattanto sopravvenuto il sospetto, che durante i lavori, l'osservatore avrebbe forse cambiato idea circa le stime, sospetto che non potè essere confermato, dato che le misure di controllo, nei limiti degli errori di misure concordano con le precedenti. Si verificò soltanto una piccola differenza del punto zero di $0^m.02$ nel senso, che le letture di controllo sono in media un po' minori di quelle precedenti. Così anche queste misure di controllo furono ammesse alla media.

Per trovare l'errore medio di misura, le singole letture della scala furono confrontate con la media risultante da tutt'e otto le misure. I risultati, dapprima espressi in parti della scala, furono poi trasformati in grandezze stellari mediante la pendenza media del rispettivo intervallo. Questi scarti espressi in grandezze stellari sono elencati nella Tabella 7, in calce della quale si trova lo scarto medio per ciascuna serie di misure. Per tutte le misure si ha dunque una media di

$$\mu = \pm 0^m.059 .$$

Come si vede, questo errore di misura è appena minore di quello risultante dalle misure delle immagini stellari proiettate.

Un errore, un po' più grande, si verifica nelle misure eseguite nel corso della rassegna. Dopo ogni 200 misure ne fu ripetuta una ventina per controllare la costanza delle stime. Queste misure doppie, il numero delle quali ammonta quasi a 460, furono trasformate in grandezze stellari, indicando però soltanto i *decimi*, conforme allo scopo del lavoro.

Tra le misure prime e seconde si verifica in media una differenza sistematica di $0^m.013$, che senz'altro può essere trascurata, perchè le misure sono indicate soltanto fino ai decimi. Tra due misure risulta una media differenza di $\pm 0^m.114$, ciò che risponde ad un errore medio di misura di $\pm 0^m.081$.

L'errore medio, in tal guisa ricavato dalle misure di rassegna, è dunque maggiore di quello trovato dal confronto delle misure delle stelle polari. Una causa di quest'aumento sarebbe forse la trascuranza dei centesimi, trascuranza che in generale importa un errore addizionale di ± 4.06 , espresso in unità della decimale trascurata (1).

(1) Sarà forse utile di dire come si arriva a questo valore. Un errore e è definito dalla differenza

$$e = m - l ,$$

TABELLA 7.

Scarti delle misure A dalla media: $m - m_0$

(Unità = 0^m.01)

N.	m	I			II			K	
		1	2	3	1	2	3	1	2
9	8.93	- 5	+ 3	+ 3	+ 3	+ 3	- 5	-	-
10	9.11	0	+ 4	+ 8	0	0	0	- 5	0
11	9.77	- 19	- 1	- 1	+ 11	+ 3	+ 3	+ 3	+ 3
12	10.08	- 5	+ 3	- 1	+ 3	+ 3	- 1	+ 6	- 11
4s	10.31	0	- 4	0	+ 8	+ 4	- 8	+ 6	- 4
13	10.52	0	- 8	+ 8	- 4	- 4	0	+ 4	0
14	10.92	+ 3	+ 3	- 5	- 5	- 5	+ 3	- 8	+ 10
7r	10.96	+ 5	- 6	- 3	+ 9	+ 5	- 3	- 5	- 10
15	11.27	- 5	- 5	+ 10	- 5	+ 6	+ 3	+ 5	- 5
6s	11.36	+ 19	+ 3	+ 3	- 1	- 4	- 1	- 1	- 4
8r	11.44	- 2	- 2	+ 5	+ 5	+ 1	- 2	+ 1	- 10
16	11.58	+ 4	- 7	+ 7	0	0	+ 4	0	- 9
17	11.88	+ 3	+ 3	- 1	+ 3	- 1	+ 3	- 5	- 5
18	12.28	+ 6	+ 6	+ 6	- 3	+ 6	- 3	- 3	- 3
10r	12.61	+ 10	0	0	+ 5	0	0	- 3	- 15
19	12.68	+ 12	0	+ 12	0	0	+ 6	- 6	- 12
20	12.98	0	0	0	- 13	- 6	0	- 6	+ 13
11r	13.22	+ 3	- 6	- 6	- 2	+ 3	+ 3	+ 3	+ 12
21	13.34	+ 5	0	- 9	+ 5	0	+ 5	+ 9	0
22	13.46	+ 10	+ 10	0	- 10	- 10	+ 10	0	0
23	13.59	+ 5	- 5	+ 5	+ 5	- 5	+ 5	- 2	- 2
12r	13.78	+ 4	+ 4	+ 4	- 2	+ 4	- 2	+ 4	- 7
24	13.92	- 11	0	0	0	+ 17	+ 6	+ 4	0
25	14.10	+ 10	0	- 11	+ 10	0	0	- 7	- 4
8s	14.49	+ 5	- 2	- 5	+ 10	0	- 5	+ 5	0
26	14.61	0	- 7	0	0	+ 5	+ 10	0	0
9s	14.73	+ 17	- 13	- 3	- 13	+ 7	+ 7	+ 2	- 3
27	14.89	+ 10	0	0	0	0	0	-	-
28	15.31	- 5	+ 5	- 5	0	+ 5	- 5	-	-
Scarto medio		± 0 ^m .064			± 0 ^m .053			± 0 ^m .061	

Ponendo allora l'errore medio definitivo di misura $\pm 0^m.064$ (come risulterà dopo dalle deviazioni delle stelle standard dalla curva polare) si aspetterebbe, in seguito alla trascuranza dei centesimi, un errore medio di

$$\mu = \pm \sqrt{0^m.064^2 + 0^m.041^2} = \pm 0^m.076,$$

significando con m il valore medio delle misure e con l il valore osservato. In riguardo alla decimale da trascurarsi mettiamo

$$\begin{aligned} m &= m_r + \alpha & e \\ l &= l_r + \nu \end{aligned} \quad [2]$$

prendendo α e $\nu = -5, -4, -3, \dots, 0, +1, \dots, +4$, in unità della decimale che si intende di trascurare. m_r e l_r rappresentano allora i valori rispettivi di m e l , risultanti dalla trascuranza delle decimali α e ν . Ponendo inoltre

$$\begin{aligned} e' &= m_r - l_r \\ \mu &= \alpha - \nu \end{aligned} \quad [3]$$

si ha dalle [1] e [2]

$$e = e' + \mu. \quad [4]$$

e' è il valore per e , dopo aver trascurato l'ultima decimale. L'errore addizionale allora derivante dalla trascuranza dell'ultima decimale risulta

$$e - e' = \mu,$$

onde si calcola per la media

$$\begin{aligned} \bar{\mu} &= \sqrt{\frac{[\mu, \mu]}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{\alpha, \nu = -5}^{+4} (\alpha - \nu)^2}{100}} \\ \bar{\mu} &= \sqrt{16.5} = \pm 4.06202, \end{aligned}$$

espresso in unità della decimale trascurata.

Al medesimo risultato portano alcune riflessioni ispirate da un articolo di SCHLESINGER *On the Errors in the Sum of a Number of Tabular Quantities* (A.J. 30 [1917] p. 183 segg.).

Supponiamo che per i valori in considerazione ci siano date tutte le decimali senza limite. Staccando le decimali, cominciando dal posto n e aumentando di solito la decimale ($n-1$), si importa un errore di ε_n che varia tra i valori $-5 \cdot 10^{-n}$ e $+5 \cdot 10^{-n}$. Essendo tutti questi errori equiprobabili, la funzione di errore dev'essere una costante, che risulta dalla equazione nota

$$\begin{aligned} \int_{-5 \cdot 10^{-n}}^{+5 \cdot 10^{-n}} \varphi(x) dx &= c \int_{-5 \cdot 10^{-n}}^{+5 \cdot 10^{-n}} dx = 1 \\ c &= 0.1 \cdot 10^{-n}. \end{aligned}$$

Il valore medio per questi errori sarà allora

$$\varepsilon_n = \sqrt{\int_{-5 \cdot 10^{-n}}^{+5 \cdot 10^{-n}} \frac{x^2 \varphi(x) dx}{3}} = \sqrt{\frac{25}{3}} \cdot 10^{-n},$$

valore che sta già più vicino a $0^m.081$, ma che non ancora lo raggiunge. Ciò fa sospettare un'ulteriore causa di errore, che potrebbe essere la minore cura nell'eseguire tali lavori di rassegna, di quella posta nelle misure che devono servire per la taratura.

b) *Deviazioni dalla curva del polo.*

Una ulteriore chiarificazione delle questioni intorno alla grandezza dell'errore di misura sarà da aspettare anche qui dalle deviazioni delle stelle standard dalla curva del polo. Da tutte le otto misure furono prese le medie, le quali servirono a designare la curva del polo su carta millimetrata. Le correzioni di collegamento e di rettificazione furono esattamente eseguite nel modo sopra ampiamente descritto. Ciò non ostante, le stelle 12, 4s e 13 mostrano grandi deviazioni, mentre invece nella curva della

TABELLA 8.

Errori medi di misura, μ , e deviazioni, d , dalla curva polare delle standard 12 - 7r

N.	m	μ	d
12	10.08	$\pm 0^m.055$	$+ 0^m.11$
4s	10.31	$\pm 0^m.055$	$- 0^m.09$
13	10.52	$\pm 0^m.050$	$+ 0^m.16$
14	10.92	$\pm 0^m.062$	$- 0^m.03$
7r	10.96	$\pm 0^m.067$	$- 0^m.08$

scala P soltanto 13 e 7r hanno uno scarto sensibile. Questi scarti certo non si spiegano con eventuali difetti della lastra, nel qual caso tutt'e due

come si verifica subito, ricordandosi del primo esempio che porta GAUSS nel N. 9 della sua *Theoria Combinationis*.

Lo stesso vale anche nel caso che si stacchino le decimali cominciando dal posto $(n + 1)$ causando allora un errore di

$$\overline{\varepsilon}_{n+1} = \sqrt{\frac{25}{3}} \cdot 10^{-(n+1)}$$

La trascuranza di una sola decimale n , però, causa soltanto un errore differenziale: cioè in un tal caso le decimali $(n + 1)$ e seguenti, non esistendo, non possono influire nell'errore, il quale si calcola dunque come la differenza

$$\eta_n = \sqrt{\overline{\varepsilon}_n^2 - \overline{\varepsilon}_{n+1}^2}$$

E considerando adesso che l'errore e , di cui parliamo nella [1] si compone di due elementi, m e l , di cui ciascuno sarà ugualmente affetto dall'errore η_n , si ha finalmente come errore addizionale medio, causato dalla trascuranza della decimale n

$$\overline{\mu} = \sqrt{2} \eta_n = \sqrt{16.5} \cdot 10^{-n} = 4.06202 \cdot 10^{-n}$$

le curve A e P dovrebbero comportarsi ugualmente, trattandosi della medesima lastra. Anche un qualche difetto della scala in questa regione non viene in questione, trovandosi gli scarti su tutt'e due i lati della curva. La causa si deve allora cercare proprio nelle misure. Per questi oggetti però, le deviazioni delle singole misure dalla media sono tuttavia normali, come si vede subito, guardando un po' la Tabella 8. Si dovrebbe trattare dunque anche qui di questo elemento psicologico nell'errore di misura, sul quale già prima, parlando delle misure fatte con la scala P , avevamo occasione di attirar l'attenzione. Questa parte dell'errore ha la proprietà che facilmente sfugge confrontando soltanto le misure fra di loro. Si tratterebbe di una proprietà dell'apprezzamento: l'osservatore stima lo stesso oggetto sempre al medesimo modo falso: sia perchè ha un vago ricordo delle misure precedenti; sia perchè ve l'inclina una caratteristica costellazione o una caratteristica forma dell'immagine fotografica, che è talvolta diversa secondo il diverso tipo spettrale della stella o anche secondo un diverso raggruppamento dei grani di argento. Stabilendo poi la curva, appaiono queste irregolarità, ed è chiaro che da tali deviazioni delle misure dalla curva di taratura si ricava un errore maggiore di quello suggerito dal confronto delle misure sole tra di loro.

In media, una singola misura ha uno scarto dalla curva polare di

$$\omega_{(1)} = \pm 0^m.083 .$$

Questa deviazione, oltre all'errore di misura, propriamente detto, contiene ancora altri tre errori: l'errore della lastra, π , l'errore delle standard, σ , e l'errore di interpolazione, λ . Prendiamo come per la scala P , $\sigma = \pm 0^m.024$, secondo le indicazioni della IAU, e $\lambda = 0^m.02$. Rimane sconosciuto soltanto l'errore della lastra, il quale si determina da misure fatte col microfotometro termoelettrico, il cui errore di misura preleviamo dai lavori di KOPP (1) a $\pm 0^m.021$. Ed essendo la deviazione delle medie di due misure delle standard per questo fotometro in media

$$\omega_{(2)} = \pm 0^m.054 ,$$

si calcola l'errore di lastra

$$\begin{aligned} \pi &= \sqrt{\omega_{(2)}^2 - \frac{\mu^2}{2} - \sigma^2 - \lambda^2} \\ &= \sqrt{0^m.054^2 - \frac{0^m.021^2}{2} - 0^m.024^2 - 0^m.02^2} \\ \pi &= \pm 0^m.0415 , \end{aligned}$$

(1) W. KOPP, *Die photovisuellen Helligkeiten für den Veränderlichen Y Coronae Borealis*. (St. Gallen 1938) pag. 19-20.

un valore che sta ben d'accordo con altre determinazioni, p. es. con quelle di SCHILT (1).

Usando questo errore di lastra, si trovano i rispettivi errori di misura per le due scale P e A :

$$\mu_P = \sqrt{0^m.109^2 - 0^m.024^2 - 0^m.02^2 - 0^m.042^2} = \pm 0^m.096 ,$$

$$\mu_A = \sqrt{0^m.083^2 - 0^m.024^2 - 0^m.02^2 - 0^m.042^2} = \pm 0^m.064 .$$

Il valore μ_P così determinato è molto maggiore di quello risultante dalla dispersione delle misure, ciò che testimonia un sensibile influsso di una preoccupazione psicologica del misuratore, che si spiega probabilmente con la mancanza di nitidezza delle immagini proiettate. Il valore μ_A invece non differisce tanto da quello di $\pm 0^m.059$, ricavato dalle differenze delle sole misure, ciò che vuol dire che l'osservatore, misurando con la scala A , era meno preoccupato che misurando con la P .

Da questi fatti si deduce, che si può bensì trovare il vero errore di misura per un fotometro che funziona oggettivamente, dai soli confronti delle misure ripetute nelle stesse condizioni, in modo che l'esattezza di misura potrà semplicemente essere pareggiata alla riproducibilità delle misure; ma per fotometri a stima (forse anche non escluso il microfotometro di HARTMANN) è necessario di avere un qualche confronto con una legge fotometrica oggettiva, che sia atta ad eliminare gli eventuali influssi soggettivi, cioè un confronto con la curva di taratura o con i risultati ottenuti con altri strumenti o da altre lastre.

c) *Confronto delle misure A con le misure P.*

Furono misurati circa 3.600 oggetti con tutt'e due le scale P ed A . Da tre regioni del campo misurato, regolarmente distribuite, furono scelte circa 500 coppie di misure. Trasformate le stime in grandezze stellari, si formavano le differenze

$$\Delta m = m_A - m_P ,$$

le quali furono raggruppate secondo le regioni e le grandezze, e di questi gruppi furono prese le medie. I risultati di questo procedimento sono elencati nella Tabella 9. Si verifica uno spostamento dello zero di circa $0^m.1$, che è negativo, eccetto che per le grandezze comprese fra $8^m.0$ e $10^m.9$. Questo spostamento è abbastanza grande, per non poter essere trascurato.

E' sorprendente, a prima vista, che oggetti, misurati sulla medesima lastra e essenzialmente col medesimo metodo, mostrino tanta deviazione sistematica tra di loro. Per la spiegazione si potrebbe forse osservare, che

(1) J. SCHILT, *On a Thermo-Electric Method of Measuring Photographic Magnitudes*, Publ. Groningen N° 32 (1924) pag. 17-19.

campo e polo, malgrado il loro trattamento uguale, provano un velo differente, dato che siano a diversa latitudine galattica. E come il fondo della scala viene con ogni cura uguagliato all'apparenza del velo del campo da misurare, s' intende che questo adattamento possa avere diverso influsso, usando diverse scale o usando le scale in diverso modo, per proiezione o

TABELLA 9.

Differenze sistematiche, Δm , tra le misure A e P.

(Unità = $0^m.01$)

I numeri fra parentesi indicano il numero degli oggetti esaminati

Ambito	$8^m.0 - 10^m.9$	$11^m.0 - 11^m.9$	$12^m.0 - 12^m.9$	$13^m.0 - 13^m.7$	$13^m.8 - 14^m.5$
Gruppo					
I	+ 5.0 (14)	- 12.4 (41)	- 6.3 (112)	0 (223)	+ 0.1 (112)
II	+ 4.7 (15)	- 6.5 (35)	- 11.2 (98)	- 12.9 (212)	- 13.8 (164)
III	+ 8.8 (8)	- 3.7 (46)	- 7.2 (113)	- 4.9 (188)	- 6.4 (250)
Media	+ 5.7 (37)	- 7.5 (124)	- 8.2 (328)	- 6.0 (623)	- 7.1 (526)

per osservazione oculare. Questi spostamenti dal punto zero possono dunque esser considerati come effetti dell'uso di diverse scale in un diverso modo, di maniera che bisogna eliminarli prima del calcolare il medio errore. Perciò si aggiunge alle differenze $\Delta m - 0^m.1$ nell'ambito delle $8^m.0 - 10^m.9$, e $+ 0^m.1$ per le altre grandezze. Da queste differenze $\Delta'm$, ridotte allo stesso punto zero, si trovano le deviazioni medie

$$\alpha = \sqrt{\frac{[\Delta'm, \Delta'm]}{n-1}}$$

elencate nella Tabella 10.

Si vede chiaramente che le differenze diventano più grandi quanto più piccole divengono le stelle, e si migliorano sensibilmente coll'esercizio. Ma in proporzione sono troppo grandi, molto maggiori di quelle che sono da aspettarsi dai valori medi degli errori di misura, fin qui trovati per le due scale A e P. Assumendo l'errore medio di misura per la scala A durante lavori di rassegna $\pm 0^m.081$, e l'errore di interpolazione $\pm 0^m.02$, per la scala P si otterrebbero un errore di misura di

$$\mu_P = \sqrt{0^m.21^2 - 0^m.081^2 - 2 \cdot 0^m.02^2} = \pm 0^m.192.$$

Anche per le regioni più favorite, cioè nell'ambito di $8^m.0 - 12^m.9$, con una differenza media di $\pm 0^m.168$, si avrebbe ancora sempre per la scala P un errore medio di misura di $\pm 0^m.114$, che tuttavia supera l'incertezza di un quarto di intervallo della scala.

TABELLA 10.
Differenze medie, α , tra le misure A e P.
 (Unità = 0^m.01)

Ambito	8 ^m .0—10 ^m .9	11 ^m .0—11 ^m .9	12 ^m .0—12 ^m .9	13 ^m .0—13 ^m .7	13 ^m .8—14 ^m .5	8 ^m .0—12 ^m .9	13 ^m .0—14 ^m .5	8 ^m .0—14 ^m .5
Gruppo								
I	± 19.0	± 14.8	± 20.2	± 24.2	± 28.2	± 18.3	± 25.6	± 23.5
II	17.3	15.0	15.8	22.7	19.6	15.9	21.4	20.4
III	18.1	18.3	14.4	21.6	20.7	15.6	21.0	19.2
Media	17.8	16.1	17.0	22.9	22.2	16.8	22.5	21.0

Una parte di questo grand' errore, specialmente nella regione delle stelle deboli, è certamente da attribuire all'imperfetta definizione dell'immagine proiettata; un'altra si deve alla grande pendenza della scala P , menzionata più sopra, e finalmente bisogna considerare che si tratta di osservazioni fatte a modo di rassegna, dunque non con tutta la cura possibile.

3. - Confronto di misure scalari e microfotometriche.

Per la determinazione del punto zero del campo in istudio furono prese diverse fotografie a pose brevi di 5 minuti, dalle quali, per la presente ricerca, scegliamo due paia 10.1 e 10.2 e 22.1 e 22.2. Ciascuna di queste lastre porta il campo da misurare accanto al campo polare. Per conservare la simmetria, nelle prese 10.1 e 22.1 si seguì l'ordine polo-campo, e nelle 10.2 e 22.2, viceversa, campo-polo. Per la propria determinazione del punto zero possono servire soltanto le lastre 10, perchè solo queste furono fatte, quando il campo stava all'altezza del polo. Le due altre servono per migliorare i valori medi.

Si sceglievano allora alcune stelle, che vennero misurate col microfotometro, per avere valori esatti, e vennero misurate con la scala, per avere valori paragonabili a quelli risultanti dalle misure del campo, eseguite tutte quante con la scala.

Le misure fatte col microfotometro termoelettrico (contrassegnate con M) sono state eseguite secondo il metodo, ampiamente illustrato nella nostra descrizione dei lavori per il Vol. IX dell'ASV (1). Le misure col fotometro a scala furono eseguite sulle lastre 10 con una scala B (misure B), avente una pendenza di circa $0^m.30$ per unità di scala, e sulle lastre 22 con una scala C (misure K), avente una pendenza di circa $0^m.20 - 0^m.30$ per unità di scala.

Le misure B e K non essendo soddisfacenti, furono ripetute con speciale cura con la scala C (misure E e G sulle lastre 10, e misure L sulle lastre 22), adoperando per la costruzione della curva polare anche altre stelle standard sussidiarie in più, prese dal catalogo di WALLENQUIST (2). Le misure M , B e K , se non vengono espressamente ricordate come *single* sono le medie di due singole misure, e analogamente, le misure E , G e L sono ordinariamente intese come medie di tre singole misure.

Per dare un saggio della esattezza delle misure, nella Tabella 11, vengono elencati i medi scarti ω delle stelle standard dalla curva polare. Si deve convenire che l'esattezza cambia molto a seconda della serie delle misure o della lastra. Così le deviazioni delle misure M sulla 10 e delle K darebbero un'impressione troppo ottimistica del grado di precisione delle

(1) J. STEIN und J. JUNKES, *Zur IX Series des Atlas Stell. Var. Spec. Vatic. Ric. Astr.* 1, N. 3, pag. 69-72 (1941).

(2) Å. WALLENQUIST, *Photographic and Photovisual Magnitudes for some Supplementary Polar Stars*, Festschrift ÖSTEN BERGSTRAND pag. 47 (1938).

misure, come d'altra parte, gli scarti grandi, trovati nelle misure *M* sulle 22, starebbero molto sotto l'esattezza media. Perciò conviene considerare anche le deviazioni γ^* delle misure degli oggetti dalle loro rispettive medie, che sono parimenti elencate nella parte inferiore della medesima

TABELLA 11.

Medi scarti, ω , e medi errori di misura, γ , delle diverse serie di misure sulle lastre 10 e 22.

(Unità = 0^m.01)

	Lastra 10				Lastra 22			Medie	
	M 10	B	E	G	M 22	K	L	M	S
ω									
Lastra 1	± 5.34	± 6.18	± 4.89	± 5.73	± 6.44	± 4.82	± 6.81	± 5.91	± 5.74
Lastra 2	± 3.35	± 6.73	± 6.08	± 5.79	± 7.10	± 4.91	± 6.07	± 5.55	± 5.95
Media	± 4.40	± 6.46	± 5.52	± 5.76	± 6.77	± 4.87	± 6.45	± 5.73	± 5.84
γ^*									
Lastra 1	± 3.35	± 6.68	± 4.31	± 5.31	± 4.59	± 6.22	± 6.77	± 4.02	± 5.94
Lastra 2	± 4.23	± 5.74	± 6.82	± 7.11	± 4.47	± 6.38	± 7.11	± 4.29	± 6.65
Media	± 3.82	± 6.23	± 5.70	± 6.28	± 4.53	± 6.30	± 6.95	± 4.16	± 6.30

Tabella 11. Queste deviazioni si riferiscono a valori medi formati separatamente per le misure microfotometriche (M) e quelle scalari (S). Inoltre i valori improbabili furono cancellati, come si spiegherà più giù. Dalla tabella si vede, che nei grandi tratti, gli γ^* corrispondono abbastanza bene agli ω .

Questi valori ω e γ^* raggiungono inoltre bene i valori, che si calcolano appoggiandosi su i risultati più sopra riferiti e ponendo

$$\gamma^* = \sqrt{\pi^2 + \lambda^2 + \frac{\mu^2}{n}} \quad e$$

$$\omega = \sqrt{\pi^2 + \lambda^2 + \sigma^2 + \frac{\mu^2}{n}}$$

intendendo con *n* il numero delle misure contratte alle rispettive medie. Ponendo dunque

l'errore di lastra	$\pi = \pm 0\text{m}.042$
l'errore delle standard	$\sigma = \pm 0\text{m}.024$
l'errore di interpolazione	$\lambda = \pm 0\text{m}.02$
l'errore di misura microfotometrica	$\mu_M = - 0\text{m}.021$
l'errore di misura scalare	$\mu_S = - 0\text{m}.064$

si ottengono per gli ω e η^* i valori elencati nella tabella 12 e confrontati con quelli risultanti dalle osservazioni. Le differenze non sono importanti, considerando quanto grandi talvolta possono essere gli scarti dalla media nelle diverse serie di misure.

TABELLA 12.

Medi scarti, ω , e medi errori di misura, η^ , osservati e calcolati.*

	osservato	calcolato
ω_M	$\pm 0^{\text{m}}.057$	$\pm 0^{\text{m}}.054$
ω_S	0 .058	0 .066
η_M^*	0 .042	0 .049
η_S^*	0 .063	0 .062

Le deviazioni, ridotte allo stesso punto zero, delle misure per i singoli oggetti, relative alle loro medie si trovano nelle Tabelle 13 e 14, anche qui separatamente per le misure microfotometriche e quelle scalari. Queste deviazioni ridotte vengono definite come

$$\Delta m' = m - m_0^* + s^*$$

In quest'equazione m significa la misura di un oggetto, risultante da due (misure M , B e K) o da tre (misure E , G e L) singole misure sulla stessa lastra e nelle stesse condizioni. m_0^* invece contrassegna la media, risultante dalle diverse lastre e dalle diverse serie di misure, o microfotometriche o scalari. L'asterisco dice, che formando queste medie certe misure improbabili sono state trascurate. s^* è lo spostamento medio dallo zero di una serie di misure di n oggetti definito dall'equazione

$$s^* = \frac{[m - m_0]}{n}$$

Come ulteriore caratteristica della precisione di misura sono anche riportate le medie deviazioni

$$\eta^* = \sqrt{\frac{[\Delta m', \Delta m']}{n - 1}}$$

TABELLA 13.
Scarti delle misure microfotometriche ridotte allo stesso punto zero.
 (Unità = 0^m.01)

N.	m_0	10.1	10.2	22.1	22.2
1	10.79	+ 2	- 8	+ 1	+ 1
2	10.86	- 3	- 1	+ 1	- 1
3	11.11	- 2	- 4	+ 6	+ 2
4	11.26	0	- 6	+ 3	+ 1
5	11.27	0	- 7	+ 5	- 1
6	11.30	- 1	- 1	+ 1	+ 2
7	11.42	- 2	- 1	+ 3	- 1
8	11.40	+ 2	+ 4	- 6	+ 1
9	11.45	+ 1	+ 2	- 2	- 2
10	11.62	0	+ 4	- 8*	- 4
11	11.64	+ 3	+ 3	+ 1	- 8
12	11.92	+ 1	- 6	+ 7	- 3
13	11.85	+ 10	- 2	- 3	- 7
14	11.91	- 2	+ 1	+ 1	+ 1
15	12.01	- 1	+ 7	- 8	- 1
16	12.07	- 2	+ 1	- 5	+ 5
17	12.12	0	+ 1	- 5	- 7
18	12.15	- 5	+ 3	0	0
19	12.21	- 3	+ 2	+ 2	+ 8
20	12.28	+ 4	- 4	- 1	- 25*
21	12.49	+ 5	+ 6	- 10	+ 8
	s	+ 8.5	- 9.1	- 1.2	- 16.4
	s^*	+ 8.2	- 9.4	- 0.4	- 15.3
	η	\pm 4.1	\pm 4.6	\pm 5.7	\pm 6.0
	η^*	\pm 3.4	\pm 4.2	\pm 4.6	\pm 4.5

Adesso ancora qualche informazione intorno alla formazione di queste medie.

Per stabilire il punto zero, soltanto le lastre 10.1 e 10.2 possono servire, essendo esse prese appositamente, quando il campo stava all' altezza del polo. I risultati di queste due lastre però differiscono molto tra di loro, in modo che per le misure microfotometriche si ottiene in media una differenza di

$$m_{10.1} - m_{10.2} = + 0^m.17 .$$

La presa 10.2 appare dunque notabilmente più forte della 10.1, benché fosse eseguita immediatamente dopo la 10.1 e fosse durata come la prima

TABELLA 14.

Scarti delle misure scalari ridotte allo stesso punto zero.(Unità = 0^m.01)

N.	m_0	B		E		G		K		L	
		1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
1	10.93	- 18*	0	+ 3	+ 3	- 7	+ 6	- 3	- 4	+ 3	+ 11
2	11.14	+ 10	- 5	+ 5	- 5	+ 6	+ 10	- 3	- 8	- 1	+ 27
3	11.12	+ 3	- 1	+ 5	- 3	+ 1	- 1	+ 2	- 1	- 13	+ 6
4	11.32	+ 4	- 2	- 1	+ 5	+ 1	0	- 8	- 5	+ 4	+ 7
5	11.36	- 5	0	- 4	- 9	- 4	- 11	+ 2	+ 1	+ 7	+ 9
6	11.38	- 5	- 10	- 4	- 6	- 3	- 6	+ 9	- 24*	+ 23*	+ 8
7	11.60	+ 3	- 5	+ 1	- 10	0	- 7	- 1	+ 9	+ 1	+ 6
8	11.53	+ 13	- 8	+ 9	+ 1	+ 3	- 3	+ 10	+ 3	- 4	- 6
9	11.66	- 13	- 4	+ 3	- 2	+ 7	- 2	+ 2	+ 2	+ 3	0
10	11.78	+ 7	+ 5	- 4	- 2	- 1	- 3	0	+ 1	- 3	- 2
11	11.64	- 7	- 8	- 2	- 1	0	- 4	0	+ 5	- 3	+ 5
12	11.94	+ 20*	+ 6	- 1	- 5	+ 2	0	0	- 2	+ 15	- 10
13	11.94	0	+ 7	- 4	- 3	+ 2	- 5	- 1	+ 8	- 3	- 3
14	11.96	+ 2	0	- 3	+ 5	+ 2	- 6	+ 3	- 6	0	- 1
15	12.21	+ 7	+ 13	- 7	+ 13	+ 5	+ 5	- 13	+ 7	- 5	- 10
16	11.98	+ 24*	+ 23*	+ 2	+ 7	+ 7	+ 10	- 8	- 7	- 9	- 5
17	12.14	- 3	+ 3	- 3	+ 13	- 15	+ 6	- 10	+ 7	- 4	- 2
18	12.07	+ 20*	- 17*	+ 20*	- 15*	+ 26*	- 16*	- 5	+ 6	- 5	+ 1
19	12.42	- 4	+ 1	+ 28*	- 7*	- 21*	+ 7*	+ 9	+ 2	+ 13	- 13
20	12.40	+ 4	+ 2	0	+ 7	+ 2	0	0	- 2	+ 15	- 10
21	12.51	0	+ 1	- 5*	- 9*	0*	+ 8*	+ 7	0	+ 5	- 8
	s	+ 9.8	- 1.4	+ 4.7	- 6.4	+ 0.6	- 7.2	- 12.7	- 31.6	- 19.3	- 29.0
	s^*	+ 8.0	- 1.3	+ 5.8	- 5.5	- 0.4	- 6.7	- 12.2	- 29.8	- 20.1	- 29.9
	η	\pm 9.9	\pm 8.9	\pm 7.4	\pm 8.1	\pm 6.9	\pm 8.4	\pm 6.6	\pm 8.5	\pm 8.7	\pm 8.8
	η^*	\pm 6.7	\pm 5.7	\pm 4.3	\pm 6.8	\pm 5.3	\pm 7.1	\pm 6.2	\pm 6.4	\pm 6.8	\pm 7.1

soltanto 5 minuti. Si tratterebbe di un influsso dell'umidità dell'aria, che diminuisce la sensibilità della lastra come anche altri già l'hanno notato (1). Ed essendo stato fotografato sulla 10.1 prima il polo e poi il campo, nella 10.2 invece prima il campo e poi il polo, quest'effetto si sovrappone in modo che la seconda lastra dovrebbe mostrare maggiore lucidità degli oggetti misurati, ciò che di fatto si è verificato. Lo stesso vale anche per le lastre 22.1 e 22.2, che vennero trattate nella stessa maniera. Si può tuttavia supporre che nel far la media dei risultati, provenienti dalle due lastre 10.1 e 10.2, quest'effetto sparisca quasi completamente, le prese delle due lastre essendo state fatte simmetricamente. Ciò supposto, i risultati medi delle misure delle lastre 10.1 e 10.2 furono scelti come punti di riferimento.

Le misure M 22, cioè le misure microfotometriche che si riferiscono alle lastre 22.1 e 22.2, furono ridotte allo zero delle 10 e con queste combinate alla media, dando ai due elementi della coppia lo stesso peso. Delle misure scalari B , E e G invece, risultando esse da due o tre misure singole, furono fatte le medie conseguentemente, dando rispettivamente i pesi 2, 3, 3. A queste medie delle B , E e G , che riguardano le lastre 10, furono aggiunte nel peso 1 ad 1 le semplici medie delle K e L sulle lastre 22.1 e 22.2, riferite allo stesso punto zero delle lastre 10. Così per le misure microfotometriche M e le scalari S si ottengono delle medie m_0 (senza asterisco), che sono ancora provvisorie.

Confrontando adesso, dopo aver tolta la rispettiva differenza dal punto zero, i risultati delle singole lastre e delle diverse serie di misure con queste medie provvisorie m_0 , sorgono alcune deviazioni troppo grandi, in modo che sarebbe meglio escludere questi oggetti dalla formazione delle medie. Si tratta di due misure microfotometriche e di 12 scalari, alle quali per precauzione si aggiungono ancora 8 misure delle serie E e G degli oggetti 19 e 21, i quali, trovandosi in stretta vicinanza tra di loro, cadono in sospetto di essere stati confusi durante queste misure.

Queste misure difettose furono allora cancellate e le medie, in quanto era necessario, corrette. Queste medie definitive, contrassegnate con m_0^* entrano nelle differenze elencate nelle Tabelle 13 e 14. Ma anche le differenze rispettive dei valori respinti vi sono state apportate e contrassegnate con un asterisco, benchè queste, come abbiamo detto, non furono ammesse per formare le medie definitive. A questo sistema di valori si riferiscono anche gli s^* e η^* , mentre s e η , senza asterisco, appartengono al sistema primitivo, al quale contribuiscono tutti i valori.

Paragonando adesso le medie rispettive risultanti dalle misure microfotometriche e scalari, si aspetterebbe che concordino tra di loro almeno nell'ambito degli errori di misura; ciò però non accade. Guardando la Ta-

(1) Ved. A. A. WACHMANN, *Spektraldurchmusterung von Milchstrassenfeldern I.* (Hamburg-Bergedorf 1939) pag. E 12,

bella 15, nella quale viene fatto questo confronto, si vede che i due sistemi di misure M e S differiscono nel punto zero in modo, che in media è

$$\overline{m_M - m_S} = -0^m.09.$$

TABELLA 15.

Confronto delle medie delle misure microfotometriche, M , e scalari, S .

(Unità = $0^m.01$)

N.	m_M	m_S	$m_M - m_S$	$m_M - m_S + s$	$m_M - m_S + s^*$
1	10.79	10.93	-14	-5	-7
2	10.86	11.14	-28*	-19*	-21*
3	11.11	11.12	-1	+8	+6
4	11.26	11.32	-6	+3	+1
5	11.27	11.36	-9	0	-2
6	11.30	11.38	-8	+1	-1
7	11.42	11.60	-18	-9	-11
8	11.40	11.53	-13	-4	-6
9	11.45	11.66	-21*	-12*	-14*
10	11.62	11.73	-11	-2	-4
11	11.64	11.64	0	+9	+7
12	11.92	11.94	-2	+7	+5
13	11.85	11.94	-9	0	-2
14	11.91	11.96	-5	+4	+2
15	12.01	12.21	-20*	-11*	-13*
16	12.07	11.98	+9*	+18*	+16*
17	12.12	12.14	-2	+7	+5
18	12.15	12.07	+8*	+17*	+15*
19	12.21	12.42	-21*	-12*	-14*
20	12.28	12.40	-12	-3	-5
21	12.49	12.51	-2	+7	+5

$$s = -8.81$$

$$s^* = -7.46$$

$$\alpha = \pm 9.6$$

$$\alpha^* = \pm 5.5$$

Riferendo poi i valori S al punto zero degli M , si trova che gli oggetti 2, 9, 15, 16, 18 e 19 hanno scarti eccessivi. Nel 2 la causa era ovvia: nella immediata vicinanza si trova un debolissimo compagno, della cui presenza all' inizio non si faceva caso, e che nelle misure microfotometriche fa apparire la stella principale più grande. Per gli altri oggetti si poteva sospettare una simile causa, ma non si potè affatto accertare. Trascurando allora questi oggetti, la media deviazione si migliora di $\pm 0^m.096$ a $\pm 0^m.055$,

ma lo spostamento del punto zero non sparisce, rimanendo

$$\overline{m_M - m_S} = - 0^m.07 .$$

Questa differenza nel punto zero tra le misure microfotometriche e scalari degli stessi oggetti sulla stessa lastra non si spiega dunque in maniera soddisfacente con una casuale coincidenza di grandi scarti, diretti nella medesima direzione, altrimenti, lasciando da parte questi oggetti, anche questa differenza dovrebbe diminuire.

Per tentare un qualunque chiarimento di questo fenomeno, per ciascuna lastra si formò la differenza tra i risultati microfotometrici e scalari. Così per ciascuna lastra e serie di misure, si trovò come media dello spostamento del punto zero

$$s = \frac{[m_M - m_S]}{n} .$$

Le differenze ridotte al punto zero delle rispettive misure microfotometriche, cioè

$$\Delta m' = m_M - m_S + s ,$$

si trovano elencate nella Tabella 16, in calce alla quale furono indicati gli s ed anche gli s^* , che valgono nel caso nel quale vengono esclusi gli oggetti contrassegnati con asterisco *. Inoltre furono calcolate le medie deviazioni

$$\alpha = \sqrt{\frac{[\Delta m', \Delta m']}{n - 1}} ,$$

che parimente sono riferite nella Tabella 16 insieme con gli α^* , che, come gli s^* , valgono nel caso che si trascurino gli oggetti segnati con asterisco. Nelle ultime due colonne poi, per completare la ricerca, si trovano le medie semplici delle differenze ridotte, per gli stessi oggetti, ed il rispettivo tipo spettrale.

Questa tabella è molto istruttiva.

1) Le differenze s mostrano una dipendenza dalla lastra: sono negative nelle 10 e positive nelle 22; sono poi minori nella 10.1 che nella 10.2.

2) Inoltre, le differenze s hanno anche una dipendenza dalla scala: sono maggiori nelle misure B in confronto alle misure E e G .

3) Non si possono ridurre a casuali coincidenze di misure sfavorevoli: perchè l'eliminazione di tali misure porta soltanto una diminuzione delle medie differenze, influenzando poco nello spostamento del punto zero.

4) Le medie deviazioni α ed anche α^* sono maggiori di quelle che si aspetterebbe dai risultati fin qui trovati. Ponendo

$$\alpha^* = \sqrt{\eta_M^2 + \eta_S^2}$$

TABELLA 16.

Confronto delle misure microfotometriche e scalari.

(Le misure scalari sono ridotte al punto zero delle misure microfotometriche rispettive; unità = 0^m.01)

N.	10.1			10.2			22.1		22.2		Media	Tipo spettrale
	M - B	M - E	M - G	M - B	M - E	M - G	M - K	M - L	M - K	M - L		
1	+ 17*	+ 10	+ 5	- 12	- 15	- 18	- 4	- 5	+ 1	- 13	- 3.4	A 0
2	- 8*	- 23*	- 21*	- 8*	- 8*	- 23*	- 12*	- 9*	- 6*	- 39*	- 15.7	B 8
3	- 4	- 2	+ 5	+ 3*	+ 5	+ 3	+ 8	+ 28	+ 11	+ 5	+ 7.0	A 3
4	+ 1	+ 2	+ 3	0	- 9	- 2	+ 11	+ 4	+ 10	- 1	+ 1.9	A 5
5	+ 6	+ 1	+ 2	- 7	+ 3	+ 4	- 1	- 1	- 2	- 9	- 0.4	F 5
6	+ 6	+ 1	+ 3	+ 10	+ 6	+ 6	- 7	- 19*	+ 31*	0	+ 4.0	A 0
7	- 13	- 15	- 11	- 5	+ 1	- 5	- 9	- 6	- 19	- 14	- 9.6	G 5
8	- 13	- 13	- 4	+ 9	0	+ 4	- 23	- 4	- 5	+ 5	- 4.4	K 0
9	+ 4*	- 16*	- 17*	- 5*	- 6*	- 7*	+ 7*	- 15*	- 15*	- 12*	- 8.2	A 5
10	- 8	- 1	- 1	- 3	+ 5	+ 5	+ 14*	- 18*	- 7	- 3	- 1.7	K 2
11	+ 20	+ 11	+ 13	+ 20	+ 14	+ 16	+ 6	+ 14	- 4	- 3	+ 10.7	A 0
12	- 11*	+ 14	+ 6	- 5	+ 6	+ 1	+ 10	0	+ 6	+ 15	+ 4.2	F 5
13	+ 11	+ 11	+ 8	- 9	0	+ 3	- 6	+ 1	- 15	- 3	+ 0.1	K 0
14	+ 2	+ 3	- 1	+ 6	- 2	+ 12	- 1	+ 7	+ 12	+ 8	+ 4.6	A 3
15	- 18*	- 8*	- 17*	- 17*	- 17*	- 9*	- 10*	- 13*	- 17*	+ 1*	- 12.5	K 5
16	- 7*	+ 11*	+ 9*	- 4*	+ 10*	+ 9*	+ 17*	+ 23*	+ 30*	+ 29*	+ 12.7	A 0
17	+ 11	+ 7	+ 12	+ 4	- 7	+ 1	+ 18	+ 17	- 7	+ 3	+ 5.9	F 8
18	- 6*	- 10*	- 13*	+ 33*	+ 35*	+ 37*	+ 14*	+ 24*	+ 12*	+ 18*	+ 14.9	A 0
19	- 18*	+ 2*	- 2*	- 11*	- 15*	- 17*	- 23*	- 4*	- 4*	+ 10*	- 8.2	A 5
20	- 2	- 2	0	- 9	- 14	- 23	- 8	- 6	- 13*	- 21*	- 9.8	A 2
21	+ 14	+ 15*	+ 13*	+ 13	+ 10*	+ 6*	- 13	+ 12	+ 6	+ 15	+ 9.1	B τ
s	- 11.4	- 5.1	- 2.2	- 17.6	- 12.9	- 11.9	+ 5.5	+ 8.9	+ 5.1	+ 2.6	-	
s*	- 8.0	- 3.1	+ 1.1	- 17.0	- 13.5	- 11.5	+ 4.6	+ 12.3	+ 4.0	+ 3.7	-	
α	± 11.3	± 10.7	± 10.1	± 12.6	± 12.1	± 13.8	± 12.4	± 13.7	± 14.0	± 14.9	± 12.7	
α*	± 9.6	± 8.6	± 6.3	± 9.3	± 8.2	± 10.4	± 11.0	+ 10.6	± 9.8	± 9.0	± 9.4	

ed usando i rispettivi valori elencati nella Tabella 12, si calcola una media differenza tra due misure microfotometriche e scalari di $\pm 0^m.076$, mentre l'osservazione dà: $\pm 0^m.094$.

5) Le differenze ridotte mostrano una dipendenza dell'oggetto dal tipo spettrale, un fenomeno che viene messo in piena luce dal diagramma della figura 4 affiancata. In questa figura, i cerchi vuoti significano i 6

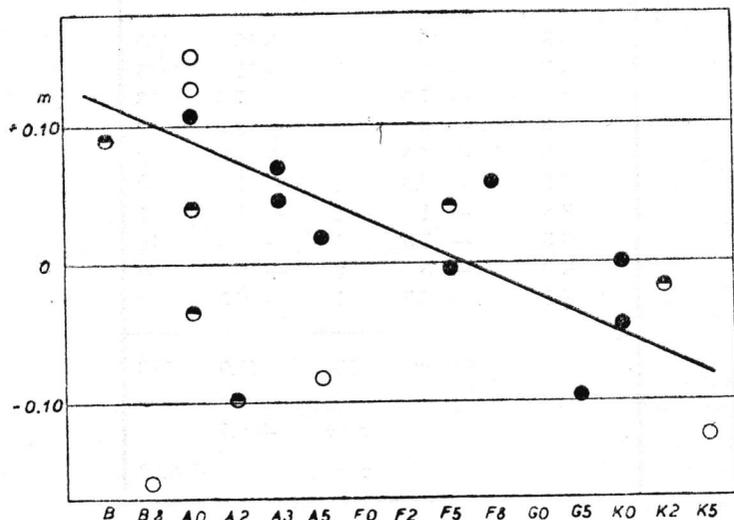


Fig. 4.

Dipendenza delle differenze, $m_M - m_S$, dal tipo spettrale.

oggetti respinti nella formazione delle medie; i cerchi mezzo pieni sono le stelle per cui furono cancellate soltanto alcune misure. Per condurre la curva, però, (veniva disegnata una retta) servirono soltanto gli oggetti con misure buone, rappresentati dai cerchi pieni. Secondo questo diagramma dunque, il microfotometro termoelettrico in confronto al fotometro a scala apprenderebbe le stelle rosse più grandi delle bianche.

Come si spiegano allora questi fenomeni diversi?

La dipendenza del tipo spettrale, verificatasi per le differenze $m_M - m_S$, si spiega da una parte con la struttura speciale delle immagini stellari, la quale dipende essenzialmente dal carattere spettrale a causa della imperfetta correzione cromatica dell'obbiettivo, e dall'altra parte col modo diverso con il quale lavorano i due fotometri in questione. Basta qui il semplice accertamento del fatto, che per il microfotometro termoelettrico le stelle rosse appaiono più grandi che per il fotometro a scala, senza entrare adesso in ricerche più minute.

Questa equazione di colore fra i due fotometri è anche causa, almeno causa parziale, dell'aumento della dispersione delle misure, trovato nel punto 4. Si calcola cioè dalla Tabella 17, dove le stelle usate sono regi-

TABELLA 17

Per il calcolo dell' errore medio, proveniente dall' equazione di colore c , fra il microfotometro ed il fotometro a scala.

(Unità = 0^m.01)

Tipo spettrale	c	n	nc	nc^2
B 8	+ 10	1	+ 10	100
A 0	+ 9	3	+ 27	243
A 2	+ 7.5	1	+ 7.5	56
A 3	+ 6	2	+ 12	72
A 5	+ 4.5	1	+ 4.5	20
F 5	+ 0.5	2	+ 1	0
F 8	- 1	1	- 1	1
G 5	- 3.5	1	- 3.5	12
K 0	- 5	2	- 10	50
K 2	- 6.5	1	- 6.5	42
	Somma	15	+ 41.0	586
		$s =$	+ 2.7	
		$\varphi =$	± 6.52	

strate con la rispettiva equazione di colore, una dispersione addizionale di

$$\varphi = \pm 0^m.065,$$

causata proprio da questa equazione di colore e la speciale scelta degli oggetti. Sommando dunque questo errore addizionale ai rispettivi errori di misura si avrà

$$\alpha^* = \sqrt{\eta_M^2 + \eta_S^2 + \varphi^2} = \pm 0^m.100,$$

valore che non dista tanto dall' osservato $\pm 0^m.94$.

Anche chi obbietasse che l'equazione di colore è stata determinata in modo troppo grossolano e con materiale insufficiente, non potrebbe tuttavia negare che quest' elemento influisce sensibilmente a far aumentare la dispersione media intorno ai medi valori delle misure.

Meno fortunata è la situazione nella ricerca della causa dello spostamento del punto zero, descritto nei punti 1 - 3, di natura tale che mette in imbarazzo nella determinazione esatta del punto zero stesso, scopo principale delle lastre in esame.

Si vede anzitutto, che questo fenomeno di spostamento non si può ridurre all'equazione di colore trovata tra i due fotometri. Perché secondo la Tabella 17, queste differenze dovrebbero diventare tutte positive, in media

+ $0^m.027$. Ora soltanto in due o tre lastre si trovano tali differenze positive, in media però lo spostamento dallo zero rimane negativo, raggiungendo un valore di $-0^m.09$ per tutti gli oggetti, e $-0^m.07$ se si trascurano le misure di grande scarto, contrassegnate con asterisco.

Neppure possono essere causate queste differenze grandi da misure di grande scarto casualmente coincidenti, come abbiamo già accennato nel punto 3.

La causa di questi spostamenti del punto zero dev' essere dunque più profonda e cioè proprio nella caratteristica congiunzione delle standard con le grandezze da misurare, la quale congiunzione però, in certe circostanze, viene diversamente apprezzata dai diversi strumenti. Un tale diverso apprezzamento tuttavia non è possibile se le standard sono interne al campo da misurare. In questo caso, uno spostamento del punto zero potrebbe essere concepibile soltanto come conseguenza della *incertezza della curva di taratura*, incertezza proveniente dalle inesattezze delle misure; coinciderebbe allora con l'errore di interpolazione in quanto in certi ristretti limiti, un tale errore rende ancora possibile uno spostamento della curva ed insieme del punto zero.

Ma trattandosi di stelle di taratura esterne al campo da misurare, si comprende che possa esserci una differenza nella *struttura dell'immagine stellare*, per la quale i diversi fotometri potrebbero essere diversamente sensibili, causando così un tale spostamento dello zero. Un difetto nel guidare lo strumento durante la presa fotografica, il cui effetto nel fotometro a scala può forse sfuggire all'occhio stimante con ingrandimento moderato, ma che può essere ben registrato dal microfotometro termoelettrico, tanto più sensibile dell'occhio, potrebbe così già causare uno spostamento del punto zero. In specie, il microfotometro termoelettrico ASKANIA da noi usato si risente molto facilmente a tali difetti di forma dell'immagine. Così per es. le immagini stellari oblunghe si portano come più oscure quando si metta l'asse maggiore dell'immagine parallelo alla pila termoelettrica lineare, che quando si metta perpendicolare.

Nel caso nel quale i due campi non sono sovrapposti l'uno all'altro, ma solamente affiancati sulla stessa lastra o anche su diverse, anche la *differenza della densità dei campi* di taratura e di misura potrebbe causare uno spostamento dello zero. Per il microfotometro che lavora con una fascia luminosa ben definita da un diaframma costante, una tale diversità è di poca importanza. Assumendo la trasparenza dell'immagine stellare proporzionale alla trasparenza generale degli intorni, od anche del tutto nulla — il che si potrebbe assumere praticamente quasi sempre, data la piccolezza dei valori per la trasparenza, e la moderata differenza delle trasparenze generali dei campi rispettivi — per dischi stellari di uguale diametro si calcola un costante valore del quoziente usato per la costruzione e la valutazione della curva di taratura, cioè

$$q = \frac{\text{stella con gli intorni}}{\text{intorni}}$$

E nel caso diverso, cioè quando la trasparenza delle immagini stellari non sia nulla neppure proporzionale alla trasparenza degli intorni, questo quoziente cambia, causando così uno spostamento del punto zero in una o nell'altra parte, come risulterà subito da un piccolo calcolo sommario.

Poniamo l'apertura del diaframma f , la grandezza della superficie dell'immagine stellare d ; il flusso luminoso per unità di superficie sia Φ_u per il campo u e Φ_v per il campo v , e Φ'_u e Φ'_v per le immagini stellari nel rispettivo campo. Segnando dunque i quozienti rispettivi q_u e q_v , si trova

$$q_u - q_v = \frac{d}{f} \left(\frac{\Phi'_u}{\Phi_u} - \frac{\Phi'_v}{\Phi_v} \right).$$

Quando l'immagine stellare non è trasparente, cioè quando $\Phi'_u = \Phi'_v = 0$, o quando la sua trasparenza è proporzionale alla trasparenza generale dei campi, cioè quando $\frac{\Phi'_u}{\Phi_u} = \frac{\Phi'_v}{\Phi_v}$, tutt'e due i quozienti saranno uguali, ciò che vuol dire, che un velo differente nei due campi di taratura e di misura non influisce per niente nei risultati. In caso diverso però, quando non si verifica la proporzionalità della trasparenza dell'immagine stellare alla trasparenza generale del campo, i due quozienti saranno un po' diversi; ciò che vuol dire, che in questo caso si trova un certo spostamento del punto zero, in un senso rispondente al valore di $q_u - q_v$.

TABELLA 18.

Differenze tra due curve di taratura fatte con scala molto illuminata, R, e poco illuminata, F.

Lettura	$m_R - m_F$	
	lastra 10.1	lastra 10.2
^s 8. 0	^m + 0. 13	^m + 0. 08
10. 0	11	08
12. 0	11	05
14. 0	12	14
16. 0	13	20
18. 0	11	12

Misurando adesso con un fotometro a scala, si presenta un fenomeno analogo. L'apprezzamento della grandezza di un'immagine stellare, per causa dell'alone fotografico che a poco a poco si perde nel fondo della lastra, dipende molto dall'illuminazione: la grandezza apprezzata aumenta e diminuisce con l'aumento e rispettivamente con la diminuzione della luminosità del fondo. Nella Tabella 18 sono elencate le differenze di due

curve di taratura, R e F , ottenute dalla stessa lastra e con la stessa scala solamente in diversa condizione di illuminazione. Nel caso R la scala era molto illuminata e nel caso F meno, e il campo rispettivamente era stato meno o più illuminato per esaltare l'effetto suddetto.

Ora, se sempre l'illuminazione della scala viene uguagliata al fondo del campo da misurare, la scala stessa rimane più o meno illuminata a seconda la trasparenza del fondo del campo da misurare. In conseguenza, le stelle in un campo un po' velato avranno misure troppo piccole, quando la scala era stata calibrata con stelle standard da un campo più trasparente.

Contrassegnando con m_0 la grandezza da attribuire ad una immagine stellare di un certo diametro, basandosi su stime di taratura, fatte in un campo più trasparente che quello nel quale si sta facendo le misure, per il microfotometro, nella maggior parte dei casi, si avrà

$$m_M = m_0,$$

e per il fotometro a scala

$$m_S > m_0.$$

Così confrontando misure microfotometriche e scalari tra di loro si troverà facilmente uno spostamento del punto zero nel senso, che

$$m_M - m_S < 0.$$

Ma anche nel caso, che i campi di taratura e di misura sono quasi di uguale trasparenza, nel mettere a punto l'apparecchio non è escluso un cambiamento rispettivo dell'illuminazione, tale da causare piccole divergenze nel punto zero.

Ora nel nostro caso concreto, non furono constatati nè difetti grossolani di guida e neppure una differenza notevole di trasparenza tra i campi di polo e della Via Lattea, trattandosi di pose di solo 5 minuti di durata, che anche per le regioni della Via Lattea non facilmente portano un sensibile ingrandimento del velo. Del resto, misure microfotometriche, eseguite in diverse regioni delle lastre 10.1 e 10.2, mostrano una differenza di trasparenza al sommo di $\frac{1}{2}$ ‰, differenza dunque che difficilmente potrebbe spiegare gli spostamenti del punto zero trovati.

Rimane però la possibilità, che un diverso aggiustamento dello strumento per le misure polari e quelle del campo abbia potuto causare un piccolo spostamento della scala. Perciò furono eseguite le misure G , lasciando appositamente l'aggiustamento iniziale dell'illuminazione per tutti i quattro campi da misurare, benchè durante il lavoro sembrasse talvolta utile una piccola correzione dell'aggiustamento allo scopo di uguagliare perfettamente il fondo della scala e del campo. Le differenze con le misure E , dove si è sempre curata una rigorosa uguaglianza dell'illuminazione

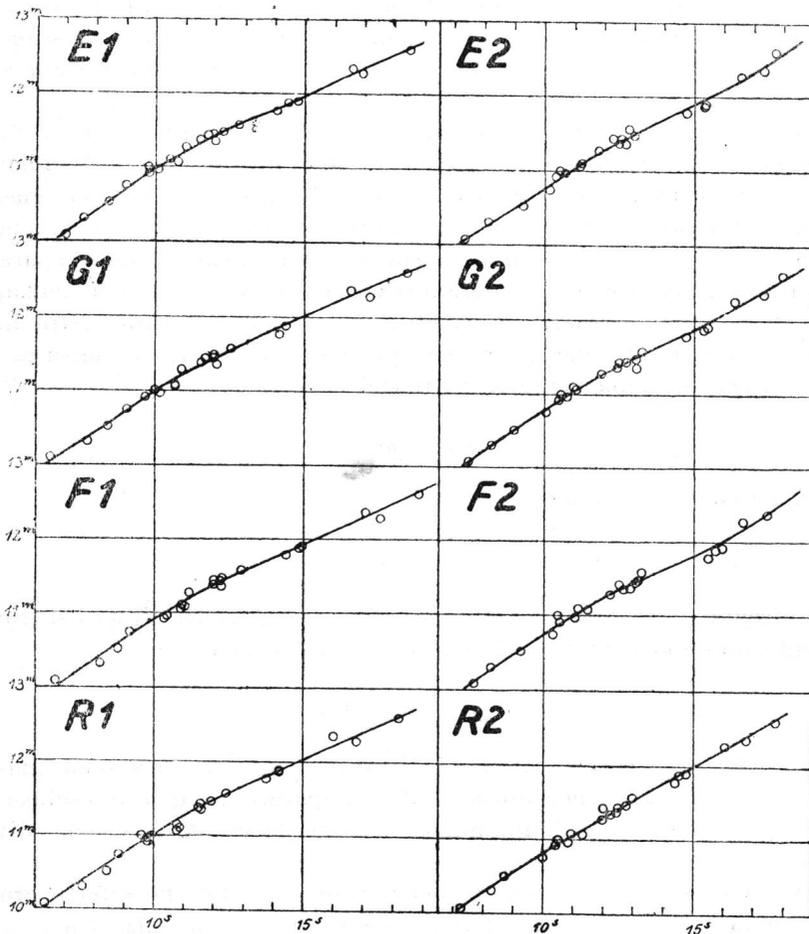


Fig. 5.

Curve di tarature con diverso aggiustamento dell' illuminazione della scala e del campo.

della scala e del campo, non sono rilevanti, come si vede dalla fig. 5, dove queste curve sono state confrontate.

Ma sembrando rischioso, confrontare stelle con diversa illuminazione del fondo della scala e del campo, furono eseguite altre due serie di misure *F* e *R*. Per queste misure a bella posta fu scelta una grande differenza tra il fondo della scala e quello della lastra. Nelle *F* il campo era molto illuminato e il fondo della scala piuttosto oscuro, e nelle misure *R*, viceversa, la scala era illuminata ed oscuro il fondo della lastra. L'effetto di questo procedimento sulle curve polari fu già ricordato più sopra ed anche precisato nella Tabella 18 per alcune stelle della scala. Ma dai risultati finali delle misure non potè accertarsi una dipendenza dello spostamento dello

TABELLA 19.

Media deviazione delle misure F e R dal punto zero delle G.

Lastra	$G - F$	$G - R$
10.1	$+ 0^m .06$	$0^m .00$
10.2	$+ 0^m .04$	$+ 0^m .04$

zero dalla diversità dell'illuminazione di scala e di campo; questo si vede dalla Tabella 19, dove le misure F e R sono state confrontate con le G . Soltanto la precisione delle misure, pare che sia un po' diminuita, come si può raccogliere da un piccolo aumento della differenza media delle misure tra di loro e dalla curva polare (Vedi fig. 5). Così si deve dedurre da queste esperienze, che le differenze di illuminazione tra il fondo della scala e il fondo del campo, purchè rimangano costanti durante tutto il processo fotometrico, non importano qualche determinato spostamento dello zero; perchè queste grandi differenze trovate nel confrontare le curve polari e rapportate nella Tabella 18 si annullano in seguito senz'altro.

Finalmente qualcuno potrebbe far responsabile di questi spostamenti dello zero tra le misure microfotometriche e scalari il tipo del fotometro a scala, pensando che un fotometro a *scala interna* dovrebbe portare a valori rispondenti ai valori ottenuti altronde, perchè è immune dalle illuminazioni indipendenti per scala e campo. Seguendo questa idea, le lastre 10.1 e 10.2 furono ancora una volta misurate con una scala I , interna al campo, quale abbiamo ampiamente descritta nell'articolo precedente (1). L'esattezza delle misure è certamente minore, come si vede da una maggiore deviazione delle misure dalla media. Ma lo spostamento del punto zero stranamente rimane, avendosi in media

$$\overline{m_M - m_I} = - 0^m .09 ,$$

con l'uso di tutte le stelle, e $- 0^m .085$ con l'uso delle sole stelle scelte come sopra, senza asterisco. La concordanza coi risultati ottenuti con la scala esterna al campo è perfettissima, avendosi

$$\overline{m_M - m_S} = - 0^m .09$$

$$\overline{m_M - m_S^*} = - 0^m .07 .$$

Con quest'ultimo tentativo di chiarire la divergenza fra le misure microfotometriche e scalari circa il punto zero, giacchè anch'esso non ha portato la sperata soluzione, facciamo fine lasciando, per ora, aperto il problema.

(1) Vedasi Mem. Soc. Astr. Ital. **15** pg. 239-40 = Ric. Astr. **1** pag. 159 (1943).

Sembra che la causa principale sia da cercare nel microfotometro termoelettrico; ma non potendosi accertare una chiara differenza strutturale delle immagini nelle prese del polo e del campo da misurare, non si trova ragione plausibile. D'altra parte, le differenze delle misure scalari tra di loro, sia nelle normali condizioni di illuminazione, sia nelle insolite, accennano che una causa, almeno parziale, sta proprio in questo che sono misure fatte con una scala. Anzi si potrebbe già pensare alla scarsa esattezza di queste misure che a mala pena giunge ad un mezzo decimo, mentre ci siamo sforzati di dare i centesimi.

Ma senza ulteriori esperimenti e prove, che per altri lavori più urgenti devono essere rimandati, la questione non si può decidere in modo soddisfacente. Per la prassi intanto, ci pare consigliabile di preferire le misure microfotometriche alle scalari, se si intende stabilire il punto zero, già per la maggiore esattezza di tali misure. Rimane però sempre ancora un qualche dubbio prudente circa il definitivo valore di tali risultati.