

ACCADEMIA NAZIONALE DELLE SCIENZE DETTA DEI XL
HRVATSKA AKADEMIJA ZNANOSTI I UMJETNOSTI
INAF - OSSERVATORIO ASTRONOMICCO DI BRERA
PONTIFICIA UNIVERSITÀ GREGORIANA

EDIZIONE NAZIONALE
DELLE OPERE E DELLA CORRISPONDENZA
DI RUGGIERO GIUSEPPE BOSCOVICH

Volume VII
Opere scientifiche
Opere di Fisica
Filosofia naturale

THEORIA PHILOSOPHIAE NATURALIS
1758-1763

a cura di
Luca Guzzardi

Commissione Scientifica Nazionale
Istituita con D.M. 27 Aprile 2006 e successive integrazioni

2018

EDIZIONE NAZIONALE
DELLE OPERE E DELLA CORRISPONDENZA
DI RUGGIERO GIUSEPPE BOSCOVICH

Commissione scientifica

Presidente: GIOVANNI PARESCHI
(INAF – Osservatorio Astronomico di Brera)

Vicepresidente: TOMMASO MACCACARO
(INAF – Osservatorio Astronomico di Brera)

Segretario: EDOARDO PROVERBIO
(INAF – Osservatorio Astronomico di Brera;
S.I.A. – Società Italiana di Archoastronomia)

Tesoriere: ELIO ANTONELLO
(INAF – Osservatorio Astronomico di Brera;
S.I.A. – Società Italiana di Archoastronomia)

UGO BALDINI (Università degli Studi di Padova)
FABIO BEVILACQUA (Università degli Studi di Pavia)
VINCENZO CAPPELLETTI (Istituto di Studi Germanici)
MARIO CARPINO (INAF – Osservatorio Astronomico di Brera)
PAOLO CASINI (Università di Roma «La Sapienza»)
EMILIA CHIANCONE (Accademia Nazionale delle Scienze detta dei XL)
GUIDO CIMINO (Università di Roma «La Sapienza»)
ŽARKO DADIĆ (Institute of the History and Philosophy of Science, Zagabria)
FRANÇOIS XAVIER DUMORTIER (Pontificia Università Gregoriana)
ALESSANDRA FIOCCA (Università degli Studi di Ferrara)
PAOLO FREGUGLIA (Università degli Studi dell'Aquila)
PAOLO GALLUZZI (Istituto e Museo di Storia della Scienza, Firenze)
LIVIA GIACARDI (Università degli Studi di Torino)
GIOVANNI MICHELI (Università degli Studi di Milano)
GIOVANNI PAOLONI (Università degli Studi della Tuscia, Viterbo)
LUIGI PEPE (Università degli Studi di Ferrara)
CLARA SILVIA ROERO (Università degli Studi di Torino)
GIANCARLO SETTI (Università degli Studi di Bologna)
RITA TOLOMEO (Università di Roma «La Sapienza»)
MAURIZIO TORRINI (Università degli Studi di Napoli «Federico II») PASQUALE
TUCCI (Università degli Studi di Milano)

EDIZIONE NAZIONALE
DELLE OPERE E DELLA CORRISPONDENZA
DI RUGGIERO GIUSEPPE BOSCOVICH

Volume VII
Opere scientifiche
Opere di Fisica
Filosofia naturale

Theoria philosophiae naturalis
1758-1763

a cura di
Luca Guzzardi

Enti patrocinatori dell'Edizione Nazionale delle Opere e della Corrispondenza di Ruggiero Giuseppe Boscovich:

- Accademia Nazionale delle Scienze detta dei XL
- Accademia Croata di Scienze e Arti
- INAF – Osservatorio Astronomico di Brera
- Pontificia Università Gregoriana
- S.I.A. – Società Italiana di Archeoastronomia

Copyright © 2018 Edizione Nazionale delle Opere e della Corrispondenza di Ruggiero Giuseppe Boscovich

Pubblicato nel 2018

Commissione Scientifica per l'Edizione Nazionale delle Opere e della Corrispondenza di Ruggiero Giuseppe Boscovich

Sede Legale e Operativa: INAF - Osservatorio Astronomico di Brera
via Brera 28, 20121 Milano

ISBN 978-88-96700-25-9

Tutti i diritti sono riservati a norma di legge
e a norma delle convenzioni internazionali

Indice generale

Premessa <i>di Luca Guzzardi</i>	11
Introduzione <i>di Luca Guzzardi</i>	13
Ringraziamenti e Nota editoriale	56
Philosophiae naturalis theoria, 1758	57
Indice dei nomi	453
Indice delle opere citate	455
Theoria philosophiae naturalis, 1763	459
Indice dei nomi	835
Indice delle opere citate	837

PREMESSA

Questo volume contiene la copia anastatica delle due prime edizioni della principale opera di filosofia naturale di Ruggiero G. Boscovich, dapprima pubblicata nel 1758 a Vienna con il titolo *Philosophiae naturalis theoria redacta ad unicam legem virium in natura existentium*, poi nel 1763 a Venezia con quello, lievemente modificato nell'incipit, di *Theoria philosophiae naturalis redacta [...]* (si veda la nota editoriale alla fine dell'Introduzione). In conformità con la maggior parte dei volumi raccolti in questa Edizione Nazionale e con altre imprese analoghe, non viene fornita alcuna traduzione, bensì viene restituito il testo nella sua integrità e con la maggiore accuratezza filologica possibile. Il lettore, d'altra parte, può usufruire della buona traduzione inglese di James M. Child (vedi R.G. Boscovich, *A Theory of Natural Philosophy*, Open Court Publishing Company, Chicago & London 1922, di cui pure esistono ristampe anastatiche, e ugualmente consultabile in *repositories* on-line quale, per esempio, archive.org).

Si è ovviamente tenuto conto di questa edizione moderna basata sulla *editio veneta* (1763) sopra citata, e se ne sono corretti gli errori filologici ove necessario. Per comodità del lettore e per la redazione degli indici dei nomi e delle opere citate è stata aggiunta la numerazione romana alle prime pagine (III-XXVIII), originariamente non numerate, dell'edizione viennese (1758). D'altra parte, la pubblicazione della prima edizione della *Theoria* in questo volume, accompagnata da una tavola sinottica delle differenze fra le versioni del 1758 e del 1763 (si veda l'Appendice 1 all'Introduzione), mette a disposizione degli studiosi alcuni strumenti di analisi per la comparazione e la periodizzazione del pensiero di Boscovich.

INTRODUZIONE*

1. La genesi dell'opera e i suoi elementi caratterizzanti

La principale opera di filosofia naturale di Ruggiero Boscovich — un ponderoso volume *in quarto* di circa trecentottanta pagine, intitolato *Philosophiae naturalis theoria redacta ad unicam legem virium in natura existentium* — apparve a Vienna nel 1758 per i tipi di Kaliwoda. Stando alla corrispondenza di Ruggiero con i fratelli Bartolomeo e Natale, l'opera vide un successo pressoché immediato: tutte le copie andarono vendute nel giro di tre mesi e il libro venne ristampato nel 1759, «*Viennae Austriae, apud Agustinum Bernardi*». ¹ Una nuova edizione seguì nel 1763; generalmente conosciuta come *editio veneta*, perché stampata dall'editore Remondini di Venezia, è la tiratura maggiormente nota e più largamente utilizzata negli studi boscovichiani anche recenti, in particolare perché su di essa si basa l'importante edizione bilingue anglo-latina, curata da James M. Child nel 1922 per Open Court (su cui si dirà in seguito). ²

* Nel testo e nelle note il segno § indica il *numerus* (paragrafo) delle singole opere di Boscovich cui si fa riferimento. Ove presenti, i volumi dell'Edizione Nazionale sono indicati con *ENc* (per la sezione Corrispondenza) e *ENo* (per la sezione Opere a stampa), seguiti dal numero del volume e da quello dell'eventuale tomo.

¹ Si veda in particolare la lettera di Ruggiero Boscovich a Natale, 12 novembre 1758: «Spero, che questo libro aura grande incontro: A Vienna ne è stata fatta la ristampa esitate subito tutte le copie» (*ENc*, III/1, p. 328). Non sembrano esserci evidenze di una ristampa sul finire del 1758, mentre sono note copie di una edizione viennese del 1759. In questo contesto è bene tenere presente che la *Kaliwod'sche Officin* svolgeva un ruolo ufficiale nel mercato librario viennese del XVIII secolo: intestatario del titolo di «stampatore universitario» (*Universitätsbuchdrucker*) dal 1736, Leopold Johann Kaliwoda acquisì due anni dopo il privilegio di «proprietario della stamperia di corte cesariana imperiale» («*privilegiertes Inhaber der kaiserlichen Reichs-Hofbuchdruckerei*»). Nel corso degli anni Cinquanta del Settecento Kaliwoda stampò pure numerose opere di gesuiti. Fra gli stampatori ausiliari che operavano per suo conto vi era Augustin Bernhard, che licenziò la seconda edizione viennese della *Theoria* (1759). Vedi A. Mayer, *Wiens Buchdrucker-Geschichte 1482-1882. Zweiter Band 1682-1882*, Verlag des Comité's etc, Wien 1887, pp. 25-26.

² R.G. Boscovich, *A Theory of Natural Philosophy*, ed. by J.M. Child, Open Court Publishing Company, Chicago & London 1922.

L'edizione del 1758 e quella del 1763 si distinguono non solo per un piccolo ma vistoso cambiamento nel titolo — che nell'edizione veneta suona *Theoria philosophiae naturalis redacta ad unicam legem virium in natura existentium* — ma soprattutto per numerose modificazioni nel testo e nell'architettura dell'opera (vedi l'Appendice 1 in calce a questa Introduzione), che si trovano riassunte nell'epistola al lettore con cui si apre l'edizione remondiniana («Typographus Venetus lectori», pp. III-V). Invece, nessun cenno viene fatto ai motivi che avrebbero spinto Boscovich alla significativa inversione delle prime parole del titolo da *Philosophiae naturalis theoria* (1758) a *Theoria philosophiae naturalis* (1763). È difficile dire da che cosa sia dipeso il cambiamento: nella corrispondenza del 1763 Boscovich non menziona intenzioni particolari, sicché ogni interpretazione rimane speculativa. Certo, la corrispondenza rilevante potrebbe essere andata perduta; ma il cambiamento potrebbe essere semplicemente dovuto a esigenze stilistiche, eventualmente concordate con lo stampatore. In questo contesto, inoltre, va ricordato che nel 1758 Boscovich diede mandato al confratello Karl Scherffer, professore di matematica nel Collegio gesuitico di Vienna, di seguire l'opera nelle ultime fasi (vedi nota (q) al § 343). Sul frontespizio dell'edizione del 1763, invece, compare la dicitura *editio veneta prima / ipso auctore praesente et corrigente*, a sottolineare che in quest'occasione Boscovich seguì anche la fase di stampa dell'opera. Forse, il titolo del 1758 fu frutto di una piccola incomprensione con Scherffer; ma anche se così fosse, Boscovich non sembra essersene lamentato e l'insoddisfazione nei confronti dell'edizione viennese, citata nell'indirizzo di saluto del «Tipografo veneziano al lettore» (*Theoria*, 1763, p. IV), è probabilmente esagerata e motivata più da esigenze retoriche che da fattori concreti.

La scelta del titolo nel suo complesso è chiarita in una lettera a Giovan Stefano Conti del 26 febbraio 1762, in cui Boscovich riassume e spiega non pochi aspetti della *Theoria* (tale lettera, dunque, dovrebbe essere tenuta presente in qualsiasi presentazione della filosofia naturale boscovichiana):

Da' fenomeni della Natura, e non da specolazioni metafisiche, convien ricavare le leggi generali, e i principi, da' quali dipendono detti fenomeni. Egli [cioè Conti, che si era espresso in tal senso nella lettera precedente] credeva, che sarebbe un gran fare, se se ne trovassero di questi principi due, o tre da' quali dipendano tutti gli altri, ed io credo di averne ricavato uno solo di una natura in se medesima uniforme, e semplice, e da cio ho preso il titolo della mia opera *Philosophiae Naturalis theoria redacta ad unicam legem virium in Natura existentium*. Ho aggiunto *in Natura existentium* per accennare, che non intendevo di dare una legge, che si assuma per ipotesi, ma la cui esistenza nella Natura, che osserviamo, si ritrovi colle osservazioni medesime.³

³ Ruggiero Boscovich a Giovan Stefano Conti, 26 febbraio 1762, in *ENc*, V/1, p. 84 (la lunga lettera di Boscovich si trova alle pp. 61-91).

Boscovich era stato portato nella capitale asburgica come difensore della Repubblica di Lucca in una controversia sul governo delle acque con il Granducato di Toscana, il cui sovrano era Francesco Stefano di Lorena, sposo di Maria Teresa d' Austria e dunque imperatore del Sacro Romano Impero.⁴ Stando alla versione di Boscovich, la *Theoria* — benché preceduta da lavori sparsi — venne scritta di getto «in quest'ultimo mese [gennaio 1758], ormai pressoché libero dalle laboriose occupazioni che mi avevano condotto a Vienna».⁵ Si trattava di una mezza verità. In una lettera al fratello Bartolomeo (16 gennaio 1758), Boscovich confidava di essere intento in «un'operetta, che sarà finita prima della mia partenza sul mio sistema; e uscirà subito dopo: vi è più, che in alcun altro luogo fin'ora».⁶ D'altra parte, stando alle evidenze testuali la *Theoria* risulta essere il prodotto di una paziente costruzione durata quasi quindici anni, ove ogni passaggio segna pure un nuovo livello di consapevolezza. Così, in apertura della *Theoria* (§ 5) Boscovich avrebbe elencato cinque opere chiave in cui il suo «sistema» era già stato sommariamente esposto: *De viribus vivis* (1745), *De Lumine* (1748), *De continuitatis lege* (1754), *De lege virium in natura existentium* (1755), *De materiae divisibilitate, et principiis corporum* (1757).⁷ Come se si trattasse di un metodo di presentazione consolidato, i paragrafi iniziali di ciascuna di queste opere ricapitolavano via via tutti passaggi precedenti. Nel *De lumine* (parte seconda, § 2) Boscovich ricordava di aver proposto la sua «teoria delle forze esistenti in natura [...]» tre anni fa, nella dissertazione *De viribus vivis*; nel primo paragrafo di *De continuitatis lege* citava sia il *De viribus vivis* sia il *De lumine*; nel *De lege virium* aggiungeva alla lista il *De continuitatis lege* nonché una *Synopsis physicae generalis* (1754) scritta da Carlo Benvenuti, ma certamente anch'essa emanazione pressoché diretta di Boscovich.⁸ Infine, nella premessa (1757) a *De materiae divisibilitate* Boscovich arricchiva

⁴ Per maggiori dettagli sul ruolo di Boscovich in tale controversia vedi E. Proverbio, Introduzione, in G.S. Conti, *Lettere a Ruggiero Giuseppe Boscovich*, 2 voll., Accademia nazionale delle scienze detta dei LX, Roma 1996-1998, II (1998), pp.7-39. Sul periodo viennese di Boscovich vedi E. Hill, *Roger Boscovich. A Biographical Essay*, in *Roger Joseph Boscovich, S.J., F.R.S., 1711-1787. Studies of His Life and Work on the 250th Anniversary of His Birth*, ed. by L.L. Whyte, Allen and Unwin, London 1961, pp. 48-50. G. Paoli, *Ruggiero Giuseppe Boscovich nella scienza e nella storia del '700*, Accademia nazionale delle scienze detta dei LX, Roma 1988, pp. 85-96. Si noti che sia Hill sia Paoli aderiscono a un'interpretazione della *Theoria* come 'scritta di getto'. Come si vedrà, essa non trova riscontro in un più ampio inquadramento dell'opera di Boscovich.

⁵ *Theoria* (1758), p. V; *Theoria* (1763), p. XI. Si noti che la lettera dedicatoria all'arcivescovo di Vienna Cristoforo Migazzi, da cui è tratta la citazione, è datata «alle idi di febbraio [cioè il 13] del 1758».

⁶ Ruggiero Boscovich a Bartolomeo, 16 gennaio 1758, in *ENc*, II, p. 146.

⁷ Con l'esclusione di *De lumine*, le opere qui elencate sono raccolte in *ENo*, vol. VI.

⁸ Pur non essendo stato allievo diretto di Boscovich, Benvenuti divenne uno dei principali sostenitori e divulgatori delle sue teorie. Sulla sua biografia, la *Synopsis physicae generalis* (de Rubeis, Roma 1754) e la sua relazione con Boscovich vedi anche P. Casini,

questo contesto di nuovi dettagli, citando i supplementi da lui preparati per il poema didascalico in cui il suo confratello e compatriota Benedikt Stay esponeva i cardini del newtonianesimo.⁹

Sarà da questo materiale, arricchito con applicazioni inedite, chiarificazioni e nuove considerazioni su aspetti particolari, che Boscovich trarrà la redazione viennese della *Theoria*. In essa non pochi paragrafi e note (e tutti i supplementi) verranno riportati identici da opere precedenti.¹⁰ Il caso più eclatante è forse quello della dissertazione *De lege virium in natura existentium*, che presenta la «soluzione analitica» alla curva delle forze; originariamente pubblicato nel 1755, tale scritto verrà disassemblato e rimontato con un'accurata operazione di 'copia e incolla' in varie parti della *Theoria* nel 1758 e nuovamente rimaneggiato nel 1763.¹¹ Inoltre, alcune lettere indirizzate nel 1748 al fratello Natale sembrano indicare che Boscovich stesse già allora lavorando a un progetto assai ampio e ambizioso. In esse dichiarava di aver approfittato di qualche soggiorno presso l'Eremo di Camaldoli sul Tuscolo, non lontano da Frascati (presumibilmente svoltosi in più riprese tra la fine del dicembre 1747 e l'inizio del gennaio 1748), per stendere un'opera «più voluminosa»¹², che risultava così articolata:

La cosa va più in lungo di quello pensavo. Oramai temo non sia per essere troppo grosso il tomo, e non convenga farne due. La *Mechanica* colle note di essa, che deve essere la seconda parte, già terminata, e ripulita a Camaldoli, credo che passerà ducento pagine in quarto di carattere andante. Questa la mandai al P. Jacquier, il quale mi dice, che mi farà un gran credito, e credo non mi aduli. Conterrà tutta l'opera 4. parti cariche di geometria profonda, e una prefazione, in cui vi sarà un'idea del tutto per que', che non sono geometri. La prima parte sarà sulle regole di filosofare, o principj parte metafisici, parte geometrici dove vi saranno molte cose sublimi sull'infinito, e sui metodi degli infinitamente piccoli, la seconda conterrà una meccanica ricavata tutta fino dalle più semplici

Carlo Benvenuti, in *Dizionario Biografico degli Italiani*, Istituto della Enciclopedia italiana, Roma, vol. 8, pp. 661-663.

⁹ Si noti che Boscovich avrebbe ripreso l'indicazione dei Supplementi a Stay nel già citato § 5 della *Theoria*. Per i Supplementi vedi B. Stay, *Philosophiae recentioribus [...] versibus traditae libri decem*, Palearini, Roma 1755 (I) e 1760 (II). Sul rapporto fra Boscovich e Stay e i poemi didascalici di quest'ultimo vedi l'Introduzione a *ENo*, XIII/2.

¹⁰ Per una tavola riassuntiva delle incorporazioni da opere precedenti vedi l'Appendice 2 a questa Introduzione.

¹¹ Per un confronto fra la dissertazione del 1755 e il suo 'rimontaggio' nella *Theoria* vedi l'Appendice 3 a questa Introduzione.

¹² «Il mio nuovo sistema in grandissima parte sta in questa dissetaz:[ione], che si stampa ora [ovvero il *De lumine*]. L'o:[pe]ra più voluminosa sarà il lavoro di Camaldoli». Ruggero a Natale Boscovich, 21 agosto 1748, in *ENc*, III/1, p. 163.

definizioni con un metodo tutto mio, con cui sono anche andato più in là, di quello abbia fatto niun'altro col metodo geometrico. La terza la costituzione delle minime parti della materia, che io pretendo provare positivamente, non abbia estensione continua, ma essere formata di punti indivisibili sparsi per uno spazio divisibile all'infinito. Determino le forze, di cui sono provediti questi punti, e benché sieno tutti simili, dimostro con rigore geometrico l'immensa varietà che si trova fra i diversi aggregati di essi, nata dalla sola diversa disposizione de' medesimi. Qui si contiene tutto il fondamento della quarta parte, in cui dimostro come di particelle così composte debbano formarsi masse, che abbiano le stesse proprietà generali de' nostri corpi, e applico anche la teoria a mille cose particolari, che discendono da se medesime. La prefazione poi contiene l'istoria delle diverse ipotesi, e sette de' filosofi, l'origine delle migliori scoperte, come dove si è battuta la strada, che io batto da pertutto, ivi solo si sia fatto del progresso, e abbandonata quella non si sia scoperto altro, e da un dettaglio delle 4 parti seguenti. Voi vedete che l'opera è di machina. Sul principio pensai di fare una semplice risposta ad una lettera, indi feci una dissertazione di 8 fogli, poi impinguai questa, e poi mi ingolfai in tutta quest'opera [...]. Sono stato a Camaldoli di Carnevale, e per queste feste, da che ho presa quest'opera, e la sù ho applicato più che qui.¹³

Dal contesto si evince più di un riferimento a *De materiae divisibilitate*, scritto in quell'anno come risposta a una lettera, ma pubblicato solo nel 1757.¹⁴ Vi si riconoscono pure tratti di *De continuitatis lege* (per esempio negli accenni alla filosofia profonda e alle «regole del filosofare») e di altre opere che Boscovich avrebbe scritto in seguito, come il lungo trattato sulla trasformazione dei luoghi geometrici che chiude il terzo volume degli *Elementi di matematica* sui quali sviluppava i suoi corsi.¹⁵ Pare evidente, comunque, che già all'epoca — dieci anni prima di quella *Theoria* apparentemente scritta nell'arco di un solo mese — Boscovich avesse in mente quel progetto complessivo e unitario che si sarebbe incarnato nella *Theoria*.

In questo senso, i passaggi chiave che conducono al 1758 rappresentano anche, in buona approssimazione, i punti nodali dell'opera, che possono venire così sintetizzati:

1) Un problema di meccanica, che fornisce a Boscovich il primo stimolo per l'elaborazione di un quadro teorico coerente con uno dei cardini dell'Aristotelismo, cioè

¹³ Ruggiero a Natale Boscovich, 23 aprile 1748, in *ENc*, III/1, pp. 155-156.

¹⁴ Vedi l'Introduzione a *ENo*, VI, pp. 21-25.

¹⁵ R.G. Boscovich, *De transformatione locorum geometricorum, ubi de continuitatis lege, ac de quibusdam Infiniti mysteriis*, in *Elementorum universae matheseos tomus III*, Salomoni, Roma 1754 (ora in *ENo*, III, pp. 709-1203).

che i processi fisici avvengono per passaggio continuo (ovvero per gradi, non per salti). Era questa l'idea di fondo espressa in *De viribus vivis* (1745). Le leggi cartesiane dell'urto, stando a Boscovich, ammettevano che nell'istante della collisione avesse luogo un'inversione immediata delle velocità. Ciò equivale a sostenere una loro generazione istantanea. Per evitare cambiamenti del genere nello stato di moto degli oggetti fisici, Boscovich immaginava che, dati due corpi in traiettoria di collisione, a distanze minime essi rallentassero progressivamente in modo che le loro velocità invertissero gradualmente il loro verso (cioè il loro segno), così come in algebra da quantità negative si passa a quantità positive passando per tutti i valori in maniera continua. Ciò significa introdurre una forza repulsiva (una tendenza dei corpi a respingersi) che agisce su piccola scala e cresce asintoticamente via via che le distanze si fanno più piccole. È questo il contenuto qualitativo, esposto nei §§ 45-46 del *De viribus vivis*, della curva che Boscovich riprenderà con varie modificazioni fra il 1745 e il 1758 (giungendo a una forma pressoché definitiva già in *De lumine. Pars secunda*, 1748).¹⁶

2) Un problema fisico, posto dall'andamento della curva alle minime distanze. Per far salva la continuità, era necessario che la forza repulsiva crescesse all'infinito a distanze infinitesime. In altre parole, due punti materiali (o particelle o corpi), le cui interazioni sono descritte dalla curva di Boscovich, non entrano mai in contatto. Ciò che i sensi colgono come contatto fisico sarebbe solo un potente equilibrio fra repulsione e attrazione a piccolissime distanze. Questo comportamento — repulsione infinita a distanze infinitamente piccole, equilibrio fra attrazione e repulsione anziché contatto fisico — fornisce per un verso la base dell'impenetrabilità della materia e per l'altro la spiegazione di quella che nell'*Opticks* Newton chiamava forza di coesione. Sicché per Boscovich la natura continua dei *processi* naturali implica il carattere discontinuo della *struttura* della materia, che veniva esplorata in *De materiae divisibilitate* (1748/1757), presentando una visione che nella *Theoria* verrà ulteriormente arricchita.

3) Una questione di fondamento. In *De viribus vivis* (§ 47) Boscovich si appellava alla «analogia e semplicità della natura» per giustificare l'onnipresenza sovrana del principio di continuità. Annunciava che questa poteva essere «dedotta», ma non entrava nei particolari di tale deduzione, accontentandosi di notare che «è ormai opinione comune ciò che molti ritengono, che in natura nulla accada per salto». Un'analisi dettagliata di quello che Boscovich ritiene il «fondamento metafisico» della teoria — il principio di continuità appunto — è lo scopo di *De continuitatis lege* (1754), una cui parte considerevole è dedicata all'esemplificazione della continuità in geometria,

¹⁶ La curva nella sua forma finale è riportata come Figura 1 nella *Theoria*, che però non presenta cambiamenti di rilievo rispetto alla versione in *De lumine*. Per i dettagli tecnici e storici si veda la già citata Introduzione a *ENO*, VI.

soprattutto nell'analisi, e la sua ubiquità anche in casi in cui (il comportamento asintotico delle curve, p.es. delle coniche) essa sembrerebbe violata. Per altro, Boscovich aveva esplorato questi aspetti nel già citato *De transformatione locorum geometricorum* (anch'esso pubblicato nel 1754), ove sviluppava alcune intuizioni espresse sul finire degli anni Quaranta.¹⁷ Ciò introduce a un quarto punto.

4) Gli intricati aspetti matematici della curva. In *De viribus vivis* Boscovich era stato assai reticente e criptico in proposito, limitandosi a una descrizione qualitativa. Manterrà tale atteggiamento anche negli anni immediatamente seguenti, giungendo a una formulazione analitica solo in *De lege virium in natura existentium* (1755), dove presenterà l'equazione che verrà poi ripresa nella *Theoria* come «Soluzione analitica di un problema determinante la natura della legge delle forze» (1758, Supplemento I; 1763, Supplemento III).¹⁸ La trattazione matematica, però, non prelude a un tentativo

¹⁷ In particolare, in *De maris aestu* (Komarek, Roma 1747, § 90) veniva annunciato il terzo volume degli *Elementa universae matheseos* dedicato alle coniche, che avrebbe dovuto essere completato da un'ampia discussione del «carattere stupefacente [*miram... indolem*] dei luoghi geometrici, la loro stupefacente trasformazione e il loro congiungersi, e gli arcani assolutamente necessari dell'infinito, qualora lo si ammetta». In altre parole, Boscovich stava esponendo il nucleo di *De transformatione locorum geometricorum*. E continuava: «La retta è una fra infinite linee, che [...] sono tutte ugualmente semplici [...], sebbene a noi la retta stessa appaia come la più semplice. Inoltre, la retta coinvolge una certa nozione d'infinito che oltrepassa del tutto la capacità della mente umana [...]. La retta infinita è, in un certo senso, come una circonferenza di un cerchio infinito, che in qualche modo torna su se stessa a distanza infinita e come se si congiungesse; ciò vale anche per le gambe di una parabola e per i rami opposti di un'iperbole, e in realtà anche per le gambe infinite di tutti i luoghi geometrici. Essi non s'interrompono mai e, se si può ammettere l'infinito, si congiungono reciprocamente e si uniscono a distanza infinita dalle due parti opposte. In tal modo la parabola, così come i due rami dell'iperbole, non differiscono dalla sola ellisse continua, se i misteri dell'infinito vengono compresi e affrontati opportunamente.»

¹⁸ Ecco l'equazione in forma compatta, così come può essere desunta dal Supplemento III (§§ 25-26) alla *Theoria* (1763):

$$y = \frac{z^m + az^{m-1} + bz^{m-2} + cz^{m-3} + \dots + f}{z(z^r + gz^{r-1} + hz^{r-2} + \dots + l)}$$

dove (tenendo presente la Figura 1 del testo, riportata anche in questa Introduzione) $z = x^2$, il coefficiente a al numeratore è la somma dei quadrati di tutti i valori AE, AG, AI, AL, AN, AP, AR... (cioè le distanze di ciascun punto d'intersezione fra la curva e l'asse delle ascisse dall'origine), b è la somma dei prodotti dei quadrati di quei valori presi a coppie; c è la somma dei prodotti dei quadrati di quei valori presi a terne, e così via; f è il prodotto di tutti i quadrati di quei valori. L'esponente m è il numero dei valori AE, AG, AI, AL, AN, AP, AR... Al denominatore, l'esponente e i coefficienti sono costanti e sono

di quantificazione empirica. Sin da *De lege virium*, anzi, Boscovich pare escludere che ciò rientri fra i suoi scopi. Discute sì ciò che chiama la «natura dei limiti», ma intendendo — come vedremo — le proprietà matematiche delle intersezioni fra la curva e l'asse delle ascisse (cioè, dal punto di vista fisico, le proprietà dei punti in cui la forza inverte il proprio segno, passando da attrattiva a repulsiva). In tal modo, la curva rimane altamente indeterminata in un aspetto importante: per il teorema fondamentale dell'algebra, al fine di stabilire il grado della curva è necessario conoscere il numero delle intersezioni (cioè delle soluzioni dell'equazione che la controlla); ma queste, riconosceva Boscovich già in *De viribus vivis* (§ 56) «devono essere indagate a partire dai fenomeni». Tuttavia, benché nella terza parte non manchino esemplificazioni fisiche, in nessun punto della *Theoria* viene proposto un esperimento in grado di stabilire le proprietà fisiche dei limiti.

5) Un ultimo punto riguarda alcuni aspetti filosofici più generali circa la natura di spazio e tempo, di cui Boscovich aveva trattato in due supplementi a Stay. In particolare, i Supplementi III e IV alla *Theoria* (1758), ricollocati come Supplementi I e II alla *Theoria* (1763), erano già comparsi nel primo volume del poema 'newtoniano' di Stay (Suppl. VI e VII al Libro I, pp. 285-294, con alcune variazioni). Boscovich vi si dichiarava insoddisfatto tanto della concezione newtoniana di uno spazio assoluto quanto di quella leibniziana di uno spazio relazionale e propone una sua soluzione originale 'compatibilista' che riprende, rinnovandoli, non pochi tratti della tradizione gesuitica, distinguendo fra quelli che in termini odierni chiameremmo problema dello spazio fisico («reale») e spazio geometrico («immaginario») e contestualizzandovi il problema del continuo spaziale.¹⁹ Altri problemi filosofici o filosofico-teologici, affrontati nell'appendice «*ad metaphysicam pertinens*», che tratta «*de anima, et Deo*», non trovano un corrispettivo altrettanto preciso nei materiali precedenti la *Theoria*; ma sono anche i tratti che meno la caratterizzano.

scelti in modo che il rapporto sia ridotto ai minimi termini. Si tenga presente che fra il Supplemento I (1758), il Supplemento III (1763), e *De lege virium* (1755) che origina entrambi, vi sono svariate differenze (vedi Appendice 3). Nessuna di esse, però, riguarda i dettagli matematici della curva.

¹⁹ Non è questa la sede per affrontare una discussione dettagliata di questo tema. Mi limito a rimandare a U. Baldini, *Boscovich e la tradizione gesuitica in filosofia naturale: continuità e cambiamento*, «Nuncius», 7(2), 1992, pp. 35-42; L. Guzzardi, *The One or the Many? Boscovich, Kant, and the Metaphysical Puzzle of Space*, in *Filozofija Ruđera Josipa Boškovića*, a cura di N. Stanković, S. Kutleša, I. Šestak, Special Issue of *Filozofski niz* (Zagreb: FTI – Filozofsko-teološki Institut), Knjiga 30, 2014, pp. 65-82.

2. La struttura dell'opera e i temi trattati

L'architettura della parte più sostanziosa della *Theoria* è invariata nelle due edizioni principali del 1758 e del 1763, mentre alcuni cambiamenti riguardano i singoli paragrafi e — come già accennato — l'ordine dei supplementi. Nell'edizione del 1763 a una nuova «Lettera al lettore da parte dello stampatore veneziano» seguono l'epistola dedicatoria e la lettera al lettore tratte dall'edizione viennese del 1758, nonché la «Sinossi dell'opera intera» che, con una migliore scansione rispetto alla precedente edizione, ripercorre e riassume i temi trattati. Il volume si chiude con l'elenco delle opere fino alla *Theoria*, stilato da Boscovich stesso (“*Catalogus Operum*”). Salvo eccezioni, in questa Introduzione si farà riferimento, per brevità, ai soli paragrafi dell'*editio veneta* del 1763, lasciando al lettore di ricavare dall'Appendice 1 le concordanze con l'edizione del 1758.

2.1. Parte I. «Theoriae expositio, analytica deductio, & vindicatio»

Il ‘corpo’ della *Theoria* si compone di tre parti. La prima è dedicata alla sua «esposizione, deduzione analitica e giustificazione». Boscovich tende a essere estremamente sistematico nel ripartire l'opera, anche se non mancano sovrapposizioni tematiche nei vari paragrafi. Così, all'esposizione del nucleo della *Theoria* sono dedicati i §§ 1-15, la «deduzione analitica» e i temi correlati occupano i §§ 16-99, mentre la *vindicatio* è compiuta nei §§ 100-165).

Quanto alla *theoriae expositio*, cercherò di illustrare qui di seguito in forma compatta e per così dire dal punto di vista fenomenologico i tratti fondamentali della teoria delle forze, in modo da fornire al lettore uno strumento utile per orientarsi nel complesso testo boscovichiano. Si osservi la Figura 1 del testo, che per comodità riporto qui di seguito.

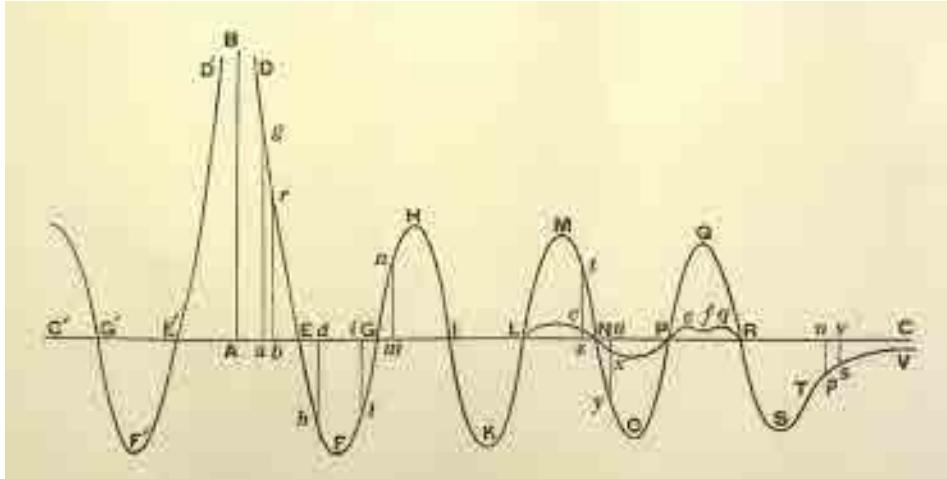


Fig. 1. La curva delle forze (Da R.G. Boscovich, *A Theory of Natural Philosophy*, a cura di J.M. Child, The Open Court, New York 1922).

Il grafico rappresenta il variare della forza (sull'asse delle ordinate) in funzione della distanza (sull'asse delle ascisse), in modo che ad alcune distanze i corpi esercitano gli uni sugli altri una forza attrattiva, mentre ad altre distanze esercitano vicendevolmente una forza repulsiva. Il grafico rappresenta la forza come attrattiva quando la curva è sotto l'asse delle x , come repulsiva quando è sopra; inoltre, l'asse delle y è un asintoto verticale della curva (mentre ciò non vale per l'asse delle x , che non è necessariamente asintoto dell'ultimo tratto STV della curva, come Boscovich precisa in *Theoria*, § 170).

Per meglio cogliere il significato di tutto ciò dal punto di vista fenomenologico, si immagini che all'origine A degli assi sia collocato un «punto materiale» α (cioè un punto di materia inesteso) fisso e si studi il comportamento di un ipotetico punto β che, per un qualsiasi motivo, si allontani da α lungo x . Poiché la forza repulsiva cresce asintoticamente avvicinandosi ad α , tra β e α non c'è contatto fisico; inoltre, quando i due punti sono molto vicini (per esempio, poco prima che β raggiunga le posizioni a o b) la forza di repulsione sarà molto elevata, diminuendo progressivamente via via che β si allontana. Dunque, β verrà respinto sempre meno rapidamente fino a raggiungere una distanza E in cui la forza repulsiva è 0. Qui, suppone Boscovich, la forza che α e β esercitano reciprocamente cambia verso e diviene attrattiva, aumentando d'intensità fino a F e diminuendo poi da F a G . Quest'ultima posizione segna un nuovo 0 sull'asse delle x , dove la forza torna a cambiare di segno e diviene nuovamente repulsiva, e così via. Alle grandi distanze — dell'ordine del Sistema Solare — la forza è attrattiva e approssima la legge dell'inverso del quadrato delle distanze; a distanze interstellari, però, Boscovich ammette che questa potrebbe tornare a essere repulsiva. Ciò è solo apparentemente sorprendente; in questo modo, infatti, Boscovich congetturava una soluzione al paradosso cosmologico evidenziato nella corrispondenza

Newton-Bentley e riassunto vividamente da Newton nella Query 28 dell'*Opticks*: «Che cosa impedisce alle stelle fisse di cadere l'una sull'altra?» La risposta di Boscovich è che l'Universo non collassa su se stesso, perché alla scala delle distanze interstellari la forza è repulsiva (la curva torna a tagliare l'asse delle x).²⁰

Più in là nella *Theoria* (Parte II, §§ 179-180, 189 ss.) Boscovich tratterà in maniera assai precisa le caratteristiche dei «limiti», cioè le intersezioni fra la curva e l'asse delle x ovvero le distanze-limite a cui la forza si trasforma da repulsiva ad attrattiva e viceversa. Anticipo qui un breve esame di tali elementi, giacché essi interessano le caratteristiche di fondo della curva. Sotto il profilo fenomenologico, non tutti i limiti sono uguali. Si immagini il punto materiale β in E, dove cessa la repulsione e ha inizio l'attrazione rispetto al punto materiale α , fisso in A. Si supponga che β cerchi di allontanarsi da A verso G: tale moto tenderà a essere impedito dalla forza di attrazione verso A (cioè verso α) nel tratto EG; all'opposto, se β cerca di avvicinarsi ad A, il suo moto tenderà a essere impedito dalla forza di repulsione fra α e β nel tratto AE. Si immagini ora che β abbia raggiunto la posizione G; qui la situazione è diametralmente opposta: se β cerca di proseguire verso I, la corsa gli sarà facilitata dalla forza repulsiva nel tratto GI; se, invece, cerca di tornare verso E, tale compito sarà reso più semplice dall'attrazione che caratterizza EG. Ciò significa che limiti del tipo E tendono alla stabilità, mentre limiti del tipo G tendono a essere labili; evidentemente, tale caratteristica dipende esclusivamente dalle proprietà geometriche della curva.

Ciò evidenzia un punto importante: stando a Boscovich, la curva riduce a un'unica forza, che dipende unicamente dalla distanza, tutti i fenomeni fisici. Nelle sue parole, «la mia teoria [...] spiega con una singola legge delle forze ciò che Newton, nell'ultima *Quaestio* dell'*Optice*, cercava di spiegare mediante i tre principi della gravità, della coesione e della fermentazione; e spiega anzi tante altre cose del tutto indipendenti da quei principi» (*Theoria*, § 4). Forze elettriche e magnetiche, forze elastiche, le forze che tendono 'legata' la materia (coesione), quelle che la rendono impenetrabile, quelle che hanno luogo nei gas (fermentazione): tutte sarebbero manifestazioni di un'unica forza 'a distanza', e i limiti segnerebbero una sorta di transizione di fase da un tipo di forza a un altro. Il numero dei limiti (che fissa il grado della curva) e i valori a essi associati, nonché i parametri, dipendono da circostanze empiriche — cioè sono 'costanti di natura' che devono venire fissate sperimentalmente (compito che, come già ricordato, non è tra le finalità della *Theoria*). Tuttavia, come

²⁰ Boscovich aveva ben presente il paradosso di Bentley, e vi allude in *De viribus vivis*, § 59, e in *Theoria*, §§ 404-405. Aveva pure una conoscenza assai precisa dell'edizione latina dell'*Optice*, come testimoniano le molte citazioni presenti in particolare in *De materiae divisibilitate*, ma diffuse in tutta la sua opera. Per la posizione di Boscovich circa il paradosso cosmologico e un raffronto con i suoi contemporanei vedi N. Guicciardini, *Stars and Gravitation in Eighteenth Century Newtonian Astronomy*, in *Copernico e la questione copernicana in Italia*, a cura di L. Pepe, Olschki, Firenze 1996, pp. 263-280.

mostrato sopra, le proprietà dei limiti dipendono unicamente dalle proprietà geometriche della curva; ciò significa che le proprietà fisiche della natura (forze e proprietà della materia) dipendono unicamente da proprietà geometriche.

In quella che chiama *analytica deductio* Boscovich comincia col ricordare le circostanze che lo hanno condotto a elaborare la teoria delle forze a partire da *De viribus vivis* e dal problema della generazione della velocità per gradi continui (*Theoria*, §§ 16-18). Emerge qui ciò che egli considera il fondamento della teoria, cioè la legge di continuità, che consiste nell'idea che «qualsiasi quantità, nel passare da una grandezza [magnitudine] a un'altra, debba passare attraverso tutte le grandezze intermedie dello stesso tipo» (*Theoria*, §32). Boscovich è convinto che tale legge abbia applicazione generale e che di essa si possa esibire sia una «prova metafisica» (cioè senza far riferimento a circostanze empiriche) sia una prova «per induzione», a partire da esperienze concrete. In questa sede non entrerà nel merito delle singole questioni (ampiamenti dibattute in *Theoria*, §§ 31-51), ricordando che in entrambi i casi Boscovich riprende, talvolta citandone interi passi, la dissertazione *De continuitatis lege*, in cui faceva risalire a Leibniz la formulazione 'moderna' della *lex continui*.

Da un punto di vista più generale, Boscovich discute in questi paragrafi il ruolo dell'induzione nell'indagine della natura, riprendendo da *De continuitatis lege* anche la distinzione fra «induzione completa» e «incompleta» (§§ 39-43).²¹ Indirettamente vi emerge pure l'importanza della geometria nello stile di argomentazione boscovichiano (vedi in particolare i §§ 44, 51-62, che provengono in gran parte da *De lege virium in natura existentium*). Infine, vi traspare il ruolo che Boscovich attribuisce alla «deduzione» della legge delle forze dalla *lex continui*. Nella *Synopsis* che precede lo svolgimento della *Theoria* (p. XVIII, in corrispondenza del rimando al § 16) Boscovich dichiara di aver «dedotto [deduci] l'intera teoria mediante ragionamento diretto e assai robusto [directa et solidissima ratiocinatione]» dalla legge di continuità. Il § 31 fornisce un'ulteriore precisazione: «Seguendo le conseguenze logiche [consectaria] che procedono autonomamente [sponte profluebant] dalla conservazione della continuità, sono stato condotto mediante ragionamento diretto [directa ratiocinatione] alla legge [...] delle forze che mutano segno [virium mutuarum legem].»²² Dunque,

²¹ Vari studi si sono concentrati sulla 'metodologia' di Boscovich. Vedi, per esempio, M. Grmek, *La méthodologie de Boscovich*, «Revue d'histoire des sciences», 1996, 49/4, pp. 379-400 ; Z. Čuljak, *Hypothesen und Phänomene. Die Erkenntnis- und Wissenschaftstheorie Ruđer Boškovičs zwischen Antirealismus und Realismus*, Ergon-Verlag, Würzburg 1998 ; Z. Čuljak, *Einige wissenschaftstheoretische Aspekte von Boškovičs Begründung seiner Theorie der Naturphilosophie: Methodischer Realismus*, in *Ruđer Boškovič (Boscovich) und sein Modell der Materie*, a cura di H. Grössing, H. Ullmaier, Verlag der Österreichischen Akademie der Wissenschaften, Wien 2009, pp. 67-82.

²² J.M. Child rende le espressioni «directa et solidissima ratiocinatione» e «directa ratiocinatione» coll'inglese «straightforward and perfectly rigorous chain of reasoning» e

la legge delle forze sarebbe una conseguenza della legge di continuità; e *deductio analytica* significherebbe esposizione passo passo di tale deduzione. L'accezione in cui va preso quest'ultimo termine, però, è assai più ampia dell'odierna nozione logico-matematica di deduzione come derivazione da un insieme di postulati scelti arbitrariamente.

In particolare, dai testi di Boscovich si possono trarre i seguenti significati, che lasciano intravedere tanto il suo retaggio matematico quanto la tradizione gesuitica che ne fornisce il contesto (pur senza avere la presunzione di esaurire un potenziale elenco, che necessiterebbe di uno studio specifico):

- Dedurre qualcosa in termini strettamente matematici, come in *De viribus vivis* (§ 6): dalle leggi galileiane della caduta dei gravi i leibniziani «*deducunt* che le forze vive dei corpi non corrispondono alle velocità, bensì ai loro quadrati».
- Estrapolare qualcosa da esempi, come in *De materiae divisibilitate* (§ 49): «Quanto detto riguarda la natura e la distinzione fra i corpi. Si potrebbero aggiungere molte altre cose, che riguarderebbero la spiegazione di fenomeni particolari; tuttavia, ciò basta come esempio [*pro quodam specimine*], e da qui moltissime altre cose *deducuntur*.»
- Derivare leggi o principi da principi di ordine generale; è questo il caso della continuità, che «*deducitur* dall'analogia e semplicità della natura» (*De viribus vivis*, § 47) — a prescindere da ciò che possa significare tale richiamo.
- Infine, «dedurre dai fenomeni», un'espressione che riecheggia le *regulae philosophandi* newtoniane. Tale significato più specifico emerge spesso in connessione con espressioni come «*ex phenomenon deducere*» (per esempio in *De viribus vivis*, § 66, e in *De materiae divisibilitate*, §§ 93, 94), e Boscovich è consapevole delle sue implicazioni culturali: «Tutta la natura delle forze, e però tutto l'andamento della curva io lo deduco solamente da' fenomeni. Anzi questo è il vero metodo di investigar la Natura, e questo è l'adempire quello, che per bocca del Newton richiede la buona Filosofia.»²³

In questo senso molto articolato di *deduzione*, Boscovich si diffonde pure estesamente per «dedurre» dalla *lex continui* e dalla legge delle forze le caratteristiche degli

«*straightforward reasoning*» rispettivamente (Vedi R.G. Boscovich, *A Theory of Natural Philosophy*, cit. alla nota 2, pp. 17 e 51). In questo contesto, però, sarebbe stata necessaria una totale aderenza al testo, giacché «*directa ratiocinatio*» significa probabilmente ciò che significava per un matematico gesuita del XVIII secolo, formatosi sui testi e sui commenti aristotelici: trovare una legge mediante procedure rigorosamente deduttive a partire da principi dati, che si assumono come ipotesi entro un'ideale struttura sillogistica. Tale significato di *directa ratiocinatio* ricorre, per esempio, in *De viribus vivis*, § 49.

²³ Boscovich a Conti, 26 aprile 1762, in Boscovich, *ENC*, V/1, p. 83.

elementi primi della materia: punti materiali inestesi, indivisibili, impenetrabili, omogenei e non soggetti a contatto diretto (*Theoria*, §§ 63-99). Ciò è anche connesso con un aspetto singolare, spesso taciuto o non compreso nelle analisi della filosofia naturale di Boscovich: nella formula analitica della legge delle forze mancano del tutto le masse, giacché essa vale, a rigore, fra *coppie di punti materiali*, che hanno massa 1 per così dire per definizione. Infatti, come viene chiarito nella Parte III della *Theoria* (§ 378), la massa di un corpo «è la quantità totale di materia che appartiene a quel corpo, che nella mia concezione è il numero dei punti che appartengono a quel corpo.»²⁴

L'esposizione della teoria della materia nel corso della *deductio analytica* prelude anche ad alcuni problemi toccati nell'ultima porzione della Parte I, dedicata alla *theoriae vindicatio*. Con tale espressione Boscovich intende la giustificazione della teoria di fronte a potenziali obiezioni, esposte a partire dal § 99 dell'edizione del 1758 fino al termine della prima parte (§ 164, corrispondenti ai §§ 100-165 dell'edizione del 1763).

Le obiezioni raccolte qui rispecchiano almeno alcune delle discussioni che la concezione di Boscovich aveva suscitato in circoli piuttosto ristretti,²⁵ sicché le seguenti parole, tratte dal § 100, vanno prese alla lettera: «Scioglierò [ora] le più notevoli [*praecipuas*] fra le difficoltà che sono già state sollevate contro la teoria stessa.» Boscovich le discute in maniera sistematica e articolata, distinguendole in due gruppi: quelle che hanno di mira la teoria delle forze (§§ 101-130) e quelle che riguardano la concezione della materia (§§ 131-165). Senza entrare nel merito delle singole risposte, nel primo tipo di obiezioni rientrano quelle elencate di seguito:

- La *Theoria* implicherebbe una nozione di forza o azione 'occulta' a distanza (§§ 101-103).
- Il passaggio da attrazione a repulsione e viceversa implicherebbe una discontinuità, cioè il venir meno della *lex continui* (§§ 104-105).

²⁴ Vedi anche *De materiae divisibilitate*, § 46, dove viene esplicitato il rapporto fra omogeneità e massa di un corpo come numero dei punti che lo formano: «Rispetto alla gravità universale tutta la materia dev'essere necessariamente omogenea, e la gravità stessa dev'essere in proporzione composta: direttamente proporzionale al numero dei punti, cioè alla massa, e inversamente proporzionale al quadrato delle distanze.»

²⁵ Ugo Baldini ha elencato varie opere che, fra il 1746 e il 1757 (cioè fra la pubblicazione di *De viribus vivis* e quella della *Theoria*) discutono dettagli della concezione boscovichiana. Si noti che le opere sono per lo più di ambiente romano, anche se sovente esterno alla Compagnia di Gesù. Vedi U. Baldini, *The reception of a theory: a provisional syllabus of Boscovich Literature, 1746-1800*, in *The Jesuits II: Cultures, Sciences, and the Arts, 1540-1773*, a cura di J.W. O'Malley et al., University of Toronto Press, Toronto 2006, pp. 405-453.

- La curva della forza non sarebbe «semplice», bensì «composta», cioè metterebbe insieme forze qualitativamente differenti (§§ 106-123); in altri termini, non sarebbe una funzione. Si noti che appunto in risposta a questa obiezione Boscovich riprende da *De lege virium in natura existentium* le condizioni della curva delle forze (§§ 117-118) su cui è costruita la soluzione analitica.
- La legge dell'inverso del quadrato della distanza non sarebbe rispettata, e ciò renderebbe la boscovichiana legge delle forze insostenibile (§§ 124-126; si tratta di un argomento che Boscovich fa risalire indirettamente a Maupertuis).
- Le forze avrebbero carattere 'non meccanico' (cioè non agirebbero per contatto), mentre ogni forza naturale dovrebbe venire riportata infine a un'azione per contatto (§§ 128-130).

Il secondo genere di critiche comprende:

- L'inestensione e indivisibilità dei punti (§§ 131-141), con una lunga discussione del concetto di continuità (§§ 142-152).
- Il rapporto fra materia e spirito (§§ 153-165), nel cui contesto viene esposta una teoria delle basi fisiologiche della conoscenza (§§ 156-163) e viene brevemente introdotta la seconda parte dell'opera (§§ 164-165).

2.2. Parte II. «Theoriae applicatio ad mechanicam»

Nella seconda parte della *Theoria* Boscovich esamina gli aspetti della legge delle forze dal punto di vista della meccanica, cioè della scienza matematica del moto. Vale la pena di ricordare brevemente che per Boscovich la meccanica è *mathesis mixta*. Laddove la matematica pura «tratta le relazioni fra quantità (siano esse variabili o costanti) a prescindere dagli oggetti che esse misurano o contano, la matematica mista tratta le quantità e le relazioni che vi intercorrono così come si presentano negli oggetti naturali suscettibili di essere contati o misurati».²⁶ Se la ricerca in matematica pura presso il Collegio Romano subì un rapido declino dopo Gilles-François de Gottignies (il cui magistero durò dal 1661 al 1684), dopo di lui pressoché tutti i predecessori di Boscovich alla cattedra di matematica contribuirono in maniera consistente a

²⁶ Questa definizione si deve a H.J.M. Bos, *Mathematics and rational mechanics*, in *The Ferment of Knowledge. Studies in the Historiography of Eighteenth-Century Science*, a cura di G.S. Rousseau e R. Porter, Cambridge University Press, Cambridge 2008, p. 329. Continua Bos: «Di fatto, è una terminologia appropriate, migliore della divisione ora invalsa fra matematica 'pura' e 'applicata', che trascura la natura dialettica dell'utilizzo della matematica e suggerisce che si pratichi la matematica pura oppure se ne prenda un pezzo bello e pronto e lo si applichi altrove.»

vari settori della matematica mista.²⁷ Fu dunque in essa (e, attraverso Orazio Borgondio, in astronomia più che in meccanica) che Boscovich ebbe la sua prima formazione di matematico.

Tuttavia, mentre i riferimenti alla meccanica newtoniana fra i suoi predecessori sono praticamente assenti o, nel caso di Borgondio, assai limitati,²⁸ Boscovich è il primo dei matematici del Collegio Romano ad avere una conoscenza puntuale dei testi di Newton (non solo dei *Principia* e dell'*Opticks*, ma anche delle opere matematiche). Sicché, se da una parte per lui la meccanica riguarda «certe leggi generali dell'equilibrio e dei moti tanto di punti quanto di masse» (*Theoria*, § 166), è pure immediato riconoscervi ciò che Newton, nella Prefazione alla prima edizione dei *Principia*, aveva denominato *meccanica razionale*: «La scienza, espressa in proposizioni esatte, dei moti che risultano da forze qualsiasi, e delle forze che sono necessarie per moti qualsiasi.»²⁹ In questo senso la seconda parte della *Theoria* tratta i moti di punti sottoposti a forze, nell'ipotesi che esse siano governate dalla curva esposta nella prima parte.

Alcuni aspetti inerenti ai moti e al significato fisico dei limiti sono stati anticipati nella sezione precedente. In realtà, è nell'*Applicatio ad mechanicam* che Boscovich bada alle proprietà cinematiche della curva e studia il modo in cui le velocità vengono «generate o distrutte» (*generatur vel eliduntur*) nel moto di avvicinamento e di allontanamento di punti materiali. Come sottolineato da Child nell'Introduzione all'edizione anglo-latina della *Theoria*, la curva delle forze di Boscovich è facilmente interpretabile come «curva delle accelerazioni» che descrive il modo in cui due punti non sottoposti ad altre forze modificano la loro velocità in funzione della distanza.³⁰ In particolare, Boscovich riprende dimostrazioni già eseguite in passato per provare che l'area BAED, sottesa al primo arco asintotico, è infinita e che le aree sottese agli archi sono proporzionali ai quadrati delle velocità (§§ 175-176 e relative note).³¹

²⁷ Per un elenco dei professori di matematica da Gottignies a Boscovich (che succedette a Borgondio nel 1741), nonché delle loro opere a stampa e manoscritte, vedi U. Baldini, *Boscovich e la tradizione gesuitica in filosofia naturale*, cit. alla nota 19, pp. 61-62.

²⁸ Borgondio menziona, per esempio, l'equivalenza tra forza centrifuga e forza centripeta, che «sono chiamate indiscriminatamente forze centrali dai geometri moderni», e (sebbene limitatamente alla forza centrifuga di un pianeta sottoposto all'azione del Sole) la legge dell'inverso del quadrato delle distanze. Vedi O. Borgondio, *De situ telluris exercitatio geographica*, Komarek, Roma 1725, pp. III-IV.

²⁹ I. Newton, *The Principia: Mathematical Principles of Natural Philosophy* (1687), tr. ing. di I.B. Cohen et al., University of California Press, Berkeley et al. 1999, p. 382.

³⁰ J.M. Child, *Introduction*, in: R.G. Boscovich, *A Theory of Natural Philosophy*, cit. alla nota 2, p. xiii.

³¹ Si tratta di un risultato significativo, perché ciò significa che le aree sottese agli archi della curva sono interpretabili come forze vive; non a caso Boscovich rimanda qui a *De viribus vivis*, che, oltre a presentare la prima formulazione della curva, interveniva nella querelle sulla 'misura' della forza come mv o mv^2 . Vedi P. Costabel, *Le De Viribus Vivis de R. Boscovich ou de la Vertu des Querelles de Mot*, «Archives Internationales d'Histoire

Altri problemi tipicamente meccanici che Boscovich imposta nella Parte II sono: l'estensione a sistemi di tre punti e di un numero qualsiasi di punti e la composizione delle forze (§§ 204-239); la definizione del centro di gravità e dimostrazione di teoremi a esso relativi (§§ 240-263), da cui Boscovich ricava la conservazione della quantità di moto (§264) e il principio newtoniano di azione e reazione (§ 265: si noti dunque che quest'ultimo non è introdotto come un *principio* bensì come una sorta di corollario); le leggi dell'urto (§§ 266-279); composizione delle forze e applicazioni a vari problemi del moto (§§ 280-320), con particolare attenzione al problema delle forze vive, che Boscovich considera un mero artificio matematico (§§ 293-295); teoremi relativi al centro di equilibrio (§§ 321-325), alla leva (§§ 326-327), al centro di oscillazione (§§ 328-335); relazioni fra centro di gravità, di equilibrio e di oscillazione (§§ 336-343); teoremi circa il centro di percussione (§§ 344-346). La Parte II si conclude con una sorta di *disclaimer* per i moltissimi problemi che rimangono esclusi dalla trattazione (§ 347) e con un accenno a questioni di fluidodinamica (§§ 348-357). Si tratta di passaggi di estremo interesse, perché mettono in luce l'ampiezza e la profondità delle conoscenze matematiche di Boscovich e la sua padronanza della meccanica dei solidi e dei fluidi.

2.3. Parte III. «Theoriae applicatio ad physicam»

Boscovich anticipava all'inizio della Parte II (§§ 170-171) una caratteristica degli asintoti le cui implicazioni, in realtà, trascendono i limiti della meccanica (§ 172) e introducono alcuni elementi che vengono ripresi nell'«Applicazione della teoria alla fisica».

Da *De lege virium in natura existentium* Boscovich sapeva che la formula analitica della curva ammetteva l'esistenza di asintoti intermedi: gli archi potrebbero 'elevarsi' all'infinito sopra o sotto l'asse delle x (Corollario 6 a *De lege virium*, riportato nella *Theoria*, Suppl. III, § 57). Ciò poneva due problemi distinti, anche se collegati:

- 1) Problema *matematico* inerente il concetto di continuità. Stando a Boscovich, le curve con asintoti violano solo apparentemente la continuità. A questo proposito, gli scritti sulla continuità del 1754 (*De continuitatis lege* e *De transformatione locorum geometricorum*) avevano esplorato approfonditamente

des Sciences», 14, 1961, pp. 3-21; C. Iltis, *D'Alembert and the vis viva controversy*, «Studies in History and Philosophy of Science», 1/2, 1970, pp. 135-144.

un'intuizione che, come si è visto, risaliva a *De maris aestu* (1747): gli asintoti non interrompono il *continuum*, perché il passaggio da un ramo all'altro (poniamo di un'iperbole) avviene per punti all'infinito.³²

- 2) Problema del *significato fisico* degli asintoti. Data la soluzione al problema precedente, ciò che appare come 'ramo negativo' della curva delle forze rappresenta, nella concezione di Boscovich, la curva 'che torna dall'infinito', e fornisce un insieme di valori matematicamente esistenti che però non vengono realizzati sul piano fisico.³³ Ciò vale anche per gli asintoti intermedi, con un'ulteriore specificazione, che Boscovich presenta come ipotesi altamente speculativa nel § 171 (riferendosi alla Figura 14 della *Theoria*):

Se un qualsiasi numero di punti è posto fra una coppia qualunque di asintoti o fra un numero di asintoti a piacere, e viene ordinato appropriatamente, da essi può sorgere, per così dire, un numero qualsiasi di mondi [*quivis, ut ita dicam, Mundorum numerus*], che potranno essere in massimo grado simili o dissimili secondo quanto gli archi [corrispondenti] sono simili o dissimili fra loro. Ciò avverrà in modo tale che nessuno di essi abbia alcun rapporto [*commercium*] con qualsiasi altro, poiché nessun punto può muoversi fuori dallo spazio compreso fra quei due archi,

³² «In generale in tutte le figure geometriche [...], se una gamba [*crus*] va all'infinito, ci sarà sempre una seconda gamba che torna dall'infinito, o da una parte o da quella contraria, e che a quell'infinita distanza è in qualche modo connessa con l'altra, poiché certo in geometria è necessario osservare ovunque e nella maniera più scrupolosa la legge di continuità [...]. Per tale ragione gambe [asintotiche] del genere saranno sempre in numero pari.» R.G. Boscovich, *De transformatione locorum geometricorum*, cit. alla nota 17, § 743; si noti che il contenuto di questo passo viene riassunto nella *Theoria*, nota (i) al § 168 (per errore, nella sua edizione Child ha riportato il passaggio chiave «*Nam, ex ipsa Geometrica continuitate [...] quorum usus erit infra*» come nota *k*: vedi R.G. Boscovich, *A Theory of Natural Philosophy*, cit. alla nota 22, pp. 132 e 136, 135 e 139. Si tenga presente, per altro, il nome completo del trattato del 1754: *De transformatione locorum geometricorum ubi de continuitatis lege, ac de quibusdam Infiniti mysteriis*, cioè: «[...] dove [si tratta] della legge di continuità nonché di alcuni misteri dell'infinito». Sulla concezione 'proiettiva' di Boscovich, le sue possibili fonti e la sua importanza per la curva, vedi l'Introduzione a *ENo*, VI, pp. 47-49; vedi anche C.F. Manara, M. Spoglianti, *R.G. Boscovich e i precursori di V. Poncelet*, «Rendiconti del seminario matematico di Brescia», III, 1979, pp. 142-180; E. Stipančić, *Sur le continu linéaire de Boscovich*, in *R.J. Boscovich. Vita e attività scientifica – His Life and Scientific Work*, a cura di P. Bursill-Hall, Istituto della Enciclopedia Italiana, Roma 1993, pp. 477-489.

³³ Tutto ciò è legato al dibattito sulle grandezze 'più che infinite' che Boscovich introduce in *De transformatione locorum geometricorum*. Vedi in proposito l'Introduzione a *ENo*, VI, in particolare pp. 50-52.

l'uno repulsivo e l'altro attrattivo; e in modo tale che tutti i mondi di taglie minori [*minorum dimensionum*] presi insieme agiscano come un singolo punto rispetto al mondo successivo, di taglia maggiore. Esso sarà composto da analoghe masse per così dire puntiformi, se considerato in sé, essendo infatti ogni taglia dei singoli [mondi], rispetto a esso e rispetto alle distanze alle quali [tali mondi] possono giungere in esso, pressoché nulla. Da ciò si può ricavare anche quanto segue: qualsiasi mondo siffatto [cioè di taglia minore] non verrebbe perturbato in misura sensibile dai moti e dalle forze del mondo di taglia maggiore. Invece, dato un qualsiasi intervallo di tempo per quanto grande, l'intero mondo di taglia minore sentirebbe forze, da qualsiasi punto materiale posto fuori di esso, che si approssimano a piacere a forze uguali e parallele; queste, dunque, non perturberebbero in alcun modo il suo stato interno.

Alcuni hanno voluto vedere in ciò l'ipotesi di una pluralità di universi per così dire paralleli.³⁴ Boscovich, però, sembra qui riferirsi a ordini di grandezza diversi entro lo stesso universo più che a universi differenti, privi di comunicazione fra loro. In parte responsabile di questa sovrainterpretazione è la traduzione inglese di Child che, per quanto generalmente buona, cade qui e altrove in incomprensioni. In primo luogo, Child rende *mundi minorum dimensionum* con *universes of smaller dimensions*, che è un'espressione per lo meno equivoca e di facile fraintendimento, giacché può alludere a una pluralità di dimensioni spaziali. Tuttavia, il latino *dimensio* (da *dimetior*, a sua volta generato da *metior* più il prefisso *de* e imparentato dunque con *mensura*) non si riferisce alle dimensioni dello spazio in senso geometrico, bensì alla misura, cioè al risultato dell'atto del misurare. Come del resto è chiaro dal contesto, *dimensio* significa qui *taglia* e corrisponde all'inglese *size*; una traduzione libera ma comunque più fedele potrebbe essere «ordine di grandezza». Si ricordi, d'altra parte, che l'asse delle ascisse nei grafici della curva rappresenta misure di distanza omogenee (dunque, non una pluralità di dimensioni) fra punti omogenei.

Una considerazione filologica del passo in questione può offrire un ulteriore chiarimento. Boscovich non dice che si tratta di mondi 'veri e propri', bensì di mondi *ut ita dicam*, «per così dire»: una qualificazione carica di significato, perché si trova in posizione attributiva rispetto a *quivis... mundorum numerus*. Essa indica che Boscovich sta utilizzando un'immagine, una metafora, per comunicare efficacemente un concetto: l'incomunicabilità fra i vari ordini di grandezza. Questa si deve alle proprietà degli asintoti, che sono brevemente ricordate alla nota *i*, dove Boscovich rias-

³⁴ Vedi per esempio l'Introduzione di J.M. Child a R.G. Boscovich, *A Theory of Natural Philosophy*, cit. alla nota 22, p. XVI. Per un'ipotesi interpretativa storicamente più circostanziata, che vede la posizione di Boscovich in proposito come radicata nella filosofia dei gesuiti, vedi U. Baldini, *Boscovich e la tradizione gesuitica in filosofia naturale*, cit. alla nota 19, pp. 38-39.

sume un'argomentazione assai più estesa, presentata in *De lege virium in natura existentium*, §§ 103-108.³⁵ Gli asintoti fanno sì che ogni mondo-per-così-dire rimanga confinato in sé e non abbia rapporti con altri: questa è una proprietà *meccanica*, perché ha a che fare soltanto con i moti e le loro cause; per questo Boscovich ha inserito il § 171 nella Parte II. Però, il significato fisico dei mondi-per-così-dire sconfinava concettualmente nella Parte III — sicché viene richiamato nel § 405:

Poiché la nostra vita e la nostra memoria sono pressoché nulla di fronte alle immense ere che si susseguono, se la gravità universale si estende all'infinito con quella stessa legge e quella stessa gamba asintotica [cioè l'arco STV], non solo questo nostro sistema solare, bensì l'intera natura corporea recederebbe — certo a poco a poco, eppure continuamente — da quello stato in cui era stato posto, e l'Universo andrebbe necessariamente incontro alla distruzione. Tutta la materia dovrebbe riunirsi in un'unica massa informe, perché la gravità delle stelle fisse l'una sull'altra non verrebbe cancellata da alcun moto obliquo o curvilineo. Che ciò non accadrà non può assolutamente venire dimostrato. Tuttavia, una teoria che apra una via per evitare questa catastrofe universale — come appunto fa la mia — sembra meglio conforme alla Divina Provvidenza. Infatti potrebbe darsi, come abbiamo notato al § 170, che l'ultimo arco [STV] della mia curva, che esprime la gravità, dopo aver raggiunto distanze maggiori delle distanze massime dal Sole raggiunte da tutte le comete che appartengono al nostro Sistema solare, cominci ad allontanarsi moltissimo dall'iperbole che ha per ordinate le reciproche dei quadrati delle distanze, tagli di nuovo l'asse [delle ascisse] e serpeggi lungo questo. In tal modo, potrebbe darsi che l'intero aggregato delle stelle fisse insieme con il Sole costituisca un'unica particella [*particula*] di ordine superiore rispetto a quelle che compongono questo stesso sistema, e che appartenga a un sistema immensamente ancor più grande. Può pure darsi che vi siano moltissimi ordini siffatti di particelle, tali che particelle dello stesso ordine siano completamente segregate le une rispetto alle altre, senza alcun possibile passaggio dall'una all'altra lungo i tanti archi asintotici della mia curva, secondo quanto ho esposto dal § 171.

Si tratta certamente di un'ardita congettura cosmologica sulla composizione dell'Universo a vari ordini di grandezza, ma non di una concezione di universi paralleli, abitati o meno. Piuttosto, un'ipotesi *fisica* circa la distribuzione della materia nell'Universo, che come tale trova spazio entro la Parte III. È tale ipotesi fisica a fornire il quadro del § 171 della Parte II. Essa prende spunto dal paradosso cosmologico già noto a Newton (attraverso Bentley): poiché la forza di gravità è solo attrattiva,

³⁵ Si noti che questi paragrafi non sono presenti nel Supplemento III della *Theoria*, che riprende buona parte del *De lege virium* (Vedi Appendice III).

per quanto debolissima a grandissime distanze, su scala temporale molto ampia l'Universo dovrebbe collassare su se stesso. In *De viribus vivis* (§ 59), Boscovich aveva già abbozzato la medesima soluzione proposta ora nella *Theoria*: in presenza di alcune condizioni specifiche, cioè se il creatore avesse liberamente scelto una distanza a cui i punti tornano ad allontanarsi (la forza torna repulsiva), le stelle fisse «non avrebbero forse conservato la stessa distanza l'una dall'altra immediatamente, senza precipitare l'una sull'altra, e il mondo intero non sarebbe forse costituito come una di quelle particelle più grandi»? In altre parole, l'Universo potrebbe essere costituito in base a una sorta di legge di coesione che si ripete su scale via via maggiori.

Tenendo presente questo sfondo, il § 171 non espone un'inedita teoria degli universi paralleli, bensì l'idea (per altro non meno originale) di un Universo unico, visto però come un aggregato di aggregati di punti che, su scale via via crescenti e rispetto a ordini di grandezza incomparabili gli uni con gli altri, si comportano globalmente in maniera uniforme, sebbene la curva possa cambiare localmente. Si noti infatti l'esordio del § 406: «In tal modo svanisce completamente [*penitus evanescit*] la difficoltà dovuta all'inevitabile avvicinarsi delle stelle fisse, che è stata ripetutamente ascritta alla teoria di Newton, e contemporaneamente [*ac simul*] si passa dalla gravità alla coesione».

Invece, la possibilità fisica di mondi radicalmente differenti viene esplorata da Boscovich nella Parte III in tutt'altra chiave e in un diverso quadro concettuale. Il problema emerge nel § 517, dopo che Boscovich ha affrontato — come si vedrà — le proprietà fisiche della materia. Come si è già ricordato, per la *Theoria* essa è formata solo da punti indivisibili e inestesi (si noti la formulazione alquanto perentoria del § 516: «*Pro materia mihi sunt puncta indivisibilia, inextensa*»); questi sono «dotati della forza d'inerzia [*vi inertiae*] e di forze agenti reciprocamente [*viribus mutuis*], espresse da una curva semplice e continua». Con un atteggiamento che ricorda quello di Newton nei *Principia*, Boscovich dichiara di essere agnostico circa la natura e le cause di queste forze (d'altra parte, più volte ha insistito, sia in *De viribus vivis* sia nella *Theoria*, nel chiamarle *determinationes*): «Se tale legge delle forze sia una proprietà dei punti indivisibili, se si tratti di qualcosa di sostanziale o accidentale aggiunto a essi [...], se sia una legge arbitraria dell'autore della natura [...] — questo io non ricerco [*quaero*], né in verità può essere trovato [*inveniri potest*] attraverso i fenomeni, che sono gli stessi in ognuna di queste concezioni.»

La materia, dunque, «è assolutamente omogenea» (§ 517). Se così non fosse, lo scenario sarebbe alquanto più complicato. Punti materiali di tipo diverso, infatti, potrebbero interagire fra loro in modo differente e bisognerebbe calcolare le combinazioni delle interazioni possibili: «Si potranno impiegare più tipi di punti con più leggi fra loro diverse, e in modo tale che le leggi siano tante quante sono le coppie di tipi; e inoltre che siano tante quanti sono i tipi.» Si ricordi, infatti, che le interazioni sono sempre binarie; «nel primo caso, le singole leggi esprimeranno forze reciproche fra punti appartenenti, per ogni coppia, a coppie di tipi; nel secondo caso, esprimeranno forze reciproche fra punti appartenenti allo stesso genere, una per ogni genere.»

Ma potrebbe anche darsi, continua Boscovich al § 518, che punti diversi non interagiscano affatto tra loro: «Fra alcuni tipi di punti si potrebbe ammettere una forza nulla; in tal caso, la sostanza di uno di questi tipi scorrerebbe liberamente in quella di un altro senza alcuna collisione [...], e dunque passerebbe con impenetrabilità reale e compenetrazione apparente.» In altre parole, casi del genere fanno emergere la possibilità di una pluralità di «mondi materiali e sensibili, nello stesso spazio ma fra loro distinti [*disparati*], in modo che nessuno abbia alcuno scambio [*commercium*] con un altro e che nessuno possa avere cognizione dell'altro». Si tratta, però, di una congettura assai differente da quella proposta nei §§ 171 e 405: là si trattava di punti omogenei e leggi omogenee su scale di grandezza diverse; qui, invece, di punti disomogenei e leggi disomogenee, mentre le scale di grandezza non svolgono alcun ruolo. Là Boscovich parlava di mondi per-così-dire, qui sembra piuttosto riferirsi a mondi veri e propri, dotati di altrettanta realtà del “nostro” Universo fisico.

È difficile dire perché Boscovich avanzi un'ipotesi di questo tipo. Forse, come è stato suggerito, perché il contesto gesuitico in cui si è formato lo ha portato a estendere la «zona degli esperimenti mentali» e a considerare le possibilità logiche come realizzabili in linea di principio.³⁶ In questo senso risultano utili le considerazioni svolte da Baldini su una tradizione, nell'analisi della nozione di spazio, ampiamente presente entro la Compagnia almeno da Francisco Suarez e poi in Giovanni Battista Tolomei, il cui magistero molto influì sugli indirizzi filosofici del Collegio Romano all'epoca in cui vi studiò Boscovich. Suarez e Tolomei avevano parlato dello spazio come *ens rationis cum fundamento in re* e lo consideravano, in un senso che non è possibile precisare qui, come *imaginarium*. Tale vocabolario sarebbe stato adottato (e adattato) da Boscovich, in particolare nel Supplemento *De Spatio ac Tempore* alla *Theoria* (1758, Suppl. III; 1763, Suppl. I). D'altra parte, per motivi che non esamineremo, per Suarez questa caratterizzazione era funzionale a spiegare come un corpo, un'anima, uno spirito o Dio stesso potessero essere “compresenti” in un luogo eppure rimanere distinti. Si tratterebbe appunto di un'esistenza in spazi che si compenetrano in modo che — parafrasando Boscovich — la sostanza degli uni scorra liberamente in quella degli altri senza collisione.

E tuttavia, la natura e le leggi che regolano questi mondi altri è destinata a rimanere preclusa all'indagine fisico-matematica. Come Boscovich si esprime nella già citata lettera a Conti del 26 febbraio 1762, solo alla mente del creatore sono presenti «tutti i Mondi possibili, i quali possano esser forniti da tutte le leggi di forze, con tutti i numeri di punti, posizioni, e movimenti iniziali, per scegliere tra questi uno al suo arbitrio.» All'essere umano, semplice «contemplatore della Natura» rimane solo da «combinare tutti gli individui fenomeni, che vi sono nella Natura, o almeno una qualche serie continuata di essi». E tuttavia, continua Boscovich, egli può ambire a una conoscenza in linea di principio completa del mondo che osserva, perché è dotato di

³⁶ U. Baldini, *Boscovich e la tradizione gesuitica in filosofia naturale*, cit. alla nota 19, p. 25.

«tanta Geometria, e tanta forza di spirito da potere, rimontando alle leggi generali, conoscere la natura di quella curva, che esprime le forze, sapendone tutto l'andamento».³⁷

D'altra parte, nella *Theoria* Boscovich ricorda che (§ 518) «gli argomenti che ho avanzato a favore dell'omogeneità valgono per tutti i punti con cui possiamo avere una qualche relazione [*commercium*].» Mentre di altri tipi di punti che non interagiscono con i nostri «non possiamo sapere alcunché», è delle relazioni che caratterizzano il *nostro* mondo che si occupa l'«Applicazione della teoria alla fisica». Essa indaga (§ 358) le «proprietà generali dei corpi, che sono tutte espressione di quella legge delle forze che ho esposto nella prima parte». Non solo; Boscovich precisa pure che «da quella stessa legge dedurrò le principali differenze [*discrimina*] che osserviamo fra gli svariati tipi di corpi, e discuterò i mutamenti, le alterazioni e le trasformazioni che li interessano».

Se il prototipo delle prime due parti della *Theoria* è contenuto in *De viribus vivis*, *De materiae divisibilitate*, *De continuitatis lege* e *De lege virium in naturae existentium*, la Parte III si trova lucidamente anticipata nella dissertazione *De lumine*, pubblicata nel 1748 in due parti: mentre la prima parte presentava le proprietà della luce descrivendo svariati fenomeni ottici nei consueti termini geometrici, la seconda parte presentava la curva delle forze come spiegazione dell'emissione della luce nonché dei fenomeni di rifrazione, riflessione e diffrazione. Dopo aver esposto sinteticamente le principali caratteristiche della curva, Boscovich (*De lumine*, Pars II, § 7) si esprimeva fiduciosamente circa le sue potenzialità:

Sosteniamo che questa forma della curva spiega ottimamente tutte le proprietà meccaniche generali dei corpi e moltissime di quelle particolari [...]. Ma assai facilmente da qui determiniamo la forma e l'immutabilità dei primi elementi della materia, spieghiamo la mobilità, l'impenetrabilità, l'estensione dei corpi, l'uguaglianza di azione e reazione, da cui dipende l'urto fra i corpi, le azioni reciproche delle particelle di materia a distanze piccolissime, così tante e varie, e ancora la sola gravità [...], la coesione delle parti, la solidità, la fluidità, l'elasticità e la mollezza, la densità e la rarefazione e ancora moltissime altre, e fra queste tutte le proprietà della luce.

È alle sole proprietà della luce che il *De lumine* è dedicato, mentre una trattazione analitica dei temi menzionati nel passo citato non vi trova spazio. Invece, su di essi verrà modellato l'Indice della Parte III della *Theoria*. Il § 359 le specifica ulteriormente; qui di seguito tale elenco viene riportato, affiancato dai paragrafi in cui le singole proprietà sono discusse e da una breve descrizione.

³⁷ Boscovich a Conti, 26 febbraio 1762, in *ENC*, V/1, pp. 84-85.

- *Impenetrabilità*, §§ 360-370: conseguenza del comportamento della curva agli asintoti.
- *Estensione*, §§ 371-374: conseguenza dell'impenetrabilità. Ma l'estensione forma un continuo fisico, non matematico, cioè la continuità della materia estesa (il contatto vero e proprio) è solo apparente.
- *Forma*, §§ 375-376: conseguenza dell'estensione.
- *Volume*, § 377: conseguenza della forma.
- *Massa*, §§ 378-381: Boscovich riprende la definizione newtoniana di massa di un corpo come quantità di materia. Ma precisa (§ 378): «Essa sarà per me [cioè: nella mia teoria] il numero di punti che compongono quel corpo»; da ciò ricava pure che la materia è omogenea e che «i differenti tipi di corpi provengono unicamente dalle sue diverse combinazioni», cioè dai modi in cui i punti vengono aggregati.
- *Inerzia*, § 382: come proprietà della materia, discende dall'inerzia dei singoli punti e dalla legge delle forze.
- *Mobilità*, §§ 383-388: requisito della curva delle forze.
- *Uguaglianza di azione e reazione*, §§ 389-390: conseguenza della legge delle forze. Boscovich aveva mostrato nella Parte II (§ 265) che si tratta di una proprietà meccanica dei singoli punti; estende ora tale proprietà alla materia.
- *Divisibilità finita e componibilità all'infinito*, §§ 391-397: conseguenza del fatto che i componenti ultimi della materia sono punti indivisibili.
- *Immutabilità degli elementi ultimi*, § 398: conseguenza del fatto che i componenti ultimi della materia sono punti.
- *Gravità*, §§ 399-405: generata dalla curva delle forze, non si estende a tutte le distanze, ma solo a quelle definite dalla curva stessa.
- *Coesione*, §§ 406-417: dovuta alle proprietà dei limiti (in particolare a quelle del 'primo' limite, posto subito dopo il primo arco repulsivo della curva).

La discussione della forza di coesione prelude all'esame di quelle che Boscovich definiva (§ 359) «le proprietà particolari dei corpi», che considera legate a essa: stato solido e liquido, rigidità, flessibilità ed elasticità, viscosità, duttilità, ecc. Via via l'attenzione si focalizza sui processi e le forze di medio e piccolo raggio, introdotte da alcune considerazioni sui quattro elementi tradizionali che la fisica aristotelica aveva a sua volta ereditato da filosofie precedenti: terra, acqua, aria, fuoco. Essi «non sono altro che i diversi solidi e liquidi, composti dagli stessi punti omogenei disposti in maniera differente, che poi, ulteriormente mescolati, producono altri corpi ancor più composti» (§ 450). Nel complesso i §§ 418-471 espongono dunque la chimica di Boscovich, facendo riferimento a esperienze ed esempi disparati, ma mai in termini quantitativi: le esperienze citate non sono resoconti sperimentali né vi sono cenni a misurazioni.

Gli ultimi paragrafi di questa porzione della Parte III (§§ 468-470) sono dedicati alla combustione («*De natura igni*»), che Boscovich considera un processo di fermentazione, cioè uno specifico fenomeno chimico legato alla produzione di calore e

all'emissione di luce.³⁸ Così, il concetto di emissione fornisce il contesto per riprendere (§§ 471-502) le più articolate esposizioni dei fenomeni ottici affrontati in *De lumine* e passare ad altri processi emanativi, assai eterogenei rispetto all'ottica: sapori, odori, suoni, sensazioni di caldo e freddo (§§ 503-507), fenomeni elettrici (§§ 511-513) e magnetici (§§ 514-515). Su sapori e odori Boscovich è poco preciso, probabilmente per una carenza d'informazione personale. Anche le considerazioni dedicate all'acustica (che si riducono a un generico rimando alle teorie abituali) e alle sensazioni di calore sono scarse e poco precise. Si segnalano, tuttavia, interessanti osservazioni su problemi per così dire collaterali. Nel caso del suono viene tentata una riduzione dei fenomeni ondulatori alle interazioni attrattivo-repulsive — dunque fra corpuscoli o meglio fra punti materiali — considerate nella *Theoria* (§§ 505-506); nel caso delle sensazioni di caldo/freddo trova spazio la discussione di fenomeni termici che interessano l'atmosfera, l'espansione dei metalli al variare della temperatura, la differenza di conduzione di calore in sostanze diverse, ecc. Le fonti di Boscovich in proposito, tuttavia, appaiono poco chiare e al momento non si segnalano lavori sull'argomento.³⁹

Sull'elettricità e sul magnetismo, invece, c'è una precisione maggiore. A una possibile estensione della legge ai fenomeni magnetici accennava già *De viribus vivis* (§§ 62-65). Certamente i fenomeni magnetici, assai più visibili e immediatamente sperimentabili di quelli elettrici, sembravano essere maggiormente suscettibili di una spiegazione nei termini della curva delle forze, e a ciò forse si deve il fatto che Boscovich parve prenderli in considerazione sin da subito. È noto, inoltre, che nel suo soggiorno in Inghilterra (1760) Boscovich incontrò Gowin Knight e John Michell, due importanti costruttori di magneti, nei confronti dei quali mostrò interesse e apprezzamento. Di Michell, in particolare, lodò la «bellissima teoria», che riassunse così in una lettera al fratello Bartolomeo: «Crede, che il ferro abbia moltissime particelle piccolissime di calamita [...]. Il divenir calamita, crede, che non consista in altro, che in voltarsi di molte di queste particelle nella medesima posizione, sicché le loro azioni non si distruggono, e che questa pos:[izio]ne nel ferro dolce si acquista, e si perde facilmente, e nell'acciaio difficil:[ment]e si acquista, ma si mantiene.»⁴⁰ Forse Boscovich ravvisò

³⁸ Sul concetto di fermentazione vedi p.es. A. Clericuzio, *La Chimica della Vita: Fermenti e Fermentazione nella Iatrochimica del Seicento*, «Medicina nei Secoli», 15/2, 2003, pp. 227-245.

³⁹ Non è stato finora pubblicato l'intervento di Lucio Fregonese, *Heat and Electricity in Boscovich's «Theoria Philosophiae Naturalis»*, tenuto all'International Conference for the 3rd centenary of the Birth of R.G. Boscovich (Pavia, 8-10 settembre 2011), che potrebbe gettare luce sulle fonti di Boscovich su elettricità e termologia. Si veda anche L. Fregonese, *Gli influssi di Boscovich e della chimica delle affinità nelle prime fasi dell'elettrologia di Alessandro Volta*, «Atti del XII Congresso nazionale di storia della fisica», 1993, pp. 91-106.

⁴⁰ Ruggiero Boscovich a Bartolomeo, 20 novembre 1760, in *ENC*, II, p. 402; vedi anche la lettera di Ruggiero Boscovich a Bartolomeo, 14 novembre 1760, in *ENC*, II, p. 396.

in Michell un potenziale interlocutore, perché questa presentazione non differisce molto da quanto Boscovich espone nella *Theoria*, §§ 514-515 (si noti che i passi sono già presenti nell'edizione del 1758, cioè due anni prima dell'incontro con Michell).

Quanto ai fenomeni elettrici, nelle opere precedenti la *Theoria* gli accenni espliciti sembrano più tardi e meno articolati di quelli che interessano il magnetismo: compaiono in *De materiae divisibilitate* (§ 82) e *De lege virium in natura existentium* (§ 72), e in entrambi i casi si tratta di contesti assai generici, in cui manca qualsiasi esemplificazione. Tuttavia, è noto che nell'autunno del 1749 Boscovich incontrò il fisico Jean Antoine Nollet, delle cui ricerche sperimentali sull'elettricità, ampiamente conosciute in Europa, doveva essergli già giunta notizia. Negli anni Cinquanta Boscovich entrò pure in rapporto con Giovanni Battista Beccaria, che aveva contribuito notevolmente alla diffusione delle teorie elettriche di Franklin in Italia; il loro carteggio durò almeno dal 1755 al 1770.⁴¹ Infine, è pure noto che Boscovich incontrò Franklin durante il suo soggiorno in Inghilterra, anche se una conoscenza diretta delle sue opere pare esclusa.⁴²

Questi rapporti possono spiegare le descrizioni dei fenomeni elettrici nei paragrafi 511-513, precise ma limitate ad alcune esperienze e concezioni: le teorie di Franklin e Beccaria (§ 511: «È evidente che dai medesimi principi si possa ricavare anche la spiegazione di tutti i principali fenomeni elettrici, la cui teoria è stata trovata con mirabile acume da Franklin in America, ed è stata molto arricchita, confermata e promossa da Beccaria a Torino»); la bottiglia di Leida; il quadro di Franklin.

Ciò consente a Boscovich di prendere in considerazione quelli che nella teoria frankliniana erano visti come fenomeni di saturazione e di equilibratura del fluido elettrico modellandoli sui processi di combustione esaminati nei paragrafi precedenti. Essi vengono fatti rientrare nel quadro di «moti e mutamenti non permanenti» che caratterizzano «tutti i tipi di fermentazione» (da cui la combustione dipende) e che sono l'effetto delle differenti combinazioni di elementi omogenei:

Le forme individuali dei corpi saranno date dalla combinazione di punti omogenei che originano dalle loro distanze e posizioni e, oltre alla sola combinazione, saranno date pure dalla velocità e dalla direzione del moto

⁴¹ Vedi *Nuovo Catalogo della Corrispondenza di Ruggiero Giuseppe Boscovich*, a cura di E. Proverbio, con la collaborazione di Letizia Buffoni, Accademia Nazionale delle Scienze detta dei XL, Roma 2004. Al momento attuale il carteggio si compone di ventisei lettere di Boscovich a Beccaria e di trentaquattro lettere di Beccaria a Boscovich.

⁴² Sui rapporti di Boscovich con Beccaria e con Franklin vedi E. Proverbio, *Sulle ricerche elettriche di Giovan Battista Beccaria e sui suoi rapporti con Ruggiero Giuseppe Boscovich nelle applicazioni dell'elettricismo naturale e artificiale*, «Atti del XX Congresso Nazionale di Storia della Fisica e dell'Astronomia», a cura di E. Schettino, Napoli 2002, pp. 231-280; Id., *Gli interessi scientifici di Ruggiero G. Boscovich per i fenomeni elettrici ed i suoi incontri con Benjamin Franklin ed altri elettricisti inglesi e francesi*, «Quaderni di Storia della Fisica», 11, 2003, pp. 3-48.

dei singoli punti; per le masse individuali dei corpi, poi, a ciò si aggiunge il numero dei punti. Dato il numero e la disposizione dei punti in una massa assegnata, è data la fonte [*radix*] di tutte le proprietà che tale massa ha in sé e di tutte le relazioni che essa deve avere con altre masse [...], ed è pure data la fonte di tutti i mutamenti che può subire. Poiché vi sono certe particolari combinazioni che esibiscono le particolari proprietà costanti che abbiamo determinato ed esposto (cioè quelle per la coesione e per i vari gradi di solidità, quelle per la fluidità, per l'elasticità, per la mollezza, per l'acquisizione di certe forme, per avere certe oscillazioni) [...]; e vi sono poi altre combinazioni che inducono moti e mutamenti non permanenti, come accade in tutti i tipi di fermentazione — dalle prime combinazioni delle proprietà costanti si possono derivare le forme specifiche dei corpi e le loro differenze, e dalle seconde si avranno le alterazioni e le trasformazioni. (*Theoria*, § 519.)

Con questo, la riconduzione delle varie manifestazioni della natura a un'unica legge di attrazione-repulsione che agisce fra elementi omogenei (cioè punti materiali) può dirsi compiuta, e Boscovich chiude la Parte III (§§ 522-524) citando una propria nota al poema di Stay che adombrava tale ideale monistico.⁴³

2.4. Appendice e Supplementi.

Come è già stato ricordato, Boscovich aggiunse alla *Theoria* un'appendice *ad metaphysicam pertinens*. Essa tratta — in due porzioni nettamente distinte — dell'anima e del suo rapporto con la materia in generale e il corpo in particolare (§§ 525-538) e di Dio come creatore del mondo (§§ 539-558). Una spiegazione plausibile del titolo «Appendice riguardante la metafisica» è che in essa vengono discussi alcuni temi tipici di quella che, nell'insegnamento del Collegio Romano, era nota come *teologia naturale*. Fornendo l'esposizione della teologia aristotelica, era considerata parte del corso di filosofia (veniva subito dopo la teologia naturale), e — insieme al commento dei libri VII-XIV della *Metafisica* di Aristotele — era funzionale al successivo corso di teologia, poiché metteva in luce la natura finalistica della creazione: un tratto ben presente negli ultimi paragrafi dell'appendice.⁴⁴

Quanto ai *Supplementi*, come si è già accennato, Boscovich ne modificò l'ordine fra l'edizione viennese del 1758 e quella veneziana del 1763. Si tratta di scritti tratti da opere precedenti cui Boscovich rinvia, con due eccezioni: una corposa aggiunta

⁴³ Si veda B. Stay, *Philosophiae recentioribus [...] versibus traditae libri decem*, cit. alla nota 9, I, v. 548, nota *a*, pp. 22-24.

⁴⁴ Vedi U. Baldini, *Boscovich e la tradizione gesuitica in filosofia naturale*, cit. alla nota 19, p. 15.

alla *Solutio analytica* nell'edizione del 1763 e la «Lettera a Karl Scherffer», professoressa di matematica nel collegio gesuitico di Vienna, che chiude la *Theoria*. Mentre nell'edizione del 1758 questa costituisce una sorta di postfazione, nell'edizione del 1763 viene presentata come sesto supplemento. In essa Boscovich estende a sistemi di più masse alcune considerazioni sul centro di percussione e di oscillazione che aveva svolto nella Parte II della *Theoria*.

La seguente tavola sinottica mostra l'ordine dei supplementi nelle due edizioni e include i rimandi bibliografici alle opere da cui essi provengono.

Titolo supplemento	Posizione 1758	Posizione 1763	Fronte
<i>Solutio analytica...</i>	I	III <i>addenda</i> §§ 60-76	<i>De lege virium...</i> , 1755, §§ 77-103.
<i>Contra vires in minimis distantis attractivas...</i>	II	IV	<i>De lege virium...</i> , 1755, §§ 59-67
<i>De spatio ac tempore</i>	III	I	Suppl. VI al poema di Stay (cit. nota 9).
<i>De spatio et tempore, ut a nobis...</i>	IV	II	Suppl. VII al poema di Stay (cit. nota 9).
<i>De aequilibrio binorum massarum connexarum...</i>	V	V	Benvenuti, <i>Synopsis physicae generalis</i> , 1754, §§ 146-152 (cit. nota 8).
<i>Epistola auctoris ad P. Carolus Scherffer</i>	[Epistola conclusiva]	VI	—

Solo i due supplementi su spazio e tempo tratti dal poema di Stay trattano argomenti tradizionalmente filosofici, cui si è brevemente accennato alla fine del primo paragrafo di questa Introduzione; gli altri supplementi affrontano, invece, problemi di meccanica e la matematica della curva. Forse è per non rompere quest'unità tematica che nel 1763 i due supplementi 'filosofici' vengono spostati all'inizio. Il ruolo accessorio e relativamente autonomo delle parti più tecniche, comunque, indica che Boscovich non le considera strettamente necessarie alla comprensione dei caratteri di fondo della *Theoria*. Tuttavia, la *Solutio analytica* riveste certamente un ruolo peculiare, come si è già evidenziato nel primo paragrafo di questa Introduzione. Alle considerazioni lì esposte sugli aspetti matematici della curva si aggiunga anche che essa costituisce il primo e il più lungo dei supplementi 'tecnici' alla *Theoria*. Inoltre, come si è accennato, nell'edizione del 1763 Boscovich introduce *ex novo* alcuni paragrafi.

In particolare, nell'edizione del 1758 i §§ XXXIV-XXXV della *Solutio analytica* (Suppl. I) sono identici a *De lege virium in natura existentium*, §§ 102-103. La dissertazione originaria continuava esponendo il comportamento di punti materiali agli asintoti e analizzando le proprietà dei limiti; poiché la *Theoria* (Parte II) esplorava approfonditamente questi aspetti, probabilmente Boscovich giudicò superflui i paragrafi a

essi relativi entro il nuovo contesto, e il Supplemento I si chiudeva con i §§ XXXIV-XXXV. Invece, i paragrafi corrispondenti nell'edizione del 1763 (Suppl. III, §§ 58-59) presentano alcune modificazioni, e a essi vengono aggiunte considerazioni del tutto inedite in diciassette nuovi paragrafi (§§ 60-76).

Nel complesso, Boscovich vi discute l'utilizzo di un'espressione almeno apparentemente complicata per la dipendenza della legge di attrazione/repulsione dalla distanza: mentre nella consueta legge di Newton per la gravitazione universale essa dipende dall'inverso del quadrato delle distanze ($1/r^2$), nell'equazione che controlla la curva delle forze al denominatore si trovano varie potenze della distanza moltiplicate per delle costanti. Non è questa la sede per seguire dettagliatamente l'argomentazione di Boscovich. Basti qui ricordare che vi è ripreso e precisato un problema già delineato nella prima edizione della *Theoria* (§ CXXII, corrispondente a § 123 nell'edizione del 1763) circa la precisione della legge di gravitazione universale. L'anomalia del moto dell'apogeo della Luna rispetto alle predizioni, trovata da Clairaut nel 1747 (e, indipendentemente da lui, anche da Eulero e d'Alembert), aveva inizialmente portato costui a ipotizzare che la legge dell'inverso del quadrato delle distanze andasse corretta introducendo termini addizionali, che avrebbero influito su masse a piccole distanze (per esempio, alla scala delle distanze fra Sole, Terra e Luna), ma sarebbero risultati insensibili a scale superiori (cioè quelle tipiche del Sistema solare). La questione doveva chiarirsi pochi anni dopo, quando Clairaut trovò un errore nei propri calcoli e sostenne che la legge dell'inverso del quadrato delle distanze non necessitava di alcuna correzione.⁴⁵

Nella *Theoria* (1758) Boscovich si limitava a difendersi da potenziali attacchi, ricordando che, in fondo, l'ultimo arco della curva «può approssimare a piacere l'arco d'iperbole che esprime la legge di gravitazione secondo l'inverso del quadrato delle distanze» (§ 123). Nei paragrafi aggiunti *alla Solutio* analytica nel 1763, forse stimolato dalla lettura della voce *Attraction* nell'*Encyclopédie* di d'Alembert e Diderot (citata in Suppl. III, § 61, come «*Encyclopaedia Parisiensis*»), osserva che, per includere

⁴⁵ A. de Clairaut, *Du systeme du monde dans les principes de la gravitation universelle*, «Histoire de l'Academie Royale des Sciences. Année MDCCXLV», Imprimerie Royale, Paris 1749, pp. 329-364. Si tratta della memoria che Clairaut lesse nell'assemblea pubblica del 15 novembre 1747 e che è citata da Boscovich al § 123 della *Theoria*. Si veda, in proposito, P.P. Chandler, *Newton and Clairaut on the Motion of the Lunar Apse*, unpublished dissertation, University of California, San Diego 1975; C.B. Waff, *Universal Gravitation and the Motion of the Moon's Apogee: The Establishment and Reception of Newton's Inverse-Square Law, 1687-1749*, unpublished dissertation, The Johns Hopkins University, Baltimore 1976. Vedi anche T. Hankins, *Science and the Enlightenment*, Cambridge University Press, Cambridge et al. 1985, pp. 39-40; R.S. Calinger, *Leonhard Euler: Life and Thought*, in *Leonhard Euler. Life, Work and Legacy*, a cura di R.E. Bradley e C.E. Sandifer, Elsevier, Amsterdam et al. 2007, pp. 32-34; R.S. Calinger, *Leonhard Euler. Mathematical Genius in the Enlightenment*, Princeton University Press, Princeton 2016, pp. 272-277.

in un'unica curva delle forze — cioè in un'unica equazione — anche interazioni a breve e medio raggio, è necessario utilizzare delle correzioni. Ma vi discute pure una questione di fondamento: perché l'inverso del quadrato della distanza dovrebbe essere privilegiato? Se ci si appella alla semplicità, sostiene Boscovich (§§ 62-65), tale legge sembra semplice a un intelletto limitato come quello umano; per l'intelletto divino, però, essa è altrettanto semplice o complicata di qualsiasi altra formula non ulteriormente riducibile (in altre parole, non abbiamo una nozione indipendente di semplicità). Inoltre, non è vero che un'espressione come $1/r^2$ non contiene parametri al denominatore: contiene implicitamente il parametro 1, che moltiplica r , e l'esponente 2, che non dipende da alcunché se non dall'arbitrio del creatore (§ 66), cioè da condizioni empiriche.

3. *La fortuna dell'opera*

La *Theoria* è certamente la più conosciuta fra le opere di Boscovich. Gran parte della sua fortuna, però, fu piuttosto tarda e per lo più è legata all'interesse che suscitò in Gran Bretagna nel corso dell'Ottocento. In un saggio molto informato, Ugo Baldini ha esaminato le opere che discutono la filosofia naturale di Boscovich tra il 1746 (cioè poco dopo la pubblicazione di *De viribus vivis*) e il 1800 nei vari contesti nazionali e sovranazionali dell'Europa continentale. Nel complesso, stando a Baldini, si può concludere che, mentre le opere matematiche, astronomiche e ottiche di Boscovich trovarono notevole apprezzamento nei circoli scientifici europei, l'accoglienza della *Theoria* fu assai più tiepida. In Italia essa venne ampiamente discussa, ma all'interno di circoli abbastanza limitati, legati alla Compagnia di Gesù e ad ambienti ecclesiastici. Nessuno scienziato di rilievo, però, le dedicò un esame approfondito, per esempio nell'ambito di un trattato. Gli *Acta eruditorum*, che recensirono altre opere di Boscovich, non si occuparono della *Theoria*. Due importanti recensioni apparvero già all'indomani della pubblicazione dell'edizione viennese, rispettivamente in Germania nel 1759 e in Francia nel 1760; ma nessuna delle due riuscì a suscitare un dibattito degno di nota nelle accademie scientifiche.⁴⁶ Infine, non pare esservi traccia di una 'scuola boscovichiana': gli allievi di Boscovich non occuparono posizioni di prestigio per insegnamenti di fisica o di filosofia naturale, e neppure nei collegi della Società o

⁴⁶ M. Mendelssohn, Recensione pubblicata in «Briefe, die neueste Literatur betreffend», Friedrich Nicolai, Berlin 1759, I. Theil, Lettera 42, pp. 351-365; 367-371. Anonimo, Recensione pubblicata in *Journal étranger*, 1760, février, pp. 52-74; mars, pp. 61-88. In realtà, l'anonimo recensore è il matematico e storico della matematica Etienne Montucla: così Boscovich riferisce in una lettera a Conti del 4 giugno 1764, in *ENC*, V/1, p. 193.

in altre istituzioni religiose la *Theoria* (e più in generale la concezione in essa esposta) divenne mai un'opera di riferimento.⁴⁷

Ciò stride con quanto si legge nell'indirizzo di saluto del «Tipografo veneziano al lettore» dell'edizione del 1763:

Saprai certamente, se hai guardato con attenzione le riviste pubbliche, con quale plauso l'opera che ti offro, edita a Vienna cinque anni or sono, è stata accolta in Europa [...]. Essa contiene un sistema di filosofia naturale completamente nuovo, che già viene comunemente chiamato *boscovichiano*, dal nome del suo autore. E in verità è ormai pubblicamente insegnato in molteplici accademie e viene esposto non soltanto in tesi o dissertazioni annuali, stampate e difese in pubblico, ma è utilizzato ed esposto in svariati testi di base per l'istruzione dei giovani, e considerato da tanti come un modello. (*Theoria*, 1763, p. III.)

Le impressioni di Boscovich circa l'accoglienza della *Theoria* non furono delle migliori. La recensione francese lo lasciò alquanto insoddisfatto, anche se i motivi del suo rammarico sono poco chiari: «Nel giornale *Etranger*, che si è ripigliato, [h]anno fatto un'analisi del mio libro in due estratti, ma è cattivo benché si parla di esso con somme lodi.»⁴⁸ Tale giudizio si inquadra nell'impressione assai poco positiva che Boscovich ebbe del contesto parigino. In una lettera a Conti così descrive il clima e le proprie aspettative:

Pure con D'Alembert ho pranzato più d'una volta dagli amici comuni, e in tale occasione ho fatti de' lunghi discorsi seco di cento cose, gli ho parlato più volte all'Accademia, dove vò quasi sempre due volte la settimana, e sono stato una volta da lui, essendo egli venuto a rendermi la visita; sempre mi ha trattato con tutta la gentilezza, ma confidenza non vi è stata, né occasione di parlare amichevolmente, come con altri moltissimi, i quali però non stimo tutti ugualmente proprj per parlare di cose metafisiche e geometriche insieme, come si richiede pel mio sistema. Pure di questi ne ho trovati alcuni anche fra gli Enciclopedisti: vi è qualch'uno, che è rimasto preso di esso, e ne ha fatto un compendio in Francese. Questi giorni ho dato il libro e il suo compendio a leggere a Diderot, pregandolo a considerarlo, e dirgli quello ne pensa, e comunicargli le obiezioni, che spero di avere. [...] Io sto a vedere, e non parlo, che con chi me ne interroga. Qui tra questi Lettori Gesuiti, vi è alcuno, che vuol dettarlo, quanto gli sarà permesso dalle idee dell'estensione

⁴⁷ U. Baldini, *The Reception of a Theory: A Provisional Syllabus of Boscovich Literature, 1746-1800*. In: *The Jesuits II. Cultures, sciences, and the arts 1540-1773*, a cura di J.W. O'Malley et al., University of Toronto Press, Toronto 2006, pp. 405-450.

⁴⁸ Boscovich a Conti, 26 aprile 1760, in *ENC*, V/1, p. 24.

continua troppo radicata presso questi vecchi, come se da essa dipendesse principalmente la differenza fra la materia, e lo spirito, la quale realmente consiste in tutto altro; ma egli ne è preso. Di impugnatori ancora non ne sento, né ne desidero, finché son qui; perché converrebbe entrar in fazioni, e l'unico male, che trovo qui fra tanti uomini di primo rango, si è appunto uno spirito di fazione gagliardo, gelosie, inimicizie aperte, e gli animi assai disuniti. Desiderando io di essere bene con tutti, e vedendo, che le dissensioni d'intelletto passano subito a quelle degli animi, sono stato fin'ora spettatore, lontanissimo dall'entrar come attore. Fin'ora qui non vi sono, che tre o quattro copie del mio libro, e ciò fa, che non è abbastanza conosciuto per far battaglie: forse dopo la mia partenza esse cominceranno; ma non spero, che così presto possa avere il mio sistema de' seguaci qui.⁴⁹

L'atmosfera inglese non gli era sembrata migliore, nonostante l'impressione positiva che l'incontro con Michell gli aveva lasciato:

Ella passa a dimandarmi, che incontro abbia avuto il mio sistema fra gli Inglesi. [...] La risposta è simile a quella, che le detti sulla stessa materia relativamente a Parigi. Come i Libri di Germania, e d'Italia o non passano punto, o assai poco in Inghilterra, [quasi] non vi era menoma notizia della mia opera, né fui dimandato su questo, ed io ho costantemente osservato il mio stile di non parlare delle cose mie, se non ero interrogato. Solo una sera in Kembridge, ed era l'ultima della mia dimora in quella Università venne in occasione di darne una breve idea, essendovi un di que' Letterati, che diceva di aver creduto da varj anni, che non vi fosse l'immediato contatto de' corpi, ma senza alcuno di quelli argomenti, che io adopro, e che spiegati ivi a bocca, parve che incontrassero bene. Dal mio viaggio mandai un esemplare della mia opera ad uno de' due Segretari della Società Reale perche fossero presentati alla medesima, ed ho solamente avuto riscontro del suo arrivo. Le posso però dire, che tra quelli, che ho trattati, ho ben incontrati degli Eccellenti Geometri, Astronomi, Fisici Sperimentali; ma non ho incontrato alcuno, che mi abbia mostrato del gusto per una Metafisica di affilato discorso, e meditazione profonda sulli principj della Natura, sullo spazio, sul tempo, sulle leggi generali delle forze, e cose simili.⁵⁰

Come accennato, ben diverso fu il destino della *Theoria* in Gran Bretagna nell'Ottocento, ma in un contesto assai mutato e fortemente influenzato dalla concezione di campo di Faraday. Non entrerò in un'analisi dettagliata: la mediazione da Michell a Faraday è stata più volte ricostruita, e gli anelli di congiunzione essenziali sono stati

⁴⁹ Boscovich a Conti, 26 aprile 1760, in *ENc*, V/1, pp. 23-24.

⁵⁰ Boscovich a Conti, 26 febbraio 1762, in *ENc*, V/1, p. 62.

individuati nella ‘scuola scozzese’ e in Joseph Priestley in particolare.⁵¹ In questi saggi, i concetti boscovichiani di punto materiale e di forza hanno subito per così dire un processo di reificazione, divenendo progressivamente in enti fondamentali. Il punto materiale è stato via via trasformato in un atomo puntiforme e centro di forze, sicché la *Theoria* è stata spesso letta come espressione di una ‘concezione dinamica della materia’. Secondo una definizione che si deve a Michael Friedman, caratteristica di teorie del genere è che «le proprietà di base della solidità e dell’impenetrabilità non vengono considerate come primitive e ovvie, ma sono viste come derivate da un mutuo interagire di forze di attrazione e repulsione, che insieme determinano un limite o un confine oltre il quale la repulsione (e con essa l’impenetrabilità) non è più attiva, mentre l’attrazione [...] subentra incontrastata.» Tale schema, sottolinea Friedman, «esercitò una potente influenza negli ultimi decenni del XVIII secolo, per esempio nell’opera di pensatori come Boscovich e Priestley.»⁵² Sotto questo profilo, le concezioni dinamiche della materia sembrano caratterizzate da assunzioni positive sulle forze che invece Boscovich nella *Theoria* esclude: per lui le forze rappresenterebbero solo propensioni al cambiamento di stato di moto (§ 9).

In seguito, Friedman ha riconosciuto che non è del tutto corretto vedere «nell’atomismo dei centri di forza» di Boscovich (e nel Kant della *Monadologia fisica*) un progenitore della concezione di campo di Faraday a Maxwell — per almeno una ragione: nella filosofia naturale di Boscovich le forze sono di tipo newtoniano.⁵³ Sono forze relazionali che agiscono a distanza entro un sistema formato da almeno due masse (o due punti materiali); le teorie di campo, invece, sono caratterizzate dall’idea di un’interazione da punto a punto, forze non istantanee che agiscono in maniera continua nello spazio.

L’interpretazione *dinamicistica* della filosofia naturale di Boscovich, che — almeno in molti casi — fonda la sua lettura come «anticipazione, per quanto approssimativa, dell’approccio di campo alla fisica, sviluppatosi nel XIX secolo a iniziare

⁵¹ Su Boscovich e Michell vedi R. McCormmach, *Weighing the World: The Reverend John Michell of Thornhill*, Springer, Dordrecht et al. 2012. Sulla ricezione di Boscovich in Gran Bretagna vedi: J. Brookes Spencer, *Boscovich’s Theory and its Relation to Faraday’s Researches: An Analytic Approach*, «Archive for History of Exact Sciences», 4/3, 1967, pp. 184-202; R. Olson, *The reception of Boscovich’s ideas in Scotland*, «Isis», 60/1, 1969, pp. 91-103; P. Harmon, *Boscovich and British Natural Philosophy*, in *R.J. Boscovich. Vita e attività scientifica – His Life and Scientific Work*, cit. alla nota 32, pp. 561-575; J.L. Heilbron, *Boscovich in Britain*, in *Relocating the History of Science*, a cura di T. Arabatzis et al. Boston Studies in the Philosophy and History of Science, Springer, Dordrecht et al. 2015.

⁵² M. Friedman, *Introduction*, in: I. Kant, *Metaphysical Foundations of Natural Science*, Cambridge University Press, Cambridge 2004, p. x.

⁵³ M. Friedman, *Kant’s Construction of Nature. A Reading of the Metaphysical Foundations of Natural Science*, Cambridge University Press, Cambridge 2013, p. 142, n. 70.

dall'opera di Michael Faraday», rimane ancor'oggi quella più condivisa.⁵⁴ A essa, nell'Introduzione all'edizione anglo-latina della *Theoria*, Child ha contrapposto un'interpretazione cinematografica, che aspira a una maggiore aderenza filologica al testo di Boscovich. Le forze che questi attribuisce a coppie di punti «sono in realtà accelerazioni, cioè tendenze all'avvicinamento o all'allontanamento reciproco dei due punti, a seconda della loro distanza nell'istante in cui li si osserva». Come si è visto, Boscovich si dichiara agnostico sulla causa di questa tendenza. Ritiene che una qualche causa vi sia; ma che essa sia del tutto indifferente alla matematica — dunque, non è compito della *Theoria* occuparsene. La forza *potrebbe* essere contenuta nei corpi; ma altre ipotesi sono possibili, e sono compatibili con la stessa matematica, o in altri termini, descrivibili dalla stessa «legge delle forze esistenti in natura». Sicché, sottolinea Child, «sembrerebbe che nella teoria di Boscovich abbiamo qualcosa di completamente differente dalle monadi di Leibniz, che sono veri e propri centri di forza».⁵⁵

⁵⁴ L'espressione è ancora di Friedman, *ivi*, p. 97. Per questa lettura dinamicistica vedi, per esempio, M. Jammer, M., *Concepts of Force. A Study in the Foundation of Dynamics*, Harvard University Press, Cambridge 1957, il cui capitolo 9 colloca sotto la comune etichetta di «dinamismo» le concezioni di Leibniz, Boscovich, Kant e Spencer. Altri significativi contributi a questa interpretazione sono L.L. Whyte, *Boscovich's Atomism*, in *Roger Joseph Boscovich. Studies of His Life and Work*, cit. alla nota 4, pp. 102-126; R.E. Schofield, *Mechanism and Materialism. British Natural Philosophy in an Age of Reason*, Princeton University Press, Princeton 1970; Thackray, A. *Atoms and Powers: An Essay on Newtonian Matter-Theory and the Development of Chemistry*, Harvard University Press, Cambridge 1970; J.L. Heilbron, *Electricity in the 17th and 18th Centuries. A Study of Early Modern Physics*, University of California Press, Berkeley 1979; R. McCormach, *Weighing the World: The Reverend John Michell of Thornhill*, cit. alla nota 51; J.L. Heilbron, *Boscovich in Britain*, cit. alla nota 51.

⁵⁵ Si noti che questo atteggiamento agnostico circa l'essenza delle forze è una costante nelle opere meccaniche di Boscovich ed è caratteristico, per esempio, di *De viribus vivis*, dove Boscovich esplicitamente sostiene che «non ci sono forze vive nei corpi» (§ 9). In uno scritto precedente, Boscovich utilizzava una citazione dai *Principia* per chiarire il proprio atteggiamento: «Utilizzo intercambiabilmente e indiscriminatamente parole che significano attrazione, impulso o qualsiasi genere di determinazione verso un centro, considerando tali forze non da un punto di vista fisico ma unicamente matematico. Perciò, il lettore si guardi dal pensare che con parole di questo tipo io stia definendo da qualche parte una specie o modo di azione o una causa fisica o ragione.» E poco sopra Newton aveva detto: «Questo concetto è puramente matematico, giacché non sto considerando le cause fisiche e le sedi delle forze». (R.G. Boscovich, *De motu corporum projectorum in spatio non resistente dissertatio*. de Rubeis, Romae 1740, pp. 3-4; Per la citazione da Newton vedi I. Newton, *The Principia: Mathematical Principles of Natural Philosophy*, cit. alla nota 29, p. 407.

Nonostante il rigore filologico, l'introduzione di Child non ha trovato ampio seguito. In termini più generali, tuttavia, è stata l'edizione da lui curata nel 1922 il maggiore stimolo per il risveglio di un ampio interesse nei confronti di Boscovich e la sua opera. Con la sua versione, che si mantiene il più possibile aderente all'originale latino utilizzando per questo un inglese talvolta sintatticamente convoluto, Child portò all'attenzione di un vasto pubblico internazionale un testo che era stato filtrato da oltre un secolo di sovrapposizioni concettuali. La traduzione inglese, nel complesso buona (nonostante alcuni errori e le imprecisioni segnalate sopra), rimane a oggi ampiamente utilizzata anche dagli specialisti,⁵⁶ e nel 1966 MIT Press ristampò la traduzione inglese, senza originale latino a fronte ma con gli apparati introduttivi e il *Catalogus Operum*.⁵⁷ Gli apparati consistevano in una breve prefazione di Child, una «Vita di Ruggiero Giuseppe Boscovich» scritta da Branislav Petroniević (un filosofo e naturalista serbo, all'epoca professore di filosofia all'Università di Belgrado), e la citata Introduzione di Child. Oltre a contenere numerose inesattezze, il profilo biografico tracciato da Petroniević aveva una forte impronta ideologica panslavista: Boscovich vi veniva definito uno «*Jugo-Slav*» a fianco di «Copernico, Lobachevski, Mendeljev», e la sua famiglia «per parte di padre di pure origini serbe». Petroniević sottolineava poi che la madre, Pavica Betere (Paola Bettera), era sì di una famiglia con ascendenze italiane; ma essa «era stata slavizzata una volta giunta a Dubrovnik».⁵⁸

La rivendicazione delle origini slave di Boscovich, nel quadro della formazione di un'identità jugoslava che fornisse un efficace collante a un mosaico identità nazionali, religiose e linguistiche, svolse un ruolo importante anche nel secondo Dopoguerra. Nella Nota editoriale al volume da lui curato, Lancelot Law Whyte ricorda che furono le celebrazioni per il bicentenario della *Theoria*, organizzate nel 1958 dall'ambasciatore jugoslavo a Londra, a spingerlo a pianificare una raccolta di studi sui vari aspetti della biografia e dell'attività scientifica di Boscovich. Il libro che ne emerse, *Roger Joseph Boscovich, S.J., F.R.S., 1711-1787. Studies of His Life and Work on the 250th*

⁵⁶ Non esistono altre versioni integrali della *Theoria* in lingue moderne, se non una in croato: R.J. Boscovich, *Teorija prirodne filozofije*, priredio i pogovor napisao V. Filipović. S latinskaja preveo J. Stipišić. Stručnu redakciju prijevoda izvišio Ž. Dadić, Sveučilišna Naklada Liber, Zagreb 1974. Una traduzione italiana (di A. Mancuso), edita da L.E.G., Paternò 1999, di scarsa reperibilità, è parziale.

⁵⁷ R.G. Boscovich, *A theory of Natural Philosophy*, The MIT Press, Cambridge & London 1966.

⁵⁸ Dalle lettere di Boscovich (per es. a Conti, 1° maggio 1767 e 12 maggio 1767, in *ENc*, V/1) e da alcune circostanze biografiche (il suo impegno per la Repubblica di Ragusa in questioni diplomatiche: vedi in proposito E. Hill, *Biographical Essay*, in *Roger Joseph Boscovich. Studies of His Life and Work*, cit. alla nota 4, pp. 46-47) risulta piuttosto che egli si percepì sempre come un fedele raguseo e contemporaneamente fedele suddito del Pontefice, com'era naturale per un gesuita. Per una ricostruzione più precisa della famiglia di Boscovich vedi le introduzioni di Edoardo Proverbio ai carteggi con i fratelli in *ENc*, II e III.

Anniversary of His Birth, pubblicato nel 1961, fu il primo serio tentativo di guardare all'opera di Boscovich nella sua globalità.

Un aspetto non marginale di questo tentativo è che Whyte, che si considerava un collaboratore di Einstein nella ricerca di una teoria unificata di campo, era mosso verso la filosofia naturale di Boscovich da interessi teorici e vedeva nella *Theoria* un'anticipazione «degli scopi e di non poche delle caratteristiche della fisica atomica novecentesca». ⁵⁹ Ma al di là degli intenti del suo ideatore, il volume, insieme alla ristampa della *Theoria* nel 1966 in un formato editoriale più reperibile e maneggiabile (l'edizione di Open Court era un volume rilegato di circa quaranta centimetri di lato), rappresentò anche l'inizio di nuove fortune per Boscovich, e a partire dagli anni Sessanta del Novecento si sono susseguite numerose iniziative editoriali, spesso a seguito di convegni in occasione di ricorrenze boscovichiane. ⁶⁰

⁵⁹ L.L. Wythe, L.L. Whyte, *Boscovich's Atomism*, in *Roger Joseph Boscovich. Studies of His Life and Work*, cit. alla nota 4, p. 119.

⁶⁰ Questi i principali Atti di Convegno boscovichiani (dopo il volume curato da Whyte, 1961): *Atti del Convegno internazionale celebrativo del 250. anniversario della nascita di R. G. Boscovich e del 200. anniversario della fondazione dell'Osservatorio di Brera*, Milano-Merate, 6-8 ottobre 1962, Istituto Italiano per la Storia della Tecnica, Milano 1963; *The Philosophy of Science of Ruđer Bošković. Proceedings of the Symposium of the Institute of Philosophy and Theology, S.J.*, a cura di V. Požaić e I. Macan, Jumeša, Zagreb 1987; *Bicentennial commemoration of R.G. Boscovich, Milano September 15-18 1987. Proceedings*, a cura di M. Bossi, P. Tucci, Unicopli, Milano 1988; *Proceedings of the International Symposium on Ruđer Bošković, Dubrovnik, 5th-7th October 1987*, a cura di Ž. Dadić, Zagreb 1991. *R.J. Boscovich. Vita e attività scientifica. His life and scientific work*, Atti del convegno, Roma (23-27 maggio 1988), cit. alla nota 32; *Ruđer Bošković (Boscovich) und sein Modell der Materie. Bericht des internationalen Symposiums in Wien im Oktober 2008*, cit. alla nota 21; *Ruggiero Boscovich: Astronomer, Man of Science and Letters, 300 Years after His Birth, Milan, May 18, 2011*, a cura di A. Manara, G. Pareschi, G. Trinchieri, *Memorie della Società Astronomica Italiana. Supplementi*, 23, 2013; *Filozofija Ruđera Josipa Boškovića / Philosophy of Ruđer Josip Bošković. Proceedings of the International Scientific Symposium on «The Philosophy of Ruđer Josip Bošković»*, Zagreb, November 4 2011, a cura di N. Stanković, S. Kutleša, I. Šestak, Filozofsko-teološki institut Družbe Isusove, Zagreb 2014; *Boscovich and His Times. Contributions from Pavia 2011 International Conference*, ed. by F. Bevilacqua, P. Contardini, L. Guzzardi, Pavia University Press, Pavia 2017.

Appendice 1. Sinossi delle corrispondenze e delle differenze fra l'edizione del 1758 e del 1763 della Theoria

I numeri corrispondono ai paragrafi nei testi delle due edizioni della Theoria qui pubblicate.

Edizione 1758	Edizione 1763
	Typographus Venetus lectori
Celsissimo, ac reverendissimo S.R.I. Principi Christophoro [... de Migazzi]	Epistola auctoris dedicatoria primae editionis Viennensis
Ad lectorem	Ad lectorem ex editione Viennensi
Synopsis totius operis	Synopsis totius operis ex editione Viennensi
	Index
Philosophiae Naturalis Theoria. Pars I. Theoriae expositio, analytica deductio, & vindication	Philosophiae Naturalis Theoria. Pars I. Theoriae expositio, analytica deductio, & vindicatio
1-81	= 1-81
	82, nuovo paragrafo
82-116	83-117
	117, nota (c): aggiunto un capoverso
117-121	118-120
121, frase originale: « <i>Hinc nemo hucusque accuratum instituit, aut etiam instituere potuit calculum pro actione perturbative omnium Planetarum; quibus si accedat actio perturbativa Cometarum, qui nec quam multi sint, nec quam longe abeant, sciuntur, multo magis evidenter patebit, nullum inde confici posse argumentum pro accurata penitus ratione reciproca duplicata distantiarum</i> »	122, qualche correzione di chiarimento: « <i>Hinc nemo hucusque accuratum instituit, aut etiam instituere potuit calculum pro actione perturbative omnium planetarum, quibus si accedat actio perturbativa cometarum, qui, nec scitur, quam multi sint, nec quam longe abeant; multo adhuc magis evidenter patebit, nullum inde confici posse argumentum pro ipsa penitus accurata ratione reciproca duplicata distantiarum</i> »
122-141	123-142
	142, nota (c): la nota è stata riformulata, benché il tema trattato sia lo stesso
142-144	143-145
146	145: notevoli variazioni nelle prime due righe
147-164	146-165

Pars II. Theoriae application ad Mechanicam	Pars II. Theoriae application ad Mechanicam
165-175	166-176
176	177, notevoli variazioni nella seconda parte del paragrafo
177-178	178-179
179-180	180, la prima frase del § 180 dell'edizione 1763 corrisponde alla prima frase del § 180 dell'edizione 1758
181-202	181-203
203	204, aggiunto alla fine: « <i>uti diximus num. 122</i> »
204-247	205-248
248	249, aggiunto alla fine: « <i>quod est contra id, quod num. 246 demonstravimus</i> »
250-253	250-254
254	255, aggiunto alla fine: « <i>, ex quo nimirum hic & illud fluit, areas FAGH, FBH licet inequales, habere tamen aequales summas distantiarum omnium suorum punctorum ab eadem recta FH</i> »
255, « <i>mentionem fecimus in prima parte</i> »	256, « <i>in prima parte</i> » è modificato in « <i>num. 114</i> »
256-265	257-266
266	267, aggiunto alla fine: « <i>res eodem redit</i> »
267-268	268-269
269, alla fine: « <i>in recuperanda figura, quantus fuit in amittenda</i> »	270, espressione modificata in: « <i>in recuperanda, quantus fuit in amittenda figura</i> »
270-285	271-286
286, alcune differenze stilistiche con l'edizione 1763; alla fine: « <i>viribus omnibus, quae ab aliis omnibus materiae punctis proveniunt</i> »	287, alcune differenze stilistiche con l'edizione 1758; alla fine: « <i>viribus omnibus, quae ab aliis omnibus pendent materiae punctis</i> »
287-293	288-294
294: si conclude con « <i>eodem modo</i> »	295: si conclude con « <i>eodem pacto</i> »
295-317	296-318
318	319, formulazione differente di un teorema di trigonometria
319-341	320-342

342, nota <i>q</i>	343, nota <i>q</i> : aggiunto un secondo capoverso con un rimando all'Epistola a Scherffer: « <i>Habetur autem post idem supplementum & Epistola [...] pro massis quotcunque, & utcunque dispositis</i> »
343-356	344-357
Pars III. Applicatio Theoriae ad Physicam	Pars III. Applicatio Theoriae ad Physicam
357, « <i>In secunda hujusce Opusculi parte</i> »	358, « <i>In secunda hujusce Operis parte</i> »
358-360	359-361
361	362-366, il paragrafo corrispondente dell'edizione 1758 è stato diviso in più paragrafi; il cambiamento maggiore riguarda il nuovo § 363, dove un nuovo esempio con « <i>triangulo equilatero</i> » sostituisce il vecchio con « <i>quadrato</i> »
362-365	367-370
366, alla fine: « <i>quam terna</i> »	371, alla fine: « <i>quam tria</i> »
367-415	372-420
416, riferimento erroneo al § 221	421, il riferimento viene corretto con § 362 (corrispondente al § 361 dell'edizione 1758)
417-418	422-423
419, riferimento corretto al § 237 (corrispondente al § 238 dell'edizione 1763)	424, il riferimento viene erroneamente riportato al § 239 (corrispondente al § 238 dell'edizione 1763)
420-442	425-447
443, riferimento erroneo al § 367	448, il riferimento viene corretto con § 266 (corrispondente al § 265 dell'edizione 1758)
444-465	449-470
466	471, nuova nota: « <i>(r): Cum haec scriberem, nondum prodierant Opera Taurinensis Academiae; nec vero huc usque, dum hoc Opus reimprimitur, adhuc videre potui, quae Geometra maximus La Grange hoc in genere protulit</i> »
467	472
468, riferimento erroneo al § 195; riferimento erroneo al § 391	473, riferimento corretto al § 199 (corrispondente al § 198 dell'edizione

	1758); il riferimento viene corretto con § 395 (corrispondente al § 390 dell'edizione 1758)
469, riferimento erroneo al § 194.	474, riferimento erroneamente riportato al § 194 (corrispondente al § 193 dell'edizione 1758)
470-479	475-484
480, nota (a): alla fine, riferimento erroneo al § 301	485, nota (f): alla fine, riferimento corretto al § 306 (corrispondente al § 305 dell'edizione 1758)
481-519	486-524
Appendix. Ad Metaphysicam perti- nens. De Anima, & Deo	Appendix. Ad Metaphysicam perti- nens. De Anima, & Deo
520-527	525-532
528	533, aggiunte tre righe alla fine: « <i>Atque ex iis tammultis discriminibus, & tam insignibus, satis luculenter patet, quam longe haec etiam lex pertinens ad unionem animae cum corpore a materi- ali mechanismo distet, & penitus remota sit</i> »
529	534-538, il contenuto viene riformu- lato. La seconda parte del § 529 dell'edizione 1758, « <i>Illud unum ha- beri...computati</i> » (p. 285), è cancellato o sostituito e ristrutturato in 4 nuovi pa- ragrafi che trattano dello stesso tema, « <i>de sede animae</i> »
530-549	539-558
Supplementa	Supplementa
I. Solutio analytica...	III. Solutio analytica...
1-33	25-57
34-35, identici a <i>De lege virium</i> , §§ 102-103; ma ci sono alcune differenze con l'edizione 1763	58-59, alcune differenze con <i>De lege virium</i> , §§ 102-103, e con l'edizione 1758
	60-76 aggiunti nell'edizione 1763; di- scutono i parametri dell'equazione
II. Contra vires in minimis dis- tantiis attractivas...	IV. Contra vires in minimis dis- tantiis attractivas...
36-44, identici a <i>De lege virium</i> , §§ 59-67	77-85
III. De Spatio ac Tempore	I. De Spatio ac Tempore

45-61, identici a Stay Lib. I, Suppl. 6	1-17
IV. De Spatio, et Tempore, ut a nobis cognoscuntur	II. De Spatio, et Tempore, ut a nobis cognoscuntur
62-68, identici a Stay Lib. I, Suppl. 7	18-24
V. De aequilibrio binorum massarum...	V. De aequilibrio binorum massarum...
69-75, identici a Benvenuti, <i>Synopsis physicae generalis</i> , 146-152	86-92
Index	
Monitum [Errata Corrige]	
Epistola... ad P. Carolum Scherffer	VI. Epistola... ad P. Carolum Scherffer
La lettera a Scherffer non presenta numerazione dei paragrafi	93-141
	Monitum [Errata Corrige]
	Catalogus Operum... impressorum usque ad initium anni 1763
Tre tavole per un totale di settantacinque figure	Tre tavole per un totale di settantacinque figure

Appendice 2. Le incorporazioni di opere precedenti nella Theoria

La seguente tabella raccoglie i soli brani citati integralmente da opere precedenti. I pur numerosissimi rimandi tematici, non essendo altrettanto oggettivamente riscontrabili, non possono essere tenuti qui presenti.

Ove non diversamente specificato, i numeri corrispondono ai paragrafi della *Theoria* (1763) e delle altre opere in questione. Le corrispondenze con l'edizione 1758 della *Theoria* possono essere desunte dall'Appendice 1.

Theoria (1763)	Altre opere
5	Stay Lib. III, Suppl. 4, 608
39	<i>De continuitatis lege</i> , 138
40	<i>De continuitatis lege</i> , 134-135
54-62	<i>De lege virium</i> , 8-16
117-118	<i>De lege virium</i> , 75-76
139	<i>De materiae divisibilitate</i> , 13
161-163	<i>De materiae divisibilitate</i> , 14-16
375	<i>De figura telluris determinanda ex aequilibrio, et ex mensura graduum</i> , in «De Bononiensi Scientiarum et Artium instituto atque academia commentarii», IV, 1757, p. 358
378-381	Stay Lib. I, Suppl. 10, 78-81
522-524	Stay Lib. I, nota a v. 547
Suppl. I	Stay Lib. I, Suppl. 6 (le note (b) al § 16 e (c) al § 17 sono composte <i>ex novo</i>)
Suppl. II	Stay Lib. I, Suppl. 7
Suppl. III	<i>De lege virium</i> , 77-103
Suppl. IV	<i>De lege virium</i> , 59-67
Suppl. V	Benvenuti, <i>Synopsis physicae generalis</i> , 1754, 146-152

Appendice 3. Incorporazioni di De lege virium in natura existentium (1755) nella Theoria (1763)

La seguente tabella raccoglie solo i brani citati integralmente. I numeri corrispondono ai paragrafi nei testi del *De lege virium* e della *Theoria* (1763). Le corrispondenze con l'edizione 1758 della *Theoria* possono essere desunte dall'Appendice 1.

<i>De lege virium</i> (1755)	<i>Theoria</i> (1763)	Tema
1-7	—	Ripresa di <i>De continuitatis lege</i>
8-16	54-62	Argomenti contro la rottura della continuità geometrica
17-20	—	
21-23	—	<i>Lex continui</i> e libertà del Creatore
25-29	—	«Deduzione» della curva dalla continuità
30-36	—	Teoria della materia
43-46	—	Nozione di forza
47-54	—	«Via analitica» e rappresentazione geometrica delle curve su un piano
55-58	—	Utilizzo di curve per la descrizione di forze e discussione di forze alternativamente attrattive e repulsive
59-67	Suppl. iv, 77-85	Contro la nozione di forze attrattive a distanze infinitamente piccole, la cui intensità cresce all'infinito al diminuire della distanza
75-76	117-118	Il problema di trovare un'espressione analitica della curva delle forze e le sue condizioni matematiche
77-103	Suppl. iii, 25-59	Soluzione analitica al problema di determinare la natura della legge delle forze
Scol. 3 (dopo 103)-124	Molti temi sono ripresi nella Parte II, 168-199	Comportamento agli asintoti e proprietà dei limiti
—	Suppl. iii, 60 (Scol. 3)-76	Parametri e proprietà matematiche dell'espressione analitica trovata (paragrafi aggiunti nell'edizione 1763)

RINGRAZIAMENTI

Questa edizione e questo saggio introduttivo sono la sintesi del lavoro di alcuni anni. Ringrazio l'INAF Osservatorio Astronomico di Brera, l'Università degli Studi di Pavia e l'Università degli Studi di Milano per averlo sostenuto nel corso del tempo e gli amici e colleghi per le numerose e stimolanti discussioni. In particolare, sono grato a Ugo Baldini per aver letto questa introduzione e aver condiviso con me le sue riflessioni sulla peculiare concezione boscovichiana dei "molti mondi" e le sue ascendenze nella tradizione gesuitica. A Claudio Bartocci va un particolare ringraziamento per aver pazientemente ricostruito con me la forma analitica della curva di Boscovich. Sono debitore a Fabio Bevilacqua, Stefano Di Bella, Lucio Fregonese, Giulio Giorello, Niccolò Guicciardini, Tzuchien Tho per i tanti spunti di approfondimento che hanno voluto offrirmi. E grazie, infine, ad Anna per aver sopportato (e non essersi ancora stancata di sopportare) le mie intemperanze boscovichiane.

NOTA EDITORIALE

La presente edizione è stata condotta sui seguenti esemplari:

1. *Philosophiae naturalis theoria redacta ad unicam legem virium in natura existentium*, Prostat Viennae Austriae: in Officina Libraria Kaliwodiana, 1758.

Biblioteca di storia delle scienze «Carlo Viganò», Brescia:

VIGANÒ FA 7 B 331

2. *Theoria philosophiae naturalis redacta ad unicam legem virium in natura existentium*, Venetiis: Ex Typographia Remondiniana, 1763.

Biblioteca e Archivio storico, INAF Osservatorio Astronomico di Brera, Milano:

18 O. 296

PHILOSOPHIAE NATURALIS

THEORIA

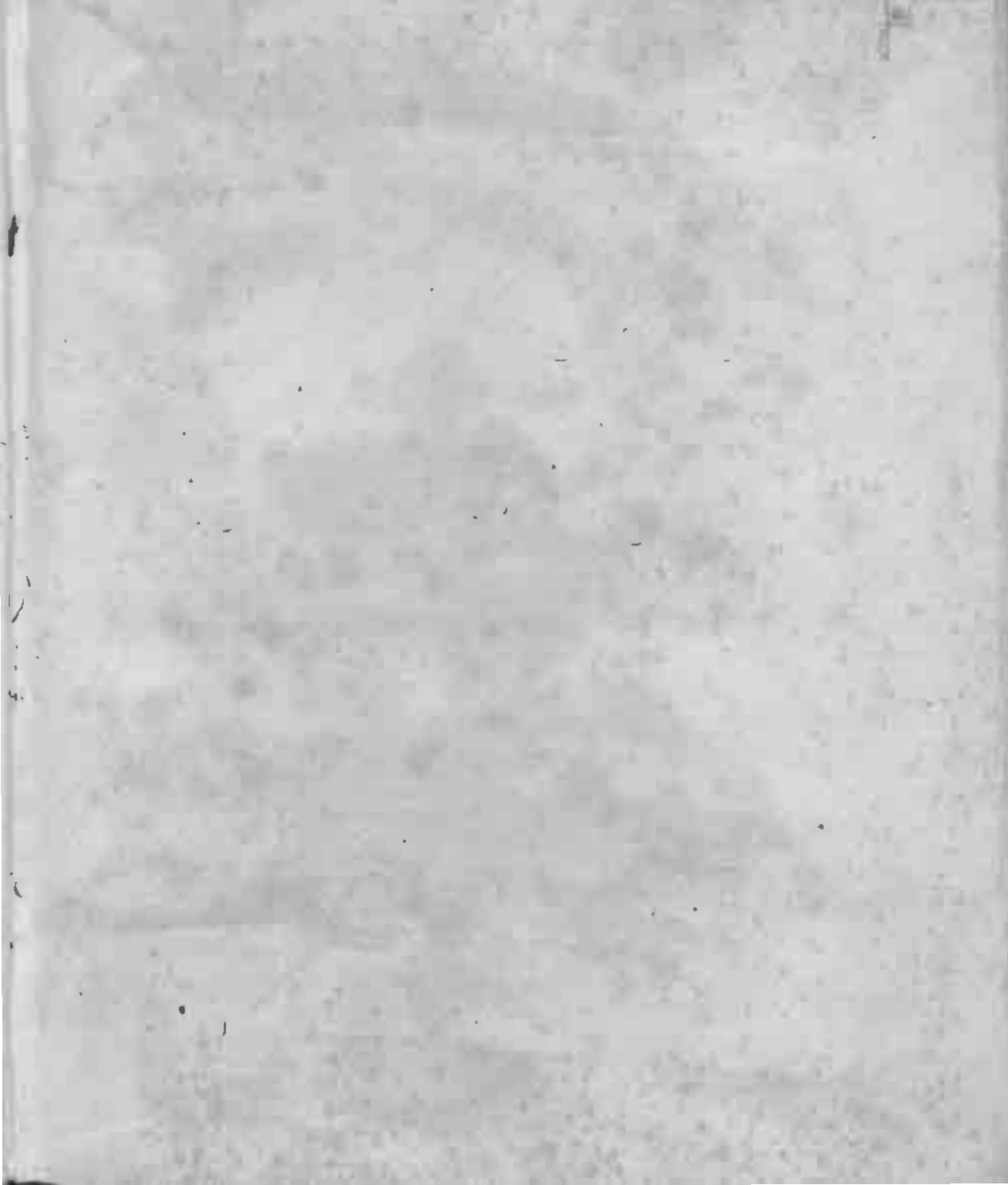
REDACTA

AD UNICAM LEGEM VIRIUM IN NATURA EXISTENTIUM

Vienna 1758









PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
THEORIA

REDACTA

AD UNICAM LEGEM VIRIUM
IN NATURA EXISTENTIUM.

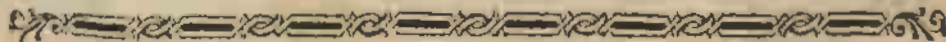
AUCTORE

P. ROGERIO JOSEPHO BOSCOVICH

SOCIETATIS JESU

PUBLICO MATHESIOS PROFESSORE
IN COLLEGIO ROMANO.

ANNO M. DCC. LVIII.



PROSTAT VIENNÆ AUSTRIÆ,
IN OFFICINA LIBRARIA KALIWODIANA.

Vigano' FA 7 B 331

CELSISSIMO,
 REVERENDISSIMO
 S. R. I. PRINCIPI
CHRISTOPHORO
 DEI, ET APOSTOLICÆ SEDIS GRATIA
 METROPOLEOS VIENNENSIS
ARCHI-EPISCOPO,
 CANONICO CAPITULARI
 CATHEDRALIUM ECCLESiarUM TRIDENTINÆ, ET BRIXIENSIS,
PRIORI
 AD SS. ÆGIDIUM, ET LEONARDUM,
 E COMITIBUS
 DE MIGAZZI, DE VAL, ET SONNENTHURN,
 SACRARUM CÆSAREARUM MAJESTATUM
 ACTUALI CONSILIARIO INTIMO,
 ROGERIUS JOSEPHUS BOSCOVICH SOC. JESU
 FELICITATEM.



*Abis veniam, PRINCEPS CELSISSIME, si forte
 inter assiduas sacri regiminis curas importunus
 interpellator advenio, & libellum TIBI offero mole
 tenuam, nec arcana Religionis mysteria, quam
 in isto tanto constitutus fastigio administras, sed
 Naturalis Philosophiæ principia continentem. Novi ego quidem,
 quam totus in eo sis, ut, quam geris, personam sustineas, ac vigi-
 lantissimi sacrorum Antistitis partes agas. Videt utique Imperialis*

hæc Aula, videt uniuersa Regalis Urbis. Et ingenti admiratione de-
fixa obstupescit, qua diligentia, quo labore tanti Sacerdotii manus
obire pergat. Vetus nimirum illud celeberrimum age, quod agis,
quod ab ipsa TIBI iuuentute, cum primum, ut TE Romæ dantem
operam studiis cognoscerem, mihi fors obtigit, altissime jam infederat
animo, id in omni reliquo amplissimorum munerum TIBI commissorum
cursum hæsit firmissime, atque id ipsum inprimis adjectum tam multis
Et doctibus, quas a Natura uberrime congestas habes, Et virtutibus,
quas tute diuturna TIBI exercitatione, atque assiduo labore compa-
raasti, sanctissime observatum inter tam varias forenses, Aulicas, Sa-
cerdotales occupationes, istos TIBI tam celeres dignitatum gradus
quodammodo veluti coacervavit, Et omnium una tam populorum,
quam Principum admirationem excitavit ubique, conciliavit amorem;
unde illud est factum, ut ab aliis alia TE, sublimiora semper, atque
honorificentiora munera quodammodo velut avulsam, atque abstra-
ctam rapuerint. Dum Romæ in celeberrimo illo, quod Auditorum
Rotæ appellant, collegio toti Christiano orbi jus diceres, accesserat
Hetrusca Imperialis Legatio apud Romanum Pontificem exercenda;
cum repente Mechliniensî Archi-Episcopo in amplissima illa administran-
da Ecclesia Adjutor datus, Et destinatus Successor, possessione præstan-
tissimi muneris vixdum capta, ad Hispanicum Regem ab Augustissima
Romanorum Imperatrice ad gravissima tractanda negotia Legatus ex-
missus, in quibus cum summa utriusque Aulæ approbatione ver-
satum per annos quinque ditissima Vacensis Ecclesia adeptus est; at-
que ibi dum post tantas Aularum strepitus ea, qua Christianum An-
tistitem docet, Et animi moderatione, Et demissione quadam, atque
in omne hominum genus charitate, Et singulari cura, ac diligentia
Religionem administras, Et factorum exerces curam; non ea tantum
urbis, atque ditio, sed uniuersum Hungariæ Regnum, quanquam ex-

torum hominem, non ut eivem suum tantummodo; sed ut Parentem
amantissimum habuit, quem adhuc ereptum sibi dolet, & angitur; dum
scilicet minore, quam unius anni intervallo ab Ipsa Augustissima Im-
peratrice ad Regalem hanc Urbem, tot Imperatorum sedem, ac Au-
striacæ Dominationis caput, dignum tantis dotibus explicandis thea-
trum, evocatum videt, atque in hac Celsissima Archi-Episcopali Sede,
accedente Romani Pontificis Auctoritate collocatum; in qua TU quidem
personam utilem, quam agit, diligentissime sustinens, totus es in gra-
vissimis Sacerdotii TUI expediendis negotiis, in iis omnibus, quæ ad
sacra pertinent, curandis vel per TE ipsum usque adeo, ut sæpe, ræ-
ro admodum per hæc nostra tempora exemplo, & publice operatum,
ac ipsa etiam Sacramenta administrantem videamus in templis, &
TUA ipsius voce populos e superiore loco docentem audiamus, atque
ad omne virtutum genus inflammantem.

Novi ego quidem hæc omnia; novi hanc indolem, hanc animi
constitutionem; nec sum tamen inde absterritus, ne inter gravissimas
istas TUAS Sacerdotales curas Philosophicæ hæc meditationes meas
TIBI sisterem, ac tantulæ libellum molis homini ad tantum culmen eve-
cto porrigerem, ac TUO vellem Nomine insignitum. Quod enim ad
primum pertinet caput, non Theologicæ tantum, sed Philosophicæ
etiam perquisitiones Christiano Antistite ego quidem dignissimas esse con-
seo, & universam Naturæ contemplationem omnino arbitror cum Sa-
cerdotii sanctitate penitus consentire. Mirum enim, quam bello ab
ipsa consideratione Naturæ ad carlestium rerum contemplationem dis-
ponitur animus, & ad ipsam Divinum tantæ molis conditorem assur-
git, infinitam ejus Potentiam, Sapientiam, Providentiam admiratur,
quæ erumpunt undique, & ubique se produunt.

Est autem & illud, quod ad supremi sacrorum Moderatoris cu-
ram pertinet providere, ne in prima ingeniiæ juventutis institutione,

quæ semper a naturalibus studiis exordium ducit, prava tenoris mentibus irrepant, ac pernicioſa principia, quæ ſenſim Religionem corrumpant, & vero etiam evertant penitus, ac eruant a fundamentis; quod quidem jam dudum triſti quodam Europæ fato paſſim evenire cernimus, glifcente in dies malo, ut fucatis quibusdam, proſecto pernicioſiſſimis, imbuti principis juvenes, tum demum ſibi ſapere videantur, cum & omnem animo religionem, & DEUM ipſum ſapientiſſimum Mundi Fabricatorem, atque Moderatorem ſibi mente excuſſerint. Quamobrem qui veluti ad tribunal tanti Sacerdotum Principis Univerſæ Phyſicæ Theoriam, & novam potiſſimum Theoriam ſiſtat, rem is quidem præſtet æquiſſimam, nec aliorum quidpiam ab ejus munere Sacerdotali offerat, ſed cum eodem apprime conſentient.

Nec vero exigua libelli moles deterrere me debuit, ne cum eo ad tantum Principem accederem. Eſt illic quidem ſatis tenuis libellus, ut non tenuem quoque rem continet. Argumentum pertrahat ſublime admodum & nobile, in quo illuſtrando omnem ego quidem induſtriam collocavi, ubi ſi quid præſtitero, ſi minus infeliciter me geſſero, nemo ſano me impudentiæ arguat, quaſi valem aliquam, & tanto indignam ſaſtigio rem offeram. Habetur in eo novum quoddam Univerſæ Naturalis Philoſophiæ genus a receptis huc uſque, uſitatisque plurimum diſcrepans, quanquam etiam ex illis, quæ maxime omnium per hæc tempora celebrantur, caſu quodam præcipua quæque mirum ſane in modum compaſta, atque inter ſe veluti coagmentata conjunguntur ibidem, uti ſunt ſimplicia atque inextenſa Leibnitianorum elementa, cum Newtoni viribus inducentibus in aliis diſtantiis acceſſum mutuam, in aliis mutuam reſiſſionem, quas vulgo attractiones & repulſiones appellant: caſu, inquam; neque enim ego conciliandi ſtudio hinc & inde decerpi quædam ad arbitrium ſelecta, quæ utrumque inter ſe componerem, atque compaginarem; ſed omni præjudicio ſepoſito, a principi

plis exorsus inconcussis, & vero etiam receptis commuiter, legitima
ratiocinatione usus, & continuo conclusionum nexu deveni ad legem vi-
rium in Natura existentium unicam, simplicem, continuam, quæ mihi
& constitutionem elementorum materiæ, & Mechanicæ leges, & ge-
nerales materiæ ipsius proprietates, & præcipua corporum discrimina
sua applicatione ita exhibuit, ut eadem in iis omnibus ubique se prodant
uniformis agendi ratio, non ex arbitrariis hypotheseibus, & scilicet com-
mentationibus, sed ex sola continua rationatione deducta. Ejus-
modi autem est omnis, ut eas ubique vel definiat, vel adumbrat combi-
nationes elementorum, quæ ad diversa præstanda phænomena sunt ad-
hibendæ, ad quas combinationes Conditoris supremi consilium, & im-
mensa Mentis Divinæ vis ubique requiritur, quæ infinitos casus per-
spiciat, & ad rem aptissimos seligat, ac in Naturam inducat.

Id mihi quidem argumentum est operis, in quo Theoriam meam
expono, comprobo, vindico; tum ad Mechanicam primum, deinde ad
Physicam applico, & uberrimos usus expono, ubi brevi quidem li-
bello, sed admodum diuturnarum annorum jam tredecim meditationes
complector meas, eo plerumque tantummodo rem deducens, ubi de-
num cum communibus Philosophorum consentio placitis; & ubi ea,
quæ habemus jam pro compertis, ex meis etiam deductionibus sponte
fluunt, quod usque adeo voluminis molem contraxit. Dederam ego
quidem dispersa Dissertationunculis variis Theoriæ meæ quædam velut
specimina, quæ inde & in Italia Professores publicos nonnullos adstipu-
latores esse nacta, & jam ad exterarum quoque gentes pervasit; sed ea nunc
primum tota in unum compacta, & vero etiam plusquam duplo aucta,
prodit in publicum, quem laborem postremo hoc mense, molestioribus
negotiiis, quæ me Viciniam adduxerant, & curis omnibus exolutus
suscepi, dum in Italiam rediturus opportunum itineri tempus inter
assiduas vias opperiri, sed omnem in eodem adornando, & ad com-

munem medlocerium etiam Philosophorum captum accommodando diligentiam adhibui.

Iude vero jam facile intelliges, cur ipsum laborem meum ad TE deferro, & TUO nuncupare Nomini non dubitaverim. Ratio ex illis, quæ proposui, est duplex: primo quidem ipsum argumenti genus, quod Christianum Antistitem non modo non dedecet, sed etiam apprime docet; tum ipsius argumenti vis atque dignitas, quæ nimirum confirmat & erigit nimium fortasse impares, sed quantum fieri per me potuit, intentos conatus meos; nam quidquid eo in genere meditando assequi possum, totum ibidem adhibui, ut idcirco nihil arbitrer a meâ tenuitate proferri te minus dignum, cui us aliquem offerrem laborum meorum fructum quantumcunque, exposcebat sane, ac ingenti clamore quodam efflagitabat tanta erga me humanitas TUA, qua jam olim immerentem complexus Romæ, hic etiam fovere pergis, nec in tanto dedignatus fastigio, omni benevolentia significatione prosequeris. Accedit autem & illud, quod in hisce terris vix adhuc nota, vel etiam ignota penitus Theoria mea Patrocinio indiget, quod, si TUO Nomine insignita prodeat in publicum, obtinebit sane validissimum, & securam vagabitur: TU enim illam, parente velut hic orbatam suo, in dies nimirum discessuro, & quodammodo veluti posthumam post ipsum ejus discessum typis impressam, & in publicum prodeuntem tueberis, fovebisque.

Hæc sunt, quæ meum TIBI consilium probent, PRINCEPS CELSISSIME: TU, qua soles humanitate auctorem excipere, opus excipe; & si forte adhuc consilium ipsum TIBI visum fuerit improbandum, animum saltem æquus respice obsequentissimum TIBI, ac devotissimum. Vale.

Datum Vienno in Collegio Academico Soc. JESU
Idibus Febr. CIO DCC LVIII

AD LECTOREM.

HAbes, amice Lector, Philosophiæ Naturalis Theoriam, ex unica lege virium deductam, quam & ubi jam olim adumbraverim, vel etiam ex parte explicaverim, & qua occasione nunc uberius pertractandam, atque augendam viam, susceperim, invenies in ipso primæ partis exordio. Libuit autem hoc opus dividere in partes tres, quarum prima continet explicationem Theoriæ ipsius, ac ejus analyticam deductionem, & vindicationem; secunda applicationem satis uberem ad Mechanicam; tertia applicationem ad Physicam.

Porro illud imprimis curandum duxi, ut omnia, quam liceret, dilucide exponerentur, nec sublimiore Geometria, aut Calculo indigerent. Et quidem in prima, ac tertiâ parte non tantum nullæ analyticæ, sed nec Geometricæ demonstrationes occurrunt, paucissimis quibusdam, quibus indigeo, rejectis in adnotatiunculas, quas in fine paginarum quarundam invenies. Quædam autem admodum pauca, quæ majorem Algebrae, & Geometriæ cognitionem requirebant, vel erant complicatiora aliquanto, & alibi a me jam edita, in fine operis apposui, quæ *Supplementorum* appellavi nomine, ubi & ea addidi, quæ sentio de spatio, ac tempore, Theoriæ meæ consentanea, ac edita iidem jam alibi. In secunda parte, ubi ad Mechanicam applicatur Theoria, a Geometricis, & aliquando etiam ab Algebraicis demonstrationibus abstinere omnino non potui; sed ex ejusmodi sint, ut vix unquam requirant aliud, quam Euclidem Geometriam, & primas Trigonometriæ notiones maxime simplices, ac simplicem algorithmum.

In prima quidem parte occurrunt Figure Geometricæ complures, quæ prima fronte videbantur etiam complicatæ rem ipsam intimius non perspiciant; verum eæ nihil aliud exhibent, nisi imaginem quandam rerum, quæ ipsis oculis per ejusmodi figuras sistuntur contemplandæ. Eiusmodi est ipsa illa curva, quæ legem virium exhibet. Invenio ego quidem inter omnia materiae puncta vim quandam moram, quæ a distantis pendet, & mutatis distantis muta-

b

tur

tur ita, ut in aliis attractiva in, in aliis repulsiva, sed certa quodam, & continua lege. Leges ejusmodi variationis linearum quantarum a se invicem pendentium, uti huc sunt distantia, & vis, exprimi possunt vel per analyticam formulam, vel per Geometricam curvam; sed illa prior expressio & multo plures cognitiones requirit ad Algebraem pertinentes, & imaginationem non ita adjuvat, ut hæc posterior, qua idcirco sumi usus in ipsa prima operis parte, rejecta in Supplementa formula analytica, que & curvam, & legem virium ab illa expressam exhibeat.

Porro huc res omnis reducitur. Habetur in recta indefinita, que axis dicitur, punctum quoddam, a quo abscissa ipsius recte segmenta referunt distantias. Curva linea protenditur secundum rectam ipsam, circa quam etiam serpit, & eandem in pluribus secat punctis: rectæ a sine segmentorum erectæ perpendiculariter usque ad curvam, expriment vires, que majores sunt, vel minores, prout ejusmodi rectæ sunt idem majores, vel minores; ac eadem ex attractivis migrant in repulsivas, vel vice versa, ubi illæ ipse perpendiculares rectæ directionem mutant, curva ab altera axis indeniiti plaga migrante ad alteram. Id quidem nullas requirit Geometricas demonstrationes, sed meram cognitionem vocum quorundam, que vel ad prima pertinent Geometriæ elementa, & notissima sunt, vel ibi explicantur, ubi adhibentur. Notissima autem etiam est significatio vocis *Asymptotus*, unde & crux asymptoticum curvæ appellatur: dicitur nimirum recta asymptotus cruris circuli ipsam curvæ, cum ipsa recta in infinitum producta, que ad curvilineum arcum productam itidem in infinitum semper accedit magis, ita, ut distantia minuat in infinitum, sed nusquam penitus evanescat, illis idcirco nunquam invicem convenientibus.

Consideratio porro attenta curvæ propositæ in Fig. 1, & rationis, qua per illam exprimitur nexus inter vires, & distantias, est unque admodum necessaria ad intelligendam Theoriam ipsam, cuius ea est præcipua quedam veluti clavis, sine qua omnino incassum tentarentur cetera; sed & ejusmodi est, ut citorum, & sine etiam mediocrium, immo etiam longe infra mediocritatem collocatorum, captum non excedat, potissimum si viva accedat Professoris vox medio-

diverſiter etiam veſtiti in Mechanica, ejuſ ope, pro certo habeo, rem ita patentem omnibus reddi poſſe, ut ii etiam, qui Geometrie penitus ignari ſunt, paucorum admodum explicatione vocabulorum accoſcente, eam ipſis oculis intueantur omnino perſpicuam.

In tertia parte ſupponuntur utique non nulla, quæ demonſtrantur in ſecunda, ſed ea ipſa ſunt admodum pauca; & iſ, qui Geometricas demonſtrationes fatidit, facile admodum exponi poſſunt res ipſæ ita, ut penitus etiam ſine ullo Geometrie adjumento percipiuntur, quanquam ſine iſ ipſa demonſtratio haberi non poterit; ut idcirco in eo diſferre debeat iſ, qui ſecundam partem attentè legerit, & Geometriam calleat, ab eo, qui eam omittat, quod ille primus veritates in tertia parte adhibitas, ac ex ſecunda eritas, ad explicationem Phyſicæ, intueatur per evidentiam ex ipſis demonſtrationibus hæcillam; hic ſecundus eaſdem quodammodo per fidem Geometricis adhibuit eredit. Huiusmodi imprimis eſt illud, particulam compoſitam ex punctis etiam homogeneis, præditiſ lege virium propoſita, poſſe per ſolam diverſam ipſarum punctarum diſpoſitionem aliam particulam per certum intervallum vel perpetuo attrahere, vel perpetuo repellere, vel nihil in eam agere, atque id ipſam viribus admodum diverſis, & quæ reſpectu diverſarum particularum diverſe ſunt, & diverſe reſpectu partium diverſarum ejuſdem particulæ, ac aliam particulam alicubi etiam urgeant in laeſ, unde plurimum phænomenorum explicatio in Phyſicæ ſparte fuit.

Verum qui omnem Theoriæ, & Deductionum compagem aliquanto altius inſpexerit, ac diligentius perpenderit, videbit, ut ſpero, me in hoc perquiſitionis genere multo ulterius progreſſum eſſe, quam olim Newtonus ipſe deſideraverit. Iſ enim in poſtrema Opticæ quaſtione prolatis iſ, quæ per vim attractivam, & vim repulſivam, mutata diſtantiâ ipſi attractivæ ſuccedentem, explicari poterant, hæc addidit: „ Atque hæc quidem omnia ſi ea ſunt, cum Natura univerſa
„ valde erit ſimplex, & conſimilis ſui, perficiens nimirum magnos
„ omnes corporum caeleſtium motus attractione gravitatis, quæ eſt
„ mutua inter corpora illa omnia; & minores fere omnes particu-
„ larum ſuarum motus aliâ aliqua vi attrahente, & repellente, quæ
„ eſt inter particulas illas minutæ. „ Aliquanto autem inferius de

primigeniis particulis agens sic habet: „ Porro videtur mihi hæc par-
„ ticula primigeniæ non modo in se vim inertiam habere, motusque
„ leges passivas illas, quæ ex vi ista necessario oriuntur; verum etiam
„ motum perpetuo accipere a certis principiis actiuosis, qualia nimi-
„ rum sunt gravitas, & causa fermentationis, & coherentia cor-
„ porum. Atque hæc quidem principia considero non ut occultas
„ qualitates, quæ ex specificis rerum formis oriri fingantur, sed ut
„ universales Nature leges, quibus res ipsæ sint formatae. Nam
„ principia quidem talia revera existere ostendunt phenomena Na-
„ ture, licet ipsorum causæ quæ sunt, nondum fuerit explicatum.
„ Affirmare, singulas rerum species specificis præditas esse qualita-
„ tibus occultis, per quas ex vim certam in agendo habeant, hoc
„ utique est nihil dicere; ac ex phaenomenis Nature duo, vel tria
„ derivare generalia motus principia, & deinde explicare, quemad-
„ modum proprietates, & actiones rerum corporearum omnium ex
„ istis principiis consequantur, id vero magnus esset factus in Phi-
„ losophia progressus, etiam si principiorum istorum causæ nondum
„ essent cognitæ. Quare motus principia supradicta proponere non
„ dubito, cum per Naturam universam latissime pateant.

Hæc ita Newtonus, ubi is quidem magnos in Philosophia
progressus facturum arbitratus est eum, qui ad duo, vel tria gene-
ralia motus principia ex Nature phaenomenis derivata phaenomeno-
rum explicationem reducerit, & sua principia protulit, ex quibus
inter se diversis eorum aliqua tantummodo explicari posse censuit.
Quid igitur, ubi & ea ipsa tria, & alia præcipua quæque, ut ipsa
etiam impenetrabilitas, & impulsio reducantur ad principium uni-
cum legitima ratiocinatione deductum? At id per meam unicam,
& simplicem virtutem legem præstari, patet sine consideranti ope-
ris totius Synopsin quandam, quam hic subijcio; sed multo
magis opus ipsum diligentius
pervolventi.

SYNOPSIS TOTIUS OPERIS.

PARS I.

Primis septem Numeris exhibeo, quando, & qua occasione Theoriam meam invenerim, ac utri hincque de ea egerim in Dissertationibus jam editis; quid ea commune habeat cum Leibnitiana, quid cum Newtoniana Theoria; in quo ab utraque discrepet, & vero etiam utraque praestet: addo, quod alibi promiserim pertinens ad æquilibrium, & oscillationis centrum, & quemadmodum us nunc invenis, ac ex unico simplicissimo, ac elegantissimo theoremate profluentibus omnino sponte, cum dissertatiunculum brevem meditaret, jam eo consilio rem aggressus; repente mihi in opus integrum justæ molis evaserit tractatio.

Tum usque ad Num. 11 expono Theoriam ipsam: materiam constantem punctis prorsus simplicibus, indivisibilibus, & inextensis, ac a se invicem distantibus, quæ puncta habeant singula vim inertiae, & præterea vim activam mutuum pendentem a distantia, ut nimirum data distantia detur & magnitudo, & directio vis ipsius, mutua autem distantia, mutatur vis ipsa, quæ imminuta distantia in infinitum fit repulsiva, & quidem excrecens in infinitum; aucta autem distantia minuat, evanescat, mutetur in attractivam crescentem primo, tum decrecentem, evanescentem, absentem iterum in repulsivam, idque per multas vices, donec demum in majoribus distantia abeat in attractivam decrecentem ad sensum in ratione reciproca duplicata distantiarum; quem nexum virium cum distantia, & vero etiam earum transitum a positivis ad negatives, sive a repulsivis ad attractivas, vel vice versa, oculis ipsis propono in vi, quæ binæ elatri cuspides conantur ad se invicem accedere, vel a se invicem recedere, prout sum plus justo distractæ, vel contractæ.

Inde ad Num. 16 ostendo, quo pacto id non sit aggregatum quoddam virium tenere coalescentium, sed per unicam curvam continuum exponatur ope abscissarum experimentium distantias, & ordinatarum experimentium vires, cujus curvæ ductum, & naturam expono, ac ostendo, in quo differat ab hyperbola illa gradus tertii, quæ Newtonianam gravitatem

exprimit: ac demum ibidem & argumentum, & divisionem propono operis totius.

Hisce expositis gradum facio ad exponendam totam illam analytice, qua ego ad ejusmodi Theoreticam deveni, & ex qua ipsam arbitror directis, & solidissima ratiocinatione deduxi totam. Contendo nimirum usque ad Numerum 20 illud, in collisione corporum debere vel fieri compenetrationem, vel violari legem continuitatis, velocitate mutua per saltum, si cum inaequalibus velocitatibus deveniat ad immediatum contactum, quae continuitatis lex cum (ut evinco) debeat omnino observari, illud invero, antequam ad contactum deveniant corpora, debere mutari eorum velocitates per vim quandam, quae sit per extinguendam velocitatem, vel velocitatum differentiam, cujus utrinque magnae.

A Num. 19 ad 28 expendo effugium, quo ad eludendam argumenti mei vim utuntur ii, qui negant corpora dura, qua quidem dispositione uti non possunt Newtonianam, & Corpusculares generaliter, qui elementares corporum particulas affirmant prorsus duras; qui autem omnes utrinque parvas corporum particulas molles admittunt, vel elasticas, difficultatem non effugiunt, sed transferunt ad primas superficies, vel puncta, in quibus committeretur omnino saltus, & lex continuitatis violaretur; ubi quendam verborum lusum evolvō, frustra adhibitam ad eludendam argumenti mei vim.

Sequentibus Num. 28 & 29 binas alias responsiones rejicio aliorum, quarum altera, ut mei argumenti vis elidatur, affirmat quospiam, prima materiae elementa componetari; altera dicuntur materiae particulae adhuc moveri ad se invicem, ubi localiter omnino quiescunt: & contra primum effugium evinco impenetrabilitatem ex inductione; contra secundum expono equivocationem quendam in significatione vocis *motus*, cui equivocationi totum imidear.

Hinc Num. 30 & 31 ostendo, in quo a Mac-Laurino dissentiam, qui considerata eadem, quam ego contemplatus sum, collisione corporum, conclusit, continuitatis legem violari; cum ego eandem illaesam esse debere ratus ad eam devenerim Theoreticam meam.

Hic igitur, ut meae deductionis vim exponam, in ipsam continuitatis legem inquirō, ac a Num. 32 ad 38 expono, quid ipsa sit, quid mutatio continua per gradus omnes intermedios, quae nimirum excludat omnem

omnem saltum ab una magnitudine ad aliam sine transitu per intermedias, ac Geometriam etiam ad explicationem rei in subsidium advoco; tum eam probo primum ex inductione, ac in ipsum inductionis principium inquirens usque ad Num. 43, exhibeo, unde habetur ejusdem principii, ac ubi ad adhiberi possit, rem ipsum illustrans exemplo impenetrabilitatis cruce passim per inductionem, donec demum ejus vim applicem ad legem continuitatis demonstrandam: ac sequentibus binis Numeris casus evolvo quosdam binarum classium, in quibus continuitatis lex videtur laedi, nec tamen laeditur.

Post probationem principii continuitatis petitam ab inductione, etiam Num. 46 ejus probationem aggredior Metaphysicam quandam, ex necessitate utriusque limitis in quantitatibus realibus, vel seriebus quantitarum realium finitis, quae nimirum nec suo principio, nec suo fine carere possunt. Ejus rationis vim ostendo in motu locali, & in Geometria sequentibus duobus Numeris; tum Num. 63 expono difficultatem quandam, quae petitur ex eo, quod in momento temporis, in quo transitur a non esse ad esse, videatur juxta ejusmodi Theoriam debere simul haberi ipsum esse & non esse, quorum alterum ad finem precedentis seriei statim pertinet, alterum ad sequentis initium, ac solutionem ipsius suscevo, Geometria etiam ad rem oculis ipsi sistendam vocata in auxilium.

Ipsi Num. 63, post epilogum eorum omnium, quae de lege continuitatis sunt dicta, id principium applico ad excludendum saltum immediatum ab una velocitate ad aliam, sine transitu per intermedias, quod & inductionem laederet pro continuitate amplissimam, & induceret pro ipso momento temporis, in quo fieret saltus, binas velocitates, ultimam nimirum seriei precedentis, & primam novae, cum tamen duas simul velocitates idem mobile habere omnino non possit. Id autem ut illustrem, & evincam, usque ad Num. 72 considero velocitatem ipsam, ubi potentiam quandam, ut appello, velocitatem ab actuali fecerim, & motum, quae ad ipsarum naturam, ac mutationes pertinent, diligenter evolvo, non nullis etiam, quae inde contra meae Theoriae probationem objici possunt, dissolvam.

His expositis concludo jam illud ex ipsa continuitate, ubi corpus quodpiam velocius movetur post aliud lentius, ad contactum immediatum cum illa velocitatum inequalityte deveniri non posse, in quo scilicet con-

ca-

inæta primo mutaretur vel utriusque velocitas, vel alterius, per saltum; sed debere mutationem velocitatis incipere ante contactum ipsam. Hinc Num. 73 infero, debere haberi mutationis causam, que nimirum appellatur vis; tum Num. 74 hanc vim debere esse mutuam, & agere in partes contrarias, quod per inductionem evinco; & inde infero Num. 75, debere esse repulsivam ejusmodi vim mutuam, ac ejus legem exquirendam propono. In ejusmodi autem perquisitione usque ad Num. 80 inventio illud, debere vim ipsam imminutis distantis crescere in infinitum ita, ut par sit extinguenda velocitati utcumque magne; tum & illud, imminutionem in infinitum etiam distantis, debere in infinitum augeri, in maximis autem debere esse e contratio attractivam, uti est gravitas: inde vero colligo limitem inter attractionem, & repulsionem; tum sensim plures, ac etiam plurimos ejusmodi limites invenio, sive transitus ab attractione ad repulsionem, & vice versa, ac formam totius curvæ per ordinatas suas experimentis virium legem determino.

Eo usque virium legem deduco, ac definio; tum Num. 81 eruo ex ipsa lege constitutionem elementorum materie, que debent esse simplicia, ob repulsionem in minimis distantis in immentem auctam; nam ea, si forte ipsa elementa partibus constarent, nexum omnem dissolveret. Usque ad Num. 87 inquirō in illud, an hæc elementa, ut simplicia esse debent, ita etiam inextensa esse debeant; ac exposita illa, quam virtuales extensionem appellam, eandem excludo inductionis principio, & difficultatem evolvo tum eam, que peti possit ab exemplo ejus generis extensionis, quam in animis indivisibili, & simplice per aliquam corporis partem divisibilem, & extensam passim admittunt; vel omnipotentie DEI tum eam, que peti possit ab analogia cum quære, in qua nimirum conjungi debeat unicum spatii punctum cum serie continua momentorum temporis; uti in extensione virtuali unicum momentum temporis cum serie continua punctorum spatii conjungerent; ubi ostendo, nec quietem omnimodam in Natura haberi usquam, nec adesse semper omnimodam inter tempus, & spatium analogiam. Hic autem ingentem colligo ejusmodi determinationis fructum, ostendens usque ad Num. 90, quantum profit simplicitas, indivisibilitas, inextensio elementorum materie, ob submotum transitum a vacuo continuo per saltum ad materiam continuam, ac ob sublatum limitem densitatis, que in ejusmodi Theoria ut minui in infinitum potest, ita potest in

infinitam etiam augeri, dum in communi, ubi ad contactum deventum est, augeri ultra densitas nequaquam potest; potissimum vero ob sublatum omne continuum coexistens, quo sublato & gravissime difficultates plurimæ evanescent, & infinitum actu existens habetur nullum, sed in possibilibus tantummodo remanet series finitorum in infinitum producta.

His definitis, inquirō usque ad Num. 99 in illad, an ejusmodi elementa sint censenda homogenea, an heterogena; ac primo quidem argumentum pro homogeneitate saltem in eo, quod pertinet ad totam virium legem, invenio in homogeneitate tanta primi cruris repulsivi in omnia distantis, ex quo pendet impenetrabilitas, & postremi attractivi, quo gravitas exhibetur, in quibus omnis materia est penitus homogenea. Ostendo autem, nihil contra ejusmodi homogeneitatem evinci ex principio Leibnitiano indiscernitium, nihil ex inductione; & ostendo, unde tantum proveniat discrimen in compositis massulis, ut in frondibus, & foliis; ac per inductionem, & analogiam demonstro, naturam nos ad homogeneitatem elementorum, non ad heterogeneitatem deducere.

Ea ad probationem Theoriae pertinent; qua absoluta, antequam inde fructus colligantur multiplices, gradum hic facio ad evolvendas difficultates, quæ vel objectivæ jam sunt, vel objici posse videntur mihi; primo quidem contra vires in genere; tum contra meam hanc expositam, comprobantque virium legem, ac denique contra puncta illa indivisibilia, & inextensa, quæ ex ipsa ejusmodi virium lege deducuntur.

Primo quidem, ut his etiam faciam satis, qui inani vocabulorum quotundam sono perturbantur, a Num. 100 ad 103 ostendo, vires hæc non esse quoddam occultatum qualitativum genus, sed parentem sane Mechanicum, cum & idea earum sit admodum distincta, & existens, ac lex positive comprobata; ad Mechanicam vero pertineat omnis tractatio de Motibus, qui a datis viribus etiam sine immediato impulsu oriuntur. A Num. 103 ad 105 ostendo, nullam committi saltum in transitu a repulsionibus ad attractiones, & vice versa, cum nimirum per omnes intermedias quantitates is transitus fiat. Inde vero ad objectiones gradum facio, quæ tonum curvæ formam impetunt. Ostendo nimirum usque ad Num. 120, non posse omnes repulsiones a minore attractione desumi; repulsionem ejusdem esse seriei cum attractionibus, a quibus differant tantummodo ut minus a majore, sive ut negativum a positivo; ex ipsa curva-
rum

rum natura, quæ, quo altioris sunt gradus, eo in pluribus punctis rectam secare possunt, & eo in immensum plures sunt numero; haberi potius, ubi curva queritur, quæ vires exprimat, indicium pro curva ejus nature, ut rectam in plurimis punctis secet, adeoque plurimum secum afferat vicium transitus a repulsivis ad attractivas, quam pro curva, quæ nusquam axem secans attractiones solas, vel solas pro distantis omnibus repulsionem exhibeat: sed vires repulsivas, & multiplicatam transivum esse positive probatam, & deductam totam curvæ formam, quam inidem ostendo, non esse ex arcubus natura diversis remere coalescentem, sed omnino simplicem, & que eam ipsam simplicitatem in Supplementis evidentissime demonstro, exhibens methodum, quæ deveniri possit ad æquationem ejusmodi curvæ simplicem, & uniformem, licet, ut hic ostendo, ipsa illa lex virtutum possit mente resolvi in plures, quæ per plures curvas exponantur, a quibus tamen omnibus illa respice unica lex, per unicam illam continuam, & in se simplicem curvam componatur.

A Num. 120 refello, quæ obijci possunt a lege gravitatis decre-scentis in ratione reciproca duplicata distantiarum, quæ nimirum in minimis distantis attractionem requirit crescentem in infinitum. Ostendo autem, ipsam non esse usquam accurate in ejusmodi ratione, nisi imaginarias resolutiones exhibeamus; nec vero ex Astronomia deduci ejusmodi legem profus accurate servatam in ipsis Planetarum, & Cometarum distantis, sed ad summum ita proxime, ut differentia ab ea lege sit perquam exigua: ac a Num. 123 expendo argumentum, quod pro ejusmodi lege desumi possit ex eo, quod curviam visa sit omnium optima, & ideo electa ab Authore Nature, ubi ipsum Optimismi principium ad totam revoco, ac excludo, & vero illud etiam evinco, non esse, cur omnium optima ejusmodi lex censetur: in Supplementis vero ostendo, ad quæ potius absurda deducat ejusmodi lex, & vero etiam leges aliæ plures attractionis, quæ imminutis in infinitum distantis excrescat in infinitum.

Num. 130 a viribus transeo ad elementa, & primum ostendo, cur punctorum inextensorum ideam non habeamus, quod nimirum eam haurire non possumus per sensus, quos solæ malle, & quidem grandiores, afficiunt, atque ideo eandem nos ipsi debemus per reflexionem efformare, quod quidem facile possumus. Ceterum illud ostendo, me non inducere primum in Physicam puncta indivisibilia, & inextensa, cum

eo etiam Leibnitianæ monades recidunt, sed sublevis extensione continua difficultatem auferre illam omnem, quæ jam olim contra Zenonicos objecta, nunquam est satis soluta, quæ sit, ut extensio continua ab inextensis effici omnino non possit.

Num. 139 ostendo, inductionis principium contra ipsa nullam habere vim, ipsorum autem existentiam vel inde probari, quod continuitas se se ipsam destruit, & ex ea assumpta probetur argumentis a me institutis hoc ipsam, prima elementa esse indivisibilia, & inextensa, nec ullum haberi extensum continuum. A Num. 141 ostendo, ubi continuitatem admittam, nimirum in solis motibus; ac illud explico, quid mihi sit spatium, quid tempus, quorum naturam in Supplementis multo uberius expono. Porro continuitatem ipsam ostendo a natura in solis motibus obtineri accurate, in reliquis affectari quodammodo; ubi & exempla quedam evolvo continuitatis primo aspectu violatæ, in quibusdam proprietatibus luminis, ac in aliis quibusdam casibus, in quibus quedam crescunt per additionem partium, non (ut ajunt) per interruptionem.

A Num. 152 ostendo, quantum hæc mea puncta a spiritibus differant; ac illud etiam evolvo, unde fiat, ut in ipsa idea corporis videatur includi extensio continua, ubi in ipsam idearum nostratarum originem inquirō, & quæ inde præjudicia profluant, expono. Postremo autem loco Num. 164 inno, qui fieri possit, ut puncta inextensa, & a se invicem distantia, in massam coalescant, quantum liber, cohaerentem, & his proprietatibus præditam, quas in corporibus experimur, quod tamen ad tertiam partem pertinet, ibi multo uberius pertractandum: ac ibi quidem primam hanc partem absolvo.

PARS II.

NUM. 165 hujus partis argumentum propono; sequenti vero 166, quæ potissimum in curva virium consideranda sint, enuncio. Eorum considerationem aggressus, primo quidem usque ad Num. 171 in ipsos arcus inquirō, quorum alii attractivi, alii repulsivi, alii asymptotici, ubi casum occurrit miræ multitudo, & in quibusdam consecutaria notam digna, ut & illud, cum ejus formæ curva plurimum asymptototarum esse possit, Mundorum prorsus simillimum fieri posse oriri, quorum alter respectu

aliterius vires agit unitas, & indissolubilis elementis. Ad Num. 175 arcus
contemplor arcibus clausis, quæ, respondentes segmento axis cuiusque,
esse possunt magnitudine utrunque magnæ vel parvæ, sunt autem inen-
sura incrementi, vel decrementi quadrati velocitatum. Ad Num. 187
iniquo in appulsus curvæ ad axem, sive is sibi facerit ab eadem (quo
caso habentur transitus vel a repulsione ad attractionem, vel ab attractio-
ne ad repulsionem, quos dico limites, & quorum maximus est in tota mea
Theoria usus); sive tangatur, & curva retro redeat; ubi etiam pro ap-
pulsibus considero recessus in infinitum per arcus asymptoticos, & qui
transiunt, sive limites, oriuntur inde, vel in Natura admitti possint, evolvo.

Num. 188 a consideratione curvæ ad punctorum combinationem
gradum facio, ac primo quidem usque ad Num. 202 ago de systemate
duorum punctorum, ea pertractans, quæ pertinent ad eorum vires mu-
tuas, & motus, sive sibi relinquuntur, sive projiciantur utrunque; ubi
& conjunctione ipsorum expositis in distantis limitum, & oscillationibus
variis, sive nullam externam punctorum aliorum actionem sentiant, sive
perturbentur ab eadem, illud inuao in antecessum, quanto id usque futurum
sit in parte tertia ad exponenda cohesions varia genera, fermentationes,
conflagrationes, emissiones vaporum; proprietates luminis, elasticitatem,
mollitiem.

Succedit a Num. 203 ad 236 multo uberior consideratio trium
punctorum, quorum vires generaliter facile definiuntur data ipsorum po-
sitione quæcunque; verum utrunque data positione, & celeritate, nondum
a Geometris inventi sum motus ita, ut generaliter pro casibus omnibus
absolvi calculus possit. Vires igitur, & variationem ingentem, quam
diversæ pariunt combinationes punctorum, ut ut tantummodo numero
trium, persequor usque ad Num. 208. Hinc usque ad Num. 212 quæ-
dam evolvo, quæ pertinent ad vires ortas in singulis ex actione compo-
site reliquorum duorum, & quæ tertium punctum non ad recessum ur-
geant, vel recessum tantummodo respectu eorundem, sed & in laus; ubi
& soliditatis imago proflit, & ingens sine discrimen in distantis particu-
larum perquam exiguis, ac summa in maximis, in quibus gravitas agit,
conformitas, quod quanto itidem ad Naturæ explicationem futurum sit
usui, significo. Usque ad Num. 218 ipsis etiam oculis contemplandam
propono ingens discrimen in legibus virium, quibus bina puncta agunt

in tertium, sive id placeat in recta, qua junguntur, sive in recta ipsi perpendiculari, & eorum intervallum secante bifariam, constructis ex data primigenia curva curvis vires compositis exhibentibus; um sequentibus binis numeris casum evolvo novum dignissimum, in quo mutata sola positione binorum punctorum, punctum tertium per idem quoddam intervallum, sicut in eadem distantia a medio eorum intervallo, vel perpetuo attrahitur, vel perpetuo repellitur, vel nec attrahitur, nec repellitur; cujusmodi discrimen cum in massis haberi debeat multo majus, illud indico Num. 221, quantum inde hinc in Physicam vias proveniat.

Hic jam Num. 221 a viribus binorum punctorum transeo ad considerandum totum ipsorum systema, & usque ad Num. 227 contempler tria puncta in directum sim, ex quorum mutuis viribus relationes quaedam exurgunt, quae multo generaliores redduntur inferius, ubi in tribus etiam punctis tantummodo adumbrantur, quae pertinent ad virgas rigidas, flexiles, elasticas, ac ad vectem, & ad alia plura, quae tandem inferius, ubi de massis, multo generaliora sunt. Demum usque ad Num. 235 contempler tria puncta posita non in directum, sive in equilibrio sim, sive in perimetro ellipsium quarundam, vel curvarum aliarum, in quibus mira occurrit analogia limitum quorundam cum limitibus, quos habent linea puncta in axe curvae primigeniae ad se invicem, atque ibidem multo major variens casuum indicatur per massas, & specimen applicationis exhibetur ad soliditatem, & liquationem per colorem intestinum motum punctis impressum. Sequentibus autem binis Numeris generalia quaedam expono de systemate punctorum quatuor cum applicatione ad virgas solidas, rigidas, flexiles, ac ordines particularum varios exhibeo per pyramides, quarum infimae ex punctis quatuor, superiores ex quatuor pyramidibus singulis constent.

A Num. 239 ad massas gradu facto usque ad Num. 262 considero, quae ad centrum gravitatis pertinent, ac demonstratio generaliter, in quavis massa esse aliquod, & esse unicum; ostendo, quo pacto determinari generaliter possit; & quid in methodo, quae communiter adhibetur, desit ad habendam demonstrationis vim, luculenter expono, & suppleo, ac exemplum profero quoddam ejusdem generis, quod ad numerorum pertinet multiplicationem, & ad virium compositionem per parallelogramma, quam alia methodo generaliore exhibeo analogi illi ipsi, qui gene-

raliter in centrum gravitatis inquirō: tum vero ejusdem ope demonstro
admodum expedite, & accuratissime celebre illud Newtoni theorema de
flatu centri gravitatis per mutuas internas vires nunquam turbato.

Ejus tractationis fructus colligo plures; conservationem ejusdem
quantitatis motus in Mundo in eandem plagam Num. 263; æqualitatem
actionis, & reactionis in massis Num. 264; collisionem corporum, &
communicationem motus in congressibus directis cum eorum legibus inde
ad Num. 274; congressus obliquos, quorum Theoriam a resolutione
motuum reduco ad compositionem, inde usque ad Num. 276, quod
sequenti Numero 277 transféro ad incursum etiam in planum immobile;
ac a Num. 278 ad 287 ostendo, nullam haberi in Natura veram virium,
aut motuum resolutionem, sed imaginariam tantummodo, ubi omnia evolvo,
& explico casuum genera, quæ primæ fronte virium resolutionem
requirere videntur.

A Num. 288. ad 294 leges expono compositionis virium, &
resolutionis, ubi & illud notissimum, quo pacto in compositione decre-
scat vis, in resolutione crescat, sed in illa priore conspirantium summa
semper maneat, contrariis elisis; in hac posteriore concipiuntur tantum-
modo hinc vires contrariæ adjectæ, quæ consideratio nihil turbet phæ-
nomena; unde fit, ut nihil inde pro virium vivarum Theoria deduci
possit, cum sine his explicentur omnia, ubi plura ibidem explico ex his
phænomenis, quæ pro ipsis viribus vivis afferri solent.

A Num. 295 occasione inde arrepta aggredior quædam, quæ ad
leges continuitatis pertinent, ubique in moribus sancte servatam, ac osten-
dendo illud, idcirco in collisionibus corporum, ac in motu reflexo, leges
vulgo definitas, non nisi proxime tantummodo observari; & usque ad
Num. 305 relationes varias persequor angulorum incidentiæ, & reflexio-
nis, siue vires constanter in accessu attrahant, vel repellant constanter,
siue jam attrahant, jam repellant: ubi & illud considero, quid occidat, si
solidities superficiæ agentis exigua sit, quid, si ingens; ac elementa profe-
ro, quæ ad luminis reflexionem, & refractionem explicandam, definien-
damque ex Mechanica requiruntur; relationum hinc vis absoluta ad re-
lativam in obliquo gravium descensu, & non nulla, quæ ad oscillationum
accuratorem Theoriam necessaria sunt, prorsus elementaria, diligenter
expono.

A Num. 306 inquirō in triū massarū systema, ubi usque ad Num. 311 theorematā evolvo plura, quæ pertinent ad directionem virium in singulis compositarum & binis reliquarū actionibus; ut illud, eas directiones vel esse inter se parallelas, vel, si utrinque indefinite producantur, per quoddam commune punctum transire omnes: tum usque ad 319 theorematā alia plura, quæ pertinent ad earundem compositarū viriū rationem ad se invicem, ut illud & simplex, & elegans, binarū massarū vires acceleratrices esse semper in ratione compositæ ex tribus reciprocis rationibus, distantia ipsarū a massa terræ, sinus anguli, quem singularū directio continet cum sua ejusmodi distantia, & massæ ipsius eam habentis compositam vim, ad distantiam, sinum, massam alteram; vires autem motrices habere tantummodo priores rationes duas esse tertiam.

Eorū theorematū fructū colligo deducens inde usque ad Num. 326, quæ ad æquilibrium pertinent divergentium utrunque viriū, & ipsius æquilibrii centrum, ac nūm centri in fulcrum, & quæ ad præponderantiam; Theoriā extendens ad casum etiam, quo massæ non in se invicem agant mutuo immediate, sed per intermediās alias, quæ nexum conciliant, & virgarū vectentium suppleant vires; ac ad massas etiam quæcumque, quarū singulas cum centro conversionis, & aliā quavis assumptā massā connexas concipio, unde principium momenti deduco pro machinis omnibus; tum omnium vectiū genera evolvo, ut & illud, facta suspensione per centrum gravitatis haberi æquilibrium, sed in ipso centro debere sentiri vim a fulcro, vel sustinente puncto, æqualem summe ponderum totius systematis; unde demum patet ejus ratio, quod passim sine demonstratione assumitur, nimirum systemate quiescente, & impedito omni partium motu per æquilibrium, totam massam concipi posse ut in centro gravitatis collectam.

A Num. 327 ad 341 deduco ex iisdem theorematibus, quæ pertinent ad centrum oscillationis quocumque massarū, sive sint in eadem recta, sive in plano perpendiculari ad axem rotationis ubiqueque, quæ Theoriā per systema 4 massarū, excolendum aliquanto diligentius, uberius promoveri deberet & extendi ad generalem habendum solidorum nexum; quæ res indicata, centrum istud percussionis inde evolvo, & ejus analogiam cum centro oscillationis exhibeo.

Col.

Collecto ejusmodi tractu ex theorematibus pertinentibus ad massas tres, inno Num. 345, quæ mihi communia sūt cum ceteris omnibus, & cum Newtonianis potissimum, pertinentia ad summas vires, quas habet punctum, vel massa attracta, vel repulsa a punctis singulis alterius massæ; tum a Num. 347 ad finem hujus partis, sive ad Num. 357, expono quædam, quæ pertinent ad fluidorum Theoriam, & primo quidam ad pressionem, uti illud inno demonstratum a Newtono, si compressio fluidi sit proportionalis vi comprimentis, vires repulsivas punctorum esse in ratione reciproca distantiarum, ac vice versa; ostendo autem illud, si eadem vis sit insensibilis, rem, præter alias curvas, exponi posse per Logisticam, & in fluidis gravitate nostra terrestri prædictis pressionem haberi debere ut altitudines; dein de vero utroque illa etiam, quæ pertinent ad velocitatem fluidi erumpentis e vase, & expono, quid requiratur, ut ea sit æqualis velocitati, quæ acquireretur cadendo per altitudinem ipsam, quemadmodum videtur res obtingere in aque effluxu; quibus partim expolitis, partim indicatis, hanc secundam partem concludo.

PARS III.

Num. 357 propono argumentum hujus tertie partis, in qua omnes e Theoria mea generales materie proprietates deduco, & particularis plerasque: tum usque ad Num. 365 ago aliquanto subtilius de impenetrabilitate, quam duplicis generis agnosco in meis punctorum inextensorum massis, ubi etiam de ea apparenti quadam compenetratione ago, ac de luminis transitu per substantias intimas sine vera compenetratione, & miris quædam phenomena huc pertinentia explico admodum expedite. Inde ad Num. 369 de extensione ago, quæ mihi quidem in materia, & corporibus non est continua, sed adhuc eadem præbet phenomenæ sensibus, ac in communi sententia; ubi etiam de Geometria ago, quæ vim suam in mea Theoria retinet omnem: tum ad Num. 377 figurabilitatem persequor, ac molem, massam, densitatem singillatim, in quibus omnibus sunt quædam Theoriæ meæ propria scitu non indigna. De Mobilitate, & Motuum Continuitate, usque ad Num. 383 notam dignam continentur; tum usque ad Num. 385 ago de æqualitate actionis, & reactionis, ejus confectaria vires ipsas, quibus Theoria mea innitur, mirum in
mo-

modum confirmant. Succedit usque ad Num. 392 divisibilitas, quam ego ita admitto, ut quævis massa existens numerum punctorum realium habeat finem tantummodo, sed qui in data quævis mole possit esse utcumque magnus; quomohrem divisibilitati in infinitum vulgo admittæ substituo componibilitatem in infinitum, ipsi, quod ad naturæ phænomena explicanda pertinet, prorsus æquivalentem. His evolutis addo immutabilitatem primorum materiæ elementorum, quæ cum mihi sint simplicia prorsus, & inextensa, sunt utique immutabilia, & ad exhibendam perennem phænomenorum seriem optissima.

A Num. 394 ad 400 gravitatem deduco ex meæ virium Theoria, tanquam ramum quendam e communi trunco, ubi & illud expono, qui fieri possit, ut Fixæ in unam massam non coalescant, quod gravitas generalis requirere videretur. Inde ad Num. 413 ago de cohesione, qui est iidem veluti alter quidam ramus, quam ostendo, nec in quiete consistere, nec in motu conspirante, nec in pressione fluidi cæsurpiam, nec in attractione maxima in contactu, sed in limitibus inter repulsionem, & attractionem; ubi & problema generale propono quoddam huic pertinens, & illud explico, cur massa fracta non iterum coalescat; cur fibræ ante fractionem distendantur, vel contrahantur; & ianuo, quæ ad cohesionem pertinentia mihi cum reliquis Philosophis communia sint.

A cohesionis gradum facio Num. 414 ad particulas, quæ ex punctis coherentibus efformantur, de quibus ago usque ad Num. 421, & varia persequor earum discrimina: ostendo nimirum, quo pacto varias induere possint figuras quascunque, quarum tenacissime sint; possint autem data quævis figura discrepare plurimum in numero, & distributione punctorum, unde & oriuntur admodum inter se diversæ vires unius particule in aliam, ac iidem diversæ in diversis partibus ejusdem particule respectu diversarum partium, vel etiam respectu ejusdem partis particule alterius, cum a solo numero, & distributione punctorum pendeat illud, ut data particula datam aliam in datis earum distantis, & superficialium locis, vel attrahat, vel repelat, vel respectu ipsius sit prorsus iners: tum illud addo, particulas eo difficilius dissolubiles esse, quo minores sint; debere autem in gravitate esse penitus uniformes, quæcumque punctorum dispositio habeatur, & in aliis proprietatibus plenisque debere esse

admodum (uti observamus) diversas, quæ diversitas multo major in majoribus massis esse debeat.

A Num. 421 ad 440 de solidis, & fluidis, quod discrimen itidem pertinet ad varia cohesionum genera; & discrimen inter solida, & fluida diligenter expono, horum naturam potissimum repetens ex motu faciliori particularum in gyrum circa alias, atque id ipsam ex viribus circumquaque æqualibus; illorum vero ex inæqualitate virium, & viribus quibusdam in latas, quibus certam positionem ad se invicem servare debeant. Varia autem distinguo fluidorum genera, & discrimen profero inter virgas rigidas, flexiles, elasticas, fragiles; ut & de viscositate, & humiditate ago, ac de organicis, & ad certas figuras determinatis corporibus, quorum efformatio nullam habet difficultatem, ubi una particula unam aliam possit in certis tantummodo superficiali partibus strahere, & proinde cogere ad certam quandam positionem acquirendam respectu ipsius, & retinendam. Demonstratio autem & illud, posse admodum facile ex certis particularum figuris, quarum ipse tenacissima sint, totum etiam Atomistarum, & Corpuscularium systema a mea Theoria repeti ita, ut id nihil sit aliud, nisi unicus itidem hujus veluti trunci fecundissimi ramus e diversa cohesionis ratione prorumpens. Demum ostendo, cur non quævis massa, ut ut constans ex homogeneis punctis, & circa se maxime in gyrum mobilibus, fluida sit; & fluidorum resistantiam quoque attingo, in ejus leges inquirens.

A Num. 437 ad 444 ago de iis, quæ itidem ad diversa pertinent soliditatis genera, nimirum de elasticis, & mollibus, illa repetens a magna inter limites proximos distantia, qua fiat, ut puncto longe dimota a locis suis, idem ubique genus virium sentiant, & proinde se ad priorem restituant locum; hæc a limitum frequentia, atque ingenti vicinia, qua fiat, ut ex uno ad alium delata limite puncta, ibi quiescant itidem respective, ut prius. Tum vero de ductilibus, & malleabilibus ago, ostendens, in quo a fragilibus discrepent; ostendo autem, hæc omnia discrimina a densitate nullo modo pendere, ut nimirum corpus, quod multo sit altero densius, possit tam multo majorem, quam multo minorem soliditatem, & cohesionem habere, & quævis ex proprietatibus expositis æque possit cum quavis vel majore, vel minore densitate componi.

Num.

Num. 445 inquirō in vulgaris quatuor elementa; tum a Num. 446 ad Num. 461 persequor chemicas operationes; Num. 447 explicans dissolutionem, 448 precipitationem, 449 & 450 commixtionem plurium substantiarum in unam; tum Num. 451, & 452 liquationem binis methodis, 453 volatilizationem, & effervescentiam; 456 emissionem effluviatorum, quæ a massa constanti debet esse ad sensum constans; 457 ebullitionem cum variis evaporationum generibus; 458 deflagrationem, & generationem aeris; 459 crystallizationem cum certis figuris; ac demum ostendo illud Num. 460, quo pacto possit fermentatio desinere; & Num. 461, quo pacto non omnia fermentescant cum omnibus.

A fermentatione Num. 462 gradum facio ad igoem, qui mihi est fermentatio quedam subitaneæ lucis cum sulphurea quadam substantia, ac plura inde consecutaria deduco usque ad Num. 465; tum ab igne ad lumen ibidem transio, cujus proprietates præcipuas, ex quibus omnia lucis phenomena oriuntur, propono Num. 467, ac singulas a Theoria mea deduco, & fuscè explico usque ad Num. 497; nimirum emissionem Num. 468; celeritatem 469; propagationem rectilineam per media homogenea, & apparentem tantummodo compenetrationem a Num. 470 ad 467; pelluciditatem, & opacitatem Num. 477; reflexionem ad angulos æquales in se ad 479; refractionem ad 481; tenuitatem Num. 482; caliditatem, & inertes intestinos motus altissimæ tenuissimæ lucis generos, Num. 483; actionem majorem corporum oleosorum, & sulphureosorum in lumen Num. 484; tum Num. 485 ostendo, nullam resistendam veram pati; ac Num. 486 explico, unde sint phosphora; Num. 487 cur lumen cum majore obliquitate incidens reflectatur magis; Num. 488 & 489 unde diversâ refrangibilitas omnium ducet; ac Num. 490, & 491 deduco duas diversas dispositiones ad æqualia redeuntes intervalla; unde Num. 492 vices illas a Newtono detectas facillioris reflexionis, & facillioris transmissus eruo; & Num. 493 illud, radios alios debere reflecti, alios transmitti in appulsu ad novum medium, & eo plures reflecti, quo obliquitas incidens sit major; ac Num. 494 & 495 expono, unde discrimen in intervallis vicium, ex quo uno omnis naturalium colorum pendet Newtoniana Theoria. Demum Num. 495 miram aningo crystalli Islandicæ proprietatem, & ejusdem causam, ac Num. 496 diffractionem expono, quæ est quedam inchoata refractione, sive reflexio.

Post

Post lucem ex igne derivatam, quæ ad oculos pertinet, ego brevissime Num. 498 de sapore, & odore, ac sequentibus tribus Numeris de sono; tum Num. 502, 503, 504 de tactu, ubi etiam de frigore, & calore; deinde vero usque ad Num. 508 de electricitate, ubi totam Franklinianam Theoriam ex meis principiis explico, eandem ad hinc tantummodo reducens principia, quæ ex mea generali virtutum Theoria eodem fere pacto deducantur, quo præcipitationes, atque dissolutiones. Denum Num. 509, ac 510 magnetisum persequor, tam directionem explicans, quam attractionem magneticam.

Hisce expostis, quæ ad particulares etiam proprietates pertinent, iterum a Num. 511 ad finem usque generalem corporum complector naturam, & quid materia sit, quid forma, quæ censeri debeant essentialia, quæ accidentalia attributa, adeoque quid transformatio sit, quid alteratio, singillatim persequor, & partem hanc tertiam Theoriæ meæ absolvo.

De Appendice ad Metaphysicam pertinente inquam hic illud tantummodo, me ibi exponere de anima illud imprimis, quantum spiritus a materia differat, quem nexum anima habeat cum corpore, & quomodo in ipsum agat; tum de DEO, ipsius & existentiam me pluribus evincere, quæ nexum habeant cum ipsa Theoria mea, & Sapientiam imprimis, ac Providentiam, ex qua gradum ad revelationem faciendam innoo tantummodo. Sed hæc in antecessum veluti delibasse sit satis.



PHI-



PHILOSOPHIÆ NATURALIS THEORIA.

PARS I.

Theoriæ expositio, analytica deductio, & vindicatio.



I. **V**irium mutuarum Theoria, in quam incidi jam ab Anno 1745., dum e notissimis principiis alia ex aliis confectaria erucem, & ex qua ipsam simplicium materiæ elementorum constitutionem deduxi, systema exhibet medium inter Leibnitianum, & Newtonianum, quod nimirum & ex utroque habet plurimum, & ab utroque plurimum distat; at utroque in immensum simplicius, proprietatibus corporum generalibus sane omnibus, & peculiaribus quibusque precipuis per accuratissimas demonstrationes deducendis est proteo mirum in modum idoneum.

II. Habet id quidem ex Leibnitii Theoria elementa prima simplicia ac profus inextensa; habet ex Newtoniano systemate vires mutuas, quæ pro aliis punctorum distantis a se invicem aliæ sint; & quidem ex ipso itidem Newtono non ejusmodi vires tantummodo, quæ ipsa puncta determinent ad accessum, quas vulgo attractiones nominant; sed etiam ejusmodi, quæ determinent ad recessum, & ap-
pel-

pellantur repulsiões: atque id ipsum ita, ut ubi attractio desinat, ibi, mutata distantia, incipiat repulsião, & vice versa, quod nimirum Newtonus idem in postrema Opticæ Quæstione proposuit, ac exemplo transitus a positivis ad negativa, qui habetur in Algebraicis formulis, illustravit. Illud autem utrique systemati commune est cum hoc meo, quod particula materiæ quæcunque cum aliis quibuscunque, utcunque remotis, ita connectitur, ut ad mutationem utcunque exiguam in positione uniuscujusque, determinationes ad motum in omnibus reliquis immutentur, & nisi forte elidantur omnes oppositæ, quicquid est infinites improbabilis, motus in iis omnibus aliquis inde ortus habeatur.

III. Distat autem a Leibnitiana Theoria longissime, tum quia nullam extensionem continuam admittit, quæ ex contiguis, & se contingentibus inextensis oriatur; in quo quidem difficultas jam olim contra Zenonem proposita, & nunquam sane aut soluta fatis, aut solvenda, de compenetratiõe omnimoda inextensorum contiguorum, eandem vim adhuc habet contra Leibnitianum systema: tum quia homogeneitatem admittit in elementis, omni massarum discrimine a sola dispositione, & diversâ combinatione derivato, ad quam homogeneitatem in elementis, & discriminis rationem in massis, ipsa nos naturæ analogia ducit, ac Chemicæ resolutiones imprimis, in quibus cum ad adeo pauciora numero, & adeo minus inter se diversâ principiorum genera, in compositorum corporum analysi deveniatur, id ipsum indicio est, quo ulterius prompveri possit analysi, eo ad majorem simplicitatem, & homogeneitatem deveniri debere, adeoque in ultima demum resolutione ad homogeneitatem, & simplicitatem summam, contra quam quidem indiscernibilium principium, & principium rationis sufficientis, usque adeo a Leibnitianis deprædicata, meo quidem iudicio, nihil omnino possunt.

IV. Distat itidem a Newtoniano systemate quam plurimum, tum in eo, quod ea, quæ Newtonus in ipsa postrema quæstione Opticæ conatus est explicare per tria principia, gravitatis, cohesionis, fermentationis; immo & reliqua quamplurima, quæ ab iis tribus principii omnino non pendent, per unicam explicat legem virium, expressam unica, & ex pluribus inter se comixtis non composita algebraica formula, vel unica continua Geometrica curva: tum in eo, quod in minimis distantiiis vires admittat non positivas, sive attractivas, uti Newtonus; sed negativas, repulsivasque, quamvis itidem eo majores in infinitum, quo distantie in infinitum decreverint. Unde

illud

illud necessario consequitur, ut nec cohaesio a contactu immediato
 oriatur, quam ego quidem longe aliunde desumo; nec ullus imme-
 diatus, & ut illum appellare soleo, Mathematicus materiae conta-
 ctus habeatur, quod simplicitatem, & inextensionem inducit elemen-
 torum, quae ipse variarum figurarum voluit, & partibus a se invicem
 distinctis composita, quamvis ita cohaerentia, ut nulla naturae vi dis-
 solvi possit compages, & adhaesio labefactari, quae adhaesio ipsi, re-
 spectu virium nobis cogitarum est absolute infinita.

V. Quae ad ejusmodi Theoriam pertinentia hucusque sunt edita,
 continentur dissertationibus meis, *De viribus vivis*, edita An. 1745.
De Lumine A. 1748. *De Lege Continuitatis* A. 1754. *De Lege virium in*
natura existentium A. 1755. *De divisibilitate materiae, & principiis cor-*
porum A. 1757. ac in meis Stayanae Philosophiae versibus traditae (cu-
 jus primus Tomus prodit A. 1755.) supplementis: eandem autem sa-
 tis dilucide proposuit, & amplissimum ipsius per omnem Physicam
 demonstravit ulum vir e nostra Societate doctissimus Carolus Ben-
 venutus in sua *Physica Generalis Synopsi* edita Anno 1754. In ea Syn-
 opsi proposuit idem & meam deductionem aequilibrii binarum mas-
 sarum, viribus parallelis animatarum, quae ex ipsa mea Theoria per
 notissimam legem compositionis virium, & aequalitatis inter actio-
 nem, & reactionem, fere sponte consequitur, cujus quidem in sup-
 plementis illis §. 4. ad Lib. 3. mentionem feci, ubi & quae in disser-
 tatione *De Centro Gravitatis* edideram, paucis proposui; & de centro
 oscillationis agens, protuli aliorum methodos praecipuas quasque,
 quae ipsius determinationem a subsidiariis tantummodo principiis qui-
 busdam repetunt. Ibidem autem de aequilibrii centro agens illud
 affirmavi: *In natura nullae sunt rigidae virgae, inflexiles, & omni gravi-*
tate, ac inertia carentes, adeoque nec revera ullae leges pro iis conditae;
& si ad genuina, & simplicissima naturae principia res exigatur, invenie-
tur, omnia pendere a compositione virium, quibus in se invicem agunt
particulae materiae; a quibus nimirum viribus omnia naturae phaenomena
proficiscuntur. Ibidem autem exhibitis aliorum methodis ad centrum
 oscillationis pertinentibus, promisi, me in quarto ejusdem Philoso-
 phiae Tomo ex genuinis principiis investigaturum ut aequilibrii, sic
 itidem oscillationis centrum.

VI. Porro cum nuper occasio se mihi praeberet inquirendi in
 ipsum oscillationis centrum ex meis principiis, urgente Scherffero no-
 stro, casu incidi in Theorema simplicissimum sane, & admodum eles-
 gans, quo trium massarum in se mutuo agentium comparantur vires,
A 2
quod

quod quidem ipsa forlasse tanta sua simplicitate effugit hucusque Mechanicorum oculos; nisi forte ne effugerit quidem, sed alicubi jam ab alio quopiam inventum, & editum, me, quod admodum facile fieri potest, adhuc latuerit, ex quo Theoremate & æquilibrium, ac omne vectium genus, & momentorum mensura pro machinis, & oscillationis centrum etiam pro casu, quo oscillatio fit in latus in plano ad axem oscillationis perpendiculari, & centrum percussionis sponte fluunt, & quod ad sublimiores alias perquisitiones viam aperit admodum patentem. Cogitaveram ego quidem initio brevi dissertatiuncula hoc Theorema tantummodo edere cum confectariis, ac breve Theoriæ meæ specimen quoddam exponere; sed paulatim exerevit opusculum, ut demum & Theoriam omnem exposuerim ordine suo, & vindicarem, & ad Mechanicam prius, tum ad Physicam fere universam applicaverim, ubi & quæ maxime notatu digna erant, in memoratis dissertationibus ordine suo digessi omnia, & alia adjeci quantiplurima, quæ vel olim animo conceperam, vel modo sese obtulerunt scribenti, & omnem hanc rerum farraginem animo pervolventi.

VII. Prima elementa materiæ mihi sunt puncta prorsus indivisibilia, & inextensa, quæ in immenso vacuo ita dispersa sunt, ut bina quævis a se invicem distent per aliquod intervallum, quod quidem indefinite augeri potest, & minui, sed penitus evanescere non potest sine compenetracione ipsorum punctorum: eorum enim contiguitatem nullam admitto possibilem; sed illud arbitror omnino certum, si distantia duorum materiæ punctorum sit nulla, idem prorsus spatii vulgo concepti punctum indivisibile occupari ab utroque debere, & haberi veram, ac omnimodam compenetracionem. Quamobrem non vacuum ego quidem admitto disseminatum in materia, sed materiam in vacuo disseminatam, atque innatantem.

VIII. In hisce punctis admitto determinationem perseverandi in eodem statu quieris vel motus uniformis in directum (a) in quo semel sint posita, si seorsum singula in natura existant; vel si alia alibi
exi-

(a) Id quidem respectu ejus spatii, in quo continemur nos, & omnia, quæ nostris observari sensibus possunt, corpora; quod quidem spatium si quiescat, nihil ego in ea re a reliquis differo; si forte moveatur motu quopiam, quem motum ex ejusmodi determinatione sequi debeant ipsa materiæ puncta; tum hæc mea erit quedam non absoluta, sed respectiva inertie vis, quam ego quidem exposui & in Dissertatione de Navis æstu, & in supplementis Stayanis Lib. 1. §. 13.; ubi etiam illud occurrit, quam ob causam ejusmodi respectivam inertiam excogitavim, & quibus rationibus evinci putem, absolutam omnino demonstrari non posse; sed ea hæc non pertinent.

existent puncta, componendi per notam, & communem methodum compositionis virium, & motuum, parallelogrammorum ope, præcedentem motum cum motu, quem determinat vires mutua, quas inter bina quævis puncta agnosco a distantis pendentis, & iis mutatis mutatas, juxta generalem quandam omnibus communem Legem. In ea determinatione stat illa, quam dicimus, inertia vis, quæ, an a libera pendeat Supremi Conditoris Lege, an ab ipsa punctorum natura, an ab aliquo iis adjecto, quodcumque istud sit, ego quidem non quero; nec vero, si velim quærere, inveniendi spem habeo; quod idem sane censeo de ea virium lege, ad quam gradum jam facio.

IX. Censeo igitur bina quæcumque materiae puncta determinari æque in aliis distantis ad mutuuum accessum, in aliis ad recessum mutuuum, quam ipsam determinationem appello vim, in priore casu attractivam, in posteriore repulsivam, eo nomine non agendi modum, sed ipsam determinationem exprimens, undecumque proveniat; cujus vero magnitudo mutatis distantis mutetur & ipsa secundum certam legem quandam, quæ per Geometricam lineam curvam, vel Algebraicam formulam exponi possit, & oculis ipsis, uti moris est apud Mechanicos, representari. Vis mutua a distantia pendentis, & ea variata itidem variata, atque ad omnes in immensum & magnas, & parvas distantias pertinentis, habemus exemplum in ipsa Newtoniana Generali Gravitate mutata in ratione reciproca duplicata distantiarum, quæ idcirco nunquam e positiva in negativam migrare potest, adeoque ab attractiva ad repulsivam, sive a determinatione ad accessum ad determinationem ad recessum nusquam migrat. Verum in elastris inflexis habemus etiam imaginem ejusmodi vis mutua variatae secundum distantias, & a determinatione ad recessum migrantis in determinationem ad accessum, & vice versa. Ibi enim si duæ cuspides, compresso elastro, ad se invicem accedant, acquirunt determinationem ad recessum, eo majorem, quo magis, compresso elastro, distantia decrevit; aucta distantia cuspidum, vis ad recessum minuitur, donec in quadam distantia evanescat, & fiat prorsus nulla; tum distantia adhuc aucta, incipit determinatio ad accessum, quæ perpetuo eo magis crescit, quo magis cuspides a se invicem recedunt; ac si e contrario cuspidum distantia minuatur perpetuo, determinatio ad accessum itidem minuetur, evanescet, & in determinationem ad recessum mutabitur. Ea determinatio oritur utique non ab immediata cuspidum actione in se invicem, sed a natura, & forma totius intermediae laminae plicatae; sed hic physicam rei causam non

moror, & solum persequor exemplum determinationis ad accessum, & recessum, quæ determinatio in aliis distantis alium habeat nisum, & migret etiam ab altera in alteram.

X. Lex autem virium est ejusmodi, ut in minimis distantis sint repulsivæ, atque eo majores in infinitum, quo distantia ipsæ minuuntur in infinitum, ita, ut pares sint extinguendæ cuiusvis velocitati utcumque magnæ, cum qua punctum alterum ad alterum possit accedere, antequam eorum distantia evanescat; distantis vero auctis minuuntur ita, ut in quadam distantia perquam exigua evadat vis nulla: tum adhuc aucta distantia mutantur in attractivas, primo quidem crescentes, tum decrescetes, evanescentes, abeunt in repulsivas, eodem pacto crescentes, deinde decrescetes, evanescentes, migrantes iterum in attractivas, atque id per vices in distantis plurimis, sed adhuc perquam exiguis, donec, ubi ad aliquanto majores distantias ventum sit, incipiant esse perpetuo attractivæ, & ad sensum reciproce proportionales quadratis distantiarum, atque id vel utcumque augeantur distantia etiam in infinitum, vel saltem donec ad distantias deveniatur omnibus Planetarum, & Cometarum distantis longe majores.

XI. Hujusmodi lex primo aspectu videtur admodum complicata, & ex diversis legibus temere inter se coagmentatis coalescens; at simplicissima, & prorsus incomposita esse potest, expressa videlicet per unicam continuam curvam, vel simplicem Algebraicam formulam, uti innui superius. Hujusmodi curva linea est admodum apta ad sistendam oculis ipsis ejusmodi legem, nec requirit Geometram, ut id prestare possit: satis est, ut quis eam intueatur tantummodo, & in ipsa, ut in imagine quadam solemus intueri depictas res qualescunque, virium illarum indolem contempletur. In ejusmodi curva eæ, quas Geometrae abscissas dicunt, & sunt segmenta axis, ad quem ipsa refertur curva, exprimunt distantias binorum punctorum a se invicem; illæ vero, quæ dicuntur ordinatæ, ac sunt perpendiculares lineæ ab axe ad curvam ductæ, referunt vires; quæ quidem, ubi ad alteram jacent axis partem, exhibent vires attractivas; ubi jacent ad alteram, repulsivas, & prout curva accedit ad axem, vel recedit, minuuntur ipsæ etiam, vel augentur: ubi curva axem secat, & ab altera ejus parte transit ad alteram, mutantibus directionem ordinatis, abeunt ex attractivis in negativas, vel vice versa: ubi autem arcus curvæ aliquis ad rectam quampiam axi perpendicularem in infinitum productam semper magis accedit ita ultra quos-

quoscunque limites, ut in eam recidat nunquam, quem arcum asymptoticum appellant Geometriae, ibi vires ipsae in infinitum excreverunt.

XII. Ejusmodi curvam exhibui, & exposui in Dissertationibus de Viribus vivis a Num. 51. De Lumine a Num. 5. De Lege virium in natura existentium a Num. 68. & in sua Synopsi Physicæ Generalis P. Benvenutus eandem protulit a Num. 108. En brevem quamdam ejus ideam in Fig. 1. Axis CAC habet in puncto A asymptoticum curvæ rectilineam AB indefinitam, circa quam habentur bini curvæ rami hinc & inde aequales, & similes, quorum alter DEFGHIKLMNOPQRSTV habet imprimis arcum ED asymptoticum, qui nimirum ad partes BD si indefinite producatul ultra quoscunque limites, semper magis accedit ad rectam AB itidem ultra quoscunque limites, quin unquam ad eandem deveniat; hinc vero versus DE perpetuo recedit ab eadem recta, immo etiam perpetuo versus V ab eadem recedunt arcus reliqui omnes, quin usquam recessus mutetur in accessum. Ad axem autem CC perpetuo primum accedit, donec ad ipsum deveniat alicubi in E; tum eodem ibi secto progreditur, & ab ipso perpetuo recedit usque ad quandam distantiam F, post quam recessum in accessum mutat, & iterum ipsum axem secat in G, ac flexibus continuis contorquetur circa ipsum, quem pariter secat in punctis quamplurimis, sed paucas admodum ejusmodi sectiones figura exhibet, uti I, L, N, P, R. Demum is arcus desinit in alterum crus TpsV, jacens ex parte opposita axis respectu primi cruris, quod alterum crus ipsum habet axem pro asymptoto, & ad ipsum accedit ad sensum ita, ut distantie ab ipso sint in ratione reciproca duplicata distantiarum a recta BA.

Fig. 1.

XIII. Si ex quovis axis puncto *a, b, d*, erigatur usque ad curvam recta ipsi perpendicularis *ag, bt, db*, segmentum axis *Aa, Ab, Ad*, dicitur abscissa, & refert distantiam duorum materiae punctorum quorumcumque a se invicem; perpendicularis *ag, bt, db*, dicitur ordinata, & exhibet vim repulsivam, vel attractivam, prout jacet respectu axis ad partes D, vel oppositas.

XIV. Patet autem, in ea curvæ forma ordinatam *ag* augeri ultra quoscunque limites; si abscissa *Aa*, minuatur pariter ultra quoscunque limites; quæ si augeatur, ut abeat in *Ab*, ordinata minuetur, & abibit in *bt*, perpetuo imminutam in accessu *b* ad E, ubi evanescet: tum aucta abscissa in *Ad*, mutabit ordinata directionem in *db*, ac ex parte opposita augebitur prius usque ad F, tum decreset per *il* usque ad G, ubi evanescet, & iterum mutabit directionem regressa

gressa in m ad illam priorem, donec post evanescentiam, & directionis mutationem factam in omnibus sectionibus I, L, N, P, R, fiant ordinatae op , vs , directionis constantis, & decrecentes ad sensum in ratione reciproca duplicata abscissarum Ao , Az . Quamobrem illud est manifestum, per ejusmodi curvam exprimi eas ipsas vires, initio repullivas, & imminutas in infinitum distantis auctas in infinitum, auctis imminutas, tum evanescentes, abeuntes mutata directione in attractivas, ac iterum evanescentes, mutatasque per vices, donec demum in satis magna distantia evadant attractivae ad sensum in ratione reciproca duplicata distantiarum.

Fig. 2. XV. Hac virium lex a Newtoniana Gravitate differt in ductu, & progressu curvae eam exprimentis, quae nimirum, ut in Fig. 2., apud Newtonum est hyperbola DV gradus tertii, jacens tota citra axem, quem nulpnam secat, jacentibus omnibus ordinatis vs , op , bt , aq ex parte attractiva, ut idcirco nulla habeatur mutatio e positivo in negativum, ex attractione in repulsionem, vel vice versa; ceterum utraque per ductum exponitur curvae continuae habentis duo crura infinita asymptotica in ramis singulis utrinque in infinitum productis. Ex hujusmodi autem virium lege, & ex solis principis Mechanicis notissimis, nimirum quod ex pluribus viribus, vel moribus, componatur vis, vel motus quidam ope parallelogrammorum, quorum latera exprimant vires, vel motus componentes, & quod vires ejusmodi in punctis singulis, tempusculis singulis aequalibus, inducant velocitates, vel motus proportionales sibi, omnes mihi profuunt generales, & praecipuae quaeque particulares proprietates corporum, uti etiam superius innui, nec ad singulares proprietates derivandas in genere affirmo, eas haberi per diversam combinationem, sed combinationes ipsas evolvo, & Geometricè demonstro, quae e quibus combinationibus phaenomena, & corporum species oriri debeant. Verum antequam ea evolvo in parte secunda, & tertia, ostendam in hac prima, qua via, & quibus positivis rationibus ad eam virium legem devenerim, & qua ratione illam elementorum materiae simplicitatem eruerim, tum, quae difficultatem aliquam videantur habere posse, dissolvam.

XVI. Cum An. 1745. De Viribus vivis Dissertationem conscriberem, & omnia, quae a viribus vivis reperunt, qui Leibnitianam tuentur sententiam, & vero etiam plerique ex iis, qui per solam velocitatem vires vivas mensurant, repeterem immediate a sola velocitate genita per potentiarum vires, quae juxta communem omnium Mechanico-

nicorum sententiam velocitates vel generant, vel utcunque inducunt proportionales sibi, & tempusculis, quibus agunt, uti est gravitas, elasticitas, atque aliae vires ejusmodi; capi aliquanto diligentius inquirere in eam productionem velocitatis, quae per impulsum censetur fieri, ubi tota velocitas momento temporis produci creditur ab iis, qui idcirco percussione vim infinites majorem esse censent viribus omnibus, quae pressionem solam momentis singulis exercent. Statim illud mihi sese obtulit, alias pro percussione ejusmodi, quae nimirum momento temporis finitam velocitatem inducant, actionum leges haberi debere.

XVII. Verum re altius considerata, mihi illud incidit, si recta utamur ratiocinandi methodo, eum agendi modum submovendum esse a Natura, quae nimirum eandem ubique virium legem, ac eandem agendi rationem adhibeat: impulsus nimirum immediatus alterius corporis in alterum, & immediatam percussione haberi non posse sine illa productione finitae velocitatis facta momento temporis indivisibili, & hanc sine saltu quodam, & laesione illius, quam legem *Continuitatis* appellant, quam quidem legem in natura existere, & quidem satis valida ratione evinci posse existimabam. En autem ratiocinationem ipsam, qua tum quidem primo sum usus, ac deinde novis aliis, atque aliis meditationibus illustravi, ac confirmavi.

XVIII. Concipiantur duo corpora aequalia, quae moveantur in directum versus eandem plagam, & id, quod praecedit, habeat gradus velocitatis 6, id vero, quod ipsum persequitur, gradus 12. Si hoc posterius cum sua illa velocitate illaesa deveniat ad immediatum contactum cum illo priore, oportebit utique, ut ipso momento temporis, quo ad contactum devenerint, illud posterius minuat velocitatem suam, & illud prius suam augeat, utrinque per saltum, abeunte hoc a 12 ad 9, illo a 6 ad 9, sine ullo transitu per intermedios gradus 11, & 7; 10, & 8; $9\frac{1}{2}$, & $8\frac{1}{2}$ &c. Neque enim fieri potest, ut per aliquam utcunque exiguam continui temporis particulam ejusmodi mutatio fiat per intermedios gradus, durante contactu. Si enim aliquando alterum corpus jam habuit 7 gradus velocitatis, & alterum adhuc retinet 11, toto illo tempusculo, quod effluxit ab initio contactus, quando velocitates erant 12 & 6, ad id tempus, quo sunt 11 & 7, corpus secundum debuit moveri cum velocitate majore, quam primum, adeoque plus percurrere spatii, cuem illud, & proinde anterior ejus superficies debuit transcurrere ultra illius posteriorem superficiem, & idcirco pars aliqua corporis sequentis

cum aliqua antecedentis corporis parte compenetrari debuit, quod cum ob impenetrabilitatem, quam in materia agnoscunt passim omnes Physici, & quam ipsi tribuendam omnino esse, facile evincitur, fieri omnino non possit, oportuit sane, in ipso primo initio contactus, in ipso indivisibili momento temporis, quod inter tempus continuum præcedens contactum, & subsequens, est indivisibilis limes, ut punctum apud Geometras est limes indivisibilis inter duo continuæ lineæ segmenta, mutatio velocitatum facta fuerit per saltum sine transitu per intermedias, læsa penitus illa continuitatis lege, quæ itum ab una magnitudine ad aliam sine transitu per intermedias omnino vetat. Quod autem in corporibus æqualibus diximus de transitu immediato utriusque ad 9 gradus velocitatis, recurrit utique in iisdem, vel in uterunque inequalibus de quovis alio transitu ad numeros quosvis. Nimirum ille posterioris corporis excessus graduum 6 momento temporis auferri debet, sive imminuta velocitate in ipso, sive aucta in priore, vel in altero imminuta uterunque, & aucta in altero, quod utique sine saltu, qui omissis infinitis intermediis velocitatibus habeatur, obtineri omnino non poterit.

XIX. Sunt, qui difficultatem omnem submoveri posse censeant, dicendo, id quidem ita se habere debere, si corpora dura habeantur, quæ nimirum nullam compressionem sentiant, nullam mutationem figuræ; & quoniam hæc a multis excluduntur penitus a natura; dum se duo globi contingunt, introessione, & compressione partium fieri posse, ut in ipsis corporibus velocitas immutetur per omnes intermedios gradus transitu facto, & omnis argumenti vis eludatur.

XX. At imprimis ea responsione uti non possunt, quicumque cum Newtono, & vero etiam cum plerisque veterum Philosophorum prima elementa materiæ omnino dura admittunt & solida, cum adhesionem infinita, & impossibilitate absoluta mutationis figuræ. Nam in primis elementis illis solidis & duris, quæ in anteriore adsunt sequentis corporis parte, & in præcedentis posteriore, quæ nimirum se mutuo immediate contingunt, redit omnis argumenti vis prorsus illæsa.

XXI. Deinde vero illud omnino intelligi sane non potest, quo pacto corpora omnia partes aliquas postremas circa superficiem non habeant penitus solidas, quæ idcirco comprimi omnino non possunt. In materia quidem, si continua sit, divisibilitas in infinitum haberi potest, & vero etiam debet; at actualis divisio in infinitum difficultates secum trahit sane inextricabiles; qua tamen divisione in infinitum

tum indigent, qui nullam in corporibus admittunt particulam utcunque exiguam compressionis omnis expertem penitus, atque incapacem. Si enim debent admittere, particulam quamcunque actu interpositis poris distinctam, divisamque in plures pororum ipsorum velut parietes, poris tamen ipsis iterum distinctos. Illud sane intelligi non potest, qui fiat, ut ubi e vacuo spatio transitur ad corpus, non aliquis continuus haberi debeat alicujus in se determinatae crassitudinis paries usque ad primum porum, poris utique carens; vel quomodo, quod eodem recidit, nullus sit extimus, & superficiei externae omnium proximus porus, qui nimirum, si sit aliquis, parietem habeat utique poris expertem, & compressionis incapacem, in quo omnis argumenti superioris vis redit prorsus illasa.

XXII. At ea etiam, utcunque penitus intelligibili, sententia admissa, redit omnis eadem argumenti vis in ipsa prima, & ultima corporum se immediate contingentium superficie, vel si nullae continuae superficies congruant, in lineis, vel punctis. Quidquid enim sit id, in quo contactus fiat, debet utique esse aliquid, quod nimirum impenetrabilitati occasionem praestet, & cogat motum insequente corpore minui, in precedente augeri: id, quidquid est, in quo exeritur impenetrabilitatis vis, quo sit immediatus contactus, id sane velocitatem mutare debet per saltum, sine transitu per intermedia, & in eo continuitatis lex abrumpi debet, atque labefactari, si ad ipsum immediatum contactum cum illo velocitatum discrimine deveniatur. Id vero est sane aliquid in quacunque e sententiis omnibus continuam extensionem tribuentibus materiae. Est nimirum realis affectio quaedam corporis; videlicet eius limes ultimus realis superficies, realis superficiei limes linea, realis lineae limes punctum, quae affectiones utcunque in iis sententiis sint prorsus inseparabiles ab ipso corpore, sunt tamen non utique intellectu confictae, sed reales, quae nimirum reales dimensiones aliquas habent, ut superficies binas, linea unam, vel realem motum, & translationem cum ipso corpore, cujus idcirco in iis sententiis debent esse affectiones quaedam, vel modi.

XXIII. Est, qui dicat, nullum in iis committi saltum idcirco, quod censendum sit, nullum habere motum, superficiem, lineam, punctum, quae massam habeant nullam. Motus, inquit, a Mechanicis habet pro mensura massam in velocitatem ductam; massa autem est superficies baseos ducta in crassitudinem, sive altitudinem, ex. gr. in prismatis. Quo minor est ejusmodi crassitudo, eo minor

est massa, & motus, ac ipsa crassitudine evanescente, evanescat oportet & massa, & motus.

XXIV. Verum qui sic ratiocinatur, imprimis ludit in ipsis vocibus. Massam vulgo appellant quantitatem materiae, & motum corporum metiuntur per massam ejusmodi, ac velocitatem. At quemadmodum in ipsa Geometrica quantitate tria genera sunt quantitatum, corpus vel solidum, quod trinam dimensionem habet, superficies, quae binas, linea, quae unicam, quibus accedit lineae limes punctum, omni dimensione, & extensione carens; sic etiam in Physica habetur in communi sententia corpus tribus extensionis speciebus praeditum; superficies realis, extremus corporis limes, praedita binis; linea, limes realis superficiei, habens unicam; & ejusdem lineae indivisibilis limes punctum. Utrobique aliterum alterius est limes, non pars, & quatuor diversa genera constituunt. Superficies est nihil corporeum, sed non & nihil superficiale, quin immo partes habet, & augeri potest, & minui; & eodem pacto linea in ratione quidem superficiei est nihil, sed aliquid in ratione lineae; ac ipsum demum punctum est aliquid in suo genere, licet in ratione lineae sit nihil.

XXV. Hinc autem in iis ipsis massa quaedam considerari potest duarum dimensionum, vel unius, vel etiam nullius continuae dimensionis, sed numeri punctorum tantummodo, uti quantitas ejus generis designetur; quod si pro iis etiam usurpetur nomen massae generaliter, motus quantitas definiri poterit per productum ex velocitate & massa; si vero massae nomen tribuendum sit soli corpori, tum motus quidem corporis mensura erit massa in velocitatem ducta; superficiei, lineae, punctorum quotcumque motus pro mensura habebit quantitatem superficiei, vel lineae, vel numerum punctorum in velocitatem ducta; sed motus utique iis omnibus speciebus tribuendus erit, eruntque quatuor motuum genera, ut quatuor sunt quantitatum, solidi, superficiei, lineae, puncti; ac ut altera harum erit nihil in alterius ratione, non in sua; ita alterius motus erit nihil in ratione alterius, sed erit sane aliquid in ratione sui, non purum nihil.

XXVI. Et quidem ipsi Mechanici vulgo motum tribuunt & superficiei, & lineae, & punctis, ac centri gravitatis motum ubique nominant Physici, quod centrum utique punctum est aliquod, non corpus trina praeditum dimensione, quam iste ad motus rationem, & appellationem requirit, ludendo, ut ajebam, in verbis.

Porro

Porro in ejusmodi motibus extimarum saltem superficialium, vel linearum, vel punctorum, saltus omnino committi debet, si ea ad contactum immediatum deveniant cum illo velocitatum discrimine, & continuitatis lex violari.

XXVII. Verum hac omni disquisitione omiſſa de notione motus, & massæ, si factum ex velocitate, & massa, evanescente una e tribus dimensionibus, evanescit, remanet utique velocitas reliquarum dimensionum, quæ remanent, si eæ reapse remanent, uti quidem omnino remanent in superficie, & ejus velocitatis mutatio haberi deberet per saltum, ac in ea violari continuitatis lex jam toties memorata.

XXVIII. Hæc quidem ita evidentiæ sunt, ut omnino dubitari non possit, quin continuitatis lex infringi debeat, & saltus in naturam induci, ubi cum velocitatis discrimine ad se invicem accedant corpora, & ad immediatum contactum deveniant, si modo impenetrabilitas corporibus tribuenda sit, uti revera est. Eam quidem non in integris tantummodo corporibus, sed in minimis etiam quibusque corporum particulis, atque elementis agnoverunt Physici universi. Fuit sane, qui post meam editam Theoriam, ut ipsam vim mei argumenti infringeret, affirmavit, minimas corporum particulas post contactum superficialium compenetrari non nihil, & post ipsam compenetrationem mutari velocitates per gradus. At id ipsum facile demonstrari potest contrarium illi inductioni, & analogiæ, quam unam habemus in Physica, investigandis generalibus naturæ legibus idoneam, cujus inductionis vis quæ sit, & quibus in locis usum habeat, quorum locorum unus est hic ipse impenetrabilitatis ad minimas quasque particulas extendendæ, inferius sermonem faciam.

XXIX. Fuit itidem e Leibnitianorum familia, qui post evulgatam Theoriam meam censuerit, difficultatem ejusmodi amoveri posse dicendo, duas monades sibi etiam invicem occurrentes cum velocitatibus quibuscunque oppositis æqualibus, post ipsum contactum pergere moveri sine locali progressionem. Eam progressionem, aiebat, revera omnino nihil esse, si a spatio percursu aestimetur, cum spatium sit nihil; motum utique perseverare, & extingui per gradus, quia per gradus extinguatur energia illa, qua in se mutuo agunt, sese premendo invicem. Is itidem ludit in voce *motus*, quam adhibet pro mutatione quacunque, & actione, vel actionis modo. Motus localis, & velocitas motus ipsius, sunt ea, quæ ego quidem adhibeo,

beo, & quæ ibi abrumpuntur per saltum. Ea, ut evidentissime constat, erant aliqua ante contactum, & post contactum momento temporis in eo casu abrumpuntur: nec vero sunt nihil, licet spatium pure imaginarium sit nihil. Sunt realis affectio rei mobilis fundata in ipsis modis localiter existendi, qui modi etiam relationes inducunt distantiarum reales utique. Quod duo corpora magis a se ipsis invicem distent, vel minus; quod localiter celerius moveantur, vel lentius, est aliquid non imaginarie tantummodo, sed realiter diversum: & in eo per immediatum contactum saltus utique induceretur in eo casu, quo ego superius sum usus.

XXX. Et sane summus nostri ævi Geometra & Philosophus Mac-Laurinus, cum etiam ipse collisionem corporum contemplatus vidisset, nihil esse, quod continuitatis legem in collisione corporum facta per immediatum contactum conservare, ac tueri posset, ipsam continuitatis legem deserendam censuit, quam in eo casu omnino violari affirmavit in eo opere, quod de Newtoni Compertis inscripsit Lib. I cap. 4. Et sane sunt alii nonnulli, qui ipsam continuitatis legem nequaquam admiserint, quos inter Maupertuisius, vir celeberrimus, ac de Republica Litteraria optime meritus, absurdam etiam censuit, & quodammodo inexplicabilem. Eodem nimirum in nostris de corporum collisione contemplationibus devenimus Mac-Laurinus, & ego, ut videremus in ipsa immediatum contactum, atque impulsionem cum continuitatis lege conciliari non posse. At quoniam de impulsionem, & immediato corporum contactu ille ne dubitari quidem posse arbitrabatur (nec vero scio, an alius quisquam omnem omnium corporum immediatum contactum subducere sit ausus antea, utcumque aliqui æris velum corporis nimirum alterius in collisione intermedium retinuerint) continuitatis legem deseruit, atque infregit.

XXXI. Ast ego cum ipsam continuitatis legem aliquanto diligentius considerarem, & fundamenta, quibus ea innitur, perpendere, arbitratus sum, ipsam omnino e Natura submoveri non posse, qua proinde retenta contactum ipsum immediatum submovendum censui in collisionibus corporum, ac ea consecutaria persecutus, quæ ex ipsa continuitate servata sponte profluerebant, directa ratiocinatione delatus sum ad eam, quam superius exposui, virium mutuarum legem, quæ consecutaria suo quæque ordine profertur, ubi ipsa, quæ ad continuitatis legem retinendam argumenta me movent, attingero.

XXXII. Continuitatis lex, de qua hic agimus, in eo sita est, uti superius innui, ut quavis quantitas, dum ab una magnitudine ad aliam migrat, debeat transire per omnes intermedias ejusdem generis magnitudines. Solet etiam idem exprimi nominando transitum per gradus intermedios, quos quidem gradus Maupertuisius ita accepit, quasi vero quaedam perquam exiguae accessiones fierent momento temporis; in quo quidem is censuit violari jam necessario legem ipsam, quae utcumque exiguo saltu utique violatur nihilo minus, quam maximo, cum nimirum magnum & parvum sint tantummodo respectiva: & jure quidem id censuit, si nomine graduum incrementa magnitudinis cujuscunque momentanea intelligerentur. Verum id ita intelligendum est, ut singulis momentis singuli status respondeant, incrementa, vel decrementa non nisi continuis tempusculis.

XXXIII. Id sane admodum facile concipitur ope Geometria: Sit recta quaedam AB in Fig. 3, ad quam referatur quaedam alia linea CDE. Exprimat prior ex iis tempus, uti solet utique in ipsis horologiis circularis peripheria ab indicis cuspidate denotata tempus definire. Quemadmodum in Geometria in lineis puncta sunt indivisibiles limites continuarum lineae partium, non vero partes lineae ipsius; ita in tempore distinguendae erunt partes continui temporis respondententes ipsis lineae partibus, continuae itidem & ipsae, a momentis, quae sunt indivisibiles earum partium limites, & punctis respondent; nec impostero alio sensu agens de tempore momenti nomen adhibebo, quam eo indivisibilis limitis; particulam vero temporis utcumque exiguam, & habitam etiam pro infinitesima, tempusculum appellabo.

XXXIV. Si jam a quovis puncto rectae AB, ut F, H, erigatur ordinata perpendicularis FG, HI, usque ad lineam CD, ea poterit repraesentare quantitatem quamquam continuo variabilem. Cuicumque momento temporis F, H, respondebit sua ejus quantitatis magnitudo FG, HI; momenti autem intermediis aliis K, M, aliae magnitudines KI, MN, respondebunt; ac si a puncto G ad I continua, & finita abeat pars lineae CDE, facile pater, & accurate demonstrari potest, utcumque eadem contorqueatur, nullum fore punctum K intermedium, cui aliqua ordinata KL non respondeat; & e converso nullam fore ordinatam magnitudinis intermediae inter FG, HI, quae alicui puncto inter F, H intermedio non respondeat.

XXXV.

XXXV. Quantitas illa variabilis per hanc variabilem ordinatam expressa mutatur juxta continuitatis legem, quia a magnitudine FG, quam habet momento temporis F, ad magnitudinem HI, quæ respondet momento temporis H, transit per omnes intermedias magnitudines KL, MN, respondentes intermediis momenti K, M, & momento cuius respondet determinata magnitudo. Quod si assumatur tempusculum quoddam continuum KM utcunque exiguum, ducta LO ipsi parallela, habebitur quantitas NO, quæ in schemate exhibito est incrementum magnitudinis ejus quantitatis continuo variata. Quo minor est ibi temporis particula KM, eo minus est id incrementum NO; & illa evanescente, ubi congruant momenta K, M, hoc etiam evanescit. Potest quævis magnitudo KL, MN appellari status quidem variabilis illius quantitatis, & gradus nomine deberet potius intelligi illud incrementum NO, quam aliquando etiam ille status, illa magnitudo KL nomine gradus intelligi solet, ubi illud dicitur, quod ab una magnitudine ad aliam per omnes intermedios gradus transeat; quod quidem æquivocationibus omnibus occasionem exhibuit.

XXXVI. Sed omissis æquivocationibus ipsis, illud, quod ad rem fecit, est accessio incrementorum facta non momento temporis, sed tempusculo continuo, quod est particula continui temporis. Utcunque exiguum sit incrementum ON, ipsi semper responder tempusculum KM continuum. Nullum est in linea punctum M ita proximum puncto K, ut sit primum post ipsum; sed vel congruunt, vel intercipiunt lineolam continua bisectione per alia intermedia puncta perpetuo divisibilem in infinitum. Eodem pacto nullum est in tempore momentum ita proximum alteri præcedenti momento, ut sit primum post ipsum, sed vel idem momentum sunt, vel interjacet inter ipsa tempusculum continuum per alia intermedia momenta divisibile in infinitum: ac nullus iridem est quantitatis continuo variabilis status ita proximus præcedenti statui, ut sit primus post ipsum accessu aliquo momentaneo facto; sed differentia, quæ inter ejusmodi status est, debetur intermedio continuo tempusculo; ac data lege variationis, sive natura lineæ ipsam exprimentis, & quacunque utcunque exigua accessione, inveniri potest tempusculum continuum, quo ea accessio advenerit.

XXXVII. Atque sic quidem intelligitur, quo pacto fieri possit transitus per intermedias magnitudines omnes, per intermedios status, per gradus intermedios, quin ullus habeatur saltus utcunque
 exi-

exiguus momento temporis factus. Notari illud potest, tantummodo mutationem fieri alicubi per incrementa, ut, ubi $K L$, abit, in $M N$, per $N O$; alicubi per decremēta, ut ubi $K L$ abeat in $N M$ per $O N$; quin immo si linea $C D E$, quæ legem variationis exhibet, alicubi secet rectam, temporis, $A B$, potest ibidem evanescere magnitudo, ut ordinata $M N$, puncto M allapso ad D , evanesceret, & deinde mutari in negativam $P Q$, $R S$, habentem videlicet directionem contrariam, quæ, quo magis ex opposita parte crescit, eo minor censetur in ratione priore, quemadmodum in ratione possessionis, vel divitiarum, pergit perpetuo se habere pejus, qui iis omnibus, quæ habebat, absumptis, æs alienum contrahit perpetuo majus. Et in Geometria quidem habetur a positivo ad negativa transitus, uti etiam in Algebraicis formulis, tam transeundo per nihilum, quam per infinitum, quos ego transitus persecutus sum partim in Dissertatione adjecta meis Sectionibus Conicis, partim in Algebra §. 14, & utrumque simul in Dissertatione de lege continuitatis; sed in Physica, ubi nulla quantitas in infinitum excrescit, is casus locum non habet, & non nisi transeundo per nihilum transitus fit a positivis ad negativa, ac vice versa; quanquam, uti inferius innuam, id ipsum sit non nihilum revera in se ipso, sed realis quidam status, & habeatur pro nihilo in consideratione quadam tantummodo, in qua negativa etiam, qui sunt veri status, in se positivi, ut ut ad priorem seriem pertinentes negativo quodam modo, negativa appellentur.

XXXVIII. *Exposita hoc pacto, & vindicata continuitatis lege, eam in Natura existere plerique Philosophi arbitrantur, contradicentibus nonnullis, uti supra innui. Ego, cum in eam primo inquirerem, censui, eandem omitti omnino non posse, si eam, quam habemus unicam, naturæ analogiam, & inductionis vim consulamus, ope cujus inductionis eam demonstrare conatus sum in pluribus e memoratis Dissertationibus, ac eandem probationem adhibet Benvenurus in sua Synopsi Num. 119; in quibus etiam locis, prout diversis occasionibus conscripta sunt, reperuntur non nulla.*

XXXIX. Longum hic esset singula inde excerptere in ordinem redacta; satis erit exscribere Dissertationis de Lege continuitatis numerum 138. Post inductionem petitam præcedente Numero a Geometria, quæ nullum uspiam habet saltum, atque a motu locali, in quo nunquam ab uno loco ad alium devenitur, nisi ductu continuo aliquo, unde consequitur illud, distantiam a dato loco nunquam mutari in aliam, neque densitatem, quæ utique a distantis pendet

particularum, in aliam, nisi transeundo per intermedias; fit gradus
 in eo numero ad motuum velocitates, & ductus, quæ magis hic ad rem
 faciunt, nimirum ubi de velocitate agimus non mutanda per saltum
 in corporum collisionibus. Sic autem habetur: „ Quin immo in
 „ motibus ipsis continuitas servatur etiam in eo, quod motus o-
 „ mnes in lineis continuis fiunt nusquam abruptis. Plurimos ejus-
 „ modi motus videmus. Planetæ, & Cometæ in lineis continuis
 „ cursum peragunt suum, & omnes retrogradationes fiunt paullatim,
 „ ac in stationibus semper exiguus quidem motus, sed tamen
 „ habetur semper, atque hinc etiam dies paullatim per auroram ven-
 „ nit, per vespertinum crepusculum abit, solis diameter non per
 „ saltum, sed continuo motu supra horizontem ascendit, vel descen-
 „ dit. Gravia itidem oblique projecta in lineis itidem pariter con-
 „ tinuis motus exercent suos, nimirum in Parabolis seclusa aeris re-
 „ sistentia, vel ea considerata, in orbibus ad hyperbolas potius ac-
 „ cedentibus, & quidem semper cum aliqua exigua obliquitate pro-
 „ jiciuntur, cum infinities infinitam improbabilitatem habeat motus
 „ accurate verticalis inter infinities infinitas inclinationes, licet exi-
 „ guas, & sub sensum non cadentes, fortuito obveniens, qui qui-
 „ dem motus in hypothese Telluris motæ a Parabolicis plurimum
 „ distant, & curvam continuam exhibent etiam pro casu projectio-
 „ nis accurate verticalis, quo quiescente penitus tellure, & nulla
 „ ventorum vi deficiente motum, haberetur ascensus rectilineus,
 „ vel descensus. Immo omnes alii motus a gravitate pendentes,
 „ omnes ab elasticitate, a vi magnetica, continuitatem itidem servant,
 „ cum eam servant vires illæ ipsæ, quibus gignuntur. Nam gra-
 „ vitas, cum decrescat in ratione reciproca duplicata distantiarum,
 „ & distantie per saltum mutari non possint, mutantur per omnes
 „ intermedias magnitudines. Videmus pariter vim magneticam a
 „ distantis pendere lege continua; vim elasticam ab inflexione, uti
 „ in laminis, vel a distantia, ut in particulis aeris compressi. In
 „ iis, & omnibus eiusmodi viribus, & motibus, quos gignunt, con-
 „ tinuitas habetur semper, tam in lineis, quæ describuntur, quam
 „ in velocitatibus, quæ pariter per omnes intermedias magnitudines
 „ mutantur, ut videre est in pendulis, in ascensu corporum gravium,
 „ & in aliis mille eiusmodi, in quibus mutationes velocitatis fiunt
 „ gradatim, nec retro cursus reflectitur, nisi imminuta velocitate
 „ per omnes gradus. Ea diligentissime continuitatem servant om-
 „ nia. Hinc nec ulli in naturalibus motibus habentur anguli, sed
 „ sem-

„ semper mutatio directionis fit paulatim, nec vero anguli exacti
 „ habentur in corporibus ipsis, in quibus utcumque videatur tenuis
 „ acies, vel cuspidis, microscopii saltem ope videri solet curvatura,
 „ quam etiam habent alvei fluviorum semper, habent arborum fo-
 „ lia, & frondes, ac rami, habent lapides quicumque, nisi forte ali-
 „ cubi cuspidēs continuæ occurrant, vel primi generis, quas natura
 „ videtur affectare in spinis, vel secundi generis, quas videtur af-
 „ fectare in avium unguibus, & rostro, in quibus tamen manente
 „ in ipsa cuspide unica tangente continuitatem servari videbimus in-
 „ fra. Infinitum esset singula persequi, in quibus continuitas in
 „ natura observatur. Satius est generaliter provocare ad exhiben-
 „ dum casum in natura, in quo continuitas non servetur, qui om-
 „ nino exhiberi non poterit.

XL. Inductio amplissima tum ex hisce motibus, ac velocitati-
 bus, tum ex aliis pluribus exemplis, quæ habemus in natura, in
 quibus ea ubique, quantum observando licet deprehendere, conti-
 nuitatem vel observat accurate, vel affectat, debet omnino id effi-
 cere, ut ab ea ne in ipsa quidem corporum collisione recedamus.
 Sed de inductionis natura, & vi, ac ejusdem usu in Physica, libet
 itidem hic inserere partem numeri 134, & totum 135 Dissertationis
 de lege continuitatis. Sic autem habent ibidem: „ Inprimis
 „ ubi generales naturæ leges investigantur, inductio vim habet ma-
 „ ximam, & ad earum inventionem vix alia ulla superest via. Ejus
 „ ope extensionem, figurabilitatem, mobilitatem, impenetrabilita-
 „ tem corporibus omnibus tribuerunt semper Philosophi etiam ve-
 „ teres, quibus eodem argumento inertiam, & generalem gravita-
 „ tem plerique e recentioribus addunt. Inductio, ut demonstra-
 „ tionis vim habeat, debet omnes singulares casus, quicumque ha-
 „ beri possunt, percurrere. Ea in naturæ legibus stabiliendis lo-
 „ cum habere non potest. Habet locum laxior quædam inductio,
 „ quæ, ut adhiberi possit, debet esse ejusmodi, ut inprimis in om-
 „ nibus iis casibus, qui ad trutinam ita revocari possunt, ut depre-
 „ hendi debeat, an ea lex observetur, eadem in iis omnibus inve-
 „ niatur, & ii non exiguo numero sint; in reliquis vero, si quid
 „ prima fronte contrarium videatur, re accuratius perspecta, cum
 „ illa lege possint omnia conciliari, licet, an eo potissimum pacto
 „ concilientur, immediate innotescere nequaquam possit. Si hæc
 „ conditiones habeantur, inductio ad legem stabiliendam censeri de-
 „ bet idonea. Sic quia videmus corpora tam multa, quæ habe-

„ mus præ manibus, aliis corporibus resistere, ne in eorum locum
 „ adveniant, & loco cedere, si resistendo sint imparia, potius,
 „ quam eodem peristare simul, impenetrabilitatem corporum admit-
 „ timus; nec obest, quod quædam corpora videamus intra alia, li-
 „ cet durissima, insinuari, ut oleum in marmora, lumen in cry-
 „ stalla, & gemmas. Videmus enim hoc phænomenum facile con-
 „ ciliari cum ipsa impenetrabilitate, dicendo, per vacuos corporum
 „ poros ea corpora permeare. (Num. 135) Præterea, quæcun-
 „ que proprietates absolutæ, nimirum quæ relationem non habent
 „ ad nostros sensus, deteguntur generaliter in massis sensibilibus
 „ corporum, easdem ad quascunque utcunque exiguas particulas
 „ debemus transferre, nisi positiva aliqua ratio obstet, & nisi sint
 „ ejusmodi, quæ pendeant a ratione totius, seu multitudinis, con-
 „ tradistincta a ratione partis. Primum evincitur ex eo, quod ma-
 „ gna & parva sunt respectiva, ac insensibilia dicuntur ea, quæ re-
 „ spectu nostræ molis, & nostrorum sensuum sunt exigua. Quare
 „ ubi agitur de proprietatibus absolutis non respectivis, quæcunque
 „ communia videmus in iis, quæ intra limites continentur nobis
 „ sensibiles, ea debemus censere communia etiam infra eos limites:
 „ nam ii limites respectu rerum, ut sunt in se, sunt accidentales,
 „ adeoque si qua fuisset analogiæ læsio, poterat illa multa facilius ca-
 „ dere intra limites nobis sensibiles, qui tanto laxiores sunt, quam
 „ infra eos, adeo nimirum propinquos nihilo. Quod nulla ceci-
 „ derit, indicio est, nullam esse. Id indicium non est evidens,
 „ sed ad investigationis principia pertinet, quæ si juxta quasdam
 „ prudentes regulas fiat, successum habere solet. Cum id indi-
 „ cium fallere possit, fieri potest, ut committatur error, sed con-
 „ tra ipsum errorem habebitur præsumptio, ut etiam in jure ap-
 „ pellant, donec positiva ratione evincatur oppositum. Hinc ad-
 „ dendum fuit, *nisi ratio positiva obstet*. Sic contra hasce regulas
 „ peccaret, qui diceret, corpora quidem magna compenetrari, ac
 „ replicari, & inertia carere non posse, compenetrari tamen posse,
 „ vel replicari, vel sine inertia esse exiguas eorum partes. At si
 „ proprietas sit respectiva, respectu nostrorum sensuum, ex eo,
 „ quod habeatur in majoribus massis, non debemus inferre, eam
 „ haberi in particulis minoribus, ut est hoc ipsum, esse sensibile,
 „ ut est, esse coloratas, quod ipsis majoribus massis competit, mi-
 „ noribus non competit, cum ejusmodi magnitudinis discrimen, ac-
 „ cidentale respectu materiæ, non sit accidentale respectu ejus de-
 „ nomi-

„ nominationis *sensibile, coloratum*. Sic etiam si qua proprietas ita
 „ pendet a ratione aggregati, vel totius, ut ab ea separari non pos-
 „ sit, nec ea, ob rationem nimirum eandem, a toto vel aggregato
 „ debet transferri ad partes. Est de ratione totius, ut partes ha-
 „ beat, nec totum sine partibus haberi potest. Est de ratione fi-
 „ gurabilis, & extensi, ut habeat aliquid, quod ab alio differt, adeo-
 „ que, ut habeat partes; hinc eæ proprietates licet in quovis ag-
 „ gregato particularum materiæ, sive in quavis sensibili massa, in-
 „ veniantur, non debent inductionis vi transferri ad particulas
 „ quascunque.

XLI. Ex his patet, & impenetrabilitatem, & continuitatis le-
 gem per ejusmodi inductionis genus abunde probari, atque evinci,
 & illam quidem ad quascunque utcunque exiguas particulas corpo-
 rum, hanc ad gradus utcunque exiguos momento temporis adjectos
 debere extendi. Requiritur autem ad hujusmodi inductionem pri-
 mo, ut illa proprietas, ad quam probandam ea adhibetur, in plu-
 rimis casibus observetur, aliter enim probabilitas esset exigua; &
 ut nullus sit casus observatus, in quo evinci possit, eam violari.
 Non est necessarium illud, ut in iis casibus, in quibus primo aspe-
 ctu timeri possit defectus proprietatis ipsius, positive demonstre-
 tur, eam non deficere; satis est, si pro iis casibus haberi possit ra-
 tio aliqua conciliandi observationem cum ipsa proprietate, & id
 multo magis, si in aliis casibus habeatur ejus conciliationis exem-
 plum, & positive ostendi possit, eo ipso modo fieri aliquando con-
 ciliationem.

XLII. Id ipsum fit, ubi per inductionem impenetrabilitas
 corporum accipitur pro generali lege naturæ. Nam impenetra-
 bilitatem ipsam magnorum corporum observamus in exemplis sane
 innumeris tot corporum, quæ pertractamus. Habentur quidem
 & casus, in quibus eam violari quis crederet, ut ubi oleum per
 ligna, & marmora penetrat, atque insinuat, & ubi lux per vi-
 tra & gemmas traducitur. At præsto est conciliatio phænomeni
 cum impenetrabilitate, petita ab eo, quod illa corpora, in quæ se
 ejusmodi substantiæ insinuant, poros habeant, quos eæ permeent.
 Et quidem hæc conciliatio exemplum habet manifestissimum in spon-
 gia, quæ per poros ingentes aqua immissa imbuitur. Poros mar-
 morum illorum, & multo magis vitrorum, non videmus, ac multo
 minus videre possumus illud, non insinuari eas substantias nisi per
 poros. Hoc satis est reliquæ inductionis vi, ut dicere debeamus,

eo potissimum pacto se rem habere, & ne ibi quidem violari generaliter utique impenetrabilitatis legem.

XLIII. Eodem igitur pacto in lege ipsa continuitatis agendum est. Illa tam ampla inductio, quam habemus, debet nos movere ad illam generaliter admittendam etiam pro iis casibus, in quibus determinate immediate per observationes non possumus, an eadem habeatur, uti est collisio corporum; ac si sunt casus nonnulli, in quibus eadem prima fronte violari videatur, ineunda est ratio aliqua, qua ipsum phenomenon cum ea lege conciliari possit, uti revera potest. Non nullos ejusmodi casus protuli in memoratis dissertationibus, quorum alii ad Geometricam continuitatem pertinent, alii ad Physicam. In illis prioribus non immorabor; neque enim Geometrica continuitas necessaria est ad hanc Physicam propugnandam, sed eam ut exemplum quoddam ad confirmationem quandam inductionis majoris adhibui. Posterior, ut sæpe & illa prior, ad duas classes reducit: altera est eorum casuum, in quibus saltus videtur committi idcirco, quia nos per saltum omittimus intermedias quantitates: rem exemplo Geometrico illustro, cui Physicum adjicio.

Fig. 4.

XLIV. In axe curvæ cujusdam in Fig. 4. sumantur segmenta AC, CE, EG æqualia, & erigantur ordinatæ AB, CD, EF, GH. Areae BACD, DCEF, FEHG videntur continuæ cujusdam seriei termini, ita, ut ab illa BACD ad DCEF, & inde ad FEHG immediate transeat, & tamen secunda a prima, ut & tertia a secunda, differunt per quantitates finitas; si enim capiuntur CI, EK æquales BA, DC, & arcus BD transferatur in IK, area DIKF erit incrementum secundæ supra primam, quod videtur immediate advenire totum absque eo, quod unquam habitum sit ejus dimidium, vel quavis alia pars incrementi ipsius, ut idcirco a prima ad secundam magnitudinem areae itum sit sine transitu per intermedias. At ibi omittuntur a nobis termini intermedii, qui continuitatem servant; si enim *ac* æqualis AC motu continuo feratur ita, ut incipiendo ab AC desinat in CE, magnitudo areae BACD per omnes intermedias *baed* abit in magnitudinem DCEF sine ullo saltu, & sine ulla violatione continuitatis.

XLV. Id sine ubique accidit, ubi initium secundæ magnitudinis aliquo intervallo distat ab initio primæ; sive statim veniat post eius finem, sive quavis alia lege ab ea disjungatur. Sic in physicis, si diem concipiamus intervallum temporis ab occasu ad occasum,

vel

vel etiam ab ortu ad occasum, dies præcedens a sequenti quibusdam anni temporibus differt per plura secunda, ubi videtur fieri saltus sine ullo intermedio die, qui minus differat. At seriem quidem continuam ii dies nequaquam constituunt. Concipiatur parallelus integer Telluris, in quo sunt continuo ductu disposita loca omnia, quæ eandem latitudinem Geographicam habent: ea singula loca suam habent durationem diei, & omnium ejusmodi dierum initia, ac fines continenter fluunt, donec ad eundem redeatur locum, cujus præcedens dies est in continua illa serie primus, & sequens postremus. Illorum omnium dierum magnitudines continenter fluunt sine ullo saltu: nos, intermediis omissis, saltum committimus, non Natura. Atque huic similis responsio est ad omnes reliquos casus ejusmodi, in quibus initia, & fines continenter non fluunt, sed a nobis per saltum accipiuntur. Sic ubi pendulum oscillat in aere, sequens oscillatio per finitam magnitudinem distat a præcedente, sed & initium, & finis ejus finito intervallo temporis distat a præcedentis initio, & sine, ac intermedii termini continua serie fluente a prima oscillatione ad secundam essent ii, qui haberentur, si primæ, & secundæ oscillationis arcu in æqualem partium numerum diviso, assumere-tur via confecta, vel tempus in ea impensum, interjacens inter fines partium omnium proportionalium, ut inter trientem, vel quadrantem prioris arcus, & trientem, vel quadrantem posterioris, quod ad omnes ejus generis casus facile transferri potest, in quibus semper immediate etiam demonstrari potest illud, continuitatem nequaquam violari.

XLVI. Secunda classis casuum est ea, in qua videtur aliquid momento temporis peragi, & tamen peragitur tempore successivo, sed perbrevis. Sunt, qui objiciant pro violatione continuitatis casum, quo quisquam manu lapidem tenens, ipsi statim det velocitatem quandam finitam; alius aquæ e vase effluentis, foramine constituto aliquanto infra superficiem ipsius aquæ, velocitatem momento temporis finitam. At in priore casu admodum evidens est, momento temporis velocitatem finitam nequaquam produci. Tempore opus est, utcumque brevissimo, ad excursum spirituum per nervos, & musculos, ad fibrarum tensionem, & alia ejusmodi, ac idcirco ut velocitatem aliquam sensibilem demus lapidi, manum retrahimus & ipsum aliquamdiu, perpetuo accelerantes, retinemus. Sic etiam ubi tormentum bellicum exploditur, videtur momento temporis emitti globus, ac totam celeritatem acquirere; at id successive

cellive fieri, patet vel inde, quod debeat inflammarī tota massa pulveris pyrii, & dilatarī aer, ut elasticitate sua globum acceleret, quod quidem fit omnino per omnes gradus. Successionem multo etiam melius videmus in globo, qui ab elastro sibi relicto propellatur, & quo elasticitas est major, eo citius, sed nunquam momento temporis, velocitas in globum inducitur.

XLVII. Hæc exempla illud præstant, quod aqua per poros spongiæ ingressa respectu impenetrabilitatis, ut ea responsione uti possimus in aliis casibus omnibus, in quibus accessio aliqua magnitudinis videtur fieri tota momento temporis; ut nimirum dicamus fieri tempore brevissimo, utique per omnes intermedias magnitudines, ac illæsa penitus lege continuitatis. Hinc & in aquæ effluentis exemplo res eodem redit, ut non unico momento, sed successivo aliquo tempore, & per omnes intermedias magnitudines progignatur velocitas, quod quidem ita se habere optimi quique Physici affirmant. Et ibi quidem, qui momento temporis omnem illam velocitatem progigni, contra me affirmet, principium utique, ut ajunt, petat, necesse est. Neque enim aqua, nisi foramen aperiat, operculo dimoto, effluet; remotio vero operculi, sive manu fiat, sive percussione aliqua, non potest fieri momento temporis, sed debet velocitatem suam acquirere per omnes gradus, nisi illud ipsum, quod quærimus, supponatur jam definitum, nimirum an in collisione corporum communicatio motus fiat momento temporis, an per omnes intermedios gradus, & magnitudines. Verum eo omisso, si etiam concipiamus momento temporis impedimentum auferri, non idcirco momento itidem temporis omnis illa velocitas produceretur; illa enim non a percussione aliqua, sed a pressione superincumbentis aquæ orta, oriri utique non potest, nisi per accessiones continuas tempusculo admodum parvo, sed non omnino nullo: nam pressio tempore indiget, ut velocitatem progignat, in communi omnium sententia.

XLVIII. Illæsa igitur esse debet continuitatis lex, nec ad eam evertendam contra inductionem tam uberem quicquam poterunt casus allati hucusque, vel iis similes. At ejusdem continuitatis aliam Metaphysicam rationem adveni, & proposui in Dissertatione de Lege continuitatis, petitam ab ipsa continuitatis natura, in qua, quod Aristoteles ipse olim notaverat, communis esse debet limes, qui præcedentia cum consequentibus coniungit, qui idcirco etiam indivisibilis est in ea ratione, in qua est limes. Sic superficies duo solida
diti-

dirimens, & crassitudine caret; & est unica, in qua immediatus ab una parte fit transitus ad aliam; linea dirimens binas superficiei continuæ partes latitudine caret; punctum continuæ lineæ segmenta discriminans, dimensione omni: nec duo sunt puncta contigua, quorum alterum sit finis prioris segmenti, alterum initium sequentis, cum duo contigua indivisibilia, & inextensa haberi non possint sine compenetracione, & coalescentia quadam in unum.

XLIX. Eodem pacto idem debet accidere etiam in tempore, ut nimirum inter tempus continuum præcedens, & continuo subsequens unicum habeatur momentum, quod sit indivisibilis terminus utriusque; nec duo momenta, uti supra innuimus, contigua esse possint, sed inter quodvis momentum, & aliud momentum debeat intercedere semper continuum aliquod tempus divisibile in infinitum. Et eodem pacto in quavis quantitate, quæ continuo tempore duret, haberi debet series quædam magnitudinum ejusmodi, ut momento temporis cuius respondeat sua, quæ præcedentem cum consequente conjungat, & ab illa per aliquam determinatam magnitudinem differat. Quin immo in illo quantitatuum genere, in quo binæ magnitudines simul haberi non possunt, id ipsum multo evidentius conficitur, nempe nullum haberi posse saltum immediarum ab una ad alteram. Nam illo momento temporis, quo deberet saltus fieri, & abrumpi series accessu aliquo momentaneo, deberent haberi duæ magnitudines, postrema seriei præcedentis, & prima seriei sequentis. Id ipsum vero adhuc multo evidentius habetur in illis rerum statibus, in quibus ex una parte quovis momento haberi debet aliquis status ita, ut nunquam sine aliquo ejus generis statu res esse possit; & ex alia duos simul ejusmodi status habere non potest.

L. Id quidem satis patebit in ipso locali motu, in quo habetur phænomenum omnibus sane notissimum, sed cujus ratio non ita facile aliunde redditur, inde autem patentiissima est. Corpus a quovis loco ad alium quemvis devenire utique potest motu continuo per lineas quascunque utcunque contortas, & in immensum productas quaquaversum, quæ numero infinities infinitæ sunt; sed omnino debet per continuam aliquam abire, & nullibi interruptam. Ea inde rationem ejus rei admodum manifestam! si alicubi linea motus abrumpetur; vel momentum temporis, quo esset in primo puncto posterioris lineæ, esset posterius eo momento, quo esset in puncto postremo anterioris, vel esset idem, vel antè? In primo, &

tertio casu inter ea momenta intercederet tempus aliquod continuum divisibile in infinitum per alia momenta intermedia, cum bina momenta temporis, in eo sensu accepta, in quo ego hic ea accipio, contigua esse non possint, uti superius exposui. Quamobrem in primo casu in omnibus iis infinitis intermediis momentis nullibi esset id corpus; in secundo casu idem esset eodem illo momento in binis locis, adeoque replicaretur; in tertio haberetur replicatio non tantum respectu eorum binorum momentorum, sed omnium etiam intermediorum, in quibus nimirum omnibus id corpus esset in binis locis. Cum igitur corpus existens nec nullibi esse possit, nec simul in locis pluribus, illa viæ mutatio, & ille saltus haberi omnino non possunt.

LI. Idem ope Geometriæ magis adhuc oculis ipsis subjicitur. Exponentur per rectam AB tempora, ac per ordinatas ad lineas CD, EF, abruptas alicubi, diversi status rei cujuscumque. Ductis ordinatis DG, EH, vel punctum H jaceret post G, ut in Fig. 5ta; vel cum ipso congrueret, ut in 6ta; vel ipsum præcederet, ut in 7ma. In primo casu nulla responderet ordinata omnibus punctis rectæ GH; in secundo binæ responderent GD, & HE eidem momento G; in tertio vero binæ HI, HE momento H, binæ GD, GK momento G, & binæ LM, LN momento cuiusvis intermedio L; nam ordinata est relatio quedam distantie, quam habet punctum curvæ cum puncto axis sibi respondente, adeoque ubi jacent in recta eadem perpendiculari axi bina curvarum puncta, habentur binæ ordinate respondentes eidem puncto axis. Quamobrem si nec omni statu carere res possit, nec haberi possunt status simul bini, necessario consequitur, saltum illum committi non posse. Saltus ipse, si deberet accidere, uti vulgo fieri concipitur, accideret binis momentis G, & H sibi in Fig. 6ta immediate succedentibus sine ullo immediato hiato, quod utique fieri non potest ex ipsa limitis ratione, qui in continuis debet esse idem, & antecedentibus, & consequentibus communis, uti diximus. Atque idem in quavis reali serie accidit; ut hic linea finita sine puncto primo, & postremo, quod sit ejus limes, & superficies sine linea esse non potest; unde fit, ut in casu figuræ 6tæ binæ ordinate necessario respondere debeant eidem puncto: ita in quavis finita reali serie statuum primus terminus, & postremus haberi necessario debent, adeoque si saltus fit, uti supra de loco diximus, debet eo momento, quo saltus confici dicitur, haberi simul status duplex; qui cum haberi non possit, saltus itidem ille

ille haberi omnino non potest. Sic, ut aliis utamur exemplis, distantia unius corporis ab alio mutari per saltum non potest, nec densitas, quia duæ simul haberentur distantia, vel duæ simul densitates, quod utique sine replicatione haberi non potest: caloris itidem, & frigoris mutatio in thermometris, ponderis atmosphaeræ mutatio in barometris, non fit per saltum, quia binæ simul altitudines mercurii in instrumento haberi deberent eodem momento temporis, quod fieri utique non potest, cum quovis momento determinata unica altitudo haberi debeat, ac unicus determinatus caloris gradus, vel frigoris; quæ quidem Theoria innumeris casibus pariter aptari potest.

LII. Contra hoc argumentum videtur primo aspectu adesse aliquid, quod ipsum prorsus evertat, & tamen ipsi illustrando idoneum est maxime. Videtur nimirum inde erui, impossibilem esse & creationem rei cujuscumque, & interitum. Si enim conjungendus est postremus terminus præcedentis seriei cum primo sequentis, in ipso transitu a non esse ad esse, vel vice versa, debet utrumque conjungi, ac idem simul erit, & non erit, quod est absurdum. Responsio in promptu est. Seriei finitæ realis, & existentis, reales itidem, & existentes termini esse debent; non vero nihili, quod nullas proprietates habet, quas exigit. Hinc si realium statuum seriei altera series realium itidem statuum succedat, quæ non sit communi termino conjuncta, bini eodem momento debebuntur status, qui nimirum sint bini limites eorundem. At quoniam *non esse* est merum nihilum, ejusmodi series limitem nullum extremum requirit, sed per ipsum esse immediate, & directe excluditur. Quamobrem primo, & postremo momento temporis ejus-continui, quo res est, erit utique, nec cum hoc *esse* suum *non esse* conjunget simul; ac si densitas certa per horam duret, tum momento temporis in aliam mutetur duplam, duraturam itidem per alteram sequentem horam, momento temporis, quod horas dirimit, binæ debebunt esse densitates simul, nimirum & simplex, & dupla, quæ sunt reales binarum realium serierum termini.

LIII. Id ipsum in Dissertatione de lege virium in natura existentium satis, ni fallor, luculenter exposui, ac Geometricis figuris illustravi, adjectis nonnullis, quæ eodem recidunt, & quæ in applicatione ad rem, de qua agimus, & in cujus gratiam hæc omnia ad legem continuitatis pertinentia allata sunt, proderunt infra; libet autem novem ejus Dissertationis numeros huc transferre integros,

Fig. 8.

incipiendo ab octavo, sed numeros ipsos, ut & schematum numeros mutabo hic, ut cum superioribus consentiant.

LIV. „ Sit in Fig. 8. circulus $GMGm$, qui referatur ad datam
 „ rectam AB per ordinatas HM ipsi rectæ perpendicularares; „ uti
 „ itidem perpendicularares sint binæ tangentēs EGF , $E'G'F'$.
 „ Conciipiatur igitur recta quædam indefinita ipsi rectæ AB per-
 „ pendicularis, motu quodam continuo delata ab A ad B . Ubi ea
 „ habuerit „ positionem quamcunque CD , quæ „ præcedat tangentem
 „ EF ; vel CD , quæ consequatur tangentem EF ; ordinata ad cir-
 „ culum nulla erit, sive erit impossibilis, &, ut Geometræ loquuntur,
 „ imaginaria. Ubicunque „ autem ea sit inter binas tangentes
 „ EGF , $E'G'F'$, in HI , $H'I'$, occurret circulo in binis punctis
 „ M , m , „ vel „ M , m , & habebitur valor ordinatæ HM ,
 „ Hm , vel HM , Hm . Ordinata quidem ipsa respondet soli intervallo
 „ EE ; & si ipsa linea AB referat tempus, momentum E est limes
 „ inter tempus præcedens continuum AE , quo ordinata non est, &
 „ tempus continuum EE subsequens, quo ordinata est; punctum E
 „ est limes inter tempus præcedens EE , quo ordinata est, & sub-
 „ sequens EB , quo non est. Vita igitur quædam ordinatæ est
 „ tempus EE ; ortus habetur in E , interitus in E . Quid autem in ipso
 „ orni, & interitu? habeturne quoddam esse, ordinatæ, an non esse?
 „ habetur utique esse, nimirum EG , vel EG , non autem non
 „ esse. Oritur tota finitæ magnitudinis ordinata EG ; interit tota
 „ finitæ magnitudinis EG , nec tamen ibi conjungit esse, & non esse,
 „ nec ullum absurdum secum trahit. Habetur momento E primus
 „ terminus seriei sequentis sine ultimo seriei præcedentis, & habetur
 „ momento E ultimus terminus seriei præcedentis sine primo
 „ termino seriei sequentis.

LV. „ Quare autem id ipsum accidat, si Metaphysica consideratione rem
 „ perpendimus, statim patebit. Nimirum veri nihili nullæ sunt reales
 „ proprietates: entis realis reales proprietates sunt. Quævis realis series
 „ initium reale habere debet, & finem, sive primum, & ultimum terminum.
 „ Id, quod non est, nullam habet realem proprietatem, nec proinde sui generis
 „ ultimum terminum, aut primum. Series præcedens ordinatæ nullius
 „ ultimum terminum non habet, series consequens non habet primum:
 „ series realis contenta intervallo EE , & primum habere debet, &
 „ ultimum. Hujus reales termini terminum illum nihili per se se
 „ excludunt, cum ipsum esse per se excludat non esse.

LVI.

LVI. „ Atque id quidem manifestum fit magis, si considere-
 „ mus feriem aliquam præcedentem realem, quam expriment ordi-
 „ natae ad lineam continuam PL g, quæ respondeat toti tempori
 „ AE ita, ut cuivis momento C ejus temporis respondeat ordina-
 „ ta CL. Tum vero si momenso E debeat fieri saltus ab ordinata
 „ Eg ad ordinatam EG, necessario ipsi momento E debent respon-
 „ dere binæ ordinatæ EG, Eg. Nam in tota linea PLg non po-
 „ test deesse solum ultimum punctum g; cum ipso sublato debeat
 „ adhuc illa linea terminum habere suum, qui terminus esset itidem
 „ punctum; id vero punctum idcirco fuisset ante contiguum puncto
 „ g, quod est absurdum, ut in eadem Dissertatione (de Lega Con-
 „ tinuitatis) demonstravimus. Nam inter quodvis punctum, &
 „ aliud punctum linea aliqua interjacere debet; quæ si non interja-
 „ ceat, jam illa puncta in unicum coalescunt. Quare non potest
 „ deesse nisi lineola aliqua gL, ita, ut terminus seriei præcedentis sit
 „ in aliquo momento C præcedente momentum E, & disjuncto ab
 „ eo per tempus quoddam continuum, in cujus temporis momen-
 „ tis omnibus ordinata sit nulla.

LVII. „ Pater igitur discrimen inter transitum a vero nihilo,
 „ nimirum a quantitate imaginaria ad esse, & transitum ab una ma-
 „ gnitudine ad aliam. In primo casu terminus nihili non habetur;
 „ habetur terminus uterque seriei veram habentis existentiam, &
 „ potest quantitas, cujus ea est series, oriri vel occidere quantitate fi-
 „ nita, ac per se excludere non esse. In secundo casu necessario ha-
 „ beri debet utriusque seriei terminus, alterius nimirum postremus,
 „ alterius primus. Quamobrem etiam in creatione, & in annihila-
 „ tione potest quantitas oriri, vel interire magnitudine finita, & pri-
 „ mum, ac ultimum esse erit quoddam esse, quod secum non conjun-
 „ get una non esse. Contra vero ubi magnitudo realis ab una quanti-
 „ tate ad aliam transire debet per saltum, momento temporis, quo
 „ saltus committitur, uterque terminus haberi deberet. Manet
 „ igitur ille sum argumentum nostrum metaphysicum pro exclusionem
 „ saltus a creatione, & annihilatione, sive ortu, & interitu.

LVIII. „ At hic illud etiam notandum est; quoniam ad ortum,
 „ & interitum considerandum Geometricas contemplationes assu-
 „ ptimus, videri quidem prima fronte, aliquando etiam realis seriei
 „ terminum postremum esse nihilum; sed re altius considerata, non
 „ erit vere nihilum, sed status quidam itidem realis, & ejusdem ge-
 „ neris cum præcedentibus, licet alio nomine insignitus.

Fig. 9.

LIX. „ Sit in Fig. 9. Linea AB, ut prius, ad quam linea
 „ quaedam PL deveniat in G, & sive pergat ultra ipsam in GM,
 „ sive retro resiliat per GM. Recta CD habebit ordinatam CL,
 „ quæ evanescet, ubi puncto C abeunte in E, ipsa CD abibit in
 „ EF, tum in positione ulteriori rectæ perpendicularis HI vel ab-
 „ ibit in negativam MH, vel retro positiva regredietur in MH.
 „ Ubi linea altera cum altera coit, & punctum E alterius cum al-
 „ terius puncto G congregitur, ordinata CL videtur abire in ni-
 „ hilum ita, ut nihilum, quemadmodum & supra innuimus, sit li-
 „ mes quidam inter seriem ordinarum positivarum CL, & negati-
 „ varum HM; vel positivarum CL, & iterum positivarum HM. Sed
 „ si res altius consideretur ad Metaphysicum conceptum reducta,
 „ in situ EF non habetur verum nihilum. In situ CD, HI habe-
 „ tur distantia quaedam punctorum C, L; H, M: in situ EF habe-
 „ tur eorundem punctorum compenetratio. Distantia est relatio
 „ quaedam binorum modorum, quibus bina puncta existunt; com-
 „ penetratio itidem est relatio binorum modorum, quibus ea exi-
 „ stunt, quæ compenetratio est aliquid reale ejusdem prorsus ge-
 „ neris, cujus est distantia, constituta nimirum per binos reales exi-
 „ stendi modos.

LX. „ Totum discrimen est in vocabulis, quæ nos imposui-
 „ mus. Bini locales existendi modi infinitas numero relationes pos-
 „ sunt constituere, alii alias. Hæ omnes inter se & differunt, &
 „ tamen simul etiam plurimum conveniunt; nam reales sunt, & in
 „ quodam genere congruunt, quod nimirum sint relationes ortæ a
 „ binis localibus existendi modis. Diverſa vero habent nomina ad
 „ arbitrium instituta, cum alie ex ejusmodi relationibus, ut CL,
 „ dicantur distantie positivæ, relatio EG dicatur compenetratio,
 „ relationes HM dicantur distantie negativæ. Sed quoniam ut a
 „ decem palmis distantie demptis 5, relinquuntur 5, ita demptis
 „ aliis 5, habetur nihil; non quidem verum nihil, sed nihil in ratione
 „ distantie a nobis ita appellatæ, cum remaneat compenetratio; ab-
 „ lat's autem aliis quinque, remanent quinque palmi distantie negativæ.
 „ Ita omnia realia sunt, & ad idem genus pertinent, cum eodem prorsus
 „ modo inter se differant distantia palmorum 10 a distantia palmo-
 „ rum 5, hæc a distantia nulla, sed reali, quæ compenetrationem im-
 „ portat, & hæc a distantia negativa palmorum 5. Nam ex prima illa
 „ quantitate eodem modo devenitur ad hæc posteriores per conti-
 „ nuam ablationem palmorum 5. Eodem autem pacto infinitas el-
 „ „ lipses,

„ ipsas, ab infinitis hyperbolis unica interjecta parabola discrimi-
 „ nat, quæ quidem unica nomen peculiare sortita est, cum illas nu-
 „ mero infinitas, & a se invicem admodum discrepantes unico vo-
 „ cabulo complectamur, licet altera magis oblonga ab altera minus
 „ oblonga plurimum itidem diversa sit.

LXI. „ Et quidem eodem pacto status quidam realis est quies,
 „ sive perseverantia in eodem modo locali existendi; status quidam
 „ realis est velocitas nulla puncti existentis, nimirum determinatio
 „ perseverandi in eodem loco; status quidam realis puncti existentis
 „ est vis nulla, nimirum determinatio retinendi præcedentem ve-
 „ locitatem, & ita porro: plurimum hæc discrepant a vero *non esse*.
 „ Casus ordinatæ respondentis lineæ EF (in Fig. 9) differt pluri-
 „ mum a casu ordinatæ circuli respondentis lineæ CD Figuræ 8:
 „ in prima existunt puncta, sed compenetrata; in secunda alterum
 „ punctum impossibile est. Ubi in solutione problematum deve-
 „ nitur ad quantitatem primi generis, problema determinationem
 „ peculiarem accipit; ubi devenitur ad quantitatem secundi generis,
 „ problema evadit impossibile: usque adeo in hoc secundo casu ha-
 „ betur verum nihilum, omni reali proprietate carens; in illo pri-
 „ mo habetur aliquid realibus proprietatibus præditum, quod ipsis
 „ etiam solutionibus problematum, & constructionibus, veras suffi-
 „ cit, & reales determinaciones.

LXII. „ Firmum igitur manebit semper, & stabile, seriem
 „ realem quamcunque, quæ continuo tempore finito duret, debere
 „ habere & primum principium, & ultimum terminum realem, sine
 „ ullo absurdo, & sine conjunctione sui *esse* cum *non esse*, si forte
 „ duret eo solo tempore, dum si præcedenti etiam extitit tempore,
 „ habere debet & ultimum terminum seriei præcedentis, & primum
 „ sequentis, qui debent esse unicus indivisibilis communis limes, ut
 „ momentum est unicus indivisibilis limes inter tempus continuum
 „ præcedens, & subsequens. Sed hæc de ortu, & interitu jam satis.

LXIII. Ut igitur contrahamus iam vela, continuitatis lex &
 „ inductione, & Metaphysico argumento abunde nititur, quæ ideo
 „ etiam in velocitatis communicatione retineri omnino debet, ut ni-
 „ mirum ab una velocitate ad aliam nunquam transeat, nisi per in-
 „ termedias velocitates omnes sine saltu. Et quidem in ipsis motibus
 „ & velocitatibus inductionem habuimus Num. 39 ac difficultates sol-
 „ vimus Num. 46, & 47 pertinentes ad velocitates, quæ videri pos-
 „ sent mutatae per saltum. Quod autem pertinet ad Metaphysicum
 „ argu-

argumentum, si toto tempore ante contactum subsequenti corporis superficies antecedens habuit 12 gradus velocitatis, & sequenti 9, saltu facto momentaneo ipso initio contactus, in ipso momento ea tempora dirimente debuisset habere & 12, & 9 simul, quod est absurdum. Duas enim velocitates simul habere corpus non potest, quod ipsum aliquanto diligentius demonstrabo.

LXIV. Velocitatis nomen, uti passim usurpatur a Mechanicis, æquivocum est; potest enim significare velocitatem actualem, quæ nimirum est relatio quaedam in motu æquabili spatii percursum divisi per tempus, quo percurritur; & potest significare quandam, quam apto Scholasticorum vocabulo potentialem appello, quæ nimirum est determinatio ad actualem, sive determinatio, quam habet mobile, si nulla vis mutationem inducat, percurrendi motu æquabili determinatum quoddam spatium quovis determinato tempore, quæ quidem duo & in Dissertatione de viribus vivis, & in Straynis Supplementis distinximus, distinctione utique necessaria ad æquivocationes evitandas. Prima haberi non potest momento temporis, sed requirit tempus continuum, quo motus fiat, & quidem etiam motum æquabilem requirit ad accuratam sui mensuram; secunda habetur etiam momento quovis determinata; & hanc alteram intelligunt utique Mechanici, cum scalas Geometricas efformant pro motibus quibuscunque difformibus, sive abscissa expriment e tempus, & ordinata velocitatem, utcumque etiam variatam, area exprimat spatium; sive abscissa exprimente itidem tempus, & ordinata vim, area exprimat velocitatem jam genitam, quod itidem in aliis ejusmodi scalis, & formulis algebraicis fit passim, hac potentiâ velocitate usurpata, quæ sit tantummodo determinatio ad actualem, quam quidem ipsam intelligo, ubi in collisione corporum eam nego mutari posse per saltum ex hoc posteriore argumento.

LXV. Jam vero velocitates actuales non posse simul esse duas in eodem mobili, satis patet, quia oporteret id mobile, quod initio dati cujusdam temporis fuerit in dato spatii puncto, in omnibus sequentibus occupare duo puncta ejusdem spatii, ut nimirum spatium percursum sit duplex, alterum pro altera velocitate determinanda, adeoque requireretur actualis replicatio, quam non haberi uspiam, ex principio inductionis colligere sane possumus admodum facile. Cum nimirum nunquam videamus idem mobile simul ex eodem loco discedere in partes duas, & esse simul in duobus locis ita, ut constet nobis, utrobique esse illud idem. At nec potentiales velo-

velocitates duas simul esse posse, facile demonstratur. Nam ve-
 locitas potentialis est determinatio ad existendum post datum tempus
 continuum quodvis in dato quodam puncto spatii habente datam distan-
 tiam a puncto spatii, in quo mobile est eo temporis momento, quo
 dicitur habere illam potentialem velocitatem determinatam. Quam-
 obrem habere simul illas duas potentiales velocitates est esse de-
 terminatum ad occupanda eodem momento temporis duo puncta
 spatii, quorum singula habeant suam diversam distantiam ab eo puncto
 spatii, in quo tum est mobile, quod est esse determinatum ad replica-
 tionem habendam momenti omnibus sequentis temporis. Dicitur
 utique idem mobile a diversis causis acquirere simul diversas veloci-
 tates, sed eae componuntur in unicam ita, ut singula constituent sta-
 tum mobilis, qui status respectu dispositionum, quas eo momento,
 in quo tum est, habet ipsum mobile, complectentium omnes cir-
 cumstantias praeteritas, & praesentes, est tantummodo conditiona-
 tus, non absolutus; nimirum ut contineant determinationem, quam
 ex omnibus praeteritis & praesentibus circumstantiis haberet ad oc-
 cupandum illud determinatum spatii punctum determinato illo mo-
 mento temporis, nisi aliunde ejusmodi determinatio per conjunctio-
 nem alterius causae, quae tum agat, vel jam egerit, mutaretur, &
 loco ipsius alia, quae composita dicitur, succederet. Sed status ab-
 solutus resultans ex omnibus eo momento praesentibus, & praere-
 ritis circumstantiis ipsius mobilis, est unica determinatio ad existen-
 dum pro quovis determinato momento temporis sequentis in quo-
 dam determinato puncto spatii, qui quidem status pro circumstantiis
 omnibus praeteritis, & praesentibus est absolutus, licet sit in eodem
 conditionatus pro futuris: si nimirum eadem, vel aliae causae agen-
 tes sequentibus momenti non mutant determinationem, & punctum
 illud loci, ad quod revera deveniri deinde debet dato illo momento
 temporis, & actu devenitur. Porro patet hujusmodi status ex o-
 mnibus praeteritis, & praesentibus circumstantiis absolutos non posse
 eodem momento temporis esse duos sine determinatione ad repli-
 cationem, quam ille conditionatus status resultans e singulis compo-
 nentibus velocitatibus non inducit ob id ipsum, quod conditionatus
 est. Porro si haberetur saltus a velocitate ex omnibus praeteritis,
 & praesentibus circumstantiis exigente ex. gr. post unum minutum
 punctum spatii distans per palmos 6 ad exigentem punctum distans per
 palmos 9, deberet eo momento temporis, quo fieret saltus, haberi
 simul utraque determinatio absoluta respectu circumstantiarum o-
 mnium

omnium ejus momenti & omnium præteritarum; nam toto præcedenti tempore habita fuisset realis series statuum cum illa priore, & toto sequenti deberet haberi cum illa posteriore, adeoque eo momento simul utraque, cum neutra series realis sine reali suo termino stare possit.

LXVI. Præterea corporis, vel puncti existentis potest utique nulla esse velocitas actualis, saltem accurate talis, si nimirum difformem habeat motum, quod ipsum etiam semper in natura accidit, ut demonstrari posse arbitror, sed huc non pertinet; at semper utique haberi debet aliqua velocitas potentialis, vel saltem aliquis status, qui licet alio vocabulo appellari soleat, & dici velocitas nulla, est tamen non nihilum quoddam, sed realis status, nimirum determinatio ad quietem, quanquam hanc ipsam, ut & quietem, ego quidem arbitrer in natura reapse haberi nullam, argumentis, quæ in Stayanis supplementis exposui, ubi de spatio & tempore: sed id ipsum itidem nequaquam huc pertinet. His etiam penitus prætermissis, eruitur e reliquis, quæ diximus, admissio etiam ut existente, vel possibili in natura motu uniformi, & quiete, utramque velocitatem habere conditiones necessarias ad hoc, ut secundum argumentum pro continuitatis lege superius allatum vim habeat suam, nec ab una velocitate ad alteram abiri possit sine transitu per intermediarias.

LXVII. Patet autem, hinc illud evinci, nec interire momento temporis posse, nec oriri velocitatem rotam corporis, vel puncti non simul intereuntis, vel orientis, nec huc transferri posse, quod de creatione, & morte diximus; cum nimirum ipsa velocitas nulla corporis, vel puncti existentis, sit non purum nihil, ut monui, sed realis quidam status, qui simul cum alio reali statu determinate illius intereuntis, vel orientis velocitatis deberet conjungi; unde etiam fit, ut nullum effugium haberi possit contra superiora argumenta, dicendo, quando a 12 gradibus velocitatis transitur ad 9, durare utique priores 9, & interire reliquos tres, in quo nullum absurdum sit, cum nec in illorum duratione habeatur saltus, nec in saltu per interitum habeatur absurdi quidpiam, ejus exemplo, quod superius dictum fuit, ubi ostensum est, non conjungi *non esse* simul, & *esse*. Nam in primis 12 gradus velocitatis non sunt quid compositum e duodecim rebus inter se distinctis, atque disjunctis, quarum 9 manere possint, 3 interire, sed sunt unica determinatio ad existendum in punctis spatii distantibus certo intervallo, ut palmorum 12, elapsis datis quibusdam temporibus æqualibus quibuscunque. Sic etiam in ipsis ordi-

ordinatis GD, HE, quæ expriment velocitates in Fig. 6, revera, in mea potissimum Theoria, ordinata GD non est quædam pars ordinatae HE communis ipsi usque ad D, sed sunt duæ ordinatae, quarum prima consistit in relatione distantiae, puncti curvæ D a puncto axis G, secunda in relatione puncti curvæ E a puncto axis H, quod est ibi idem, ac punctum G. Relationem distantiae punctorum D & G constituunt duo reales modi existendi ipsorum, relationem distantiae punctorum D, & E duo reales modi existendi ipsorum, & relationem distantiae punctorum H, & E duo reales modi existendi ipsorum. Hæc ultima relatio constat duobus modis realibus tantummodo pertinentibus ad puncta E, & H, vel G, & summa priorum constat modis realibus omnium trium, E, D, G. Sed nos indefinite concipimus possibilitatem omnium modorum realium intermediorum, ut infra dicemus, in qua præcisiva & indefinita idea stat mihi idea spatii continui: & intermedii modi possibiles inter G, & D sunt pars intermediorum inter E, & H. Præterea omissis etiam hisce omnibus ipse ille saltus a velocitate finita ad nullam, vel a nulla ad finitam, haberi non potest.

LXVIII. Atque hinc ego quidem potuissem etiam adhibere duos globos æquales, qui sibi invicem occurrant cum velocitatibus æqualibus, quæ nimirum in ipso contactu deberent momento temporis interire; sed ut hæc ipsas considerationes evitarem de transitu a statu reali ad statum itidem realem, ubi a velocitate aliqua transitur ad velocitatem nullam, adhibui potius in omnibus Dissertationibus meis globum, qui cum 12 velocitatis gradibus assequatur alterum præcedentem cum 6, ut nimirum abeundo ad velocitatem aliam quamcunque haberetur saltus ab una velocitate ad aliam, in quo evidentius esset absurdum.

LXIX. Jam vero in hisce casibus utique haberi deberet saltus quidam, & violatio legis continuitatis, non quidem in velocitate actuali, sed in potentiali, si ad contactum deveniretur cum velocitatum discrimine aliquo determinato quocunque. In velocitate actuali, si eam metiamur spatio, quod conficitur, diviso per tempus, transitus utique fieret per omnes intermedias, quod sic facile ostenditur ope Geometriæ. In Fig. 10 designent AB, BC bina Fig. 10. tempora ante, & post contactum, & momento quolibet H sit velocitas potentialis illa major HI, quæ æquetur velocitati primæ AD; quovis autem momento Q posterioris temporis sit velocitas potentialis minor QR, quæ æquetur velocitati cuidam datæ CG.

Assumpto quovis tempore HK determinatæ magnitudinis, area HIKL divisa per tempus HK, sive recta HI, exhibebit velocitatem actualem. Moveatur tempus HK versus B, & donec K adveniat ad B, semper eadem habebitur velocitatis mensura; eo autem progressu in O ultra M, sed adhuc H existente in M citra B, spatium illi tempori respondens componetur ex binis MNEB, BFPO, quorum summa si dividatur per MO, jam nec erit MN æqualis priori AD, nec BF, ipsa minor per datam quantitatem FE; sed facile demonstrari potest (b) capta VE æquali IL, vel HK, sive OM, & ducta recta VF, quæ secet MN in X, quotum ex illa divisione prodeuntem fore MX, donec abeunte toto illo tempore ultra B in QS jam area QRTS divisa per tempus QS exhibeat velocitatem constantem QR.

LXX. Patet igitur in ea consideratione a velocitate actuali præcedente HI ad sequentem QR transiri per omnes intermedias MX, quas continua recta VF definit; quanquam ibi etiam irregulare quid oritur inde, quod velocitas actualis XM diversa obvenire debeat pro diversa magnitudine temporis assumpti HK, quo nimirum assumpto majore, vel minore removeretur magis, vel minus V ab E, & decreverit, vel creverit XM. Id tamen accidit in motibus omnibus, in quibus velocitas non manet eadem toto tempore, ut nimirum tum etiam velocitas aliqua actualis debeat agnosci, & determinari spatio diviso per tempus, pro aliis, atque aliis temporibus assumptis pro mensura, aliæ, atque aliæ velocitatis actualis mensuræ obveniant, secus ac accidit in motu semper æquabili, quam ipsam ob causam velocitatis actualis in motu difformi nulla est revera mensura accurata, quod supra innui, sed ejus idea præcisa ac distincta æquabilitatem motus requirit, & ideo Mechanici in difformibus motibus ad actualem velocitatem determinandam adhibere solent spatium infinitesimo tempusculo percursum, in quo ipso motum habent pro æquabili.

LXXI. At velocitas illa potentialis, quæ singulis momentis temporis respondet sua, mutaretur utique per saltum ipso momento B, quo deberet haberi & ultima velocitatum præcedentium BE, & pri-

(b) Si enim producatu OP usque ad NE in Y, erit $EY = VN$, ob $VE = MO = NY$. Est autem $VF.VN :: EF:NX$; quare $VN \times EF = VE \times NX$, sive posito EY pro VN , & MO pro VE , erit $EY \times EF = MO \times NX$. Totum $MNYO$ est $MO \times MN$, pars $EYPO$ est $EY \times EF$. Quare residuus gnomon $NMOPFE$ est $MO \times MX$, quo diviso per MO habetur MX .

prima sequentium BF, quod cum haberi nequeat, uti demonstratum est, fieri non potest per secundum ex argumentis, quæ adhibuimus pro lege continuitatis, ut cum illa velocitatum inæqualitate deveniatur ad immediatum contactum; atque id ipsum excludit etiam inductio, quam pro lege continuitatis in ipsis quoque velocitatibus, atque motibus primo loco proposui.

LXXII. Arque hoc demum pacto illud constitit evidenter, non licere continuitatis legem deferere in collisione corporum, & illud admittere, ut ad contactum immediatum deveniatur cum illæsis binorum corporum velocitatibus integris. Videndum igitur, quid necessario consequi debeat, ubi id non admittatur, & hæc analysis ulterius promovenda.

LXXIII. Quoniam ad immediatum contactum devenire ea corpora non possunt cum præcedentibus velocitatibus, oportet, ante contactum ipsum immediatum incipiant mutari velocitates ipsæ, & vel ea consequentis corporis minui, vel ea antecedentis augeri, vel utrumque simul. Quidquid accidat, habebitur ibi aliqua mutatio status, vel in altero corpore, vel in utroque, in ordine ad motum, vel quietem, adeoque habebitur aliqua mutationis causa, quæcumque illa sit. Causa vero mutans statum corporis in ordine ad motum, vel quietem, dicitur vis: habebitur igitur vis aliqua, quæ effectum gignat, etiam ubi illa duo corpora nondum ad contactum devenerint.

LXXIV. Ad impediendam violationem continuitatis satis esset, si ejusmodi vis ageret in alterum tantummodo e binis corporibus, reducendo præcedentis velocitatem ad gradus 12, vel sequentis ad 6. Videndum igitur aliunde, an agere debeat in alterum tantummodo, an in utrumque simul, & quomodo. Id determinabitur per aliam naturæ legem, quam nobis inductio satis ampla ostendit, qua nimirum evincitur, omnes vires nobis cognitæ agere utrinque & æqualiter, & in partes oppositas, unde provenit principium, quod appellant actionis, & reactionis æqualium; est autem fortasse quædam actio duplex semper æqualiter agens in partes oppositas. Ferrum, & magnes æque se mutuo trahunt; elastrum binis globis æqualibus interjectum æque utrumque urget, & æqualibus velocitatibus propellit; gravitatem ipsam generalem mutuum esse ostendunt errores Jovis, ac Saturni potissimum, ubi ad se invicem accedunt, uti & curvatura orbitæ lunaris orta ex ejus gravitate in terram comparata cum æstu maris orto ex inæquali partium globi

terraquei gravitate in lunam. Ipsæ nostræ vires, quas nervorum ope exerimus, semper in partes oppositas agunt, nec satis valide aliquid propellimus, nisi pede humum, vel etiam, efficacius agamus, oppositum parietem simul repellamus. En igitur inductionem, quam utique ampliorem etiam habere possumus! ex qua illud pro eo quoque casu debemus inferre, eam ibi vim in utrumque corpus agere, quæ actio ad æqualitatem non reducet inæquales illas velocitates, nisi augeat præcedentis, minuat consequentis corporis velocitatem; nimirum nisi in iis producat velocitates quasdam contrarias, quibus, si solæ essent, deberent a se invicem recedere: sed quia hæc componuntur cum præcedentibus, hæc utique non recedunt, sed tantummodo minus ad se invicem accedunt, quam accederent.

LXXV. Invenimus igitur vim ibi debere esse mutuam, quæ ad partes oppositas agat, & quæ sua natura determinet per sese illa corpora ad recessum mutuam a se invicem. Hujusmodi igitur vis ex nominis definitione appellari potest vis repulsiva. Quarendum jam ulterius, qua lege progredi debeat, an imminutis in immensum distantis ad datam quandam mensuram deveniat, an in infinitum excreseat?

LXXVI. Ut in illo casu evitetur saltus, satis est in allato exemplo, si vis repulsiva, ad quam delati sumus, extinguat velocitatum differentiam illam 6 graduum, antequam ad contactum immediatum corpora devenerint: quamobrem possent utique devenire ad eum contactum eodem illo momento, quo ad æqualitatem velocitatum deveniunt. At si in alio quopiam casu corpus sequens impellatur cum velocitatis gradibus 20, corpore præcedente cum suis 6, tum vero ad contactum deveniretur cum differentia velocitatum majore, quam graduum 8. Nam illud itidem amplissima inductione evincitur, vires omnes nobis cognitæ, quæ aliquo tempore agunt, ut velocitatem producant, agere in ratione temporis, quo agunt, & sui ipsius. Rem in gravibus oblique descendentibus experimenta confirmant; eadem & in elastis institui facile possunt, ut rem comprobent; ac id ipsum est fundamentum totius Mechanicæ, quæ inde motuum leges eruit, quas experimenta in pendulis, in projectis gravibus, in aliis pluribus comprobant, & Astronomia confirmat in cælestibus motibus. Quamobrem illa vis repulsiva, quæ in priore casu extinxit 6 tantummodo gradus discriminis, si agar brevior tempore in secundo casu, non poterit extinguere nisi pauciores, minore nimirum velocitate producta utrinque ad partes contrarias.

At

At brevior utique tempore aget : nam cum majore velocitatum discrimine velocitas respectiva est major, ac proinde accessus celerior. Extingueret igitur in secundo catu illa vis minus, quam 6 discriminis gradus, si in primo usque ad contactum extinxit tantummodo 6. Superessent igitur plures, quam 8; nam inter 20 & 6 erant 14, ubi ad ipsum deveniretur contactum, & ibi per saltum deberent velocitates mutari, ne compenetratio haberetur, ac proinde lex continuitatis violari. Cum igitur id accidere non possit, oportet, natura incommodo caverit per ejusmodi vim, quæ in priore casu aliquanto ante contactum extinxerit velocitatis discrimen, ut nimirum imminutis in secundo casu adhuc magis distantius, vis ulterior illud omne discrimen auferat, elisis omnibus illis 14 gradibus discriminis, qui habebantur.

LXXVII. Quando autem huc jam delati sumus, facile est ulterius progredi, & illud considerare, quod in secundo casu accidit respectu primi, idem accidere aucta semper velocitate consequentis corporis in tertio aliquo respectu secundi, & ita porro. Debebit igitur ad omnem pro omni casu evitandum saltum Natura cavisse per ejusmodi vim, quæ imminutis distantius crescat in infinitum, atque ita crescat, ut par sit extinguendæ cuicunque velocitati, utcunque magnæ. Devenimus igitur ad vires repulsivas imminutis distantius crescentes in infinitum, nimirum ad arcum illum asymptoticum ED curvæ virium in Fig. Ima propositum. Illud quidem ratiocinatione hætenus instituta immediate non deducitur, hujusmodi incrementa virium auctarum in infinitum respondere distantius in infinitum imminutis. Possent pro hisce corporibus, quæ habemus præ manibus, quædam data distantia quæcunque esse ultimus limes virium in infinitum excrescentium, quo casu Asymptotus AB non transiret per initium distantie binorum corporum, sed tanto intervallo post ipsum, quantus esset ille omnium distantiarum, quas remotiores particule possint acquirere a se invicem, limes minimus; sed aliquem demum esse debere extremum etiam asymptoticum arcum curvæ habentem pro asymptoto rectam transeuntem per ipsum initium distantie, sic evincitur: si nullus ejusmodi haberetur arcus, particule materiæ minores, & primo collocatæ in distantia minore, quam esset ille ultimus limes, sive illa distantia asymptoti ab initio distantie binorum punctorum materiæ, in mutuis incursum velocitatem deberent posse mutare per saltum, quod cum fieri nequeat, debet utique aliquis esse ultimus asymptoticus arcus, qui asymptotum

rum habeat transeuntem per distantiarum initium, & vires inducat imminutis in infinitum distantis crescentes in infinitum ita, ut sint pares velocitati extinguendæ cuius, utcunque magnæ. Ad summum in curva virium haberi possent plures asymptotici arcus, alii post alios, habentes ad exigua intervalla asymptotos inter se parallelas, qui casus ipidem uberrimum aperit contemplationibus fecundissimis campum, de quo aliquid inferius; sed aliquis arcus asymptoticus postremus, cujusmodi est is, quem in figura 1 proposui, haberi omnino debet. Verum ea perquisitione hic omissa, pergeandum est in consideratione legis virium, & curvæ eam exprimentis, quæ habentur auctis distantis.

LXXVIII. In primis gravitas omnium corporum in terram, quam quotidie experimur, satis evincit, repulsionem illam, quam pro minimis distantis invenimus, non extendi ad distantias quascunque, sed in magnis jam distantis haberi determinationem ad accessum, quam vim attractivam nominavimus. Quin immo Keplerianæ leges in Astronomia tam feliciter a Newtono adhibitæ ad legem Gravitatis generalis deducendam, & ad Cometas etiam traductæ, satis ostendunt, gravitatem vel in infinitum, vel saltem per totum Planetarium, & Cometarium systema extendi in ratione reciproca duplicata distantiarum. Quamobrem virium curva arcum habet aliquem jacentem ad partes axis oppositas, qui accedat, quantum sensu percipi possit, ad eam terræ gradus hyperbolam, cujus ordinatæ sunt in ratione reciproca duplicata distantiarum, qui nimirum est ille arcus S T V Figuræ 1. Ac illud etiam hinc patet, esse aliquem locum E, in quo curva ejusmodi axem secet, qui sit limes attractionum, & repulsionum, in quo ab una ad alteram ex us viribus transitus fiat.

LXXIX. Duos alios nobis indicat limites ejusmodi, sive alias duas intersectiones, ut G, & I, phænomenum vaporum, qui oriuntur ex aqua, & aeris, qui a fixis corporibus gignitur; cum in iis ante nulla particularum repulsio fuerit, quin immo fuerit attractio, ob coherentiam, qua, una parte retracta, altera ipsam consequetur, & in illâ tanta expansione, & elasticitatis vi satis se manifesto prodat repulsio, ut idcirco a repulsione in minimis distantis ad attractionem alicubi sit itum, tum inde iterum ad repulsionem & iterum inde ad generalis gravitatis attractiones. Effervescentiæ, & fermentationes adeo diversæ, in quibus cum adeo diversis velocitatibus eunt, ac redeunt, & jam ad se invicem accedunt, jam recedunt

a se invicem particule, indicant utique ejusmodi limites, arque transitus multo plures; sed illos prorsus evincunt substantiæ molles, ut cera, in quibus compressiones plurimæ acquiruntur cum distantis admodum diversis, in quibus tamen omnibus limites haberi debent, nam anteriore parte ad se attracta posteriores eam sequuntur; eadem propulsa, illæ recedunt, distantis ad sensum non mutatis, quod ob illas repulsiones in minimis distantis, quæ contiguitatem impediunt, fieri alio modo non potest, nisi si limites ibidem habeantur in iis omnibus distantis inter attractiones & repulsiones, quæ nimirum requiruntur ad hoc, ut pars altera alteram consequatur retractam, vel præcedat propulsam.

LXXX. Habentur igitur plurimi limites, & plurimi flexus curvæ hinc & inde ab axe præter duos arcus, quorum prior ED in infinitum protenditur, & asymptoticus est, alter STV, si gravitas generalis in infinitum protenditur, est asymptoticus eidem, & ita accedit ad crus illud hyperbolæ gradus tertii, ut discrimen sensu percipi nequeat: nam cum ipso penitus congruere omnino non potest; non enim posset ab eodem deinde discedere, cum duarum curvarum, quarum diversa natura est, nulli arcus continui, utcumque exigui, possint penitus congruere, sed se tantummodo secare, contingere, osculari possint in punctis quocumque, & ad se invicem accedere utcumque. Hinc habetur jam tota forma curvæ virium, qualem initio proposui, directa ratiocinatione a Naturæ phenomenonis, & genuinis principiis deducta. Remanet jam determinanda constitutio primorum elementorum materiæ ab iis viribus deducta, quo facto omnis illa Theoria, quam initio proposui, patebit, nec erit arbitraria quædam hypothesis, ac licebit progredi ad amovendas apparentes quasdam difficultates, & uberrimam applicationem ad omnem late Physicam qua exponendam, qua tantummodo, ne dissertatio plus æquo excreseat, indicandam.

LXXXI. Quoniam imminutis in infinitum distantis vis repulsiva augetur in infinitum, facile patet, nullam partem materiæ posse esse contiguam alteri parti: vis enim illa repulsiva protinus alteram ab altera removeret. Quamobrem necessario inde consequitur, prima materiæ elementa esse omnino simplicia, & a nullis contiguis partibus composita. Id quidem immediate, & necessario fuit ex illa constitutione virium, quæ in minimis distantis sunt repulsivæ, & in infinitum excrescunt.

LXXXII. Simplicitate, & incompositione elementorum definita,

nita, dubitari potest, an ea sint etiam inextensa, an aliquam, ut ut simplicia, extensionem habeant ejus generis, quam virtualem extensionem appellant Scholastici. Fuerunt enim potissimum inter Peripatericos, qui admiserint elementa simplicia, & carentia partibus, atque ex ipsa natura sua prorsus indivisibilia, sed tamen extensa per spatium divisibile ita, ut alia aliis majus etiam occupent spatium, ac eo loco, quo unum stet, possint, eo remoto, stare simul duo, vel etiam plura; ac sunt etiamnum, qui ita sentiant. Sic etiam animam rationalem hominis utique prorsus indivisibilem censuerunt alii per totum corpus diffusam; alii minori quidem corporis parti, sed utique parti divisibili cuiquam, & extensae, praesentem toti etiamnum arbitrantur. DEUM autem ipsum praesentem ubique credimus per totum utique divisibile spatium, quod omnia corpora occupant, licet ipse simplicissimus sit, nec ullam prorsus compositionem admittat. Videtur autem sententia eadem inniti cuidam etiam analogiae loci, ac temporis. Ut enim quies est conjunctio ejusdem puncti loci cum serie continua omnium momentorum ejus temporis, quo quies durat; sic etiam illa virtualis extensio est conjunctio unius momenti temporis cum serie continua omnium punctorum spatii, per quod simplex illud ens virtualiter extenditur; ut idcirco sicut illa quies haberi creditur in natura, ita & haec virtualis extensio debeat admitti, qua admissa poterunt utique illa primae materiae elementa esse simplicia, & tamen non penitus inextensa.

LXXXIII. At ego quidem arbitror, hanc itidem sententiam everti penitus eodem inductionis principio, ex quo alia tam multa hucusque, quibus usi sumus, deduximus. Videmus enim in his corporibus omnibus, quae observare possumus, quidquid distinctum occupat locum, distinctum esse itidem, ita, ut etiam si vis magnis viribus adhibitis separari possint, quae diversas occupant spatii partes, nec ullum casum deprehendimus, in quo magna haec corpora partem aliquam habeant, quae eodem tempore diversas spatii partes occupet, & eadem sit. Porro haec proprietas ex natura sua ejus generis est, ut aequae cadere possit in magnitudines, quas per sensum deprehendimus, ac in magnitudines, quae infra sensum nostrorum limites sunt; res nimirum pendet tantummodo a magnitudine spatii, per quod haberetur virtualis extensio, quae magnitudo si esset satis ampla, sub sensu caderet. Cum igitur nunquam id comperiamus in magnitudinibus sub sensum cadentibus, immo in casibus innumeris deprehendamus oppositum, debet utique res

trans-

transferri ex inductionis principio supra exposito ad minimas etiam quasque materiae particulas; ut ne illae quidem ejusmodi habeant virtualem extensionem.

LXXXIV. Exempla, quae adduntur, petita ab anima rationali, & a DEI omni-praesentia, nihil positive evincunt, cum ex alio entium genere petita sint; praeterquam quod nec illud demonstrari posse censeo, animam rationalem non esse unico tantummodo, simplici, & inextenso corporis puncto ita praesentem, ut eundem locum obtineat, exerendo inde vires quasdam in reliqua corporis puncta rite disposita, in quibus viribus partim necessariis, & partim liberis, stet ipsum animae commercium cum corpore; DEI autem praesentia cujusmodi sit, ignoramus omnino; quem sane extensum per spatium divisibile nequaquam dicimus, nec ab iis modis omnem excedentibus humanum caprum, quibus ille existit, cogitat, vult, agit, ad humanos, ad materiales existendi, agendique modos, ulla esse potest analogia & deductio.

LXXXV. Quod autem pertinet ad analogiam cum quiete, sunt sane satis valida argumenta, quibus, ut supra innui, ego censeam, in natura quietem nullam existere. Ipsam nec posse existere, argumento quodam positivo ex numero combinationum possibilium infinito contra alium finitum, demonstravi in Stayanis Supplementis, ubi de spatio, & tempore; nunquam vero eam existere in natura, patet sane in ipsa Newtoniana sententia de Gravitate Generali, in qua in planetario systemate ex mutuis actionibus quiescit tantummodo centrum commune gravitatis, punctum utique imaginarium, circa quod omnia planetarum, comerarumque corpora moventur, ut & ipse sol; ac idem accidit fixis omnibus circa suorum systematum gravitatis centra; quin immo ex actione unius systematis in aliud utcumque distans, in ipsa gravitatis centra motus aliquis inducetur; & generalius, dum movetur quaecunque materiae particula, uti luminis particula quaecunque, reliquae omnes utcumque remotae, quae inde positionem ab illa mutant, mutant & gravitatem, ac proinde moventur motu aliquo exiguo, sed sane motu. In ipsa Telluris quiescentis sententia, quiescit quidem Tellus ad sensum, nec tota ab uno in alium transfertur locum; at ad quamcunque crispationem maris, rivuli decursum, muscae volatum, & equilibrio dempto, trepidatio oritur, perquam exigua illa quidem, sed ejusmodi, ut veram quietem omnino impediat. Quamobrem analogia inde petita evertit potius virtualem ejusmodi simplicium

elementorum extensionem positam in conjunctione ejusdem momenti temporis cum serie continua punctorum loci, quam comprobet.

LXXXVI. Sed nec ea ipsa analogia, si adesset, rem satis evinceret, cum analogiam inter tempus & locum videamus in aliis etiam violari: nam in Supplementis Strayanis demonstravi, nullum materiae punctum unquam redire ad punctum spatii quodcumque, in quo semel fuerit aliud materiae punctum, ut idcirco duo puncta materiae nunquam conjungant idem punctum spatii ne cum binis quidem punctis loci, dum quam plurima binaria punctorum materiae conjungunt idem punctum temporis cum duobus punctis loci; nam utique coexistunt: ac propterea tempus quidem unicam dimensionem habet diurnitatis, spatium vero habet triplicem, in longum, latum, atque profundum.

LXXXVII. Quamobrem illud jam tuto inferri potest, haec primigenia materiae elementa, non solum esse simplicia, ac indivisibilia, sed etiam inextensa. Et quidem haec ipsa simplicitas, & inextensio elementorum praestabit commoda sane plurima, quibus eadem adhuc magis fulcitur, ac comprobatur. Si enim prima elementa materiae sint quaedam partes solidae, ex partibus compositae, vel etiam tantummodo extensae virtualiter, dum a vacuo spatii motu continuo pergunt per unam ejusmodi particulam, fit saltus quidam momentaneus a densitate nulla, quae habetur in vacuo, ad densitatem summam, quae habetur, ubi ea particula spatium occupat totum. Is vero saltus non habetur, si elementa simplicia sint, & inextensa, ac a se invicem distantia. Tum enim omne continuum est vacuum tantummodo, & in motu continuo per punctum simplex fit transitus a vacuo continuo ad vacuum continuum. Punctum illud materiae occupat unicum spatii punctum, quod punctum spatii est indivisibilis limes inter spatium praecedens, & consequens. Per ipsum non immoratur mobile continuo motu delatum, nec ad ipsum transit ab ullo ipsi immediate proximo spatii puncto, cum punctum puncto proximum, uti supra diximus, nullum sit, sed a vacuo continuo ad vacuum continuum transitur per ipsum spatii punctum a materiae puncto occupatum.

LXXXVIII. Accedit, quod in sententia solidorum, extensorumque elementorum habetur illud, densitatem corporis minui posse in infinitum, augeri autem non posse, nisi ad certum limitem, in quo incrementi lex necessario abrumpi debeat. Primum constat ex eo, quod eadem particula continua dividi possit in particulas minores

nores quocumque, quæ idcirco per spatium utcumque magnum dif-
fundi potest ita, ut nulla earum sit, quæ aliquam aliam non habeat
utcumque libuerit parum a se distantem. Atque eo pacto aucta
mole, per quam eadem illa massa diffusa sit, atque id in ratione
quacumque, minuetur utique densitas in ratione itidem utcumque
magna. Patet & alterum; ubi enim omnes particule ad contactum
devenerint, densitas ultra augeri non poterit. Quoniam autem de-
terminata quedam erit utique ratio spatii vacui ad plenum, non-
nisi in ea ratione augeri poterit densitas, cujus augmentum, ubi ad
contactum deventum fuerit, abrumpetur. At si elementa sint
puncta penitus indivisibilia, & inextensa, uti augeri eorum distan-
tia poterit in infinitum, ita utique poterit etiam minui pariter in
ratione quacumque, cum in ratione quacumque lineola quacumque
secari sane possit; adeoque uti nullus est limes raritatis auctæ, ita
etiam nullus erit auctæ densitatis.

LXXXIX. Sed & illud commodum accidet, quod ita omne con-
tinuum coexistens eliminabitur e natura, in quo explicando usque
adeo desudarunt, & fere incassum, Philosophi, nec idcirco divisio ulla
realis entis, in infinitum produci poterit, nec hærebitur, ubi qua-
ratur, an numerus partium actu distinctarum, & separabilium, sit
finitus, an infinitus; ac alia ejusmodi sane innumera, quæ in con-
tinui compositione usque adeo negotium facessunt Philosophis, jam
habebuntur. Si enim prima materiae elementa sint puncta penitus
inextensa, & indivisibilia, a se invicem aliquo intervallo disjuncta,
jam erit finitus punctorum numerus in quavis massa; nam distantia
omnes finite erunt; infinitesimas enim quantitates in se determina-
ras nullas esse, satis ego quidem, ut arbitror, luculenter demon-
stravi & in dissertatione de Natura, & usu infinitorum, ac infinite
parvorum, & in dissertatione de Lege continuitatis, & alibi. In-
tervallum quodcumque finitum erit, & divisibile utique in infinitum
per interpositionem aliorum, atque aliorum punctorum, quæ ta-
men singula, ubi fuerint posita, finita itidem erunt, & aliis pluri-
bus, finitis tamen itidem, ubi extiterint, locum relinquent, ut in-
finitum sit tantummodo in possibilibus, non autem in existentibus,
in quibus possibilibus ipsis omnem possibilium seriem idcirco ego
appellare soleo constantem terminis finitis in infinitum, quod qua-
cumque, quæ existant, finita esse debeant, sed nullus sit existen-
tium finitus numerus ita ingens, ut alii, & alii maiores, sed itidem
finiti, haberi non possint, atque id sine ullo limite, qui nequeat

praeteriri. Hoc autem pacto sublato ex existentibus omni actuali infinito innumeræ sane difficultates auferentur.

XC. Cum igitur & positivo argumento, a Lege virium positive demonstrata desumpto, simplicitas, & inextensio primorum materie elementorum deducatur, & tam multis aliis vel indicis fulciatur, vel emolumentis inde derivatis confirmetur, ipsa itidem admitti jam debet, ac supererit querendum illud tantummodo, utrum hæc elementa homogenea censeantur, & inter se prorsus similia, ut ea initio assumpsimus, an vero heterogenea, ac dissimilia.

XCI. Pro homogeneitate illud est quoddam veluti principium, quod in simplicitate, & inextensione conveniant, ac etiam vires quasdam habeant utique omnes. Deinde curvam ipsam virium eandem esse omnino in omnibus illud indicat, vel etiam evincit, quod primum crus repulsum impenetrabilitatem secum trahens, & postremum attractivum gravitatem definiens, omnino communia in omnibus sint: nam corpora omnia æque impenetrabilia sunt, & æque gravia pro quantitate materie suæ, uti satis evincit æqualis velocitas auri, & plumæ cadentis in Boyliano recipiente. Si reliquus curvæ arcus intermedius esset difformis in diversis materie punctis, infinites probabilius esset, difformitatem extendi etiam ad crus primum, & ultimum, cum infinites pauciores sint curvæ, quæ, cum in reliquis differant partibus, differant plurimum etiam in hisce extremis, quam quæ in hisce extremis tantummodo tam æquæ consentiant. Et hoc quidem argumento illud etiam colligitur, curvam virium in quavis directione a puncto eandem esse, cum & primum impenetrabilitatis, & postremum gravitatis crus pro omnibus directionibus sit ad sensum idem. Cum primum in Dissertatione de viribus vivis hanc Theoriam protuli, suspicabar diversitatem legis virium respondentis diversis directionibus; sed hoc argumento ad majorem simplicitatem, & uniformitatem deinde adductus sum. Diversitas autem legum virium pro diversis particulis, & pro diversis respectu eiusdem particulae directionibus, habetur utique ex diverso numero, & positione punctorum eam componentium, qua de re inferius aliquid.

XCII. Nec vero huic homogeneitati opponitur inductionis principium, quo ipsam Leibnitiani oppugnare solent, nec principium rationis sufficientis, atque indiscernibilium, quod superius innui Num. 3. Infinitam Divini Conditoris mentem, ego quidem omnino arbitror, quod & tam multi Philosophi censuerunt, ejusmodi per-

perspicacitatem habere, atque intuitionem quandam, ut ipsam etiam, quam individuationem appellant, omnino similitam individuorum cognoscat, atque illa inter se omnino discernat. Rationis autem sufficientis principium falsum omnino esse censeo, ac ejusmodi, ut omnem veræ libertatis ideam omnino tollat, nisi pro ratione, ubi agitur de voluntatis determinatione, ipsum arbitrium, ipsa libera determinatio assumatur, quod nisi fiat in voluntate divina, quæcunque existunt, necessario existunt, & quæcunque non existunt, ne possibilia quidem erunt, vera aliqua possibilitate, uti facile admodum demonstratur; quod tamen si semel admittatur, mirum sane, quam prona demum ad fatalem necessitatem patebit via. Quamobrem potest Divina voluntas determinari ex solo arbitrio suo ad creandum hoc individuum potius, quam illud ex omnibus omnino similibus, & ad ponendum quodlibet ex iis potius eo loco, quo ponit, quam loco alterius. Sed de rationis sufficientis principio hæc ipsa fusius pertractavi rum in aliis locis pluribus, tum in Stayanis Supplementis, ubi etiam illud ostendi, id principium nullum habere usum posse in iis ipsis casibus, in quibus adhibetur, & prædicari solet rantopere, atque id idcirco, quod nobis non innorescant rationes omnes, quas tamen oporteret utique omnes nosse ad hoc, ut eo principio uti possimus, affirmando, nullam esse rationem sufficientem pro hoc potius, quam pro illo alio: sane in exemplo illo ipso, quod adhiberi solet, Arch medis hoc principio æquilibrium determinantis, ibidem ostendi, ex ignoratione causarum, sive rationum, quæ postea detectæ sunt, ipsum in suæ investigationis progressu errasse plurimum, deducendo per abusum ejus principii sphæricam figuram marium, ac Telluris.

XCIII. Accedit & illud, quod illa puncta materiæ, licet essent prorsus similia in simplicitate, & extensione, ac mensura virium pendentium a distantia, possent alias habere proprietates Metaphysicas diversas inter se, nobis ignotas, quæ ipsa etiam apud ipsos Leibnitianos discriminarent.

XCIV. Quod autem attinet ad inductionem, quam Leibnitiani desumunt a dissimilitudine, quam observamus in rebus omnibus, cum nimirum nusquam ex. gr. in amplissima silva reperire sit duo folia prorsus similia, ea sane me nihil movet; cum nimirum illud discrimen sit proprietas relativa ad rationem aggregari, & nostros sensus, quos singula materiæ elementa non afficiunt vi sufficiente ad excitandam in animo ideam, nisi multa sint simul, & in

molem majorem excreſcant. Porro ſcimus utique combinationes ejusdem numeri terminorum in immenſum excreſcere, ſi ille ipſe numerus ſit aliquanto major. Solis 24 litterulis Alphabeti diverſimode combinatis formantur voces omnes, quibus huc uſque uſa ſunt omnia idiomata, quæ extiterunt, & quibus omnia illa, quæ poſſunt exiſtere, uti poſſunt. Quid ſi numerus earum exiſteret tanto major, quanto major eſt numerus punctorum materiæ in quavis maſſa ſenſibili? Quod ibi diverſus eſt litterarum diverſarum ordo, id in punctis etiam prorfus homogeneis ſunt poſitiones, & diſtantiæ, quibus variatis variatur utique forma, & vis, qua ſenſus aſſicitur in aggregatis. Quanto major eſt numerus combinationum diverſarum poſſibilium in maſſis ſenſibilibus, quam earum maſſarum, quas poſſumus obſervare, & inter ſe conferre (qui quidem ob diſtantias & directiones in infinitum variabiles præſcindendo ab æquilibrio virium, eſt infinitus, cum ipſo æquilibrio eſt immenſus); tanto major eſt improbabilitas duarum maſſarum omnino ſimilium, quam omnium aliquantiſper ſaltem in ſe diſſimilium.

XCV. Et quidem accedit illud etiam, quod alicujus diſſimilitudinis in aggregatis phyſicam quoque rationem cernimus in iis etiam caſibus, in quibus maxime inter ſe ſimilia eſſe deberent. Cum enim mutue vires ad diſtantias quaſcunque pertineant, ſtatus uniuscujusque puncti pendebit ſaltem aliquantiſper a ſtatu omnium aliorum punctorum, quæ ſunt in Mundo. Porro utcumque puncta quædam ſint parum a ſe invicem remora, uti ſunt duo folia in eadem ſilva, & multo magis in eadem fronde; adhuc tamen non eandem prorfus relationem diſtantiæ, & virium habent ad reliqua omnia materiæ puncta, quæ ſunt in Mundo, cum non eundem prorfus locum obtineant; & inde jam in aggregato diſcrimen aliquod oriri debet, quod perfectam ſimilitudinem omnino impediat. Sed illud eam inducit magis, quod quæ maxime conferunt ad ejusmodi diſpoſitionem, neceſſario reſpectu diverſarum frondium diverſa non nihil eſſe debeant. Omiſſa ipſa earum forma in ſemine, ſolares radii, humoris ad nutritionem neceſſarii quantitas, diſtantiæ, a qua debet is progredi, ut ad locum ſuum deveniat, aura ipſa, & agitatio inde orta, non ſunt omnino ſimilia, ſed diverſitatem aliquam habent, ex qua diverſitas in maſſas inde efformatas redundat.

XCVI. Parer igitur, varietatem illam a numero pendere combinationum poſſibilium in numero punctorum neceſſario ad ſenſationem, & circumſtantiarum, quæ ad formationem maſſæ ſunt neceſſa-

cessariæ, adeoque ejusmodi inductionem extendi ad elementa non posse. Quin immo illa tanta similitudo, quæ cum exigua dissimilitudine commixta invenitur in tam multis corporibus, indicat potius similitudinem ingentem in elementis. Nam ob tantum possibilium combinationum numerum, massæ elementorum etiam penitus homogeneorum debent a se invicem differre plurimum, adeoque si elementa heterogenea sint, in immensum majorem debent habere dissimilitudinem, quam ipsa prima elementa, ex quibus idcirco nullæ massæ, ne tantillo quidem, similes provenire deberent. Cum elementa multo minus dissimilia esse debeant, quam aggregata elementorum, multo magis valere debet illa quæcunque similitudo, quam in corporibus observamus, potissimum in tam multis, quæ ad eandem pertinent speciem, quam ad illorum dissimilitudinem tam exiguum illud discretum, quod in aliis tam multis observatur. Rem autem penitus conficit illa tanta similitudo, qua superius usi sumus in primo cruce exhibente impenetrabilitatem, & in postremo exhibente gravitatem generalem, quæ crura cum ob hasce proprietates corporibus omnibus adeo generales, adeo inter se in omnibus similia sint; etiam reliqui arcus curvæ experimentis vires omnimodam similitudinem indicant pro corporibus itidem omnibus.

XCVII. Superest, quod ad hanc rem pertinet, illud unum iterum hic monendum, quod initio hujus Dissertationis innui, ipsam naturam, & ipsum analysios ordinem nos ducere ad simplicitatem & homogeneitatem elementorum, cum nimirum, quo analysis promovetur magis, eo ad pauciora, & inter se minus discrepantia principia deveniatur, uti patet in resolutionibus Chemicis. Quam quidem rem ipsum litterarum & vocum exemplum multo melius animo sistet. Fieri utique possent nigricantes litteræ, non ductu atramenti continuo, sed punctulis rotundis nigricantibus, & ita parum a se invicem remotis, ut intervalla non nisi ope microscopii discerni possent, & quidem ipsæ litterarum formæ pro typis fieri possent ex ejusmodi rotundis sibi proximis cuspidibus constantes. Concipiatur ingens quædam Bibliotheca, cujus omnes libri constarent litteris impressis, ac sit incredibilis in ea multitudo librorum conscriptorum linguis variis, in quibus omnibus forma characterum sit eadem. Si quis scripturæ hujusmodi & linguarum ignarus circa ejusmodi libros, quos omnes a se invicem discrepantes intueretur, observationem institueret cum diligenti contemplatione, primo quidem inveniret vocum sarraginem quandam, quæ in quibusdam li-

bris occurrerent sæpe, cum in aliis nusquam apparerent, & inde le-
xica posset quaedam componere totidem numero, quot idiomata
sunt, in quibus singulis omnes ejusdem idiomatis voces reperiren-
tur, quæ quidem numero admodum pauca essent, discrimine illo
ingenti tot, tam variorum librorum redactò ad illud usque adeo mi-
nus discrimen, quod contineretur lexicis illis, & haberetur in vo-
cibus ipsa lexis constituentibus. At inquisitione promotà, facile
adverteret, omnes illas tam varias voces constare ex 24 tantummodo
diversis litteris, discrimen aliquod inter se habentibus in ductu li-
neatum, quibus formantur, quarum combinatio diversa pareret om-
nes illas voces tam varias, ut earum combinatio libros efformaret
usque adeo magis a se invicem discrepantes. Et ille quidem si
aliud quodcunque sine microscopio examen institueret, nullum aliud
inveniret magis adhuc simile elementorum genus, ex quibus diversa
ratione combinatis orirentur ipsæ litteræ; at microscopio atrepto,
intrueretur utique illam ipsam litterarum compositionem e punctis
illis rotundis prorsus homogeneis, quorum sola diversa positio, ac
distributio litteras exhiberet.

XCVIII. Hæc mihi quaedam imago videtur esse eorum, quæ
cernimus in Natura. Tam multi, tam varii illi libri corpora sunt,
& quæ ad diversa pertinent regna, sunt tanquam diversis conscripta
linguis. Horum omnium Chemica analysi principia quaedam in-
venit minus inter se difformia, quam sint libri, nimirum voces.
Hæ tamen ipsæ inter se habent discrimen aliquod, ut tam multas
oleorum, terrarum, salium species eruit Chemica analysi e diver-
sis corporibus. Ulterior analysi horum, veluti vocum, litteras mi-
nus adhuc inter se difformes inveniret, & ultima juxta Theoriam
meam deveniret ad homogenea punctula, quæ ut illi circuli nigri
litteras, ita ipsa diversas diversorum corporum particulas per solam
dispositionem diversam efformarent: usque adeo analogia ex ipsa
Naturæ consideratione derivata non ad difformitatem, sed ad con-
formitatem elementorum nos ducit.

XCIX. Atque hoc demum pacto ex principiis certis, & vul-
go receptis, per legitimam consecratorum seriem devenimus ad om-
nem illam, quam initio proposui, Theoriam, nimirum ad legem
virium mutuarum, & ad constitutionem primorum materiæ elemen-
torum ex illa ipsa virium lege derivata. Videndum jam superest,
quam uberes inde fructus per universam late Physicam colligantur,
explicatis per eam unam præcipuis corporum proprietatibus, & na-
turæ

turæ phanomenis. Sed antequam id aggredior, præcipuas quasdam e difficultatibus, quæ contra Theoriam ipsam vel objectæ jam sunt, vel in oculos etiam sponte incurrunt, dissolvam, uti promisi.

C. Contra vires mutuas illud solent objicere, illas esse occultas quasdam qualitates, vel etiam actionem in distans inducere. Ad hæc satis jam responsum est supra N. 8 & 9. Illud unum hic addo, admodum manifestas eas esse, quarum idea admodum facile efformatur, quarum existentia positivo argumento evincitur, quarum effectus multiplices continuo oculis observantur. Sunt autem ejusmodi hæc vires. Determinationis ad accessum, vel recessum idea efformatur admodum facile. Constat omnibus, quid sit accedere, quid recedere; constat, quid sit esse indifferens, quid determinatum; adeoque & determinationis ad accessum, vel recessum habetur idea admodum sane distincta. Argumenta itidem positiva, quæ ipsius ejusmodi determinationis existentiam probant, superius prolata sunt. Demum motus varii, qui ab ejusmodi viribus oriuntur, ut ubi corpus incurrit in aliud corpus, ubi partem solidi arreptam pars alia sequitur, ubi vaporum, vel elastrorum particulæ se invicem repellunt, ubi gravia descendunt, hi motus, inquam, quotidie incurrunt in oculos. Patet itidem saltem in genere forma curvæ ejusmodi vires exprimentis. Hæc omnia non occultam, sed patentem reddunt ejusmodi virium legem.

CI. Sunt quidem adhuc quædam, quæ ad eam pertinent, prorsus incognita, uti est numerus, & distantia interfectionum curvæ cum axe, forma arcuum intermediorum, atque alia ejusmodi, quæ quidem longe superant humanum captum, & quæ Ille solus habuit omnia simul præ oculis, qui Mundum condidit; sed id omnino nil officit. Nec sane id ipsum in causa esse debet, ut non admittatur illud, cujus existentiam novimus, & cujus proprietates plures, & effectus deprehendimus, licet alia multa nobis incognita eodem pertinentia supersint. Sic aurum incognitam, occultamque substantiam nemo appellavit, & multo minus ejusdem existentiam negabit idcirco, quod admodum probabile sit, plures alias latere ipsius proprietates, olim forte detegendas, uti alia tam multæ subinde detectæ sunt, & quia non patet oculis, qui sit particularum ipsum componentium textus, quid, & qua ratione Natura ad ejus compositionem adhibeat. Quod autem pertinet ad actionem in distans, id abunde ibidem prævenimus, cum fieri possit, ut punctum quodvis in se ipsum agat, & ad actionis directionem, ac

energiam determinetur ab altero puncto, vel ut DEUS juxta liberam sibi legem a se in Natura condenda stabilitam motum progignat in utroque puncto. Illud sane mihi est evidens, nihilo magis occultam esse, vel explicatu, & capru difficilem product onem motus per hasce vires pendentes a certis distantis, quam sit productio motus vulgo concepta per immediatum impulsu, ubi ad motum determinat impenetrabilitas, quæ itidem vel a corporum natura, vel a libera conditoris lege repeti debet.

CII. Et quidem hoc potius pacto, quam per impulsionem, in motuum causas, & leges inquirendum esse, illud etiam satis indicat, quod ubi huc usque, impulsionem ommissa, vires adhibitæ sunt a distantis pendentes, ibi sane tantummodo accurate definita sunt omnia, atque determinata, & ad calculum redacta cum phænomenis congruunt ultra, quam sperare liceret, accuratissime. Ego quidem ejusmodi in explicando, ac determinando felicitatem nusquam alibi video in universa Physica, nisi in Astronomia Mechanica, quæ abjectis vorticibus, atque omni impulsionem submota, per gravitatem generalem absolvit omnia, ac in Theoria luminis, & colorum, in quibus per vires in aliqua distantia agentes, & reflexionem, & refractionem, & diffractionem Newtonus exposuit, ac priorum duarum potissimum leges omnes per calculum, & Geometriam determinavit, & ubi illa etiam, quæ ad diversas vices facilius transmissus, & facilius reflexionis, quas Physici passim relinquunt fere intactas, ac alia multa admodum feliciter determinantur, explicanturque, quod & ego præstiti in Dissertatione de Lumine, & præstabo hic in tertia parte; cum in ceteris Physicæ partibus plerumque explicationes habeantur subsidiariis quibusdam principiis innixæ, & vagæ admodum. Unde jam illud conjectare licet, si ab impulsionem immediata penitus recedatur, & sibi constans ubique adhibeatur in Natura agendi ratio a distantis pendens, multo sane facilius, & certius explicatum iri cetera; quod quidem mihi omnino successit, ut patebit inferius, ubi Theoriam ipsam applicaverò ad Naturam.

CIII. Solent & illud objicere, in hac potissimum Theoria virium committi saltum illum, ad quem evitandum ea inprimis admittitur: fieri enim transitum ab attractionibus ad repulsionem per saltum, ubi nimirum a minima ultima repulsionem ad minimam primam attractionem transitur. At isti continuitatis naturam, quam supra exposuimus, nequaquam intelligunt. Saltus, cui evitandum Theo-

Theoria inducitur, in eo consistit, quod ab una magnitudine ad aliam eatur sine transitu per intermedias. Id quidem non accidit in casu expposito. Assumatur quæcunque vis repulsiva utcunque parva; tum quæcunque vis attractiva. Inter eas intercedunt omnes vires repulsivæ minores usque ad *zero*, in quo habetur determinatio ad conservandum præcedentem statum quietis, vel motus uniformis in directum; tum omnes vires attractivæ a *zero* usque ad eam determinatam vim, & nullus erit ex hisce omnibus intermediiis statibus, quem aliquando non sint habitura puncta, quæ a repulsione abeunt ad attractionem. Id ipsum facile erit contemplari in Fig. 1, in qua a vi repulsiva *bt* ad attractionem *dh* itur Fig. 1. iturque continuo motu puncti *b* ad *d* transeundo per omnes intermedias, & per ipsum *zero* in *E*, sine ullo saltu, cum ordinata in eo motu habitura sit omnes magnitudines minores priore *bd* usque ad *zero* in *E*; tum omnes oppositas majores usque ad posteriorem *dh*. Qui in ea veluti imagine mentis oculos defigat, is omnem apparentem difficultatem videbit plane sibi penitus evanescere.

CIV. Quod autem additur de postremo repulsionis gradu, & primo attractionis, nihil sane probaret, quando etiam essent aliqui ii gradus postremi, & primi; nam ab altero eorum transiretur ad alterum per intermedium illud *zero*, & in eo ipso, quod illi essent postremus, ac primus, nihil omitteretur intermedium, quæ tamen sola intermedii omisso continuitatis legem evertit, & saltum inducit. Sed nec habetur ullus gradus postremus, aut primus, sicut nulla ibi est ordinata postrema, aut prima, nulla lineola omnium minima. Data quacunque lineola utcunque exigua, aliæ illa breviores habentur minores, ac minores in infinitum sine ulla ultima, in quo ipso stat, uti supra etiam monuimus, continuitatis natura. Quamobrem qui primum, aut ultimum sibi confingit in lineola, in vi, in celeritatis gradu, in tempusculo, is naturam continuitatis ignorat, quam supra hic innui, & quam ego idcirco initio meæ Dissertationis de Lege continuitatis abunde exposui.

CV. Videri potest cuipiam saltem illud, ejusmodi legem viarium, & curvam, quam in Fig. 1 protuli, esse nimium complicatam, compositam, & irregularem, quæ nimirum coalescat ex ingenti numero arcuum jam attractivorum, jam repulsivorum, qui inter se nullo pacto cohæreant; rem eo redire, quo erat olim, cum apud Peripateticos pro singulis proprietatibus corporum singularæ qualitates distinctæ, & pro diversis speciebus diversæ formæ substan-

stantiales confingebantur ad arbitrium. Sunt autem, qui & illud addunt, repulsionem, & attractionem esse virium genera inter se diversa; fatius esse, alteram tantummodo adhibere, & repulsionem explicare tantummodo per attractionem minorem.

CVI. Inprimis quod ad hoc postremum pertinet, satis patet, per positivam meae Theoriae probationem immediate evinci repulsionem ita, ut a minore attractione reperi omnino non possit; nam duae materiae particulae si etiam solae in Mundo essent, & ad se invicem cum aliqua velocitatum inaequalitate accederent, deberent utique ante contactum ad aequalitatem devenire vi, quae a nulla attractione pendere posset.

CVII. Deinde quod pertinet ad diversas species attractionis & repulsionis, id quidem licet ita se haberet, nihil sane obesset, cum positivo argumento evincatur & repulsio, & attractio, uti vidimus; at id ipsum est omnino falsum. Utraque vis ad eandem pertinet speciem, cum altera respectu alterius negativa sit, & negativa a positivis specie non differant. Alteram negativam esse respectu alterius, patet inde, quod tantummodo differant in directione, quae in altera est prorsus opposita directioni alterius; in altera enim habetur determinatio ad accessum, in altera ad recessum, & uti recessus, & accessus sunt positivum, ac negativum; ita sunt pariter & determinationes ad ipsos. Quod autem negativum, & positivum ad eandem pertineant speciem, id sane patet vel ex eo principio: *magis & minus non differunt specie*. Nam a positivo per continuam subtractionem, nimirum diminutionem, habentur prius minora positiva, tum zero, ac demum negativa, continuando subtractionem eandem.

CVIII. Id facile patet exemplis solitis. Eat aliquis contra fluxum directionem versus locum aliquem superiori alveo proximum, & singulis minutis perficiat remis, vel vento 100 hexapedas, dum a cursu fluvii retroagitur per hexapedas 40; is habet accessum hexapedarum 60 singulis minutis. Crescat autem continuo imperus fluvii ita, ut retroagatur per 50, tum per 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120 &c. Is accedet per 50, 40, 30, 20, 10, nihil; tum recedet per 10, 20, quae erunt negativa priorum; nam erat prius $100 - 50$, $100 - 60$, $100 - 70$, $100 - 80$, $100 - 90$, tum $100 - 100 = 0$, $100 - 110 = -10$, $100 - 120 = -20$, & ita porro. Continua imminutione, sive subtractione itum est a positivis

frivis in negativa, ab accessu ad recessum, in quibus idcirco eadem species mansit, non duæ diversæ.

CLIX. Idem autem & algebraicis formulis, & geometricis lineis satis manifeste ostenditur. Sit formula $10 - x$ & pro x ponantur valores 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 &c.; valor formulæ exhibebit 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2 &c., quod eodem redit, quo erat superius in accessu & recessu, qui exprimerentur simul per formulam $10 - x$. Eadem illa formula per continuam mutationem valoris x migrat e valore positivo in negativum, qui æque ad eandem formulam pertinent. Eodem pacto in Geometria in Fig. 11, Fig. 11. si duæ lineæ MN, OP referantur invicem per ordinatas AB, CD &c parallelas inter se, secent autem se in E, continuo motu ipsius ordinatæ a positivo abitur in negativum, mutata directione AB, CD, quæ hic habentur pro positivis, in FG, HI, post evanescentiam in E. Ad eandem lineam continuam OEP æque pertinet omnis ea ordinarum series, nec est altera linea, alter locus Geometricus OE, ubi ordinatæ sunt positivæ, ac EP, ubi sunt negativæ. Jam vero variabilis quantitatis cujusvis natura & lex plerumque per formulam aliquam analyticam, semper per ordinatas ad lineam aliquam exprimi potest; si enim singulis ejus statibus ducatur perpendicularis respondens, vertices omnium ejusmodi perpendiculariarum erunt utique ad lineam quandam continuam. Si ea linea nusquam ad alteram abeat axis partem, si ea formula nullum valorem negativum habeat; illa etiam quantitas semper positiva manebit. Sed si mutet latus linea, vel formula valoris signum, ipsa illa quantitas debet itidem ejusmodi mutationem habere. Ut autem a formulæ, vel lineæ exprimentis natura, & positione respectu axis mutatio pendet, ita mutatio eadem a natura quantitatis illius pendeat; & ut non duæ formulæ, nec duæ lineæ speciei diversæ sunt, quæ positiva exhibent, & negativa; ita nec in ea quantitate duæ erunt naturæ, duæ species, quarum altera exhibeat positiva, altera negativa, ut altera progressus, altera regressus; altera accessus, altera recessus; & hic altera attractiones, altera repulsiones exhibeat, sed eadem erit, unica, & ad eandem pertinens quantitatis speciem tota.

CX. Quin inmo hic locum habet argumentum quoddam, quo usus sum in Dissertatione de Lege Continuitatis, quo nimirum Theoria virium attractivarum, & repulsivarum pro diversis distantis, multo magis rationi consentanea evincitur, quam Theoria

ria virium tantummodo attractivarum, vel tantummodo repulsivarum. Fingamus nos ignorare penitus, quodnam virium genus in natura existat, an tantummodo attractivarum, vel repulsivarum tantummodo, an utrumque: hac sane ratiocinatione ad eam perquisitionem uti liceret. Erit utique aliqua linea continua, quæ per suas ordinatas ad axem exprimentem distantias, vires ipsas determinabit, & prout ipsâ axem secuerit, vel non secuerit, vires erunt alibi attractivæ, alibi repulsivæ; vel ubique attractivæ tantum, aut repulsivæ tantum. Videndum igitur, an sit rationi consentaneum magis, lineam ejus naturæ, & positionis censere, ut axem alicubi secet, an ut non secet.

CXI. Inter rectas axem rectilineum unica parallela ducta per quodvis datum punctum non secat, omnes aliæ numero infinitæ secant alicubi. Curvarum nulla est, quam infinitæ numero rectæ secare non possint; & licet aliquæ curvæ ejus naturæ sint, ut eas aliquæ rectæ non secant; tamen & eas ipsas aliæ infinitæ numero rectæ secant; & infinitæ numero curvæ, quod Geometriæ sublimioris peritis est notissimum, sunt ejus naturæ, ut nulla prorsus sit recta linea, a qua possint non secari. Hujusmodi ex. gr. est Parabola illa, cujus ordinatæ sunt in ratione triplicata abscissarum. Quare infinitæ numero curvæ sunt, & infinitæ numero rectæ, quæ sectionem necessario habeant, pro quavis recta, quæ non habeat, & nulla est curva, quæ sectionem cum axe habere non possit. Ergo inter casus possibiles multo plures sunt ii, qui sectionem admittant, quam qui ea careant; adeoque seclusis rationibus aliis omnibus, & sola casuum probabilitate, & rei natura abstracte considerata, multo magis rationi consentaneum est, censere lineam illam, quæ vires exprimat, esse unam ex iis, quæ axem secant, quam ex iis, quæ non secant, adeoque & ejusmodi esse virium legem, ut attractiones, & repulsionem exhibeat simul pro diversis distantis, quam ut alteras tantummodo referat; usque adeo rei natura considerata non solam attractionem, vel solam repulsionem, sed utramque nobis objicit simul.

CXII. Sed eodem argumento licet ulterius quoque progredi, & primum etiam difficultatis caput amovere, quod a sectionum, & idcirco etiam arcuum jam attractivorum, jam repulsivorum multiplicitate desumitur. Curvas lineas Geometriæ in quasdam classes dividunt ope analyseos, quæ earum naturam exprimit per illas, quas Analystæ appellant, æquationes, & quæ ad varios gradus ascen-

ascendant. *Æquationes primi gradus exprimunt rectas; æquationes secundi gradus curvas primi generis; æquationes tertii gradus curvas secundi generis, atque ita porro; & sunt curvæ, quæ omnes gradus transcendunt finitæ algebrae, & quæ idcirco dicuntur transcendentes.* Porro illud demonstrant *Geometræ in Analyfi ad Geometriam applicata, lineas, quæ exprimuntur per æquationem primi gradus, posse secari a recta in unico puncto; quæ æquationem habent gradus secundi, tertii, & ita porro, secari posse a recta in punctis duobus, tribus, & ita porro: unde fit, ut curva noni, vel nonagesimi noni generis secari possit a recta in punctis decem, vel centum.*

CXIII. Jam vero curvæ primi generis sunt tantummodo tres conicæ sectiones, ellipsis, parabola, hyperbola, adnumerato ellipsisibus etiam circulo, quæ quidem veteribus quoque Geometris innotuerunt. Curvas secundi generis enumeravit Newtonus omnium primus, & sunt circiter octoginta; curvarum generis tertii nemo adhuc numerum exhibuit accuratum, & mirum sane, quantus sit is ipse illarum numerus. Sed quo altius assurgit curvæ genus, eo plures in eo genere sunt curvæ, progressionem ita in immensum crescente, ut ubi aliquanto altius ascenderit genus ipsum, numerus curvarum omnem superet humanæ imaginationis vim. Idem nimirum ibi accidit, quod in combinationibus terminorum, de quibus supra mentionem fecimus, ubi diximus a 24 litterulis omnes exhiberi voces linguarum omnium, & quæ fuerunt aut sunt, & quæ esse possunt.

CXIV. Inde jam primum est argumentationem hujusmodi instituire. Numerus linearum, quæ axem secare possint in punctis quam plurimis, est in immensum major earum numero, quæ non possint, nisi in paucis, vel unico: igitur ubi agitur de linea exprimente legem virium, ei, qui nihil aliunde sciat, in immensum probabilius erit, ejusmodi lineam esse ex priorum genere unam, quam ex genere posteriorum, adeoque ipsam virium naturam plurimos requirere transitus ab attractionibus ad repulsiones, & vice versa, quam paucos vel nullum.

CXV. Sed omissa ista conjecturali argumentatione quadam, *formam curvæ exprimentis vires positivo argumento a phænomenis naturæ deducto nos supra determinavimus cum plurimis interfectionibus, quæ transitus ejusmodi quam plurimos exhibeant. Nec ejusmodi curva debet esse e pluribus arcibus temere compaginata, & compacta: diximus enim, notum esse Geometris, infinita esse*

curvarum genera, quæ ex ipsa natura sua debeant axem in plurimis secare punctis, adeoque & circa ipsum sinuari; sed præter hanc generalem responsionem desumptam a generali curvarum natura, in Dissertatione de Lege Virium in Natura existentium ego quidem directe demonstravi, curvam illius ipsius formæ, cujusmodi ea est, quam in Fig. 1 exhibui, simplicem esse posse, non ex arcubus diversarum curvarum compositam. Simplicem autem ejusmodi curvam affirmavi esse posse: eam enim simplicem appello, quæ tota est uniformis naturæ, quæ in Analyti exponi possit per æquationem non resolubilem in plures, e quarum multiplicatione eadem componatur, cujuscunque demum ea curva sit generis, quotcunque habeat flexus, & contorsiones. Nobis quidem altiorum generum curvæ videntur minus simplices, quia nimirum nostræ humanæ menti, uti pluribus ostendi in Dissertatione de Maris æstu, & in Stayanis Supplementis, recta linea videtur omnium simplicissima, cujus congruentiam in superpositione intuemur mentis oculis evidentissime, & ex qua una omnem nos homines nostram derivamus Geometriam; ac idcirco quæ lineæ a recta recedunt magis, & discrepant, illas habemus pro compositis, & magis ab ea simplicitate, quam nobis confinximus, recedentibus. At vero lineæ continuæ, & uniformis naturæ omnes in se ipsis sunt æque simplices; & aliud mentium genus, quod cujuscumque ex ipsis proprietatem aliquam æque evidenter intueretur, ac nos intuemur congruentiam rectarum, illas maxime simplices esse crederet curvas lineas, ex illa earum proprietate longe alterius Geometriæ sibi elementa conficeret, & ad illam ceteras referret lineas, ut nos ad rectam referimus; quæ quidem mentes si aliquam exempli gratia parabolæ proprietatem intime perspicerent, atque intuerentur, non illud quærerent, quod nostri Geometriæ quærunt, ut parabolam rectificarent, sed, si ita loqui fas est, ut rectam *parabolarent*.

CXVI. Et quidem analyseos ipsius profundiorum cognitionem requirit ipsa investigatio æquationis, qua possit exprimi curva ejus formæ, quæ meam exhibet virium legem. Quamobrem hic tantummodo exponam conditiones, quas ipsa curva habere debet, & quibus æquatio ibi inventa satis facere debeat. (c) Continetur
autem

(c) Qui velit ipsam rei determinationem videre, poterit hic in fine, ubi supplementorum §. 1 exhibebitur solutio problematis, quæ in memorata Dissertatione continetur a Num. 77 ad 110. Sed & numerorum ordo, & figurarum mutabitur, ut eum reliquis huiusmodi operis cohareat.

autem id ipsum Num. 75, ubi habetur hujusmodi Problema: *Invenire naturam curvæ, cujus abscissis exprimentibus distantias, ordinatæ expriment vires, mutatis distantis utcumque mutatas, & in datis quocumque limitibus transeuntes e repulsivis in attractivas, ac ex attractivis in repulsivas, in minimis autem distantis repulsivas, & ita crescentes, ut sint pares extinguendæ cuicumque velocitati utcumque magnæ.* Proposito problemate illud addo: *quoniam possumus mutatis distantis utcumque mutatas, complectitur propositio etiam rationem, quæ ad rationem reciprocam duplicatam distantiarum accedat, quantum libuerit, in quibusdam factis magnis distantis.*

CXVII. His propositis Numero illo 75, sequenti numero propono sequentes sex conditiones, quæ requirantur, & sufficiant ad habendam curvam, quæ queritur. *Primo: ut sit regularis ac simplex, & non composita ex aggregato arcuum diversarum curvarum. Secundo: ut secet axem CAC Fig., 1 tantum in punctis quibusdam datis ad binas distantias AE, AE; AG, AG, & ita porro æquales (d) hinc & inde. Tertio: ut singulis abscissis respondeant singulæ ordinatæ. (e) Quarto: ut sumptis abscissis æqualibus hinc & inde ab A, respondeant ordinatæ æquales. Quinto: ut habeant rectam AB pro asymptoto, area asymptotica BAED existente (f) infinita. Sexto: ut arcus binis quibuscumque interfectionibus terminati, possint variari, ut libuerit, & ad quascumque distantias recedere ab axe CAC, ac accedere ad quoscumque quavumcumque curvarum arcus, quantum libuerit, eos secando, vel tangendo, vel osculando ubicumque. & quomodocumque libuerit.*

CXVIII. Verum quod ad multiplicatam virium pertinet, quas diversis jam Physici nominibus appellant, illud hic etiam notari potest, si quis singulas seorsim considerare velit, licere illud etiam, hanc curvam in se unicam per resolutionem virium cogitatione nostra, atque fictione quadam, dividere in plures. Si ex. gr. quis velit considerare in materia gravitatem generalem accurate re-

H 2

cipro-

- (d) Id, ut & quarta conditio, requiritur, ut curva utrinque sit sui similis, quod ipsam magis uniformem reddit; quanquam de illo orure, quod est citra asymptotum AB, nihil est, quod solliciti sumus, cum ob vim repulsivam imminutis distantis ita in infinitum excreascentem, non possit abscissa distantiam exprimens unquam evadere zero, & abire in negativam.
- (e) Nam singulis distantis singulæ vires respondent.
- (f) Id requiritur, quia in Mechanica demonstratur, arcam curvæ, cujus abscissæ expriment distantias, & ordinatæ vires, exprimere incrementum, vel decrementum quadrati velocitatis: quare ut illa vires sint pares extinguendæ velocitati cuius utcumque magnæ, debet illa area esse omni finita major.

Fig. 1. ciprocam distantiarum quadratis, poterit sane is describere ex parte attractiva hyperbolam illam, quæ habeat accurate ordinatas in ratione reciproca duplicata distantiarum, quæ quidem erit quædam velut continuatio cruris VST , tum singulis ordinatis ag , bd curvæ virium expressæ in Fig. 1 adjungere ordinatas hujus novæ hyperbolæ ad partes AB incipiendo a punctis curvæ g , b , & eo pacto orietur nova quædam curva, quæ versus partes Vp coincidet ad sensum cum axe oC , in reliquis locis ab eo distabit, & contorquebitur etiam circa ipsum, si vertices F , K , O distiterint ab axe magis, quam distet ibidem hyperbola illa. Tum poterit dici, puncta omnia materiæ habere gravitatem decreescentem accurate in ratione reciproca duplicata distantiarum, & simul habere vim aliam expressam ab illa nova curva: nam idem erit, concipere simul hasce binas leges virium, ac illam præcedentem unicam, & iidem effectus orientur.

CXIX. Eodem pacto hæc nova curva potest dividi in alias duas, vel plures, concipiendo aliam quamcunque vim, ut ut accurate servantem quasdam determinatas leges, sed simul mutando curvam jam genitam, translatis ejus punctis per intervalla æqualia ordinatis respondentibus novæ legi assumptæ. Hoc pacto habebuntur plures etiam vires diversæ, quod aliquando, ut in resolutione virium accidit, inserviet ad faciliorem determinationem effectuum, & ea erit itidem vera virium resolutio quædam; sed id omne erit nostræ mentis partus quidam; nam reipsa unica lex virium habebitur, quam in Fig. 1 exposui, & quæ ex omnibus ejusmodi legibus componetur.

CXX. Quoniam autem hic mentio injecta est gravitatis decreescentis accurate in ratione reciproca duplicata distantiarum, cavendum, ne cui difficultatem aliquam pariat illud, quod apud Physicos, & potissimum apud Astronomiæ mechanicæ cultores, habetur pro comperto, gravitatem decreescere in ratione reciproca duplicata distantiarum accurate, cum in hac mea Theoria lex virium discedat plurimum ab ipsa ratione duplicata distantiarum. Inprimis in minoribus distantis vis integra, quam in se mutuo exercent particule, omnino plurimum discrepat a gravitate, quæ sit in ratione reciproca duplicata distantiarum. Nam & vapores, qui tantam exercent vim ad se expandendos, repulsionem habent utique in illis minimis distantis a se invicem, non attractionem; & ipsa attractio, quæ in cohæsione se prodit, est illa quidem in imminens major, quam quæ

ex generali gravitate consequitur: cum ex ipsis Newtoni compertis attractio gravitati respondens in globos homogeneos diversarum diametrorum sit in eadem ratione, in qua sunt globorum diametri, adeoque vis ejusmodi in exiguam particulam est minor gravitate corporum in terram, quo minor est diameter particulæ diametro totius terræ, adeoque penitus insensibilis. Et idcirco Newtonus aliam admisit vim pro cohesione, quæ decrescat in ratione majore, quam sit reciproca duplicata distantiarum; & multi ex Newtonianis admiserunt vim respondentem huic formulæ $\frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^2}$, cujus prior pars respectu posterioris sit in immensum minor, ubi x sit in immensum major unitate assumpta; sit vero major, ubi x sit in immensum minor, ut idcirco in satis magnis distantis evanescente ad insensum prima parte, vis remaneat quam proxime in ratione reciproca duplicata distantiarum x , in minimis vero distantis sit quam proxime in ratione triplicata: usque adeo ne apud Newtonianos quidem servatur omnino accurate ratio duplicata distantiarum.

CXXI. Demonstravit quidem Newtonus, in ellipsis Planetariis, eam, quam Astronomi lineam apsidum nominant, & est axis ellipseos, habituram ingentem motum, si ratio virium a reciproca duplicata distantiarum aliquanto magis aberraret, cumque ad insensum quiescant in earum orbibus apsidum lineæ, intulit, eam rationem observari omnino in gravitate. At id nequaquam evincit, accurate servari illam legem, sed solum proxime, neque inde ullum efficax argumentum contra meam Theoriam deduci potest. Nam imprimis nec omnino quiescunt illæ apsidum lineæ, sive, quod idem est, aphelia Planetarum, sed motu exiguo quidem, at non insensibili prorsus, moventur etiam respectu fixarum, adeoque motu non tantummodo apparente, sed vero. Tribuitur is motus perturbationi virium ortæ ex mutua Planetarum actione in se invicem; at illud utique huc usque nondum demonstratum est, illum motum accurate respondere actionibus reliquorum Planetarum agentium in ratione reciproca duplicata distantiarum; neque enim adhuc sine contemptibus pluribus, & approximationibus a perfectione, & exactitudine admodum remotis solutum est problema, quod appellant, trium corporum, quo quæretur motus trium corporum in se mutuo agentium in ratione reciproca duplicata distantiarum, ac illæ ipsæ adhuc amodum imperfectæ solutiones, quæ prolatæ huc usque sunt, inserviunt tantummodo particularibus quibusdam casibus, ut ubi unum corpus sit maximum, & remotissimum, quem-

admodum sol, reliqua duo admodum minora, & inter se proxima, ut est Luna, ac Terra, vel remota admodum a majore, & inter se, ut est Jupiter, & Saturnus. Hinc nemo hucusque accuratum insituit, aut etiam insituere potuit calculum pro actione perturbativa omnium Planetarum; quibus si accedat actio perturbativa Cometarum, qui nec quam multi sint, nec quam longe abeant, sciuntur, multo magis evidenter patebit, nullum inde confici posse argumentum pro accurata penitus ratione reciproca duplicata distantiarum.

CXXII. Clairautius quidem in schediasmate ante aliquot annos impresso, crediderat ex ipsis motibus lineæ apsidum Lunæ colligi sensibilem recessum a ratione reciproca duplicata distantiae, & Eulerus in Dissertatione de Aberrationibus Jovis & Saturni, quæ præmium retulit ab Academia Parisiensi An. 1748, censuit, in ipso Jove, & Saturno haberi recessum admodum sensibilem ab illa ratione; sed id quidem ex Calculi defectu non satis producti sibi accidisse Clairautius ipse agnovit, ac edidit; & Eulero quid simile accidisse constat, nec ullum habetur positivum argumentum pro ingenti recessu Gravitatis Generalis a ratione duplicata distantiarum in distantia Lunæ, & multo magis in distantia Planetarum. Verum nec ullum habetur argumentum positivum pro ratione ita penitus accurata, ut discrimen sensum omnem prorsus effugiat. At & si id haberetur, nihil tamen pati posset inde Theoria mea, cum arcus ille meæ curvæ postremus VT possit accedere, quantum libuerit, ad arcum illius hyperbolæ, quæ legem gravitatis reciprocam quadratorum distantiae, ipsam tangendo, vel osculando in punctis quocunque, & quibuscunque; adeoque ita possit accedere, ut discrimen in iis majoribus distantis sensum omnem effugiat, & effectus nullum habeant sensibile discrimen ab effectu, qui responderet ipsi legi gravitatis, si accurate servaret proportionem cum quadratis distantiarum reciproce sumptis.

CXXIII. Nec vero quidquam ipsi meæ virium Theoriæ obfunt Meditationes Maupertuisii, ingeniosæ illæ quidem, sed meo quidem judicio non satis conformes naturæ legibus circa legem virium decrecentium in ratione reciproca duplicata distantiarum, cujus ille perfectiones quasdam persequitur, ut illam, quod in hac una integri globi habeant eandem virium legem, quam singulæ particulæ. Demonstravit enim Newtonus, globos, quorum singuli paribus a centro distantis homogenei sint, & quorum particule

mini-

minimæ se attrahant in ratione reciproca duplicata distantiarum, se itidem attrahere in eadem ratione distantiarum reciproca duplicata. Ob hasce perfectiones hujus Theoriæ virium ipse censuit hanc legem reciprocam duplicatam distantiarum ab Authore Naturæ selectam fuisse, quam in natura esse vellet.

CXXIV. At mihi quidem inprimis nec unquam placuit, nec placebit sane unquam in investigatione Naturæ causarum finalium usus, quas tantummodo ad meditationem quandam, contemplationemque, usui esse posse arbitror, ubi leges Naturæ aliunde innotuerint. Nam nec perfectiones omnes innotescere nobis possunt, qui intimas rerum naturas nequaquam inspicimus, sed externas tantummodo proprietates quasdam agnoscimus, nec fines omnes, quos Naturæ Author sibi potuit proponere, ac proposuit, dum Mundum conderet, videre, & nosse omnino non possumus. Quin immo cum juxta ipsos Leibnitianos inprimis, aliosque omnes defensores acerrimos principii rationis sufficientis, & Mundi perfectissimi, qui inde consequitur, multa quidem in ipso Mundo sunt mala, sed Mundus ipse idcirco est optimus, quod ratio boni ad malum in hoc, qui electus est, omnium est maxima; fieri utique poterit, ut in ea ipsius Mundi parte, quam hic, & nunc contemplamur, id, quod electum fuit, debuerit esse non illud bonum, in cujus gratiam tolerantur alia mala, sed illud malum, quod in aliorum bonorum gratiam toleratur. Quamobrem si ratio reciproca duplicata distantiarum esset omnium perfectissima pro viribus mutuis particularum, non inde utique sequeretur, eam pro Natura fuisse electam & constitutam.

CXXV. At nec revera perfectissima est, quin immo meo quidem judicio est omnino imperfecta, & tam ipsa, quam aliæ plurimæ leges, quæ requirunt attractionem imminutis distantis crescentem in ratione reciproca duplicata distantiarum, ad absurda deducunt plurima, vel saltem ad inextricabiles difficultates, quod ego quidem tum alibi etiam, tum inprimis demonstravi in Dissertatione de Lege Virium in Natura existentium a Num. 59. (g) Accedit autem illud, quod illa, quæ videtur ipsi esse perfectio maxima, quod nimirum eandem sequantur legem globi integri, quam particulæ minimæ; nulli fere usui est in natura, si res accurate ad exactitudinem absolutam exigatur, cum nulli in natura sint accurate perfecti
glo.

(g) *Quæ hæc pertinent, & continentur novem numeris ejus Dissertationis incipiendo a 59, habentur in fine supplem. §. 2.*

globi paribus a centro distantis homogenei, sic præter non exiguam inæqualitatem interioris textus, & irregularitatem, quam ego quidem in Tellure nostra demonstravi in Opere, quod de *Litteraria Expeditione per Pontificiam ditionem* inscripsi; in reliquis autem Planetis & Cometis suspicari possumus ex ipsa saltem analogia, præter scabritiem superficiæ, quæ utique est aliqua, ipsa rotatione circa proprium axem induci in omnibus compressionem aliquam, quæ ut ut exigua, exactam globositatem impedit, adeoque illam assumptam perfectionem maximam corrumpit. Accedit autem & illud, quod Newtoniana determinatio rationis reciprocæ duplicatæ distantiarum locum habet tantummodo in globis materia continua constantibus sine ullis vacuolis, qui in Natura non existunt, & multo minus a me admitti possunt, qui non vacuum tantummodo admitto disseminatum in materia, ut Philosophi jam sane passim, sed materiam in immenso vacuo innatantem, & punctula a se invicem remota, ex quibus, qui apparentes globi fiant, illam habere proprietatem non possunt rationis reciprocæ duplicatæ distantiarum, adeoque nec illius perfectionis creditæ maximæ perfectam, absolutamque applicationem.

CXXVI. Demum & illud non nullis difficultatem parit summam in hac Theoria Virium, quod censeant, phænomena omnia per impulsionem explicari debere, & immediatum contactum, quem ipsum credant evidenti sensuum testimonio evinci: hinc hujusmodi nostras vires *immechanicas* appellant, & eas, ut & Newtonianorum generalem gravitatem, vel idcirco rejiciunt, quod Mechanicæ non sint, & Mechanismum, quem Newtoniana Theoria labefactare creperat, penitus evertant. Addunt autem etiam per jocum ex serio argumento petito a sensibus, baculo utendum esse ad persuadendum neganti contactum. Hic quidem, quod ad sensuum testimonium pertinet, exponam uberius infra, ubi de extensione agam, quæ eo in genere habeamus præjudicia, & unde; cum nimirum ipsis sensibus tribuamus id, quod nostræ ratiocinationis, atque illationis vitio est tribuendum. Satis erit hic monere illud, ubi corpus ad nostra organa satis accedat, vim repulsivam, saltem illam ultimam, debere in organorum ipsorum fibris excitare motus illos ipsos, qui excitantur in communi sententia ab impenetrabilitate, & contactu, adeoque eundem tremorem ad cerebrum propagari, & eandem excitari debere in anima perceptionem, quæ in communi sententia excitaretur; quam ob rem ab iis sensationibus, quæ in hac ipsa

Theoria Virium haberentur, nullum utique argumentum desumi potest contra ipsam, quod ullam vim habeat utcunque tenuem.

CXXVII. Quod pertinet ad explicationem phaenomenorum per impulsionem immediatam, monui sane superius, quanto felicius, ea prorsus omissa, Newtonus explicarit Astronomiam & Opticam; & patebit inferius, quanto felicius phaenomena quaeque praecipua sine ulla immediata impulsionem explicentur. Cum iis exemplis, tum aliis, commendatur abunde ea ratio explicandi phaenomena, quae adhibet vires agentes in aliqua distantia. Ostendant isti vel unicum exemplum, in quo positive probare possint, per immediatam impulsionem communicari motum in natura. Id sane ii praestabunt nunquam, cum oculorum testimonio ad excludendas distantias illas minimas, ad quas primum crus repulsivum pertinet, & contorsiones curvae circa axem, quae oculos necessario fugiunt, adhibere non possint; cum e contrario ego positivo argumento superius excluderim immediatum contactum omnem, & positive probaverim, ipsum, quem ii ubique volunt, haberi nusquam.

CXXVIII. De nominibus quidem non esset, cur sollicitudinem haberem ullam; sed ut & in iis dem aliquid praedjudicio cuidam, quod ex communi loquendi usu provenit, illud notandum duco, Mechanicam non utique ad solam impulsionem immediatam fuisse restrictam unquam ab iis, qui de ipsa tractarunt, sed ad liberos; inprimis adhibitam contemplandos motus, qui independenter ab omni impulsionem habeantur. Quae Archimedes de aequilibrio tradidit, quae Galilaeus de libero gravium descensu, ac de projectis, quae de centralibus in circulo viribus, & oscillationis centro Huguenius, quae Newtonus generaliter de moribus in trajectoriis vobuscunquē, utique ad Mechanicam pertinent, & Wolfiana, & Euleriana, & aliorum Scriptorum Mechanica passim utique hujusmodi vires, & motus inde ortos contemplatur, qui fiant impulsionem vel exclusa penitus, vel saltem mente seclusa. Ubicunquē vires agant, quae motum materiae gignant, vel immutent, & leges expendantur, secundum quas velocitas oriatur, mutetur motus, ac motus ipsi determinantur, id inprimis ad Mechanicam pertinet in admodum propria significatione acceptam. Quamobrem ii maxime ea ipsa propria vocum significatione abutuntur, qui impulsionem unquam ad Mechanismum pertinere arbitrantur, ad quem haec virium genera pertinent multo magis, quae idcirco appellari jure possunt vires Mechanicae, & quidquid per illas fit, jure affirmari potest

est fieri per Mechanismum, nec vero incognitum & occultum, sed uti supra demonstravimus, admodum patentem, & manifestum.

CXXIX. Eodem etiam pacto in omnino propria significatione usurpare licebit vocem *contactus*, licet intervallum semper remaneat aliquod, quanquam ego ad equivocationes evitandas soleo distinguere inter contactum *Mathematicum*, in quo distantia sit prorsus nulla, & contactum *physicum*, in quo distantia sensus effugit omnes, & vis repulsiva satis magna ulteriorem accessum per nostras vires inducendum impedit. Voces ab hominibus institutæ sunt ad significandas res corporeas, & corporum proprietates, prout nostris sensibus subsunt, iis, quæ continentur infra ipsos, nihil omnino curatis. Sic planum, sic læve proprie dicitur id, in quo nihil, quod sensu percipi possit, sinuetur, nihil promineat; quanquam in communi etiam sententia nihil sit in Natura Mathematicæ planum, vel læve. Eodem pacto & nomen *contactus* ab hominibus institutum est, ad exprimendum physicum illum contactum tantummodo, sine ulla cura *contactus* mathematici, de quo nostri sensus sententiam ferre non possunt. Atque hoc quidem pacto si adhibeantur voces in propria significatione illa, quæ ipsarum institutioni respondeat, ne a vocibus quidem ipsis huic Theoriæ virium invidiam creare poterunt ii, quibus ipsa non placent.

CXXX. Atque hæc de iis, quæ contra ipsam virium legem a me propositam vel objecta sunt hæctenus, vel objici possent, sint satis, ne res in infinitum excreseat. Nunc ad illa transibimus, quæ contra constitutionem elementorum materiæ inde deductam se menti offerunt, in quibus itidem, quæ maxime notatu digna sunt, persequar.

CXXXI. Inprimis quod pertinet ad hanc constitutionem elementorum materiæ; sunt sane multi, qui nullo pacto in animum sibi possint inducere, ut admittant puncta prorsus indivisibilia, & inextensa, quod nullam se dicant habere posse eorum ideam. At id hominum genus præjudiciis quibusdam tribuit multo plus æquo. Ideas omnes, saltem eas, quæ ad materiam pertinent, per sensus hausimus. Porro sensus nostri nunquam potuerunt percipere singula elementa, quæ nimirum vires exerunt nimis tenues ad movendas fibras, & propagandum motum ad cerebrum: massis indiguerunt, sive elementorum aggregatis, quæ ipsas impellerent collata vi. Hæc omnia aggregata constabant partibus, quarum partium extremæ sumptæ hinc, & inde, debebant a se invicem distare per aliquod

quod intervallum, nec ita exiguum. Hinc factum est, ut nullam unquam per sensus acquirere potuerimus ideam pertinentem ad materiam, quæ simul & extensionem, & partes, ac divisibilitatem non involverit. Atque idcirco quotiescunque punctum nobis animo sistimus, nisi reflexione utamur, habemus ideam globuli cujusdam perquam exigui, sed tamen globuli rotundi, habentis binas superficies oppositas distinctas.

CXXXII. Quamobrem ad concipiendum punctum indivisibile, & inextensum, non debemus consulere ideas, quas immediate per sensus haufimus, sed eam nobis debemus efformare per reflexionem. Reflexione adhibita non ita difficulter efformabimus nobis ideam ejusmodi. Nam inprimis ubi & extensionem, & partium compositionem conceperimus, si utramque negemus, jam inextensi, & indivisibilis ideam quamdam nobis comparabimus per negationem illam ipsam eorum, quorum habemus ideam; uti foraminis ideam habemus utique negando existentiam illius materiæ, quæ deest in loco foraminis.

CXXXIII. Verum & positivam quamdam indivisibilis, & inextensi puncti ideam poterimus comparare nobis ope Geometriæ, & ope illius ipsius ideæ extensi continui, quam per sensus haufimus, & quam inferius ostendemus, fallacem esse, ac fontem ipsum fallaciæ ejusmodi aperiemus, quæ tamen ipsa ad indivisibilem, & inextensorem ideam nos ducet admodum claram. Concipiamus planum quoddam prorsus continuum, ut mensam, longum ex. gr. pedes duos; atque id ipsum planum concipiamus secari transversum secundum longitudinem ita, ut tamen iterum post sectionem conjungantur partes, & se contingant. Sectio illa erit utique limes inter partem dexteram, & sinistram, longus quidem pedes duos, quanta erat plani longitudo, at latitudinis omnino expers: nam ab altera parte immediate motu continuo transitur ad alteram, quæ, si illa sectio crassitudinem haberet aliquam, non esset priori contigua. Illa sectio est limes secundum crassitudinem inextensus, & indivisibilis, cui si occurrat altera sectio transversa eodem pacto indivisibilis, & inextensa, oportebit utique, intersectio utriusque in superficie plani concepti nullam omnino habeat extensionem in partem quamcunque. Id erit punctum penitus indivisibile, & inextensum, quod quidem punctum, translato plano, movebitur, & motu suo lineam describet, longam quidem, sed latitudinis expertem.

CXXXIV. Quo autem melius ipsius indivisibilis natura concipi possit, quarat a nobis quispiam, ut aliam faciamus ejus planæ massæ sectionem, quæ priori ita sit proxima, ut nihil prorsus inter utramque intersit. Respondebimus sane, id fieri non posse: vel enim inter novam sectionem & veterem intercedet aliquid ejus materiæ, ex qua planum continuum constare concipimus, vel nova sectio congruet penitus cum præcedente. En quomodo ideam acquiremus etiam ejus naturæ indivisibilis illius, & inextensi, ut aliud indivisibile, & inextensum ipsi proximum esse sine medio intervallo non admittat, sed vel cum eo congruat, vel aliquod intervallum relinquat inter se & ipsum. Atque hinc patebit etiam illud, non posse promoveri planum ipsum ita, ut illa sectio promoveatur tantummodo per spatium latitudinis sibi æqualis. Utcunque exiguus fuerit motus, jam ille novus sectionis locus distabit a præcedente per aliquod intervallum, cum sectio sectioni contigua esse non possit.

CXXXV. Hæc si ad concursum sectionum transferamus, habebimus utique non solum ideam puncti indivisibilis, & inextensi, sed ejusmodi naturæ puncti ipsius, ut aliud punctum sibi contiguum habere non possit, sed vel congruant, vel aliquo a se invicem intervallo distent. Et hoc pacto sibi & Geometriæ ideam sui puncti indivisibilis & inextensi, facile efformare possunt, quam quidem etiam efformant sibi ita, ut prima Euclidis definitio jam inde incipiat: *punctum est, cujus nulla pars est.* Post hujusmodi ideam acquisitam illud unum intererit inter Geometricum punctum, & punctum physicum materiæ, quod hoc secundum habebit proprietates reales vis inertiae, & virium illarum activarum, quæ cogent duo puncta ad se invicem accedere, vel a se invicem recedere, unde fiet, ut ubi satis accesserint ad organa nostrorum sensuum, possint in iis excitare motus, qui propagati ad cerebrum, perceptiones ibi eliciant in anima, quo pacto sensibilia erunt, adeoque materialia & realia, non pure imaginaria.

CXXXVI. En igitur per reflexionem acquisitam ideam punctorum realium, materialium, indivisibilium, inextensorum, quam inter ideas ab infantia acquisitas per sensus in cassum querimus. Idea ejusmodi non evincit eorum existentiam, quam nobis exhibent positiva argumenta superius facta, quod nimirum, ne admittatur in collisione corporum saltus, quem & inductio & impossibilitas binarum velocitatum diversarum habendarum omnino ipso momento, quo saltus fieret, excludunt, oportet admittere in mate-

ria vires, quæ repulsivæ sint in minimis distantis, & iis in infinitum imminutis augeantur in infinitum; unde fit, ut duæ particule materiæ sibi invicem contiguæ esse non possint: nam illico vi illa repulsiva resilient a se mutuo, ac particula iis constans disrumperetur, adeoque prima materiæ elementa non constant contiguis partibus, sed indivisibilia sunt prorsus, atque simplicia, & vero etiam ob inductionem separabilitatis, ac distinctionis eorum, quæ occupant spatii divisibilis partes diversas, etiam penitus inextensa. Illa idea acquisita per reflexionem illud præstat tantummodo, ut distincte concipiamus id, quod ejusmodi rationes ostendunt existere in Natura, & quod sine reflexione, & ope illius suppellectilis tantummodo, quam per sensus nobis comparavimus ab ipsa infantia, concipere omnino non liceret.

CXXXVII. Ceterum simplicium, & inextensorum notionem non ego primus in Physicam induco. Eorum ideam habuerunt veteres post Zenonem, & Leibnitiani monades suas & simplices utique volunt, & inextensas: ego cum ipsorum punctorum contiguitatem auferam, & distantias velim inter duo quælibet materiæ puncta, maximum evito scopulum, in quem utrinque incurrunt, dum ex ejusmodi indivisibilibus & inextensis continuum extensum componunt. Atque ibi quidem in eo videntur mihi peccare utrique, quod cum simplicitate, & inextensione, quam iis elementis tribuunt, commiscent ideam illam imperfectam, quam sibi compararunt per sensus, globuli cujusdam rotundi, qui binas habeat superficies a se distinctas. Neque enim aliter possent ejusmodi simplicibus inextensis implere spatium, nisi concipiendo unum elementum in medio duorum ab altero contactum ad dexteram, ab altero ad lævam, quin ea extrema se contingant, in quo præter contiguitatem indivisibilem, & inextensorum impossibilem, uti supra demonstravimus, quam tamen coguntur admittere, si rem altius perpenderit, videbunt sane, se ibi illam ipsam globuli inter duos globulos interjacentis ideam admiscere.

CXXXVIII. Nec ad indivisibilitatem, & inextensionem elementorum conjungendas cum continua extensione massarum ab iis compositarum profunt ea, quæ non nulli ex Leibnitianorum familia proferunt, de quibus egi in una adnotatiuncula adjecta Num. 13 Dissertationis de Mercurii Divisibilitate & principiis corporum, ex qua, quæ eo pertinent, huc libet transferre. Sic autem habet: *Qui dicunt, monades non compenetrari, quia natura sua impenetrabi-*

les sunt, si difficultatem nequaquam amoverent; nam si & natura sua impenetrabiles sunt, & continuum debent componere, adeoque contiguae esse, compenetrabuntur simul, & non compenetrabuntur, quod ad absurdum deducit, & ejusmodi entium impossibilitatem evincit. Ex omnimode inextensionis, & contiguitatis notione evincitur, compenetrari debere argumento contra Zenonistas instituto per tot saecula, & cui nunquam satis responsum est. Ex natura, quae in iis supponitur, ipsa compenetratio excluditur, adeoque habetur contradictio, & absurdum.

CXXXIX. Sunt alii, quibus videri poterit, contra hæc ipsa puncta indivisibilia, & inextensa adhiberi posse inductionis principium, a quo continuitatis legem, & alias proprietates derivavimus supra, quæ nos ad hæc indivisibilia, & inextensa puncta deduxerunt. Videmus enim in materia omni, quæ se uspiam nostris objiciat sensibus, extensionem, divisibilitatem, partes; quamobrem hanc ipsam proprietatem debemus transferre ad elementa etiam per inductionis principium. Ita si, at hanc difficultatem jam superius præoccupavimus, ubi egimus de inductionis principio. Pendet ea proprietas a ratione sensibilis, & aggregati, cum nimirum sub sensus nostros ne composita quidem, quorum moles nimis exigua sit, cadere possint. Hinc divisibilitatis, & extensionis proprietas ejusmodi est, ut ejus defectus, si habeatur alicubi is casus, ex ipsa earum natura & sensuum nostrorum constitutione, non possit cadere sub sensus ipsos, atque idcirco ad ejusmodi proprietates argumentum desumptum ab inductione nequaquam pertingit, ut nec ad sensibilitatem extenditur.

CXI. Sed etiam si extenderetur, esset adhuc nostræ Theoriæ causa multo melior in eo, quod circa extensionem, & compositionem partium negativa sit. Nam eo ipso, quod continuitate admessa, continuitas elementorum legitima ratiocinatione excludatur, excludi omnino debet absolute; ubi quidem illud accidit, quod a Metaphysicis, & Geometris nonnullis animadversum est jam diu, licere aliquando demonstrare propositionem ex assumpta veritate contradictoriæ propositionis; cum enim ambæ simul veræ esse non possint, si ab altera inferatur altera, hanc posteriorem veram esse necesse est. Sic nimirum, quoniam a continuitate generaliter assumpta defectus continuitatis consequitur in materiae elementis, & in extensione, defectum hunc haberi vel inde eruitur: nec oberit quidquam principium inductionis physiciæ, quod utique non est demonstrativum, nec vim habet, nisi ubi aliunde non demonstratur,

retur, casum illum, quem inde colligere possumus, improbabilem esse tantummodo, adhuc tamen haberi, uti aliquando sunt & falsa veris probabiliora.

CLXI. Atque hic quidem, ubi de continuitate seipsam excludente mentio injecta est, notandum & illud, continuitatis legem a me admitti & probari pro quantitatibus, quæ magnitudinem mutant, quas nimirum ab una magnitudine ad aliam censeo abire non posse, nisi transeant per intermedias, quod elementorum materiæ, quæ magnitudinem nec mutant, nec ullam habent variabilem, continuitatem non inducit, sed argumento superius facto penitus submovet. Quin etiam ego quidem continuum nullum agnosco coexistens, uti & supra monui; nam nec spatium reale mihi est ullum continuum, sed imaginarium tantummodo, de quo, uti & de tempore, quid in hac mea Theoria sentiam, satis luculenter exposui in Supplementis ad librum I Stayana Philosophiæ (h). Censeo nimirum quodvis materiæ punctum, habere binos reales existendi modos, alterum localem, alterum temporarium, qui num appellari debeant res, an tantummodo modi rei, ejusmodi litem, quam arbitror esse tantum de nomine, nihil omnino curo. Illos modos debere admitti, ibi ego quidem positive demonstro: eos natura sua immobiles esse, censeo ita, ut idcirco ejusmodi existendi modi per se inducant relationes prioris, & posterioris in tempore, ulterioris vel citerioris in loco, ac distantie cujusdam determinatæ, & in spatio determinatæ positionis etiam, qui modi, vel eorum alter, necessario mutari debeant, si distantia, vel etiam in spatio sola mutetur positio. Pro quovis autem modo pertinente ad quodvis punctum, penes omnes infinitos modos possibiles pertinentes ad quodvis aliud, mihi est unus, qui cum eo inducat in tempore relationem coexistentiæ ita, ut existentiam habere uterque non possit, quin simul habeant, & coexistent; in spatio vero, si existunt simul, inducant relationem compenetratiõnis, reliquis omnibus inducentibus relationem distantie temporariæ, vel localis, ut & positionis cujusdam localis determinatæ. Quoniam autem puncta materiæ existentia habent semper aliquam a se invicem distantiam, & numero finita sunt, finitus est semper etiam localium modorum coexistentium numerus, nec ullum reale continuum efformat. Spatium vero imaginarium est mihi possibilitas omnium

mo-

(h) *Binæ Dissertatiunculæ, quæ nimirum ad hanc Theoriam meam maxime pertinent; inde excerptas adjiciam itidem ad calcem hujusce operis, Supplementorum §. 3. & 4.*

modorum localium confuse cognita, quos simul per cognitionem præcisivam concipimus, licet simul omnes existere non possint, ubi cum nulli sint modi ita sibi proximi, vel remoti, ut alii viciniore, vel remotiores haberi non possint, nulla distantia inter possibiles neque minima omnium, neque maxima; dum animum abstrahimus ab actuali existentia, & in possibilem serie finitis in infinitum constante terminis mente secludimus tam minimæ, quam maximæ distantie limitem, ideam nobis efformamus continuitatis, & infinitatis in spatio, in quo idem spatii punctum appello possibilitatem omnium modorum localium, sive, quod idem est, realium localium punctorum pertinentium ad omnia materie puncta, quæ si existent, compenerationis relationem inducerent, ut eodem pacto idem nomine momentum temporis temporarios modos omnes, qui relationem inducunt coexistentie. Sed de utroque plura in illis Dissertationibus, in quibus & analogiam persequor spatii, ac temporis multiplicem.

CXLII. Continuitatem igitur agnosco in motu tantummodo, quod est successivum quid, non coexistens, & in eo itidem solo, vel ex eo solo in corporeis saltem entibus legem continuitatis admitto. Atque hinc patet clarius illud etiam, quod superius innui, naturam ubique continuitatis legem vel accurate observare, vel affectare saltem. Servat in motibus & distantis, affectat in aliis casibus multis, quibus continuitas, uti etiam supra definivimus, nequaquam convenit, & in aliis quibusdam, in quibus haberi omnino non potest continuitas, quæ primo aspectu sese nobis objicit res non aliquanto intimius inspectantibus, ac perpendentibus, ex gr. quando sol oriatur supra horizontem, si concipiamus solis discum ut continuum, & horizontem ut planum quoddam, ascensus solis fit per omnes magnitudines ita, ut a primo ad postremum punctum & segmenta solaris disci, & chordæ segmentorum crescant transeundo per omnes intermedias magnitudines. At sol quidem in mea Theoria non est aliquid continuum, sed est aggregatum punctorum a se invicem distantium, quorum alia supra illud imaginarium planum ascendunt post alia, intervallo aliquo temporis interposito semper. Hinc accurata illa continuitas huic casui non convenit, & habetur tantummodo in distantis punctorum singulorum componentium eam massam ab illo imaginario plano. Natura tamen etiam hic continuitatem quandam affectat, cum nimirum illa punctula ita sibi sint invicem proxima, & ita ubique dispersa, ac dis-

disposita, ut apparens quædam ibi etiam continuitas habeatur, ac in ipsa distributione, a qua densitas pender, ingentes repentini saltus non fiant.

CXLIII. Innumera ejus rei exempla liceret proferre, in quibus eodem pacto res pergit. Sic in fluviorum alveis, in frondium flexibus, in ipsis salium, & crystallorum, ac aliorum corporum angulis, in ipsis cuspidibus unguium, quæ accuratissimæ in quibusdam animalibus apparent nudo oculo, si microscopio adhibito inspiciantur, nusquam cuspis abrupta prorsus, nusquam omnino cuspidatus apparet angulus, sed ubique flexus quidam, qui curvaturam habeat aliquam, & ad continuitatem videatur accedere. In omnibus tamen iis casibus vera continuitas in mea Theoria habetur nusquam; cum omnia ejusmodi corpora consent indivisibilibus, & a se distantibus punctis, quæ continuam superficiem non efformant, & in quibus, si quævis tria puncta per rectas lineas conjuncta intelligantur, triangulum habebitur utique cum angulis cuspidatis. Sed a motuum, & virium continuitate accurata etiam ejusmodi proximam continuitatem massarum oriri censeo, & a casuum possibilium multitudine inter se collata, quod ipsum innuisse sit satis.

CXLIV. Atque hinc patebit, quid respondendum ad casus quosdam, qui eo pertinent, & in quibus violari quis crederet continuitatis legem. Quando plano aliquo speculo lux excipitur, pars refringitur, pars reflectitur: in reflexione, & refractione, uti eam olim creditum est fieri, & etiamnum a non nullis creditur, per impulsionem nimirum, & incursum immediatum, fieret violatio quædam continui motus mutata linea recta in aliam; sed jam hoc Newtonus advertit, & ejusmodi saltum abstulit, explicando ea phaenomena per vires in aliqua distantia agentes, quibus fit, ut quævis particula luminis motum incurvet paulatim in accessu ad superficiem reflectentem vel refringentem; unde accessuum, & recessuum lex, velocitas, directionum flexus, omnia juxta continuitatis legem mutantur. Quin in mea Theoria non in aliqua vicinia tantum incipit flexus ille, sed quodvis materiæ punctum a Mundi initio unicam quandam continuam descripsit orbitam, pendente a continua illa virium lege, quam exprimit Fig 1, quæ ad distancias quascunque proreunditur; quam quidem lineæ continuitatem nec libera turbant animarum vires, quæ itidem non nisi juxta continuitatis legem exerceri a nobis possunt; unde fit, ut quemadmodum

omnem accuratam quietem, ita omnem accurate rectilineum motum, omnem accurate circulare, ellipticum, Parabolicum excludam, quod tamen aliis quoque sententiis omnibus commune esse debet, cum admodum facile sit demonstrare, ubique esse perturbationem quandam, & mutationum causas, quæ non permittant ejusmodi linearum nobis ita simplicium accuratas orbitas in motibus,

CXLV. Et in eo quidem, ut alibi ubique, natura in mea Theoria accuratissimam continuitatem observat, ita & ibi in reflexionibus, ac refractionibus luminis. At est aliud ea in re, in quo continuitatis violatio quaedam haberi videatur, quam qui rem altius perpendat, credet primo quidem servari itidem accurate a Natura, tum ulterius progressus, inveniet affectari tantummodo, non servari. Id autem est ipsa luminis diffusio, atque densitas. Videtur prima fronte discindi radius in duos, qui hiati quodam intermedio a se invicem divellantur velut per saltum, alia parte reflexa, alia refracta, sine ullo intermedio flexu cujuscumque. Alius itidem videtur admitti ibidem saltus quidam: si enim radius integer excipiat prisma, ita, ut una pars reflectatur, alia transmittatur, & prodeat etiam e secunda superficie, tum ipsum prisma sensim convertatur; ubi ad certum devenitur in conversione angulum, lux, quæ datam habet refrangibilitatem, jam non egreditur, sed reflectitur in totum; ubi itidem videtur fieri transitus a prioribus angulis cum superficie semper minoribus, sed jacentibus ultra ipsam, ad angulum reflexionis æqualem angulo incidentiæ, & jacentem citra, sine ulla reflexione in angulis intermediis minoribus ab ipsa superficie ad ejusmodi finitum angulum.

CXLVI. Huic cuidam velut læsioni continuitatis videtur responderi posse per illam lucem, quæ reflectitur, vel refringitur irregulariter in quibusvis angulis. Jam olim enim observatum est illud, ubi lucis radius reflectitur, non reflecti totum ita, ut angulus reflexionis æquetur angulo incidentiæ, sed partem dispergi quaquaversus; quam ob causam si solis radius in partem quandam speculi incurrat, quicumque est in conclavi, videt, qui sit ille locus, in quem incurrit radius, quod utique non fieret, nisi e solaribus illis directis radiis etiam ad oculum ipsius radii devenirent, egressi in omnibus iis directionibus, quæ ad omnes oculi positiones tendunt; licet ibi quidem satis intensum lumen non appareat, nisi in directione faciente angulum reflexionis æqualem incidentiæ, in qua resilit maxima luminis pars. Et quidem hisce radiis redeuntibus in angulis hisce inæqualibus egregie utitur Newtonus in fine Opticæ
ad

ad explicandos colores laminarum crassarum: & eadem irregularis dispersio in omnes plagas ad sensum habetur in tenui parte, sed tamen in aliqua, radii refracti. Hinc inter vividum illum reflexum radium, & refractum, habetur intermedia omnis ejusmodi radiorum series in omnibus iis intermediis angulis prodeuntium, & sic etiam ubi transitur a refractione ad reflexionem in totum, videtur per hosce intermedios angulos res posse fieri citissimo transitu per ipsos, atque idcirco illacsa perseverare continuitas.

CXLVII. Verum si adhuc altius perpendatur res, patebit in illa intermedia serie non haberi accuratam continuitatem, sed apparentem quandam, quam natura affectat, non accurate servat illacsam. Nam lumen in mea Theoria non est corpus quoddam continuum, quod diffudatur continuo per illud omne spatium, sed est aggregatum punctorum a se invicem disjunctorum, atque distantium, quorum quodlibet suam percurrit viam disjunctam a proximi via per aliquod intervallum. Continuitas servatur accuratissime in singulorum punctorum viis, non in diffusionem substantiæ non compositæ, & quo pacto ea in omnibus iis motibus servetur, & mutetur mutata inclinatione incidentiæ via a singulis punctis descripta sine saltu, satis luculenter exposui in secunda parte mea: Dissertationis de Lumine a Num. 97. Sed hæc ad applicationem jam pertinent Theoriæ ad Physicam.

CXLVIII. Haud multum absimiles sunt alii quidam casus, in quibus singula continuitatem observant, non aggregatum utique non continuum, sed partibus disjunctis constans. Hujusmodi est ex. gr. altitudo cujusdam domus, quæ ædificatur de novo, cui cum series nova adjungitur lapidum determinatæ cujusdam altitudinis, per illam additionem repente videtur crescere altitudo domus, sine transitu per altitudines intermedias: & si dicatur id non esse naturæ opus, sed artis, potest difficultas transferri facile ad naturæ opera, ut ubi diversa inducuntur glaciæ strata, vel in aliis incrustationibus, ac in iis omnibus casibus, in quibus incrementum fit per externam applicationem partium, ubi accessiones finitæ videntur acquiri simul totæ sine transitu per intermedias magnitudines. In iis casibus continuitas servatur in motu singularum partium, quæ accedunt. Illæ per lineam quandam continuam, & continua velocitatis mutatione accedunt ad locum sibi debitum, quin immo etiam posteaquam eo advenerunt, pergunt adhuc moveri, & nunquam habent quietem nec absolutam, nec respectivam respectu aliarum partium,

tium, licet jam in respectiva positione sensibilem mutationem non subeant: parent nimirum adhuc viribus omnibus, quæ respondent omnibus materiae punctis utcumque distantibus, & actio proximarum partium, quæ novam adhesionem parit, est continuatio actionis, quam multo minorem exercebant, cum essent procul. Hoc autem, quod pertineant ad illam domum, vel massam, est aliquid non in se determinatum, quod momento quodam determinato fiat, in quo saltus habeatur, sed ab aestimatione quadam pender nostrorum sensuum satis crassa, ut licet perpetuo accedant illæ partes, & pergant perpetuo mutare positionem respectu ipsius massæ, tum incipiant censei ut pertinentes ad illam domum, vel massam, cum definit respectiva mutatio esse sensibilis, quæ sensibilitatis cessatio fit ipsa etiam quodammodo per gradus omnes, & continuo aliquo tempore, non vero per saltum.

CXLIX. Hinc distinctius ibi licebit difficultatem omnem atovere dicendo, non servari mutationem continuam in magnitudinibus earum rerum, quæ continuæ non sunt, & magnitudinem non habent continuam, sed sunt aggregata rerum disjunctarum; vel in iis rebus, quæ a nobis ita censeantur aliquod totum constituere, ut magnitudinem aggregati non determinent distantie inter eadem extrema, sed a nobis extrema ipsa assumuntur jam alia, jam alia, quæ censeantur incipere ad aggregatum pertinere, ubi ad quasdam distantias devenerint, quas ut ut in se juxta legem continuitatis mutatas, nos a reliquis divellimus per saltum, ut dicamus pertinere eas partes ad id aggregatum. Id accidit, ubi in objectis casibus accessiones partium novæ fiunt, atque ibi nos in usu vocabuli saltum facimus; ars & natura saltum utique habet nullum.

CL. Non idem contingit etiam, ubi plantæ, vel animantia crescunt, succo se insinuante per tubulos fibrarum, & procurrente, ubi & magnitudo computata per distantias punctorum maxime distantium transit per omnes intermedias; cum nimirum ipse prokursus fiat per omnes intermedias distantias. At quoniam & ibi mutantur termini illi, qui distantias determinant, & nomen suscipiunt altitudinis ipsius plantæ, vera & accurata continuitas ne ibi quidem observatur, nisi tantummodo in motibus & velocitatibus, ac distantis singularum partium: quamquam ibi minus recedatur a continuitate accurata, quam in superioribus. In his autem, & in illis habetur ubique illa alia continuitas quædam appatens, & affectata tantummodo a Natura, quam intuemur etiam in progressu
sub-

substantiarum, ut incipiendo ab inanimatis corporibus progressu facto per vegetabilia, tum per quaedam fere semianimalia torpentina, ac demum animalia perfectiora magis & perfectiora usque ad finios homini tam similes. Quoniam & harum specierum, ac existentium individuorum in quavis specie numerus est finitus, vera continuitas haberi non potest, sed ordinatis omnibus in seriem quandam, inter binas quasque intermedias species hiatus debet esse aliquis necessario, qui continuitatem abrumpat. In omnibus iis casibus habentur discretæ quaedam quantitates, non continuæ; ut & in Arithmetica series ex. gr. naturalium numerorum non est continua, sed discreta; & ut ibi series ad continuam reducitur tantummodo, si generaliter omnes intermedie fractiones concipiuntur; sic & in superiore exemplo quaedam velut continua series habebitur tantummodo, si concipiuntur omnes intermedie species possibiles.

CLI. Hoc pacto excurrando per plurimos ejusmodi casus, in quibus accipiuntur aggregata rerum a se invicem certis intervallis distantium, & unum aliquod continuum non constituentium, nusquam accurata occurrit continuitatis lex, sed per quandam dispersionem quodammodo affectata, & vera continuitas habebitur tantummodo in motibus, & in iis, quæ a motibus pendent, uti sunt distantie, & vires determinatæ a distantibus, & velocitates a viribus orræ; quam ipsam ob causam ubi supra Num 39 inductionem pro lege continuitatis assumpsimus, exempla accepimus a motu potissimum, & ab iis, quæ cum ipsis motibus connectuntur, ac ab iis pendent.

CLII. Sed jam ad aliam difficultatem gradum faciam, quæ non nullis negotium ingens facessit, & obvia est etiam, contra hanc indivisibilem, & inextensorum punctorum Theoriam; quod nimirum ea nullum habitura sint discrimen a spiritibus. Ajunt enim, si spiritus ejusmodi vires habeant, præstituros eadem phenomena, tolli nimirum corpus, & omnem corporeæ substantiæ notionem sublata extensione continua, quæ sit præcipua materiæ proprietas ita pertinens ad naturam ipsius, ut vel nihil aliud materia sit, nisi substantia prædita extensione continua, vel saltem idea corporis, & materiæ haberi non possit, nisi in ea includatur idea extensionis continuæ. Multa hic quidem congeruntur simul, quæ nexum aliquem inter se habent, quæ hic seorsum evolvam singula.

CLIII. Inprimis falsum omnino est, nullum esse horum punctorum discrimen a spiritibus. Discrimen potissimum in materia a spiritu situm est in hisce duobus, quod materia est sensibilis, & incapax cogitationis, ac voluntatis; spiritus nostros sensus non afficit, & cogitare potest, ac velle. Sensibilitas autem non ab extensione continua oritur, sed ab impenetrabilitate, qua fit, ut nostrorum organorum fibrae tendantur a corporibus, quæ ipsis sistuntur, & motus ad cerebrum propagetur. Nam si extensa quidem essent corpora, sed impenetrabilitate carerent, manu contrectata fibras non sisterent, nec motum ullum in iis progignerent, ac eadem radios non reflecterent, sed liberum intra se aditum luci præberent. Porro hoc discrimen utrumque manere potest integrum, & manet inter mea indivisibilia hæc puncta, & spiritus. Ipsa impenetrabilitatem habent, & sensus nostros afficiunt, ob illud primum crus asymptoticum exhibens vim illam repulsivam primam; spiritus autem, quos impenetrabilitate carere credimus, ejusmodi viribus itidem carent, & sensus nostros idcirco nequaquam afficiunt, nec oculis inspectantur, nec manibus palpari possunt. Deinde in meis hisce punctis ego nihil admitto aliud, nisi illam virium legem cum inertiae vi conjunctam, adeoque illa volo prorsus incapacia cogitationis, & voluntatis. Quamobrem discrimen essentia illud utrumque, quod inter corpus & spiritum agnoscant omnes, id & ego agnosco, nec vero id ab extensione, & compositione continua desumitur, sed ab iis, quæ cum simplicitate, & inextensione æque conjungi possunt, & coherere cum ipsis.

CLIV. At si substantiæ capaces cogitationis & voluntatis haberent ejusmodi virium legem, an non eosdem præstarent effectus respectu nostrorum sensuum, quos ejusmodi puncta? Respondebo sane, me hic non querere, utrum impenetrabilitas, & sensibilitas, quæ ab iis viribus pendent, conjungi possint cum facultate cogitandi, & volendi, quæ quidem quæstio eodem redit, ac in communi sententia de impenetrabilitate extensorum, ac compositorum relata ad vim cogitandi, & volendi. Illud ajo, notionem, quam habemus partim ex observationibus tam sensuum respectu corporum, quam intimæ conscientia respectu spiritus, una cum reflexione, partim, & vero etiam circa spiritus potissimum, ex principiis immediate revelatis, vel connexis cum principiis revelatis, continere pro materia impenetrabilitatem, & sensibilitatem, una cum incapacitate cogitationis, & pro spiritu incapacitatem afficiendi

ficiendi per impenetrabilitatem nostros sensus, & potentiam cogitandi, ac volendi, quorum prima ego etiam in meis punctis admitto, secunda hæc in spiritibus; unde fit, ut mea ipsa puncta materialia sint, & eorum massæ constituant corpora a spiritibus longissime discrepantia. Si possibile sit illud substantiæ genus, quod & hujusmodi vires activas habeat cum inertia conjunctas, & simul cogitare possit, ac velle, id quidem nec corpus erit, nec spiritus, sed tertium quid, a corpore discrepans per capacitatem cogitationis, & voluntatis; a spiritu per inertiam, & vires impenetrabilitatem inducentes. Sed, ut aiebam, ea quæstio huc non pertinet, & aliunde resolvi debet; ut aliunde utique debet resolvi quæstio, qua quaratur, an substantia extensa & impenetrabilis hasce proprietates conjungere possit cum facultate cogitandi, volendique.

CLV. Nec vero illud reponi potest, argumentum potissimum ad evincendum, materiam cogitare non posse, deduci ab extensione, & partium compositione, quibus sublatis, omne id fundamentum prorsus corruere, & ad materialissimum sterni viam. Nam ego sane non video, quid argumenti peti possit ab extensione, & partium compositione pro incapacitate cogitandi, & volendi. Sensibilitas, præcipua corporum, & materiæ proprietas, quæ ipsam adeo a spiritibus discriminat, non ab extensione continua, & compositione partium pendet, uti vidimus, sed ab impenetrabilitate, quæ ipsa proprietas ab extensione continua, & compositione non pendet. Sunt, qui adhibent hoc argumentum ad excludendam capacitatem cogitandi a materia, desumptum a compositione partium: si materia cogitaret, singule ejus partes deberent singulas cogitationis partes habere, adeoque nulla pars objectum perciperet; cum nulla haberet eam perceptionis partem, quam habet altera. Id argumentum in mea Theoria omititur; at id ipsum, meo quidem iudicio, vim nullam habet. Nam posset aliquis respondere, cogitationem totam indivisibilem existere in tota massa materiæ, quæ certa partium dispositione sit prædita, uti anima rationalis per tam multos Philosophos, ut ut indivisibilis, in omni corpore, vel saltem in parte corporis aliqua divisibili existit, & ad ejusmodi præsentiam præstandam certa indiget dispositione partium ipsius corporis, qua semel læsa per vulnus, ipsa non potest ultra ibi esse; atque ut viventis corporei, sive animalis rationalis natura, & determinatio habetur per materiam divisibilem, & certo modo constructam, una cum anima indivisibili; ita ibi per indivisibilem cogitatio-

rationem inhærentem divisibili materiæ natura, & denominatio cogitantis haberetur. Unde constat eo argumento amisso, nihil omnino amitti, quod jure dolendum sit.

CLVI. Sed quidquid de eo argumento censeri debeat, nihil refert, nec ad infirmendam Theoriam positivis, & validis argumentis comprobata, ac e solidissimis principiis directa ratiocinatione deductam, quidquam potest unum, vel alterum argumentum amissum, quod ad probandam aliquam veritatem aliunde notam, & a revelatis principiis aut directe, aut indirecte confirmatam, ab aliquibus adhibeatur, quando etiam vim habeat aliquam, quam, uti ostendi, superius allatum non habet. Satis est, si illa Theoria cum ejusmodi veritate conjungi possit, uti hæc nostra cum immaterialitate spirituum conjungitur optime, cum retineat pro materia inertiam, impenetrabilitatem, sensibilitatem, incapacitatem cogitandi; & pro spiritibus incapacitatem afficiendi sensus per impenetrabilitatem, & facultatem cogitandi, ac volendi. Ego quidem in ipsius materiæ, & corporeæ substantiæ definitione ipsâ allumo incapacitatem cogitandi, & volendi, & dico corpus massam compositam e punctis habentibus vim inertie conjunctam cum viribus activis expressis in Fig. 1, & cum incapacitate cogitandi, ac volendi, qua definitione admissa, evidens est, materiam cogitare non posse; quæ erit Metaphysica quædam conclusio, ea definitione admissa, certissima; tum ubi solæ rationes physice adhibeantur, dicam, hæc corpora, quæ meos afficiunt sensus, esse materiam, quod & sensus afficiant per illas utique vires, & non cogitent. Id autem deducam inde, quod nullum cogitationis indicium præsentent; quæ erit conclusio tantum physica, circa existentiam illius materiæ ita definita, æque physice certa, ac est conclusio, quæ dicat lapides non habere levitatem, quod nunquam eam prodiderint ascendendo sponte, sed semper e contrario sibi relictis descenderint.

CLVII. Quod autem pertinet ad ipsam corporum, & materiæ ideam, quæ videtur extensionem continuam, & contactum partium involvere, in eo videntur mihi quidem Cartesiani inprimis, qui tantopere contra præjudicia pugnare sunt visi, præjudiciis ipsis ante omnes alios indulgisse. Ideam corporum habemus per sensus; sensus autem de continuitate accurata judicare omnino non possunt, cum minima intervalla sub sensus non cadant. Et quidem omnino certo deprehendimus illam continuitatem, quam in
ple-

plerisque corporibus nobis obijciunt sensus nostri, nequaquam haberi. In metallis, in marmoribus, in vitris & crystallis continuas nostris sensibus apparet ejusmodi, ut nulla percipiamus in iis vacua spatiosa, nullos poros, in quo tamen hallucinari sensus nostros manifesto patet, tum ex diversa gravitate specifica, quæ a diversa multitudine vacuitatum oritur utique, tum ex eo, quod per illa insinuantur substantiæ plures, ut per priora oleum diffundatur, per posteriora liberrime lux transeat, quod quidem indicat, in posterioribus hisce potissimum ingentem pororum numerum, qui nostris sensibus delitescunt.

CLVIII. Quamobrem jam ejusmodi nostrorum sensuum testimonium, vel potius noster eorum ratiociniorum usus, in hoc ipso genere suspecta esse debent, in quo constat nos decipi. Suspiciatur licet, exactam continuitatem sine ullis spatiolis, ut in majoribus corporibus ubique deest, licet sensus nostri illam videantur denotare, ita & in minimis quibusvis particulis nusquam haberi, sed esse illusionem quandam sensuum tantummodo, & figmentum mentis, reflexione vel non utentis, vel abutentis. Est enim solumne illud hominibus, atque usitatum, quod quidem est maximorum præjudiciorum fons & origo præcipua, ut quidquid in nostris sensibus est nihil, habeamus pro nihilo absoluto. Sic utique per tot sæcula a multis est creditum, & nunc etiam a vulgo creditur, quietem Telluris, & diurnum solis, ac fixarum motum sensuum testimonio evinci, cum apud Philosophos jam constet, ejusmodi questionem longe aliunde resolvendam esse, quam per sensus, in quibus debent eandem prorsus impressiones fieri, sive stemus & nos & terra, ac moveantur astra, sive moveamur communi motu & nos, & terra, ac astra consistant. Motum cognoscimus per mutationem positionis, quam objecti imago habet in oculo, & quietem per ejusdem positionis permanentiam. Tam mutatio, quam permanentia fieri possunt duplici modo: Mutatio, primo si nobis immotis objectum moveatur; & permanentia, si id ipsum stet. Secundo, illa, si objecto stante moveamur nos; hæc, si moveamur simul motu communi. Motum nostrum non sentimus, nisi ubi nos ipsi motum inducimus, ut ubi caput circumagimus, vel ubi curru delati succutimur. Idcirco habemus tum quidem motum ipsum pro nullo, nisi aliunde admoneamur de eodem motu per causas, quæ nobis sint cognitæ, ut ubi *provehimur portu*, quo casu vector, qui jam diu assuevit ideæ littoris stantis, & navis promotæ

per remos, vel vela, corrigi apparentiam illius, terræque, urbesque recedunt, & sibi, non illis, morum adjudicat.

CLIX. Hinc Philosophus, ne fallatur, non debet primis hisce ideis acquiescere, quas e sensationibus haurimus, & ex illis deducere consuetaria sine diligenti perquisitione, ac in ea, quæ ab infantia deduxit, debet diligenter inquirere. Si inveniatur, easdem illas sensuum perceptiones duplici modo æque fieri posse, peccabit utique contra Logicæ etiam naturalis leges, si alterum modum præ altero pergat eligere, unice, quia alterum antea non viderat, & pro nullo habuerat, & idcirco alteri tantum assueverat. Id vero accidit in casu nostro: sensationes habebuntur eadem, siue materia constet punctis prorsus inextensis, & distantibus inter se per intervalla minima, quæ sensum fugiant, ac vires ad illa intervalla pertinentes organorum nostrorum fibras sine ulla sensibili interruptione afficiant, siue continua sit, & per immediatum contactum agat. Patebit autem in tertia hujusce operis parte, quo pacto proprietates omnes sensibiles corporum generales, immo etiam ipsorum præcipua discrimina, cum punctis hisce indivisibilibus conveniant, & quidem multo sane melius, quam in communi sententia de continua extensione materiæ. Quamobrem errabit contra rectæ ratiocinationis usum, qui ex præjudicio ab hujusce conciliationis, & alterius hujusce sensationum nostrorum causæ ignorance inducto, continuam extensionem ut proprietatem necessariam corporum omnino credat, & multo magis, qui censeat, materialis substantiæ ideam in ea ipsa continua extensione debere consistere.

CLX. Verum quo magis evidentem constet horum præjudiciorum origo, afferam hic Dissertationis de materiæ divisibilitate, & principiis corporum, numeros tres incipiendo a 14, ubi sic:

„ utcumque demus, quod ego omnino non censeo, aliquas esse
 „ innatas ideas, & non per sensus acquisitas; illud procul dubio
 „ arbitror omnino certum, ideam corporis, materiæ, rei corporeæ,
 „ rei materialis, nos hausisse ex sensibus. Porro ideæ primæ omnium,
 „ quas circa corpora acquisivimus per sensus, fuerunt omnino eæ,
 „ quas in nobis tactus excitavit, & easdem omnium frequentissimas hausimus. Multa profecto in ipso materno utero
 „ se tactui perpetuo offerebant, antequam ullam fortasse saporum,
 „ aut odorum, aut sonorum, aut colorum ideam habere possemus
 „ per alios sensus, quarum ipsarum, ubi eas primum habere cæpimus,
 „ multo minor sub initium frequentia fuit. Ideæ autem,
 „ quas

„ quas per tactum habuimus, ortæ sunt ex phænomenis hujusmo-
 „ di. Experiebamur palpando, vel temere impingendo resisten-
 „ tiam vel a nostris, vel a maternis membris ortam, quæ cum
 „ nullam interruptionem per aliquod sensibile intervallum sensui
 „ objiceret, obtulit nobis ideam impenetrabilitatis, & extensionis
 „ continuæ: cumque deinde cessaret in eadem directione alicubi
 „ resistentia, & secundum aliam directionem exerceretur; terminos
 „ ejusdem quantitatis concepimus, & figuræ ideam hausimus.

CIX. „ Porro oriebantur hæc phænomena a corporibus e
 „ materia jam efformatis, non a singulis materiæ particulis, e qui-
 „ bus ipsa corpora componebantur. Considerandum diligenter
 „ erat, num extensio ejusmodi esset ipsius corporis, non spatii
 „ cujusdam, per quod particulæ corpus efformantes diffunderen-
 „ tur: num eæ particule ipsæ iisdem proprietatibus essent præ-
 „ ditæ: num resistentia exerceretur in ipso contactu, an in minimis
 „ distantis sub sensus non cadentibus vis aliqua impedimento ef-
 „ fet, quæ id ageret, & resistentia ante ipsum etiam contactum
 „ sentiretur: num ejusmodi proprietates essent intrinsecæ ipsi ma-
 „ teriæ, ex qua corpora componuntur, & necessaria; an casu
 „ tantum aliquo haberentur, & ab extrinsecò aliquo determinante.
 „ Hæc & alia sane multa considerare diligentius oportuisset: sed
 „ erat id quidem tempus maxime caliginosum, & obscurum, ac re-
 „ flexionibus minus obviis minime aptum. Præter organorum de-
 „ bilitatem, occupabat animum rerum novitas, phænomenorum pau-
 „ ciras, & nullus, aut certe satis tenuis usus in phænomenis ipsis
 „ inter se comparandis, & ad certas classes revocandis, ex quibus
 „ in eorum leges & causas liceret inquirere, & systema quoddam ef-
 „ formare, quo de rebus extra nos positis possemus ferre judicium.
 „ Nam in hac ipsa phænomenorum inopia, in hac efformandi sy-
 „ stematis difficultate, in hoc exiguo reflexionum usu, magis etiam,
 „ quam in organorum imbecillitate, arbitror sitam esse infantiam.

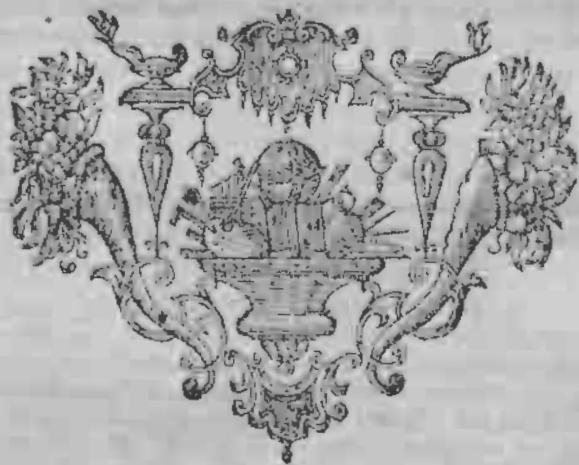
CXII. „ In hac tanta rerum caligine ea prima sese obrule-
 „ runt animo, quæ minus alta indagine, minus intentis reflexioni-
 „ bus indigebant, eaque ipsa ideis toties repetitis alius impressa
 „ sunt, & tenacius adhæserunt, & quemdam veluti campum nacta
 „ prorsus vacuum, & adhuc immunem, suo quodammodo jure
 „ quand in veluti possessionem inierunt. Intervalla, quæ sub sen-
 „ sum nequaquam cadebant, pro nullis habita; ea, quorum ideæ
 „ semper simul conjunctæ excitabantur, habita sunt pro iisdem,

„ vel arctissimo, & necessario nexu inter se conjunctis. Hinc
 „ illud effectum est, ut ideam extensionis continuæ, ideam im-
 „ penetrabilitatis prohibentis ulteriorem motum in ipso tantum
 „ contactu corporibus affinxerimus, & ad omnia, quæ ad corpus
 „ pertinent, ac ad materiam, ex qua ipsum constat, temere trans-
 „ tulerimus: quæ ipsa cum primum infedissent animo, cum fre-
 „ quentissimis, immo perpetuis phænomenis & experimentis con-
 „ firmarentur, ita tenaciter sibi invicem adhaferunt, ita firmiter
 „ ideæ corporum immixta sunt, & cum ea copulata, ut ea ipsa
 „ pro primis corporibus, & omnium corporearum rerum, nimi-
 „ rum etiam materiæ corpora componentis, ejusque partium pro-
 „ prietatibus maxime intrinsicis, & ad naturam atque essentiam
 „ eorundem pertinentibus, & tum habuerimus, & nunc etiam ha-
 „ beamus, nisi nos præjudiciis ejusmodi liberemus. Extensionem
 „ nimirum continuam, impenetrabilitatem ex contactu, composi-
 „ tionem ex partibus, & figuram, non solum naturæ corporum,
 „ sed etiam corporeæ materiæ, & singulis ejusdem partibus, tri-
 „ buimus tanquam proprietates essentielles: cætera, quæ serius, &
 „ post aliquem reflectendi usum deprehendimus, colorem, saporem,
 „ odorem, sonum, tanquam accidentales quasdam, & adventitias
 „ proprietates consideravimus.

CLXIII. Ita ego ibi, ubi Theoriam virium deinde refero,
 quam supra hic exposui, ac ad præcipuas corporum proprietates
 applico, quas ex illa deduco, quod hic præstabo in parte tertia.
 Ibi autem ea adduxeram ad probandam primam e sequentibus pro-
 positionibus, quibus probatis & evincitur Theoria mea, & vindi-
 catur: sunt autem hujusmodi: imo *Nulla prorsus argumento evinci-
 tur materiam habere extensionem continuam, & non potius constare e
 punctis prorsus indivisibilibus a se per aliquod intervallum distantibus;
 nec ulla ratio seclusis præjudiciis suadet extensionem ipsam continuam
 potius, quam compositionem e punctis prorsus indivisibilibus, inextensis,
 & nullum continuum extensum constituentibus.* 2do *Sunt argumenta,
 & satis valida illa quidem, quæ hanc compositionem e punctis indivisi-
 bilibus evincant extensioni ipsi continuæ præferri oportere.*

CLXIV. At quodnam extensionis genus erit istud, quod e
 punctis inextensis, & spatio imaginario, sive puro nihilo constat?
 Quo pacto Geometria locum habere poterit, ubi nihil habetur reale
 continuo extensum? An non punctorum ejusmodi in vacuo innan-
 tantium congeries erit ut quædam nebula unico oris statu dissolu-
 bilis

bilis prorsus sine ulla consistenti figura, soliditate, resistentia? Hæc quidem pertinent ad illud extensionis, & cohesionis genus, de quo agam in tertia Dissertationis parte, in qua Theoriam applicabo ad Physicam, ubi illis ipsis difficultatibus, faciam satis. Interea hic illud tantummodo innuo in antecessum, me cohesionem desumere a limitibus illis, in quibus curva virium ita secat axem, ut a repulsione in minoribus distantis transitus fiat ad attractionem in majoribus. Si enim duo puncta sint in distantia alicujus limitis ejus generis, & vires, quæ immutatis distantis oriuntur, sint satis magnæ, curva secante axem ad agulum fere rectum, & longissime ab ipso, ejusmodi distantiam ea puncta tuebuntur vi maxima ita, ut etiam insensibiliter compressa resistent ulteriori compressioni, ac distracta resistent ulteriori distractioni; quo pacto si multa etiam puncta cohæreant inter se, tuebuntur utique positionem suam, & massam constituent formæ tenacissimam, ac eadem prorsus phænomena exhibentem, quæ exhiberent solidæ massulæ in communi sententia. Sed de hac re uberius, uti monui, in parte tertia. Nunc autem ad secundam faciendus est gradus.



PARS II.

Theoriæ applicatio ad Mechanicam.

CLXV. **C**onsiderabo in hac secunda parte potissimum generales quasdam leges æquilibrii, & motus tam punctorum, quam massarum, quæ ad Mechanicam utique pertinent, & ad plurima ex iis, quæ in elementis Mechanicæ passim traduntur, ex unico principio, & adhibito constanti ubique agentis modo, demonstranda viam sternunt pronissimam. Sed prius præmittam non nulla, quæ pertinent ad ipsam virium curvam, a qua utique motuum phenomena pendent omnia.

CLXVI. In ea curva consideranda sunt potissimum tria, arcus curvæ, area comprehensa inter axem & arcus, quam generat ordinata continuo fluxu; ac puncta illa, in quibus curva secatur axem.

CLXVII. Quod ad arcus pertinet, alii dici possunt repulsivi, & alii attractivi, prout nimirum jacent ad partes cruris asymptotici ED, vel ad contrarias, ac terminant ordinatas exhibentes vires repulsivas, vel attractivas. Primus arcus ED debet omnino esse asymptoticus ex parte repulsiva, & in infinitum productus: ultimus TV, si gravitas cum lege virium reciproca duplicata distantiarum protenditur in infinitum, debet itidem esse asymptoticus ex parte attractiva, & itidem natura sua in infinitum productus.

Fig. 1 Reliquos Fig. 1 exprimit omnes finitos. Verum curva Geometrica etiam ejus naturæ, quam exposuimus, posset habere alia itidem asymptotica crura, quot libuerit, ut si ordinata *mn* in H abeat in infinitum. Sunt nimirum curvæ continuæ, & uniformis naturæ, quæ asymptotos habent plurimas, & habere possunt etiam numero infinitas. (i)

CLXIII.

(i) Sit ex. gr. in Fig. 12 Cyclois continua CDEFGH &c, quam generet punctum peripheria circuli continuo revoluti supra rectam AB, qua natura sua protenditur utrinque in infinitum, adeoque in infinitis punctis C, E, G, I &c occurrit basi AB. Si ubique ducatur quavis ordinata PQ, producaturque in R ita, ut sit PR tertia post PQ, & datam quampiam rectam, punctum R erit ad curvam continuam constantem totidem ramis MNO, VXY &c, quot erunt arcus Cycloidales CDE, EFG &c, quorum ramorum singuli habebunt bina crura asymptotica, cum ordinata PQ in accessu ad omnia puncta, C, E, G &c deorescat ultra quoscunque limites, adeoque ordinata PR orescat ultra limites quoscunque. Erunt hic quidem omnes asymptoti CK, EL, GS &c parallela inter se.

CLXVIII. Arcus intermedii, qui se contorquent circa axem, possunt etiam alicubi, ubi ad ipsum devenerint, retro redire, tangendo ipsum, atque id ex utralibet parte, & possent itidem ante ipsum contactum insecti, & redire retro, mutando accessum in recessum, ut in Fig. 1 videre est in arcu *Pe fg R*.

CLXIX. Si gravitas generalis legem vis proportionalis inverse quadrato distantiae, quam non accurate servat, sed quam proxime, uti diximus in priore parte, retinet ad sensum non mutatam solum per totum Planetarium, & cometaryum systema, fieri utique poterit, ut curva virium non habeat illud postremum crus asymptoticum *TV*, habens pro asymptoto ipsam rectam *AC*, sed iterum secet axem, & se contorqueat circa ipsum. Tum vero inter alios

se, & perpendiculares basi AB, quod in aliis curvis non est necessarium, cum etiam divergentes utcumque possint esse. Erunt autem & totidem numero, quot puncta illa C, E, G &c, nimirum infinita. Eodem autem passo curvarum quarumlibet singuli occursum cum axe in curvis per eas hac eadem lege generis binæ crura asymptotica generant, cruribus ipsis jacentibus vel, ut hic, ad eandem axis partem, ubi curva genitrix ab eo regreditur retro post appulsam, vel etiam ad partes oppositas, ubi curva genitrix ipsum secet, ac transiliat: cumque possit eadem curva altiorum generum secari in punctis plurimis a recta, vel contingi, poterunt utique haberi & rami asymptotici in curva eadem continua, quo libuerit dato numero.

Nam ex ipsa Geometrica continuitate, quam persecutus sum in Dissertatione de lege continuitatis, & in Dissertatione de transformatione locorum Geometricorum adjecta Sectionibus Cœnicis, exhibui necessitatem generalem secundi illius cruris asymptotici redeuntis ex infinito. Quotiescumque enim curva aliqua habet asymptoticum crus aliquod, debet necessario habere & alterum ipsi respondens, & habens pro asymptoto eandem rectam; sed id habere potest vel ex eadem parte, vel ex opposita; & crus ipsum jacere potest vel ad eandem plagam partis utriuslibet cum priore crure, vel ad oppositas, adeoque cruris redeuntis ex infinito positiones quatuor esse possunt. Si in Fig. 13 crus *ED* abeat in infinitum, existente asymptoto *ACA*, potest regredi ex parte *A* vel ut *HI*, quod crus jacet ad eandem plagam; vel ut *KL*, quod jacet ad oppositam; & ex parte *A*, vel ut *MN*, ex eadem plagam; vel ut *OP*, ex opposita. In posteriore ex iis duabus dissertationibus profero exempla omnium ejusmodi regressuum; ac secundi & quarti casus exempla exhibet etiam superior generis, si curvis generans contingat axem, vel secet ulterius progressa respectu ipsius. Inde autem fit, ut crura asymptotica retilineam habentia asymptotum esse non possint, nisi numero pari, ut & radices imaginariae in aequationibus algebraicis.

Verum hic in curva virium, in qua arcus semper debet progredi, ut singulis distantis, sive abscissis, singula vires, sive ordinata respondeant, casus primus & tertius haberi non possunt. Nam ordinata *RQ* cruris *DE* occurreret alicubi in *S*, & cruribus etiam *HI*, *MN*; adeoque relinquuntur soli quartus & secundus, quorum usus erit infra.

Fig: 13.

alios casus innumeros, qui haberi possent, unum cenſeo ſpeciminis gratia hic non omittendum; incredibile enim eſt, quam ferax caſuum, quorum ſinguli ſunt notatu digniſſimi, unica etiam huiusmodi curva eſſe poſſit.

Fig. 14.

CLXX. Si in axe CC ſint ſegmenta AA , AA numero quocumque, quorum poſteriora ſint in immenſum majora, reſpectu præcedentium, & per ſingula tranſcant aſymptoti AB , AB , AB perpendiculares axi, poſſent inter binas quaſque aſymptotos eſſe curvæ ejus formæ, quam, in Fig. 1 habuimus, & quam exhibet Fig. 14 in $DEFI$ &c, $DEFI$ &c, in quibus primum crus ED eſſet aſymptoticum repulſivum, poſtremum SV attractivum, in ſingulis vero intervallum EN , quo arcus curvæ contorquetur, ſit perquam exiguum reſpectu intervalli circa S , ubi arcus diutiſſime perſtet proximus hyperbolæ habenti ordinatas in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, tum vero vel immediate abiret in arcum aſymptoticum attractivum, vel iterum contorqueretur utcumque uſque ad ejuſmodi aſymptoticum attractivum arcum, habente utroque aſymptotico arcu aream infinitam; in eo caſu collocato quocumque punctorum numero inter binas quaſcumque aſymptotos, vel inter binaria quolibet, & rite ordinato, poſſet exurgere quivis, ut ita dicam, mundorum numerus, quorum ſinguli eſſent inter ſe ſimillimi, vel diſſimillimi, prout arcus EF &c N , EF &c N eſſent inter ſe ſimiles vel diſſimiles, atque id ita, ut quivis ex iis nullum haberet commercium cum quovis alio, cum nimirum nullum punctum poſſet egredi ex ſpatio incluſo iis binis arcubus, hinc repulſivo, & inde attractivo; & ut omnes mundi minorum dimensionum ſimul ſumpti vices agerent unius puncti reſpectu proxime majoris, qui conſtaret ex ejuſmodi maſſulis reſpectu ſui tanquam punctualibus, dimensione nimirum omni ſingulorum, reſpectu ipſius, & reſpectu diſtantiarum, ad quaſ in illo devenire poſſint, fere nulla; unde & illud conſequi poſſet, ut quivis ex ejuſmodi tanquam mundis nihil ad ſenſum perturbaretur a motibus, & viribus mundi illius majoris, ſed dato quovis utcumque magno tempore rotus mundus inferior vires ſentiret a quovis puncto materiæ extra ipſum poſito accedentes, quantum libuerit, ad æquales & parallelas, quæ idcirco nihil turbarent reſpectivum ipſius ſtatum internum

CI XXI. Sed ea jam pertinent ad applicationem ad Phyſicam, quæ quidem hic innui tantummodo, ut pateret, quam multa notatu digniſſima conſiderari ibi poſſent, & quanta ſit huiusce cam-

pi fecunditas, in quo combinationes possibiles, & possibiles formæ sunt sane infinities infinitæ, quarum, quæ ab humana mente perspicere utcumque possunt, ita sunt paucæ respectu totius, ut haberi possint pro mero nihilo, quas tamen omnes unico intuitu præsentibus vidit, qui Mundum condidit, DEUS. Nos in iis, quæ consequentur, simpliciora tantummodo quædam plerumque confectabimur, quæ nos ducant ad phænomena iis conformia, quæ in Natura nobis pervia intuemur, & interea progrediemur ad areas arcibus respondententes.

CLXXII. Aream curvæ propositæ cuicumque, utcumque exiguo axis segmento respondentem posse esse utcumque magnam; & aream respondentem cuicumque, utcumque magno, posse esse utcumque parvam, facile patet. Sit in Fig. 15 MQ segmentum axis Fig. 15. utcumque parvum, vel magnum; ac detur area utcumque magna, vel parva. Ea applicata ad MQ exhibebit quandam altitudinem MN ita, ut ducta NR parallela MQ , sit $MNRQ$ æqualis areae datæ, adeoque assumpta QS dupla QR , area trianguli MSQ erit eisdem æqualis areae datæ. Jam vero pro secundo casu satis patet, posse curvam transire infra rectam NR , uti transit XZ , cujus area idcirco esset minor, quam area $MNRQ$; nam esset ejus pars. Quin immo licet ordinata QV sit utcumque magna, facile patet, posse arcum MaV ita accedere ad rectas MQ , QV , ut area inclusa iis rectis, & ipsa curva, minuatur infra quoscunque determinatos limites. Potest enim jacere totus arcus intra duo triangula QaM , QaV , quorum altitudines cum minui possint, quantum libuerit, stantibus basibus MQ , QV , potest utique area ultra quoscunque limites imminui. Possset autem ea area esse minor quacunque data, etiamsi QV esset asymptotus, qua de re paullo inferius.

CLXXIII. Pro primo autem casu vel curva secet axem extra MQ , ut in T , vel in altero extremo, ut in M ; fieri poterit, ut ejus arcus TV , vel MV transeat per aliquod punctum V jacens ultra S ; vel etiam per ipsum S ita, ut curvatura illum ferat, quemadmodum figura exhibet, extra triangulum MSQ , quo casu patet, aream curvæ respondentem intervallo MQ fore majorem, quam sit area trianguli MSQ , adeoque quam sit area data; erit enim ejus trianguli area pars areae pertinentis ad curvam. Quod si curva etiam secaret alicubi axem, ut in H inter M , & Q , tum vero fieri posset, ut area respondens alteri e segmentis MH , QH esset major, quam area data simul, & area alia assumpta, qua area assum-

pta esset minor area respondens segmento alteri, adeoque excessus prioris supra posteriorem remaneret major, quam area data.

CLXXIV. Area asymptotica clausa inter asymptotum & ordinatam quamvis, ut in Fig. 1 BA ag, potest esse vel infinita, vel finita magnitudinis cujusvis ingentis, vel exiguae. Id quidem etiam geometricè demonstrari potest, sed multo facilius demonstratur calculo integrali admodum elementari; & in Geometriæ sublimioris elementis habentur theoremata, ex quibus id admodum facile deducitur (l). Generaliter nimirum area ejusmodi est infinita, si ordinata crescit in ratione reciproca abscissarum simplici, aut majore; & est finita si crescat in ratione multiplicata minus, quam per unitatem.

CLXXV. Hoc, quod de areis dictum est, necessarium fuit ad applicationem ad Mechanicam, ut nimirum habeatur scala quaedam velocitarum, quæ in accessu puncti cujusvis ad aliud punctum, vel recessu generantur, vel eliduntur, prout ejus motus conspiret cum directione vis, vel sit ipsi contrarius. Nam, quod innuimus & supra in adnot. (f) ad Num. 117, ubi vires exprimuntur per ordinatas, & spatia per abscissas, area, quam tenet ordinata, exprimit incrementum, vel decrementum quadrati velocitatis, quod itidem ope Geometriæ demonstratur facile, & demonstravi tam in Dissertatione de viribus viris, quam in Stayanis Supplementis; sed multo facilius res conficitur ope calculi integralis. (m)

CLXXXVI:

(l) Sit A a in Fig. 1 $\equiv x$, ag $\equiv y$; ac sit $x^m y^n \equiv 1$; erit $y \equiv x^{-\frac{m}{n}}$; y dx

elementum area $\equiv x^{-\frac{m}{n}} dx$, cujus integrale $\frac{n}{n-m} x^{\frac{n-m}{n}} + A$, addita constanti A,

sive ob $x^{-\frac{m}{n}} \equiv y$, habebitur $\frac{n}{n-m} xy + A$. Quoniam incipit area in A, in

origine abscissarum, si n — m fuerit numerus positivus, adeoque n major quam m, area erit finita, ac valor A $\equiv 0$; area vero erit ad rectangulum A ag, ut n ad n — m, quod rectangulum, cum ag possit esse magna & parva, ut libuerit, potest esse magnitudinis cujusvis. Is valor sit infinitus, si falso m \equiv n, divisor evadat $\equiv 0$; adeoque multo magis sit infinitus valor area, si m sit major s quam n. Unde constat, aream fore infinitam, quotiescunque ordinata crescat in ratione reciproca simplici, & majore; secus fore finitam.

(m) Sit u vis, c celeritas, t tempus, s spatium; erit udt \equiv dc, cum celeritatis incrementum sit proportionale vi, & tempusculo; ac erit edt \equiv ds, cum spatium

CLXXVI. Duo tamen hic tantummodo notanda sunt; primo quidem illud: si duo puncta ad se invicem accedant, vel a se invicem recedant in ea recta, quæ ipsa conjungit, segmenta illius axis, qui exprimit distantias, non expriment spatium confectum; nam moveri debet punctum utrumque: adhuc tamen illa segmenta erunt proportionalia accessibus, vel recessibus alterius puncti respectu alterius, quorum accessuum, vel recessuum incrementa, vel decrementa relata ad tempus, quo ea habentur, exhibent velocitates respectivas illius respectu hujus. Quamobrem in respectivis velocitatibus habebit locum Theoria exposita, & illæ areæ expriment incrementa vel decrementa quadrati velocitatis respectivæ puncti alterius respectu alterius.

CLXXVII. Secundo loco notandum illud, ubi areæ respondententes dato cuiuspiam spatio sint partim attractivæ, partim repulsivæ, earum differentiam, quæ oritur subtrahendo summam omnium repulsivarum a summa attractivarum, vel vice versa, exhibituram incrementum illud, vel decrementum quadrati velocitatis respectivæ, prout directio motus respectivi conspiciet cum vi, vel oppositam habeat directionem. Quamobrem si interea, dum per aliquod majus intervallum a se invicem recesserunt puncta, habuerint vires directionis utriusque, ut innotescat, an respectiva celeritas creverit, an decreverit, & quantum, erit investigandum, an areæ omnes attractivæ simul, omnes repulsivas simul superent, an deficiant, & quantum; inde enim, & a velocitate respectiva, quæ habebatur initio, erui poterit, quod quæritur.

M 2

CLXXVIII.

confectum respondeat velocitati, & tempusculo. Hinc eruitur $dt = \frac{dc}{a}$, & pariter

$dt = \frac{ds}{c}$, adeoque $dc = \frac{ds}{c}$, & $cdc = uds$. Porro $2cdc$ est incrementum quadrati

velocitatis cc , & uds in hypothesis, quod ordinata sit u , & spatium s sit abscissa, est areola respondens spatulo ds confecto. Igitur incrementum quadrati velocitatis conspirante vi, adeoque decrementum vi contraria, respondet areæ respondenti spatulo percurso quovis infinitesimo tempusculo; & proinde tempore etiam quovis finito incrementum, vel decrementum quadrati velocitatis respondet areæ pertinenti ad partem axis referentem spatium percursum.

Hinc autem illud sponte consequitur, si per aliquod spatium vires in singulis punctis eadem permaneant, mobile autem adveniat cum velocitate quavis ad ejus initium, differentiam quadrati velocitatis finalis a quadrato velocitatis initialis fore semper eandem, quæ ideo erit tota velocitas finalis in casu, in quo mobile initio illius spatii haberet velocitatem nullam. Quare, quod nobis erit inferius usui, quadratum velocitatis finalis, conspirante vi cum directione motus, æquabitur binis quadratis binarum velocitatum, ejus, quam habuit initio, & ejus, quam acquisivisset in fine, si initio ingressum fuisset sine ulla velocitate.

CLXXVIII. Hæc quidem de arcubus, & areis; nunc aliquanto diligentius considerabimus illa axis puncta, ad quæ curva appellat. Ea puncta vel sunt ejusmodi, ut in iis curva axem fecerit, cujusmodi in Fig. 1 sunt E, G, I &c, vel ejusmodi, ut in iis ipsa curva axem contingat tantummodo. Primi generis puncta sunt ea, in quibus fit transitus a repulsionibus ad attractiones, vel vice versa, & hæc ego appello limites, quod nimirum sint limites inter eas oppositarum directionum vires. Sunt autem hi limites duplicis generis: in aliis, aucta distantia, transitur a repulsionem ad attractionem; in aliis contra ab attractione ad repulsionem. Prioris generis sunt E, I, N, R; posterioris G, L, P: & quoniam, posteaquam ex parte repulsiva in una sectione curva transiit ad partem attractivam; in proxime sequenti sectione debet necessario ex parte attractiva transire ad repulsivam, ac vice versa; patet, limites fore alternatim prioris illius, & hujus posterioris generis.

CLXXIX. Porro limites prioris generis, a limitibus posterioris ingens habent inter se discrimen. Habent illi quidem hoc commune, ut duo puncta collocata in distantia unius limitis cujuscunque nullam habeant mutuam vim, adeoque si respective quiescebant, pergant iidem respective quiescere. At si ab illa respectiva quiete dimoveantur, tum vero in limite primi generis ulteriori dimotioni resistent, & conabuntur priorem distantiam recuperare, ac sibi relicta ad illam ibunt; in limite vero secundi generis, utcunque parum dimota, sponte magis fugient, ac a priore distantia statim recedent adhuc magis. Nam si distantia minuat, habebunt in limite prioris generis vim repulsivam, quæ obstabit ulteriori accessui, & urgebit puncta ad mutuam recessum, quem sibi relicta acquirunt, adeoque tendent ad illam priorem distantiam: at in limite secundi generis habebunt attractionem, qua adhuc magis ad se accedent, adeoque ab illa priore distantia, quæ erat major, adhuc magis sponte fugient. Pariter si distantia augeatur, in primo limitum genere a vi attractiva, quæ habetur statim in distantia majore, habebitur resistentia ad ulteriorem recessum, & conatus ad minuendam distantiam, ad quam recuperandam sibi relicta tendent per accessum; at in limitibus secundi generis orietur repulsio, qua sponte se magis adhuc fugient, adeoque a minore illa priore distantia sponte magis recedent:

CLXXX. Hinc illos prioris generis limites, qui mutua positionis tenaces sunt, ego quidem appellavi *limites cohesionis*; & secundi

cundi generis limites appellavi *limites non cohesionis*. Illa puncta, in quibus curva axem tangit, sunt quidem terminus quidam virium, quæ ex utraque parte, dum ad ea acceditur, decrefcunt ultra quoscunque limites, ac demum ibidem evanescunt; sed in iis non transitur ab una virium directione ad aliam. Si contactus fiat ab arcu repulsivo, repulsiones evanescunt, sed post contactum remanent itidem repulsiones; ac si fiat ab arcu attractivo, attractionibus evanescentibus attractiones iterum immediate succedunt. Duo puncta collocata in ejusmodi distantia respective quiescunt, sed in primo casu resistunt soli compressioni, non etiam distractioni; & in secundo resistunt huic soli, non illi.

CLXXXI. Limites cohesionis possunt esse validissimi, & languidissimi. Si curva ibi quasi ad perpendicularum secat axem, & ab eo longissime recedit, sunt validissimi; si autem ipsum secet in angulo perquam exiguo, & parum ab ipso recedat, erunt languidissimi. Primum genus limitum cohesionis exhibet in Figur. 1 arcus tNy , secundum tNx . In illo assumptis in axe Nz , Nu utcunque exiguis, possunt vires zt , uy , & areae Nzt , Nuy esse utcunque magnæ, adeoque mutatis utcunque parum distantis possunt haberi vires ab ordinatis expressæ utcunque magnæ, quæ vi comprimenti, vel ditrahenti, quantum libuerit, valide resistent, vel areae utcunque magnæ, quæ velocitates quantumlibet magnas respectivas elidant, adeoque sensibilis mutatio positionis mutæ impediri potest contra utcunque magnam vel vim prementem, vel celeritatem ab aliorum punctorum actionibus impressam. In hoc secundo genere limitum cohesionis assumptis etiam majoribus segmentis Nz , Nu possunt & vires zc , ux , & areae Nzc , Nux esse quantum libuerit exiguæ, & idcirco exigua itidem, quantum libuerit, resistentia, quæ mutationem vetet.

CLXXXII. Possunt autem hi limites esse quocunque utcunque magno numero, cum demonstratum sit, posse curvam in quocunque, & quibuscunque punctis axem secare. Possunt idcirco etiam esse utcunque inter se proximi, vel remoti, ut alicubi intervallum inter duos proximos limites sit etiam in quacunque ratione majus, quam sit distantia precedentis ab origine abscissarum A , alibi in intervallo vel exiguo, vel ingenti sint quamplurimi inter se ita proximi, ut a se invicem distent minus, quam pro quovis assumpto, aut dato intervallo. Id evidenter fluit ex eo ipso, quod possint sectiones curvæ cum axe haberi quocunque, & ubicunque.

Sed ex eo, quod arcus curvæ ubicunque possint habere positiones quascunque, cum ad datas curvas accedere possint, quantum libuerit, sequitur, quod limites ipsi cohaesionis possint alii aliis esse utcunque validiores, vel languidiores, atque id quocunque ordine, vel sine ordine ullo; ut nimirum etiam sint in minoribus distantis alicubi limites validissimi, tum in majoribus languidiores, deinde itidem in majoribus multo validiores, & ita porro; cum nimirum nullus sit nexus necessarius inter distantiam limitis ab origine abscissarum, & ejus validitatem pendente ab inclinatione, & recessu arcus secantis respectu axis, quod probe notandum est, futurum nimirum usui ad ostendendum, tenacitatem, sive cohaesionem, a densitate non pendere.

CLXXXIII. In utroque limitum genere fieri potest, ut curva in ipso occursum cum axe pro tangente habeat axem ipsum, ut habeat ordinatam, ut aliam rectam aliquam inclinatam. In primo casu maxime ad axem accedit, & initio saltem languidissimus est limes; in secundo maxime recedit, & initio saltem est validissimus; sed hi casus debent esse rarissimi, si uspiam sunt: nam cum ibi debeat & axem secare curva, & progredi, adeoque secari in puncto eodem ab ordinata producta, debet habere flexum contrarium, sive mutare directionem flexus, quod utique fit, ubi curva & rectam tangit simul, & secat. Rarissimos tamen debere esse ibi hos flexus, vel potius nullos, constat ex eo, quod flexus contrarii puncta in quovis finito arcu datæ curvæ cujusvis numero finito esse debent, ut in Theoria curvarum demonstrari potest, & alia puncta sunt infinita numero, adeoque illa cadere in intersectiones est infinites improbabilius. Possunt tamen sæpe cadere prope limites: nam in singulis contorsionibus curvæ saltem singuli flexus contrarii esse debent. Porro quamcunque directionem habuerit tangens, si accipiatur exiguus arcus hinc, & inde a limite, vel maxime accedet ad rectam, vel habebit curvaturam ad sensum æqualem, & ad sensum æquali lege progredientem utrinque, adeoque vires in æquali distantia exigua a limite erunt ad sensum hinc, & inde æquales; sed distantis auctis poterunt & diu æqualitatem retinere, & cito etiam ab ea recedere.

CLXXXIV. Hi quidem sunt limites per intersectionem curvæ cum axe, viribus evanescentibus in ipso limite. At possunt esse alii limites, ac transitus ab una directione virium ad aliam non per evanescentiam, sed per vires auctas in infinitum, nimirum per
 asym-

asymptoticos curvæ arcus. Diximus supra Num 167 adnot. (i), quando crux asymptoticum abit in infinitum, debere ex infinito regredi crux aliud habens pro asymptoto eandem rectam, & posse regredi cum quatuor diversis positionibus pendentibus a binis partibus ipsius rectæ, & binis plagis pro singulis rectæ partibus; sed cum nostra curva debeat semper progredi, diximus, relinqui pro ea binas ex ejusmodi quatuor positionibus pro quovis cruce abeunte in infinitum, in quibus nimirum regressus fiat ex plaga opposita. Quoniam vero progrediente curva abire potest in infinitum tam crux repulsivum, quam crux attractivum, jam iterum fiunt casus quatuor possibiles, quos exprimant Figuræ 16, 17, 18, & 19, in quibus omnibus est axis ACB, asymptotus DCD, crux recedens in infinitum EKF, regrediens ex infinito GMH.

Fig. 16.
17.18.19.

CLXXXV. In Fig. 16 cruxi repulsivo EKF succedit itidem repulsivum GMH; in Fig. 17 repulsivo attractivum; in 18 attractivo attractivum; in 19 attractivo repulsivum. Primus & tertius casus respondent contactibus. Ut enim in illis evanescebat vis, sed directionem non mutabat; ita & hic abit quidem in infinitum, sed directionem non mutat. Repulsiōi IK in Fig. 16 succedit repulsiō LM; & attractiōi in Fig. 18 attractiō. Quare ii casus non habent limites quosdam. Secundus & quartus habent utique limites; nam in Fig. 17 repulsiōi IK succedit attractiō LM; & in Fig. 19 attractiōi repulsiō; atque idcirco secundus casus continet limitem *cohesionis*; quartus limitem *non cohesionis*.

CLXXXVI. Ex istis casibus a nostra curva censeo removendos esse omnes præter solum quartum; & in hoc ipso removenda omnia crura, in quibus ordinata crescit in ratione minus, quam simplici reciproca distantiarum a limite. Ratio excludendi est, ne haberi aliquando vis infinita possit, quam & per se se absurdam censeo, & idcirco præterea, quod infinita vis natura sua velocitatem infinitam requirit a se generandam finito tempore. Nam in primo, & secundo casu punctum collocatum in ea distantia ab alio puncto, quam habet I, ab origine abscissarum, abiret ad C per omnes gradus virium auclarum in infinitum, & in C deberet habere vim infinitam; in tertio vero idem accideret puncto collocato in distantia, quam habet L. At in quarto casu accessum ad C prohibet ex parte I attractiō IK, & ex parte L repulsiō LM. Sed quoniam, si eæ crescant in ratione reciproca minus quam simplici distantiarum CI, CL, area FKICD, vel GMLCD erit finita, adeoque punctum

Etum impulsum versus C velocitate majore, quam quæ respondeat illi areæ, deberet transire per omnes virium magnitudines usque ad vim absolute infinitam in C, quæ ibi præterea & attractiva esse deberet, & repulsiva, limes videlicet omnium & attractivarum, & repulsivarum; idcirco ne hic quidem casus admitti debet, nisi cum hac conditione, ut ordinata crescat in ratione reciproca simplici distantiarum a C vel etiam majore, ut nimirum area infinita evadat, & accessum a puncto C prohibeat.

CLXXXVII. Quando habeatur hic quartus casus in nostra curva cum ea conditione, tum quidem nullum punctum collocatum ex altera parte puncti C poterit ad alteram transilire, quacunque velocitate ad accessum impellatur versus alterum punctum, vel ad recessum ab ipso, impediente transitum area repulsiva infinita, vel infinita attractiva. Inde vero facile colligitur, cum casum non haberi saltem in ea distantia, quæ a diametris minimarum particularum conspicuarum per microscopia ad maxima protenditur fixarum intervalla nobis conspicuarum per telescopia: lux enim liberrime permeat intervallum id omne. Quamobrem si ejusmodi limites asymptotici sunt uspiam, debent esse extra nostræ sensibilitatis spheram, vel ultra omnes telescopicas fixas, vel citra microscopicas moleculas.

CLXXXVIII. Expositis hisce, quæ ad curvam virium pertinebant, aggrediar simpliciora quædam, quæ maxime notatu digna sunt, ac pertinent ad combinationem punctorum primo quidem duorum, tum trium, ac deinde plurium in massas etiam coalescentium, ubi & vires mutuas, & motus quosdam, & vires, quas in alia exercent puncta, considerabimus.

CLXXXIX. Duo puncta posita in distantia æquali distantie limitis cujuscunque ab initio abscissarum, ut in Fig. 1 AE, AG, AI &c, (immo etiam si curva alicubi axem tangat, æquali distantie contactus ab eodem) ac ibi posita sine ulla velocitate quiescent, ut patet, quia nullam habebunt ibi vim mutuam; posita vero extra ejusmodi limites, incipient statim ad se invicem accedere, vel a se invicem recedere per intervalla æqualia, prout fuerint sub arcu attractivo, vel repulsivo. Quoniam autem vis manebit semper usque ad proximum limitem directionis ejusdem, pergunt progredi in ea recta, quæ ipsa urgebat prius, usque ad distantiam limitis proximi, motu semper accelerato, juxta legem expositam Num. 175, ut nimirum quadrata velocitatum integrarum, quæ acquisitæ jam sunt usque

usque ad quodvis momentum (nam velocitas initio ponitur nulla) respondeant areis clausis inter ordinatam respondentem puncto axis terminanti abscissam, quæ exprimebat distantiam initio motus, & ordinatam respondentem puncto axis terminanti abscissam, quæ exprimit distantiam pro eo sequenti momento. Atque id quidem, licet interea occurrat contactus aliquis; quamvis enim in eo vis sit nulla, tamen superata distantia per velocitatem jam acquisitam, statim habentur iterum vires ejusdem directionis, quæ habebatur prius, adeoque perget acceleratio prioris motus.

CXC. Proximus limes erit ejus generis, cujus generis diximus limites cohesionis, in quo nimirum si distantia per repulsionem augebatur, succedet attractio; si vero minuebatur per attractionem, succedet e contrario repulsio, adeoque in utroque casu limes erit ejusmodi, ut in distantibus minoribus repulsionem, in majoribus attractionem secumferat. In eo limite in utroque casu recessus mutui vel accessus ex præcedentibus viribus, incipiet velocitas motus minui vi contraria priori, sed motus in eadem directione perget, donec sub sequenti arcu obtineatur area curvæ æqualis illi, quam habebat prior arcus ab initio motus usque ad limitem ipsum. Si ejusmodi æqualitas obtineatur alicubi sub arcu sequente, ibi, extincta omni præcedenti velocitate, utrumque punctum retro reflectet cursum; & si prius accedebant, incipient a se invicem recedere; si recedebant, incipient accedere, atque id recuperando per eosdem gradus velocitates, quas amiserant, usque ad limitem, quem fuerant prætergressa; tum amittendo, quas acquisiverant usque ad distantiam, quam habuerant initio; viribus nimirum iisdem occurrentibus in regressu, & areolis curvæ iisdem per singula tempuscula exhibentibus quadratorum velocitatis incrementa, vel decrementa eadem, quæ fuerant antea decrementa, vel incrementa. Ibi autem iterum retro cursum reflectent, & oscillabunt circa illum cohesionis limitem, quem fuerant prætergressa, quod facient hinc, & inde perpetuo, nisi aliorum externorum punctorum viribus perturbentur, habentia velocitatem maximam in plagam utramlibet in distantia ipsius illius limitis cohesionis.

CXCI. Quod si ubi primum transgressa sunt proximum limitem cohesionis, offendant arcum ita minus validum præcedente, qui arcus nimirum ita minorem concludat aream, quam præcedens, ut tota ejus area sit æqualis, vel etiam minor, quam illa præcedentis arcus area, quæ habetur ab ordinata respondente distantia

habitæ initio motus, usque ad limitem ipsum; tum vero devenient ad distantiam alterius limitis proximi priori, qui idcirco erit limes *non cohesionis*. Atque ibi quidem in casu æqualitatis illarum arearum consistent, velocitatibus prioribus prorsus elisis, & nulla vi gignente novas. At in casu, quo tota illa area sequentis arcus fuerit minor, quam illa pars areæ præcedentis, appellent ad distantiam ejus limitis motu quidem retardato, sed cum aliqua velocitate residua, quam distantiam idcirco prætergressa, & nacta vires directionis mutatæ jam conspirantes cum directione sui motus, non, ut ante, oppositas, accelerabunt motum usque ad distantiam limitis proxime sequentis, quam prætergressa procedent, sed motu retardato, ut in priore; & si area sequentis arcus non sit par extinguendæ ante suum finem toti velocitati, quæ fuerat residua in appulsu ad distantiam limitis præcedentis *non cohesionis*, & quæ acquisita est in arcu sequenti usque ad limitem cohesionis proximum, tum puncta appellent ad distantiam limitis *non cohesionis* sequentis, ac vel ibi sistent, vel progredientur itidem, eritque semper reciprocatio quædam motus perpetuo accelerati, tum retardati, donec deveniatur ad arcum ita validum, nimirum qui concludat ejusmodi aream, ut tota velocitas acquisita extinguatur: quod si accidat alicubi, & non accidat in distantia alicujus limitis, cursum reflectent retro ipsa puncta, & oscillabunt perpetuo.

CXCII. Porro in hujusmodi motu patet illud, dum itur a distantia limitis cohesionis ad distantiam limitis non cohesionis, velocitatem semper debere augeri; tum post transitum per ipsam debere minui, usque ad appulsu ad distantiam limitis non cohesionis, adeoque habebitur semper in ipsa velocitate aliquod *maximum* in appulsu ad distantiam limitis cohesionis, & *minimum* in appulsu ad distantiam limitis non cohesionis. Quamobrem poterit quidem sisti motus in distantia limitis hujus secundi generis, si sola existant illa duo puncta, nec ullum externum punctum turbet illorum motum; sed non poterit sisti in distantia limitis illius primi generis, cum ad ejusmodi distantias deveniatur semper motu accelerato. Præterea patet & illud, si ex quocunque loco impellantur velocitatibus æqualibus vel alterum versus alterum, vel ad partes oppositas, debere haberi reciprocationes easdem auctis semper acque velocitatibus utriusque, dum itur versus distantiam limitis primi generis, & imminutis, dum itur versus distantiam limitis secundi generis.

CXCIII. Patet & illud, si a distantia limitis primi generis dimoveantur vi aliqua, vel non ita ingenti velocitate impressa, oscillationem fore perquam exiguam, saltem si quidam validus fuerit limes; nam velocitas incipiet statim minui, & ei vi statim vis contraria invenietur, ac puncta parum dimota a loco suo, tum sibi relicta statim retro cursum reflectent. At si dimoveantur a distantia limitis secundi generis vi utcumque exigua, oscillatio erit multo major, quia necessario debebunt progredi ultra distantiam sequentis limitis primi generis, post quem motus primo retardari incipiet. Quin immo si arcus proximus hinc, & inde ab ejusmodi limite secundi generis conclusit aream ingentem, ac majorem pluribus sequentibus contrariae directionis, vel majorem excessu eorundem supra areas interjacentes directionis suae, tum vero oscillatio poterit esse ingens; nam fieri poterit, ut transcurrantur hinc & inde limites plurimi, antequam deveniatur ad arcum ita validum, ut velocitatem omnem elidat, & motum retro reflectat. Ingens itidem oscillatio esse poterit, si cum ingenti vi dimoveantur puncta a distantia limitum generis utriuslibet; ac res tota pendet a velocitate initiali, & ab arcis, quae post occurrunt, & quadratum velocitatis vel augment, vel minuunt quantitate sibi proportionali.

CXIV. Utcumque magna sit velocitas, qua dimoveantur a distantia limitum illa duo puncta, utcumque validos inveniant arcus conspirantes cum velocitatis directione, si ad se invicem accedunt, debebunt utique alicubi motum retro reflectere, vel saltem sistere, quia saltem advenient ad distantias illas minimas, quae respondent arcui asymptotico, cujus area est capax extinguendae cuicumque velocitati utcumque magnae. At si recedant a se invicem, fieri potest, ut deveniant ad arcum aliquem repulsivum validissimum, cujus area sit major, quam omnis excessus sequentium arearum attractivorum supra repulsivas, usque ad languidissimum illum arcum postremi cruris gravitatem exhibentis. Tum vero motus acquisitus ab illo arcu nunquam poterit a sequentibus sisti, & puncta illa recedent a se invicem in immensum; quin immo si ille arcus repulsivus cum sequentibus repulsivis ingentem habeat areae excessum supra arcus sequentes attractivos; cum ingenti velocitate pergent puncta in immensum recedere a se invicem; & licet ad initium ejus tam validi arcus repulsivi deveniant puncta cum velocitatibus non parum diversis, ramen velocitates recessuum post novum ingens illud augmentum erunt parum admodum discrepantes a se invicem: nam si

ingentis radice quadrato addatur quadratum radice multo minoris, quamvis non exiguae, radix extracta ex summa parum admodum differet a radice priore.

Fig. 20. CXCIV. Id quidem ex Euclideâ etiam Geometria manifestum fit. Sit in Fig. 20 AB linea longior, cui addatur ad perpendicularum BC, multo minor, quam sit ipsa; tum centro A, intervallo AC, fiat semicirculus occurrens AB hinc, & inde in E, D. Quadrato AB addendo quadratum BC habetur quadratum AC, sive AD; & tamen hæc excedit præcedentem radicem AB per solam BD, quæ semper est minor, quam BC, & est ad ipsam, ut est ipsa ad totam BE. Exprimat AB velocitatem, quam in punctis quiescentibus gigneret arcus ille repulsivus per suam aream, una cum differentia omnium sequentium arcuum repulsivorum supra omnes sequentes attractivos: exprimat autem BC velocitatem, cum qua advenitur ad distantiam respondentem initio ejus arcus; exprimet AC velocitatem, quæ habebitur, ubi jam distantia evasit major, & vis insensibilis, ac ejus excessus supra priorem AB erit BD, exiguus sane etiam respectu BC, si BC fuerit exigua respectu AB, adeoque multo magis respectu EB; & ob eandem rationem perquam exigua area sequentis cruris attractivi ingentem illam jam acquisitam velocitatem nihil ad sensum mutabit, quæ permanebit ad sensum eadem post recessum in immensum.

CXCVI. Hæc accidunt binis punctis sibi relictis, vel impulsis in recta, qua junguntur, cum oppositis velocitatibus æqualibus, quo casu etiam facile demonstratur, punctum, quod illorum distantiam bifariam fecit, debere quiescere; nunquam in hisce casibus poterit motus extingui in adventu ad distantiam limitis cohesionis, & multo minus poterunt ea bina puncta consistere extra distantiam limitis cuspium, ubi adhuc habeatur vis aliqua vel attractiva, vel repulsiva. Verum si alia externa puncta agant in illa, poterit res multo aliter se habere. Ubi ex. gr. a se recedunt, & velocitates recessus augeri deberent in accessu ad distantiam limitis cohesionis, potest externa compressio illam velocitatem minuere, & extringere in ipso appulsu ad ejusmodi distantiam. Potest externa compressio coagere illa puncta manere immota etiam in ea distantia, in qua se validissime repellunt, uti duæ cuspides elastri manu compressæ detinentur in ea distantia, a qua sibi relictæ statim recederent; & simile quid accidere potest vi attractivæ per vires externas distrahentes.

CXCVII. Tum vero diligenter notandum discrimen inter casus varios, quos inducit varia arcuum curvæ natura. Si puncta sint in distantia alicujus limitis cohesionis, circa quem sint arcus amplissimi, ita, ut proximi limites plurimum inde distent, & multo magis etiam, quam sit tota distantia proximi ceterioris limitis ab origine abscissarum, tum poterunt externa vi comprimente, vel distrahente redigi ad distantiam multis vicibus minorem vel majorem priori ita, ut semper adhuc conentur se restituere ad priorem positionem recedendo, vel accedendo, quod nimirum semper adhuc sub arcu repulsivo permaneant, vel attractivo. At si ibi frequentissimi sint limites, curva sæpissime secante axem, tum quidem post compressionem vel distractionem ab externa vi factam, poterunt fissi in multo minore, vel majore distantia, & adhuc esse in distantia alterius limitis cohesionis sine ullo conatu ad recuperandum priorem locum.

CXCVIII. Hæc omnia aliquanto fufius considerare libuit, quia in applicatione ad Physicam magno usui erunt infra hæc ipsa, & multo magis hisce similia, quæ massis respondent habentibus utique multo uberiores casus, quam bina tantummodo habeant puncta. Illa ingens agitatio cum oscillationibus variis, & motibus jam acceleratis, jam retardatis, jam retro reflexis, fermentationes, & conflagrationes exhibebit: ille egressus ex ingenti arcu repulsivo cum velocitatibus ingentibus, quæ ubi jam ad ingentes deventum est distantias, parum admodum a se invicem differant, nec ad sensum murentur quidquam per immensa intervalla, luminis emissionem, & propagationem uniformem, ac ferme eandem in quovis ejusdem speciei radio fixarum, solis, flammæ, cum exiguo discrimine velocitatis inter diversos coloratos radios; illa vis permanens post compressionem ingentem, vel distractionem, elasticitati explicandæ inserviet; quies ob frequentiam limitum, sine conatu ad priorem recuperandam figuram, mollium corporum ideam suggeret; quæ quidem hic innuo in antecessum, ut magis hæreant animo, prospicienti jam hinc insignes eorum usus.

CXCIX. Quod si illa duo puncta projiciantur oblique moribus contrariis & æqualibus per directiones, quæ cum recta jungente ipsa illa duo puncta angulos æquales efficiant, tum vero punctum, in quo recta illa conjungens secatur bifariam, manebit immotum; ipsa autem duo puncta circa id punctum gyrabunt in curvis lineis æqualibus & contrariis, quæ data lege virium per distan-

tias ab ipso puncto illo immoto (uti daretur data nostra curva virium Figuræ I, cujus nimirum abscissæ exprimunt distantias punctorum a se invicem, adeoque earum dimidiæ distantias a puncto illo medio immoto) invenitur solutione problematis a Newtono jam olim soluti, quod vocant *inversum problema virium centralium*, cujus problematis generalem solutionem & ego exhibui syntheticam eodem cum Newtoniana recidentem, sed non nihil expolitam, in Stayanis Supplementis ad Lib. 3 §. XIX.

CC. Hic illud notabo tantummodo, inter infinita curvarum genera, quæ describi possunt, cum nulla sit curva, quæ assumpto quovis puncto pro centro virium describi non possit cum quadam virium lege, quæ definitur per Problema directum virium centralium, esse innumeras, quæ in se redeant, vel in spiras contorqueantur. Hinc fieri potest, ut duo puncta delata sibi obviam e remotissimis regionibus, sed non accurate in ipsa recta, quæ illa jungit (qui quidem casus accurati occurfus in ea recta est infinities improbabilior casu deflexionis cujuscumque, cum sit unicus possibilis contra infinitos) non recedant retro, sed circa punctum spatii medium immotum gyrent perpetuo sibi deinceps semper proxima, intervallo etiam sub sensu non cadente; qui quidem casus iridem diligenter notandi sunt, cum sint futuri usus, ubi de cohesione, & mollibus corporibus agendum erit.

CCI. Si utcumque alio modo projiciantur binæ puncta velocitatibus quibuscumque, potest facile ostendi illud punctum, quod est medium in recta jungente ipsa, debere quiescere, vel progredi uniformiter in directum, & circa ipsum vel quietum, vel uniformiter progrediens, debere haberi vel illas oscillationes, vel illarum curvarum descriptiones. Verum id generalius pertinet ad massas quocumque & quascumque, quarum commune gravitatis centrum vel quiescit, vel progreditur uniformiter in directum a viribus mutuis nihil turbatum. Id theorema Newtonus proposuit, sed non satis demonstravit. Demonstrationem accuratissimam, ac generalem simul, & non per casuum inductionem tantummodo, inveni, ac in Dissertatione de centro gravitatis proposui, quam hic etiam inferius exhibebo.

CCII. Interea hic illud postremo loco adnotabo, quod pertinet ad duorum punctorum motum ibi usui futurum: si duo puncta moveantur viribus mutuis tantummodo, & ultra ipsa assumatur planum quodcumque, accessus alterius ad illud planum secundum directionem

tionem quamcunque, æquabitur recessui alterius. Id sponte consequitur ex eo, quod eorum absoluti motus sint æquales & contrarii; cum inde fiat, ut ad directionem aliam quamcunque redacti æquales iidem maneant, & contrarii, ut erant ante. Sed de æquilibrio, & motibus duorum punctorum jam satis.

CCIII. Veniendo ad systema trium punctorum, uti etiam pro punctis quotcunque, res, si generaliter pertractari deberet, reduceretur ad hæc duo problemata, quorum alterum pertinet ad vires, & alterum ad motus: imo Data positione & distantia mutua eorum punctorum, invenire magnitudinem, & directionem vis, qua urgetur quodvis ex ipsis, compositæ a viribus, quibus urgetur a reliquis, quarum singularum virium lex communis datur per curvam figuræ imæ. 2do Data illa lege virium figuræ imæ, invenire motus eorum punctorum, quorum singula cum datis velocitatibus projiciantur ex datis locis cum datis directionibus. Primum facile solvi potest, & potest etiam ope curvæ figuræ imæ determinari lex virium generaliter pro omnibus distantius assumptis in quavis recta positionis datæ, atque id tam Geometrice determinando per puncta curvas, quæ ejusmodi legem exhibeant, ac determinent sive magnitudinem vis absolutæ, sive magnitudines binarum virium, in quas ea concipiatur resoluta, & quarum altera sit perpendicularis datæ illi rectæ, altera secundum illam agat; quam exhibendo tres formulas analyticas, quæ id præstent. Secundum omnino generaliter acceptum, & ita, ut ipsas curvas describendas liceat definire in quovis casu vel constructione, vel calculo, superat (licet puncta sint tantummodo tria) vires methodorum adhuc cognitarum: & si pro punctis substituatur massæ punctorum, est illud ipsum celeberrimum problema trium corporum, usque adeo quaesitum per hæc nostra tempora, & non nisi pro peculiaribus quibusdam casibus, & cum ingentibus limitationibus, nec adhuc satis promotum ad accuratorem calculo, solum a paucissimis nostri ævi Geometris primi ordinis.

CCIV. Pro hoc secundo casu illud est notissimum, si tria puncta sint in Fig. 21 A, C, B, & distantia AB duorum divisa semper bifariam in D, ac ducta CD, & assumpto ejus triente DE, utcunque moveantur eadem puncta motibus compositis a projectionibus quibuscunque, & mutuis viribus, punctum E debere vel quiescere semper, vel progredi in directum motu uniformi. Pendet id a generali theoremate de centro gravitatis, cujus & superius in-

Fig. 21.

injecta est mentio, & de quo agemus infra pro massis quibuscunque. Hinc si sibi relinquuntur, accedet C ad E, & rectæ AB punctum medium D ibit ipsi obviam versus ipsum cum velocitate dimidia ejus, quam ipsum habebit, vel contra recedent, vel hinc, aut inde movebuntur in latus, per lineas tamen similes, atque ita, ut C & D semper respectu puncti E immoti ex adverso sint, in quo motu tam directio rectæ AB, quam directio rectæ CD, & ejus inclinatio ad AB, plerumque mutabitur.

CCV. Quod pertinet ad inveniendam vim pro quacunque positione puncti C respectu punctorum A & B, ea facile sic invenietur. In Fig. 1 assumendæ essent abscissæ in axe æquales rectis AC, BC, & erigendæ ordinatæ ipsis respondententes, quæ vel ambæ essent ex parte attractiva, vel ambæ ex parte repulsiva; vel prima attractiva, & secunda repulsiva; vel prima repulsiva, & secunda attractiva. In primo casu sumendæ essent CL, CK ipsis æquales (figura 21 exhibet minores, ne nimis excresecat) versus A & B; in secundo CN, CM ad partes oppositas A, B; in tertio CL versus A, & CM ad partes oppositas B; in quarto CN ad partes oppositas A, & CK versus B. Tum completo parallelogrammo LCKF, vel MCNH, vel LCMI, vel KCNG, diameter CF, vel CH, vel CI, vel CG exprimeret directionem, & magnitudinem vis compositæ, qua urgetur C a reliquis binis punctis.

CCVI. Hinc si assumantur ad arbitrium duo loca quæcunque punctorum A, & B, ad quæ referendum sit tertium C, ducta quavis recta DEC indefinita, ex quovis ejus puncto posset erigi recta ipsi perpendicularis, & æqualis illi diametro, ut CF in primo casu, ac haberetur curva exprimens vim absolutam. Sed satius esset binas curvas construere, alteram, quæ exprimeret vim redactam ad directionem DC per perpendicularium FO, ut CO; alteram, quæ exprimeret vim perpendicularem OF: nam eo pacto haberentur etiam directiones vis absolutæ ab iis compositæ per ejusmodi binas ordinatas. Oporteret autem ipsam ordinatam curvæ utriuslibet assumere ex altera plaga ipsius CD, vel ex altera opposita, prout CO jaceret versus D, vel ad plagam oppositam pro prima curva; & prout OF jaceret ad alteram partem rectæ DC, vel ad oppositam, pro secunda.

CCVII. Hoc pacto datis locis A, B pro singulis rectis egressis e puncto medio D duæ haberentur diversæ curvæ, quæ diversas admodum exhiberent virium leges; ac si quæreretur locus geo-

metricus continuus, qui exprimeret simul omnes ejusmodi leges pertinentes ad omnes ejusmodi curvas, sive indefinite exhiberet omnes vires pertinentes ad omnia puncta C, ubicunque collocata, oporteret erigere in omnibus punctis C rectas normales plano A CB, alteram æqualem CO, alteram CF, & vertices ejusmodi normalium determinarent binas superficies quasdam continuas, quarum altera exhiberet vires in directione CD attractivas ad D, vel repulsivas respectu ipsius, prout, cadente O citra, vel ultra C, normalis illa fuisset erecta supra, vel infra hoc planum; & altera pariter vires perpendiculares. Ejusmodi locus geometricus, si algebraice tractari deberet, esset ex iis, quos Geometræ tractant tribus indeterminatis per unicam æquationem inter se connexis; ac data æquatione ad illam primam curvam Fig. 1, posset utique inveniri tam æquatio ad utramlibet curvam respondentem singulis re-ctis DC, constans binis tantum indeterminatis; quam æquatio determinans utramlibet superficiem simul indefinite per tres indeterminatas. (n)

O

CCVIII.

(n) Stantibus in Fig. 22 punctis ADBCKFLO, ut in Figura 21, ducantur perpendiculara BP, AQ in CD, que dabuntur data inclinatione DC, & punctis BP, AQ, ne pariter dabuntur & DP, DQ. Dicatur præterea DC = x, & dabuntur analytice CQ, CP: quare ob angulos rectos P, Q, dabuntur etiam analytice CQ, CP. Denominentur CK = u, CL = z, CF = y. Quoniam datur AB, & dantur analytice AC, CB, dabitur analytice ex applicatione algebrae ad Trigonometriam sinus anguli ACB per x, & datas quantitates, qui est idem, ac sinus anguli CKF complementi ad duos rectos. Datur autem idem ex datis analytice valoribus CK = u, KF = CL = z, CF = y; quare habetur ibi una æquatio per x, y, z, u, & constantes. Si præterea valor CB ponatur pro valore abscissa in æquatione curva figura 1ma, acquiritur altera æquatio per valores CK, CB, sive per x, u, & constantes. Eodem pacto invenietur ope æquationis curva figura 1ma tertia æquatio per AC, & CL adeoque per x, z & constantes. Quare jam habebuntur æquationes tres per x, u, z, y, & constantes, quæ, eliminatis u & z, reducentur ad unicam per x, y & constantes, ac ea primam illam curvam definit.

Fig. 22.

Quod si queratur æquatio ad secundam curvam, cujus ordinata est CO, vel tertiam, cujus ordinata OF, inveniri itidem poterit. Nam datur analytice sinus anguli

$$DCB = \frac{BP}{CB}, \text{ \& in triangulo FCK datur analytice sinus FCK} = \frac{FK}{CF} \times \sin CKF.$$

Quare datur analytice etiam sinus differentia OCF, adeoque & ejus cosinus, & inde, ac ex CF, datur analytice OF, vel CO. Si igitur altera ex illis dicatur p, acquiritur nova æquatio, cujus ope una cum superioribus eliminari poterit

pre-

CCVIII. Si pro duobus punctis tantummodo agentibus in tertium daretur numerus quicumque punctorum positorum in datis locis, ac agentium in idem punctum, posset utique constructione simili inveniri vis, qua singula agunt in ipsum collocatum in quovis assumpto loci puncto, ac vis ex ejusmodi viribus composita definiretur tam directione, quam magnitudine, per notam virium compositionem. Posset etiam analysi adhiberi ad exprimendas curvas per æquationes duarum indeterminatarum pro rectis quibuscunque, & (o) si omnia puncta jaceant in eodem plano, superficies

præterea una alia indeterminata; adeoque eliminata $CF = y$, habebitur unica æquatio per x, p , & constantes, qua exhibebit utramlibet e reliquis curvis determinantibus legem virium CO , vel OF .

Pro æquatione cum binis indeterminatis, quæ exhibent locum ad superficiem, ducatur CR perpendicularis ad AB , & dicatur $DR = x$, $RC = q$, denominatis, ut prius, $CK = u$, $CL = z$, $CF = y$; & quoniam dantur AD , DB , dabuntur analyticè per x , & constantes AR , RB , adeoque per x, q , & constantes AC , CB , & factis omnibus reliquis ut prius, habebuntur quatuor æquationes per x, q, u, x, y, p , & constantes, qua eliminatis valoribus u, z, y , reducuntur ad unicam datam per constantes, & tres indeterminatas x, p, q , sive DR, RC , & CO , vel OF , qua exhibebit quæsitum locum ad superficiem.

Calculus quidem esset immensus, sed patet methodus, qua deveniri possit ad æquationem quæsitam. Mirum autem, quanta curvarum, & superficialium, adeoque & legum virium varietas obveneret, mutata tantummodo distantia AB binorum punctorum agentium in tertium, qua mutata, mutatur tota lex, & æquatio.

(o) *Hæc conditio punctorum jacentium in eodem plano necessaria fuit pro loco ad superficiem, & pro æquatione, qua legem virium exhibeat per æquationem indeterminatarum tantummodo trium: at si puncta sint plura, & in eodem plano non jaceant, quod punctis tantummodo tribus accidere omnino non potest, tum vero locus ad superficiem, & æquatio trium indeterminatarum non sufficit, sed ad eam generaliter exprimendam legem, Geometria omnis est incapax, & analysis indiget æquatione indeterminatarum quatuor. Primum patet ex eo, quod si manentibus punctis A, B , exeat punctum C ex dato quoque plano, pro quo constructus sit locus a superficie, liceret convertere circa rectam AB planum illud cum superficie curva legem virium determinante, donec ad punctum C deveniret planum ipsum: tum enim erecto perpendiculari utque ad superficiem illam curvam, describeretur per ipsum vis agens secundum rectam CD , vel ipsi perpendiculari, prout locus ille ad curvam superficiem constructus fuerit pro altera ex iis.*

At secundum sit manifestum ex eo, quod si puncta agentia sint etiam omnia in eodem plano, & punctum, cujus vis composita queritur, in quavis recta posita extra ipsum planum, relationes omnes distantiarum a reliquis punctis, ac directionum, a quibus pendunt vires singulorum, & compositio ipsarum virium, longe alia essent, ac in quavis recta in eodem plano posita, uti facile videre est. Hinc pro quovis pun-

cies per æquationem trium. Mirum autem, quanta inde diversarum legum combinatio oriretur. Sed & ubi duo tantummodo puncta agant in tertium, incredibile dictu est, quanta diversitas legum & curvarum inde erumpat. Manente etiam distantia AB, leges pertinentes ad diversas inclinationes rectæ DC ad AB, admodum

O 2

Et loqui ubique assumpto sua responderet vis composita, & quarta aliqua plaga, seu dimisso, præter longum, latum, & profundum, requireretur ad ducendas ex omnibus punctis spatii rectas iis viribus proportionales, quarum rectarum versices locum continuum aliquem exhiberent determinantem virium legem.

Sed quod Geometria non assequitur, assequeretur quarta aliqua dimensio mente concepta, ut si conciperetur spatium totum plenum materia continua, quod in mea sententia cogitatione tantummodo effingi potest, & ea esset in omnibus spatii punctis densitas diversa, vel diversi pretii; tum illa diversa densitas, vel illud pretium, vel quidpiam ejusmodi, exhibere posset legem virium ipsi respondentium, qua nimirum ipsi essent proportionales. Sed ibi iterum ad determinandam directionem vis composita non esset satis resolutio in duas vires, alteram secundum rectam transeuntem per datum punctum; alteram ipsi perpendicularem; sed requirerentur tres, nimirum vel omnes secundum tres datas directiones, vel tendentes per rectas, qua per data tria puncta transeant, vel quavis alia certa lege definita: adeoque tria loca ejusmodi ad spatium, quarta aliqua dimensione, vel qualitate affectum requirerentur, que tribus ejusmodi plusquam Geometricis legibus vis composita legem definirent, tum quod pertinet ad ejus magnitudinem, tum quod ad directionem.

Verum quod non assequitur Geometria, assequeretur analysis ope æquationis quatuor indeterminatarum; si enim conciperetur planum, quod libuerit, ut ACB, & in eo quavis recta AB, ac in ipsa recta quodvis punctum D, tum quovis hujus segmento DR appellato x, quavis recta RC ipsi perpendiculari y, quavis tertia perpendiculari ad totum planum z, per hæc tres indeterminatus involveretur positio puncti spatii cujuscunque, in quo collocatum esset punctum materiae, cujus vis quaritur. Punctorum agentium utcuque collocatorum ubicunque vel intra id planum, vel extra, possent definiri positiones per ejusmodi tres rectas, datas utique pro singulis, si eorum positiones dentur. Per eas, & per illas x, y, z, posset utique haberi distantia cujuscunque ex iis punctis agentibus, & positione datis, a puncto indefinite accepto; adeoque ope æquationis figura una posset haberi analytice per æquationes quasdam, ut supra, vis ad singula agentia puncta pertinet, & per easdem rectas, ejus etiam directio resoluta in tres parallelas illis x, y, z. Hinc haberetur analytice omnium summa pro singulis ejusmodi directionibus per aliam æquationem derivatam ab ejus summa denominatione, ea nimirum facta = u, ac expunctis omnibus subsidiariis valoribus, methodo non ab simili ei, quam adhibuimus superius pro loco ad superficiem, deveniretur ad unam æquationem constitutam illis quatuor indeterminatis x, y, z, u, & constantibus; ac tres ejusmodi æquationes pro tribus directionibus vim omnem compositam definirent. Sed hæc innuisse sit satis, qua nimirum & altiora sunt, & ob ingentem complicationem casuum, ac nostra humana mentis inobedienciam nulli nobis insertus sunt usui.

dum diversæ obveniunt inter se: mutata vero punctorum A, B distantia a se invicem, leges etiam pertinentes ad eandem inclinationem DC differunt inter se plurimum; & infinitum esset singula persequi, quanquam earum variationum cognitio, si obtineri utcumque posset, in rum in modum vires imaginationis extenderet, & objiceret discrimina quamplurima scitu dignissima, & maximo futura usus, & incredibilem Theoriæ fecunditatem ostenderet.

CCIX. Ego hic simpliciora quædam, ac faciliora, & usum habitura in sequentibus, ac in applicatione ad Physicam imprimis, attingam tantummodo; sed interea quod ad generalem pertinet determinationem expositam, duo adnotanda proponam, Primo quidem in ipsa trium punctorum combinatione occurrit jam hic nobis præter vim determinantem ad accessum & recessum, vis urgens in latus, ut in Fig. 21, præter vim CF, vel CN, vis CI vel CG. Id erit infra magno usui ad explicanda solidorum phænomena, in quibus inclinato fundo virgæ solidæ tota virga, & ejus vertex movetur in latus, ut certam ad basin positionem acquirant. Deinde vero illud: hæc omnia curvarum & legum discrimina, tam quæ pertinent ad diversas directiones rectorum DC, data distantia punctorum A, B, quam quæ pertinent ad diversas distantias ipsorum punctorum A, B, data etiam directione DC, ac hasce vires in latus, haberi debere in exiguis illis distantiiis, in quibus curva Fig. I circa axem conrorquetur, ubi nimirum mutata parum admodum distantia vires singulorum punctorum mutantur plurimum, & e repullivis etiam abeunt in attractivas, ac vice versa, & ubi respectu alterius puncti haberi possit attractio, respectu alterius repullio, quod utique requiritur, ut vis dirigatur extra angulum ACB, & extra ipsi ad verticem oppositum. At in majoribus distantiiis, in quibus jam habetur illud postremum crus Fig. I exprimens arcum attractivum ad sensum in ratione reciproca duplicata distantiarum, vis in punctum C a punctis A, B inter se proximis, utcumque ejusmodi distantia mutetur, & quæcunque fuerit inclinatio CD ad AB, erit semper ad sensum eadem, directa ad sensum ad punctum D, & ad sensum proportionalis reciproce quadrato distantiæ DC ab ipso puncto D, & ad sensum dupla ejus, quam in curva Figuræ Imæ requireret distantia DC.

CCX. Id quidem facile demonstratur. Si enim AB respectu DC sit perquam exigua, angulus ACB erit perquam exiguus, & a recta CD ad sensum bifariam sectus: distantia AC, CB erunt ad se

se invicem ad sensum in ratione æqualitatis, adeoque & vires CL, CK ambæ attractivæ debebunt ad sensum æquales esse inter se, & proinde LCKF ad sensum rhombus, diametro CF ad sensum secante angulum LCK bifariam, quæ rhombi proprietas est, & ipsa CF congruente cum CO, ac (ob angulum FCK insensibilem, & CKF ad sensum æqualem duobus rectis) æquali ad sensum binis CK, KF, sive CK, CL, simul sumptis, quæ singulæ cum sint quam proxime in ratione reciproca duplicata distantiarum CB, CA, erunt & eadem, & earum summa ad sensum in ratione reciproca duplicata distantiae CD.

CCXI. Porro id quidem commune est etiam massulis constantibus quocunque punctorum numero. Mutata illarum combinatione, vis composita a viribus singulorum agens in punctum distans a matula ipsa per intervallum perquam exiguum, nimirum ejusmodi, in quo curva figuræ imæ circa axem contorquetur, debet mutare plurimum tam intensitatem suam, quam directionem, & fieri utique potest, quod intra etiam in aliquo simpliciore casu trium punctorum videbimus, ut in alia combinatione punctorum massulæ pro eadem distantia a medio repulsionem prævaleant, in alia attractiones, in alia oriatur vis in latus ad perpendicularum, ac in eadem constitutione massulæ pro diversis directionibus admodum diversæ sint vires pro eadem etiam distantia a medio. At in magnis illis distantis, in quibus singulorum punctorum vires jam attractivæ sunt omnes, & directiones, ob molem massulæ tam exiguam respectu ingentis distantiae, ad sensum concurrant, vis composita ex omnibus dirigitur necessario ad punctum aliquod intra massulam situm, adeoque ad sensum ejus directio erit eadem, ac directio rectæ tendentis ad mediam massulam, ac æquabitur vis ipsa ad sensum summæ virium omnium punctorum constituentium ipsam massulam, adeoque erit attractiva semper, & ad sensum proportionalis in diversis etiam massulis numero punctorum directe, & quadrato distantiae a medio massulæ ipsius reciproce; sive generaliter erit in ratione composita ex directa simplici massarum, & reciproca duplicata distantiarum. Multo autem magis erit discrimen in exiguis illis distantis, si non unicum punctum a massula illa sollicitetur, sed massula alia, cujus vis componatur e singulis viribus singulorum suorum punctorum, quod tamen in massula etiam respectu massulæ admodum remote evanescet, singulis ejus punctis vires habentibus ad sensum æquales, & agentes in eadem ad sensum directione; unde fier, ut vis

motrix ejus massulæ sollicitatæ, orta ab actionibus illius alterius remotæ massulæ, sit ad sensum proportionalis numero punctorum, quæ habet ipsa, numero eorum, quæ habet altera, & quadrato distantia, quæcunque sit diversâ dispositio punctorum in utralibet, quicunque numerus.

CCXII. Mirum sane, quantum in applicatione ad Physicam hæc animadversio habitura sit usum; nam inde constabit, cur omnia corporum genera gravitatem acceleratricem habeant proportionalem massæ, in quam tendunt, & quadrato distantia, adeoque in superficie terræ aurum, & pluma cum æquali celeritate descendant seclusa resistentia, vim autem totam, quam etiam pondus appellamus, proportionalem præterea massæ suæ, adeoque in ordine ad gravitatem nullum sit discrimen, quæcunque differentia habeatur inter corpora, quæ gravitant, & in quæ gravitant, sed ad solam demum massam, & distantiam deveniat res; at in proprietatibus, quæ pendent a minimis distantis, in quibus nimirum sunt reflexiones lucis, & refractiones cum separatione colorum pro visu, vellicationes fibrarum palati pro gustu, incurfus odoriferarum particularum pro odoratu, tremor communicatus particulis aeris proximis, & propagatus usque ad tympanum auriculare pro auditu, asperitas, ac aliæ sensibiles ejusmodi qualitates pro tactu, cohaesionum diversâ genera, secretiones, nutritionesque, fermentationes, conflagrationes, dislosiones, præcipitationes, ac alii effectus Chemicis omnes, & mille alia ejusmodi, quæ diversâ corpora a se invicem discernunt, in iis, inquam, tantum sit discrimen, & vires tam variæ, ac tam varii motus, qui tantum varia phænomena, & omnes specificas tot corporum differentias inducunt, consensu Theoriæ hujus cum omni natura sane admirabili. Sed hæc ad massas pertinent, & ad applicationem ad Physicam; interea peculiaris quædam persequar ex innumeris iis, quæ pertinent ad diversas leges binorum punctorum agentium in tertium.

CCXIII. Si libeat considerare illas leges, quæ oriuntur in recta perpendiculari ad AB ducta per D, vel in ipsa AB hinc, & inde producta, inprimis facile est videre illud, directionem vis compositæ utrobique fore eandem cum ipsa recta sine ulla vi in latus, & sine ulla declinatione a recta, quæ tendit ad ipsum D, vel ab ipso. Pro recta AB res constat per se se; nam vires illæ, quæ ad bina ea puncta pertinent, vel habebunt directionem eandem, vel oppositas, jacente ipso tertio puncto in directum cum utroque

e prio-

e prioribus: unde fit, ut vis composita æquetur summæ, vel differentiæ virium singularum componentium, quæ in eadem recta remaneat. Pro recta perpendiculari facile admodum demonstratur. Si enim in Fig. 23 recta DC fuerit perpendicularis ad AB sectam bifariam in D, erunt AC, BC æquales inter se. Quare vires, quibus C agitur ab A & B, æquales erunt, & proinde vel ambæ attractivæ, ut CL CK, vel ambæ repulsivæ, ut CN, CM. Quare vis composita CF, vel CH, erit diameter rhombi, adeoque secabit bifariam angulum LCK, vel NCM; quos angulos cum bifariam secet etiam recta DC, ob æqualitatem triangulorum DCA, DCB, patet, ipsas CF, CH debere cum eadem congruere. Quamobrem in hisce casibus evanescit vis illa perpendicularis FO, quæ in præcedentibus binis figuris habebatur, ac in iis per unicam æquationem res omnis absolvitur, quarum ea, quæ ad posteriorem casum pertinet, admodum facile invenitur.

Fig. 23.

CCXIV. Legem pro recta perpendiculari rectæ jungenti duo puncta, & æque distanti ab utraque, exhibet Fig. 24, quæ vitandæ confusionis causa exhibetur, ubi sub numero 24 habetur littera B, sed quod ad ejus constructionem pertinet, habetur separatim, ubi sub Num. 24 habetur littera A, ex quibus binis figuris habetur unica, si puncta XYEAE censeantur utrobique eadem. In ea X, Y sunt duo materiæ puncta, & ipsam XY recta CC secat bifariam in A. Curva, quæ vires compositas ibi exhibet per ordinatas, constructa est ex Fig. 1, quod fieri potest, inveniendo vires singulas singulorum punctorum, tum vim compositam ex iis more consueto juxta generalem constructionem Num. 205; (p) sed etiam sic facilius idem præstatur: centro Y intervallo, cujusvis abscissæ Ad fig. 1 inveniatur in fig. 24 sub litera A in recta CC punctum d, sumaturque de versus Y æqualis ordinatæ db fig. 1, ductoque ea perpendiculari in CA, erigatur eidem CA itidem perpendicularis db dupla da versus plagam electam ad arbitrium pro attractionibus, vel versus oppositam, prout illa ordinata in fig. 1 attractionem, vel repulsionem expresserit, & erit punctum h ad curvam experimentem legem virium, qua

Fig. 24.

(p) Nulla enim LK in Fig. 23 ipsam FC secabit bifariam, & ad angulos rectos ex rhombi natura. Dicatur $CD = x$, $CF = y$, $DB = a$, & erit $CR = \sqrt{aa - xx}$. & $CD = x$. $CB = \sqrt{aa + xx} :: CI = \frac{1}{2}y$. $CK = \frac{y}{2x} \sqrt{aa + xx}$, quo valore po-

sto in æquatione curva Fig. 1 pro valore ordinatæ, & $\sqrt{aa + xx}$ pro valore abscissæ, habebitur immediate æquatio nova per x , y , & constantes, qua ejusmodi curvam determinabit.

qua punctum ubicunque collocatum in recta CC sollicitatur a binis X, Y.

CCXV. Demonstratio facilis est: si enim ducatur dX , & in ea sumatur dc æqualis de , ac compleatur rhombus $debc$, patet, fore ejus verticem b in recta dA bifariam secante angulum $X dY$, ejus diameter db exprimet vim compositam a binis de , dc , que bifariam secabitur a diametro altera ec , & ad angulos rectos, adeoque in ipso illo puncto a ; & db , dupla da , æquabitur db exprimenti vim, quæ respectu A erit attractiva, vel repulsiva, prout illa db figuræ Imæ fuerit itidem attractiva, vel repulsiva.

CCXVI. Porro ex ipsa constructione patet, si centro Y, intervallis AE, AG, AI Fig. Imæ inveniantur in recta CAC puncta E, G, I &c, ea fore limites, respectu novæ curvæ; & eodem pacto reperiri posse limites EGI &c ex parte opposita A; in iis enim punctis evanescente de evadit nulla da , & db . Notandum tamen, ibi mutari plagam attractivam in repulsivam, & vice versa; nam in toto tractu CA vis attractiva ad A habet directionem CC, & in tractu AC vis itidem attractiva ad A habet directionem oppositam CC. Deinde facile patebit, vim in A fore nullam, ubi nimirum oppositæ vires se destruent, adeoque ibi debere curvam axem secare; ac licet distantia AX, AY fuerint perquam exiguæ, ut idcirco repulsiones singulorum punctorum evadant maximæ; tamen prope A vires erunt perquam exiguæ ob inclinationes duarum virium ad XY ingentes, & contrarias; & si ipsæ AY, AX fuerint non majores quam sit AE Figuræ Imæ, postremus arcus EDA erit repulsivus, secus si fuerint majores, quam AE, & non majores, quam AG, atque ita porro, cum vires in exigua distantia ab A debeant esse ejus directionis, quam in Fig. 1 requirunt, abscissæ paullo majores, quam YA. Postrema crura TpV , TpV , patet, fore attractiva; & si in Figura Imæ fuerint asymptotica, fore asymptotica etiam hic; sed in A nullum erit asymptoticum crus.

Fig. 25.

CCXVII. At curva, quæ exhibet in Fig. 25 legem virium pro recta CC transeunte per duo puncta X, Y, est admodum diversa a priore. Ea facile construitur: sitis est pro quovis ejus puncto d assumere in Fig. 1 duas abscissas æquales, alteram Yd hujus figuræ, alteram Xd ejusdem, & sumere hic db æqualem summae, vel differentiae binarum ordinarum pertinentium ad eas abscissas, prout fuerint ejusdem directionis, vel contrariae, & eam ducere ex parte attractiva, vel repulsiva, prout ambæ ordinatæ

Fig.

Fig. 1, vel earum major, attractiva fuerit, vel repulsiva. Habebitur autem asymptotus bYc , & ultra ipsam crus asymptoticum DE , citra ipsam autem crus itidem asymptoticum dg attractivum respectu A , cui attractivum, sed directionis mutatae respectu CC , ut, in Fig. superiore diximus, ad partes oppositas A debet esse aliud gd , habens asymptotum bc transeuntem per X ; ac utrumque crus debet continuari usque ad A , ubi curva secabit axem. Hoc postremum patet ex eo, quod vires oppositae in A debeant elidi; illud autem prius ex eo, quod si A sit prope Y , & ad ipsum in infinitum accedat, repulsio ab Y crescat in infinitum, vi, quae provenit ab X , manente finita; adeoque tam summa, quam differentia debet esse vis repulsiva respectu Y , & proinde attractiva respectu A , quae imminuit in infinitum distantis ab Y augebitur in infinitum. Quare ordinata ag in accessu ad bYc crescat in infinitum; unde consequitur, arcum gaf fore asymptoticum respectu Yc ; & eadem erit ratio pro ag , & arcu gd respectu bXc .

CCXVIII. Poterit autem etiam, arcus curvae interceptus asymptotis bYc , bXc , sive cruribus de , dg secare alicubi axem, ut exhibet Fig. 26; quod in immo & in locis pluribus, si nimirum AY sit satis major, quam AE Fig. 1mæ, ut ab Y habeatur alicubi citra A attractio, & ab X repulsio, vel ab X repulsio major, quam repulsio ab Y . Ceterum sola inspectio postremarum duarum Figurarum parebit, quantum discrimen inducat in legem virium, vel curvam, sola distantia punctorum X , Y . Utraque enim figura derivata est a figura 1mæ, & in Fig. 25 assumpta est XY æqualis AE Figuræ 1mæ, in Fig. 26 æqualis AI ejusdem, quae variatio usque adeo mutavit figuræ genitæ ductum; & assumptis aliis, atque aliis distantis punctorum X , Y , aliæ, atque aliæ curvæ novæ provenirent, quæ inter se collatæ, & cum illis, quæ habentur in recta CAC perpendiculari ad XAY , uti est in Fig. 24; ac multo magis cum iis, quæ ad alias rectas pertinentes mente concipi possunt, satis confirmant id, quod supra innui de tanta multitudine, & varietate legum provenientium a sola etiam duorum punctorum agentium in tertium dispositione diversa; ut & illud itidem patet ex sola etiam harum trium curvarum delineatione, quanta sit ubique conformitas in arcu illo attractivo TpV , ubique conjuncta cum tanto discrimine in arcu se circa axem contorquente.

CCXIX. Verum ex tanto discrimine numero unum seligam maxime notatu dignum, & maximo nobis usui futurum inferius.

Fig. 27. Sit in Fig. 27 CAC axis idem, ac in Fig. 1, & quinque arcus consequenter accepti alicubi GHI, IKL, LMN, NOP, PQR sint æquales prorsus inter se, ac similes. Ponantur autem bina puncta B, B

Fig. 28. hinc & inde ab A in Fig. 28 ad intervallum æquale dimidiæ amplitudini unius e quinque iis arcibus, ut unj GI, vel IL; in Fig. 29. ad intervallum æquale integræ ipsi amplitudini; in Fig. 30 ad intervallum æquale duplæ; sint autem puncta L, N in omnibus hisce figuris eadem, & quærat, quæ futura sit vis in quovis puncto g intervalli LN in hisce tribus positionibus punctorum BB.

CCXX Si in Fig. 27 capiantur hinc, & inde a g intervalla æqualia intervallis AB, AB reliquarum trium figurarum ita, ut ge , gi respondeant Fig. 28, gc , gm Figuræ 29; ga , go Fig. 30, patet, intervallum ei fore æquale amplitudini LN, adeoque Le , Ni æquales fore dempto communi Li , sed puncta e , i debere cadere sub arcus proximos directionum contrariarum; ob arcuum vero æqualitatem fore æqualem vim ef vi contrariæ il , adeoque in Fig. 28 vim ab utraque compositam, respondentem puncto g, fore nullum. At quoniam gc , gm integræ amplitudini æquantur, cadent puncta c , m sub arcus IKL, LOP, conformes etiam directione inter se, sed directionis contrariæ respectu arcus LMN, eruntque æquales mn , ci ipsi gl , adeoque attractiones mn , cd , & repulsioni gb æquales, & inter se; ac idcirco in Fig. 29 habebitur vis attractiva gb composita ex iis binis dupla repulsivæ Fig. 27. Demum cum ga , go sint æquales duplæ amplitudini, cadent puncta a , o sub arcus GHI, PQR conformis directionis inter se, & cum arcu LMN, eruntque pariter binæ repulsionis ab , op æquales repulsioni gb , & inter se. Quare vis ex iis composita pro Fig. 30 erit repulsio gb dupla repulsionis gb Fig. 28, & æqualis attractioni Fig. 29.

CCXXI. Inde igitur jam patet, loci geometrici exprimentis vim compositam, qua bina puncta B, B agunt in tertium, partem, quæ respondet intervallo eidem LN, fore in prima e tribus eorum positionibus propositis ipsum axem LN, in secunda arcum attractivum LMN, in tertia repulsivum, utroque recedente ab axe ubique duplo plus, quam in Fig. 27; ac pro quovis situ puncti g in toto intervallo LN in primo e tribus casibus fore prorsus nullam; in secundo fore attractionem; in tercio repulsionem æqualem ei, quam bina puncta B, B exercent in tertium punctum situm in g, si collocarentur simul in A, licet in omnibus hisce casibus distantia pun-

puncti ejusdem a medio systematis eorundem duorum punctorum, live a centro particulæ constantis iis duobus punctis sit omnino eadem. Possunt autem in omnibus hisce casibus puncta B, B esse simul in arctissimis limitibus cohesionis inter se, adeoque particulam quandam constantis positionis constituere. Æqualitas ejusmodi accurata inter arcus, & amplitudines ac limitum distantias in Figura I non dabitur usquam, cum nullus arcus curvæ derivatæ utique continuæ, deductæ nimirum certa lege a curva continua, possit congruere accurate cum recta; at poterunt ea omnia ad æqualitatem accedere, quantum libuerit; poterunt hæc ipsa discrimina haberi ad sensum per tractus continuos aliis modis multo adhuc pluribus, immo etiam pluribus in immensum, ubi non duo tantummodo puncta, sed immensus eorum numerus constituat massulas, quæ in se agant, & ut in hoc simplicissimo exemplo deprompto e solo trium punctorum systemate, multo magis in systematis magis compositis, & plures idcirco variationes admittentibus, in eadem centrorum distantia, pro sola varia positione punctorum componentium massulas ipsas vel a se mutuo repelli, vel se mutuo attrahere, vel nihil ad sensum agere in se invicem. Quod si ita res habet, nihil jam mirum accidet, quod quædam substantiæ inter se commixtæ ingentem acquirant intestinarum partium motum per effervescentiam, & fermentationem, quæ deinde cesset, particulis post novam commixtionem respective quiescentibus; quod ex eodem cibo alia per secretionem repellantur, alia in succum nutritivum convertantur, ex quo ad eandem præterfluente distantiam alia aliis partibus solidis adhæreant, & per alias valvulas transmittantur, aliis libere progredientibus. Sed adhuc multa supersunt notata dignissima, quæ pertinent ad ipsum etiam adeo simplex trium punctorum systema.

CCXXII. Jaceant in Fig. 31 tria puncta ADB in directum, Fig. 31. ea poterunt respective quiescere, si omnibus mutuis viribus careant, quod fieret, si tres distantiæ AD, DB, AB omnes essent distantia limitum; sed potest haberi etiam quies respectiva per elisionem contrariarum virium. Porro virium mutuarum casus diversi tres esse poterunt: vel enim punctum medium D ab utroque extremorum A, B attrahitur, vel ab utroque repellitur, vel ab altero attrahitur, ab altero repellitur. In hoc postremo casu, pater, non haberi quietem respectivam, cum debeat punctum medium moveri versus extremum attrahens recedendo simul ab altero extremo repell-

pellente. In reliquis binis casibus poterit utique res haberi; nam vires attractivæ, vel repulsivæ, quas habet medium punctum, possunt esse æquales; tum autem extrema puncta debebunt in eodem attrahi a medio in primo casu, repelli in secundo, quæ si se invicem e contrario æque repellant in casu primo, attrahent in secundo, poterunt mutuæ vires elidi omnes.

CCXXIII. Adhuc tamen ingens est discrimen inter hosce binos casus. Si nimirum puncta illa a directione rectæ lineæ quidquam removeantur, ut nimirum medium punctum D distet jam non nihil a recta AB , delatum in C , in secundo casu adhuc magis sponte recedet inde, & in primo accedet iterum; vel si vi aliqua externa urgeatur, conabitur recuperare positionem priorem, & ipsi urgenti vi resistet. Nam binæ repulsiones CM , CN adhuc habebuntur in secundo casu in ipso primo recessu a D , licet eæ mutatis jam sarris distantis BD , AD in BC , AC , evadere possint attractiones, vim component directam per CH contrariam directioni tendenti ad rectam AD . At in primo casu habebuntur attractiones CL , CK , quæ component vim CF directam versus AB , quo casu attractio AP cum repulsione AR ; & attractio BV cum repulsione BS component vires AQ , BT , quibus puncta A , B ibunt obviam puncto C redeunti ad rectam transituram per illud punctum E , quod est in triente rectæ DC , & de quo supra mentionem fecimus Num. 204.

CCXXIV. Hæc Theoria generaliter etiam non rectilinearum tantum, sed & cuiusvis positioni trium massarum applicari potest, ac applicabitur infra, ubi etiam generale simplicissimum, ac fecundissimum theorema eruetur pro comparatione virium inter se; sed hic interea evolvemus non nulla, quæ pertinent ad simpliciores hunc casum trium punctorum. Inprimis fieri utique potest, ut ejusmodi tria puncta positionem ad sensum rectilineam retineant cum prioribus distantis, utcunque magna fuerit vis, quæ illa dimovere tentet, vel utcunque magna velocitas impressa fuerit ad ea e suo respectivo statu deturbanda. Nam vires ejusmodi esse possunt, ut tam in eadem directione ipsius rectæ, quam in directione ad eam perpendiculari, adeoque in quavis obliqua etiam, quæ in eas duas resolvi cogitatione potest, validissimus exurgat conatus ad redeundum ad priorem locum, ubi inde discesserint puncta. Contra vim impressam in directione ejusdem rectæ sarris est, si pro puncto medio attractio plurimum crescat aucta distantia ab utrolibet extremo, &

plu-

plurimum decreſcat eadem imminuta; ac pro utrovis puncto extremo ſatis eſt, ſi repulſio decreſcat plurimum aucta diſtantia ab extremo, & attractio plurimum creſcat aucta diſtantia a medio, quod ſecundum utique fiet, cum, uti dictum eſt, debeat attractio medi in ipſum creſcere aucta diſtantia. Si hæc ita ſe habuerint, ac vice verſa, differentia virium vi extrinſecæ reſiſtet, ſive ea tenter contrahere, ſive diſtrahere puncta, & ſi aliquod ex iis velocitatem in ea directione acquiſiverit utcumque magnam, poterit differentia virium eſſe tanta, ut extinguat ejuſmodi reſpectivam velocitatem tempuſculo, quantum libuerit, parvo, & poſt percurſum ſpatioſum, quantum libuerit, exiguum.

CCXXV. Quod ſi vis urgeat perpendiculariter, ut ex. gr. punctum medium D moveatur per rectam DC perpendicularem ad AB; tum vires CK, CL poſſunt utique eſſe ita validæ, ut vis compoſita CF ſi poſt reſeſſum, quantum libuerit, exiguum ſatis magna ad ejuſmodi vim elidendam, vel ad extingvendam velocitatem impreſſam. In caſu vis, quæ conſtanter urgeat, & punctum D verſus C, & puncta A, B ad partes oppoſitas, habebitur inflexio, ac in caſu vis, quæ agat in eadem directione rectæ jungentis puncta, habebitur contractio, ſeu diſtractio; ſed vires reſiſtentes ipliſ poterunt eſſe ita valide, ut & inflexio, & contractio, vel diſtractio, ſint proriſus inſenſibiles; ac ſi actione externa velocitas imprimatur punctis ejuſmodi, quæ flexionem, vel contractionem, aut diſtractionem inducat, tum ipſa puncta permittantur ſibi libera, habebitur oſcillatio quædam, angulo jam in alteram plagam obverſo, jam in alteram oppoſitam, ac longitudine ejuſ veluti virgæ conſtantis iis tribus punctis jam aucta, jam imminuta, fieri poterit, ut oſcillatio ipſa ſenſum omnem effugiat, quod quidem exhibebit nobis ideam virgæ, quam vocamus rigidam, & ſolidam, contractionis nimirum, & dilatationis incapacem, quas proprietates nulla virga in natura habet accurate tales, ſed tantummodo ad ſenſum. Quod ſi vires ſint aliquanto debiliores, tum vero & inflexio ex vi externa mediocri, & oſcillatio, ac tremor erunt majores, & jam hinc ex ſimPLICIſſimo trium punctorum ſyſtemate habebitur ſpecies quædam ſatis idonea ad ſiſtendum animo diſerimen, quod in natura obſervatur quotidie oculis, inter virgas rigidas, ac eas, quæ ſunt flexiles, & ex elatiſticate trementes.

CCXXVI. Iſdem ſi binæ vires, ut AQ, BT fuerint perpendiculares ad AB, vel etiam utcumque parallelæ inter ſe, tertia

quoque erit parallela illis, & æqualis earum summæ, sed directionis contrariæ. Ducta enim CD parallela iis, tum ad illam KI parallela AB, erit ob CK, VB æquales, triangulum CIK æquale simili BTV, sive TBS, adeoque CI æqualis BT, IK æqualis BS, sive AR, vel QP. Quare si sumpta IF æquali AQ ducatur KF, erit triangulum FIK æquale AQP, ac proinde FK æqualis, & parallela AP, sive LC, & CLFK parallelogrammum, ac CF, diameter ipsius, exprimet vim puncti C utique parallelam viribus AQ, BT, & æqualem earum summæ, sed directionis contrariæ. Quoniam vero est SB ad BT, ut BD ad DC; ac QA ad AR, ut DC ad DA; erit ex æqualitate perturbata AQ ad BT, ut BD ad DA, nimirum vires in A & B in ratione reciproca distantiarum AD, DB a recta CD ducta per C secundum directionem virium.

CCXXVII. Ea, quæ hoc postremo numero demonstravimus, æque pertinent ad actiones mutuas trium punctorum habentium positionem mutuam quamcunque, etiam si a rectilinea recedat quantumlibet; nam demonstratio generalis est: sed ad massas utcumque inæquales, & in se agentes viribus etiam divergentibus, multo generalius traduci possunt, ac traducentur inferius, & ad æquilibrii leges, & vectem, & centra oscillationis, ac percussionis nos deducunt. Sed interea pergemus alia non nulla persequi pertinentia itidem ad puncta tria, quæ in directum non jaceant.

CCXXVIII. Si tria puncta non jaceant in directum, tum vero sine externis viribus non poterunt esse in æquilibrio, nisi omnes tres distantie, quæ latera trianguli constituunt, sint distantie limitum Fig. 1. Cum enim vires illæ mutue non habeant directiones oppositas, sive unica vis ab altero e reliquis binis punctis agat in tertium punctum, sive ambæ, haberi debet in illo tertio puncto motus, vel in recta, quæ jungit ipsum cum puncto agente, vel in diagonali parallelogrammi, cujus latera binas illas exprimant vires. Quamobrem si assumantur in Figura 1 tres distantie limitum ejusmodi, ut nulla ex iis sit major reliquis binis simul sumptis, & ex ipsis constituatur triangulum, ac in singulis angulorum cuspidibus singula materie puncta collocentur, habebitur systema trium punctorum quiescens, cujus punctis singulis si imprimantur velocitates æquales, & parallelæ, habebitur systema progrediens quidem, sed respective quiescens; adeoque istud etiam systema habebit ibi suum quemdam limitem, sed horum quoque limitum duo genera erunt: ii, qui orientur ab omnibus tribus limitibus cohesionis, erunt ejus-

modi, ut mutata positione, conentur ipsam recuperare, cum debeant conari recuperare distantias; ii vero, in quibus etiam una e tribus distantis fuerit distantia limitis non cohaesionis, erunt ejusmodi, ut mutata positione, ab ipsa etiam sponte magis discedat systema punctorum eorundem. Sed consideremus jam casus quosdam peculiare, & elegantes, & utiles, qui huc pertinent.

CCXXIX. Sint in Fig. 32 tria puncta AEB ita collocata, ut Fig. 32. tres distantiae AB, AE, BE sint distantiae limitum cohaesionis, & postremae duae sint aequales. Focis A, B concipiatur ellipsis transiens per E, cujus axis transversus sit FO, conjugatus EH, centrum D; sit in Fig. 1 AN aequalis semiaxi transverso hujus DO, sive BE, vel AE, ac sit DB hic minor, quam in Figura 1 amplitudo proximorum arcuum LN, NP, ac sint arcus ipsi NM, NO similes & aequales ita, ut ordinatae ny , zt , aequae distantes ab N, sint inter se aequales. Inprimis si punctum materiae sit hic in E, nullam ibi habebit vim, cum AE, BE sint aequales distantiae AN limitis N Fig. 1; ac eadem est ratio pro puncto collocato in H. Quod si fuerit in O, itidem erit in aequilibrio. Si enim assumantur in Fig. 1 Az, An aequales hisce BO, AO, erunt Nz Nu illius aequales DB, DA hujus, adeoque & inter se. Quare & vires illius zt , ny erunt aequales inter se, quae cum pariter oppositae directionis sint, se mutuo elident; ac eadem ratio est pro collocaatione in F. Attrahetur utique A, & repelletur B ab O, sed si limes, qui respondet distantiae AB, sit satis validus, ipsa puncta nihil ad sensum discedent a focis ellipseos, in quibus fuerant collocata, vel si debeant discedere ob litem minus validum, considerari poterunt per externam vim ibidem immota, ut contemplari liceat solam relationem tertii puncti ad illa duo.

CCXXX. Manet igitur immotum, ac sine vi, punctum collocatum tam in verticibus axis conjugati ejus ellipseos, quam in verticibus axis transversi; & si ponatur in quovis puncto C perimetri ejus ellipseos, cum ob AC, CB simul aequales in ellipseo axi transverso, sive duplo semiaxi DO; erit AC tanto longior, quam ipsa DO, quanto ea brevior BC; adeoque si jam in Fig. 1 sint An, Az aequales hisce AC, BC, habebuntur ibi utique ny , zt itidem aequales inter se. Quare hic attractio CL aequabitur repulsioni CM, & LIMC erit rhombus, in quo inclinatio IC secabit bifariam angulum LCM; ac proinde si ea utrinque producat in P, & Q, angulus ACP, qui est idem, ac LCI, erit aequalis angulo

gulo BCG, qui est ad verticem oppositus angulo ICM. Quæ cum in ellipti sit notissima proprietas tangentis relatæ ad focus, erit ipsa PQ tangens. Quamobrem dirigetur vis per punctum C in latus secundum tangentem, sive secundum directionem arcus elliptici; atque id, ubicunque fuerit punctum in perimetro ipsa versus verticem propiorem axis conjugati, & sibi relictum ibit per ipsam perimetrum versus eum verticem, nisi quatenus ob vim centrifugam motum non nihil adhuc magis incurvabit.

CCXXXI. Quamobrem hic jam licebit contemplari in hac curva perimetro vicissitudinem limitum prorsus analogorum limitibus *cohesionis* & *non cohesionis*, qui habentur in axe rectilineo curvæ primigeniæ Fig. 1. Erunt limites quidam in E, in F, in H, in O, in quibus nimirum vis erit nulla, cum in omnibus punctis C intermediis sit aliqua. Sed in E & H erit ejusmodi, ut si utraque vis ex parte punctum dimoveatur, per ipsam perimetrum debet redire versus ipsos ejusmodi limites, sicut ibi accidit in limitibus *cohesionis*; at in F, & O erit ejusmodi, ut in utramvis partem, quantum libuerit, parum inde punctum dimorum fuerit, sponte debeat inde magis usque recedere, prorsus ut ibi accidit in limitibus *non cohesionis*.

CCXXXII. Contrarium accideret, si BO æquaretur distantie limitis *non cohesionis*: tum enim distantia BC minor haberet attractionem CK, distantia major AC repulsionem CN, & vis composita per diagonalem CG rhombi CNGK haberet eandem directionem tangentis ellipseos; & in verticibus quidem axis utriusque haberetur limes quidam, sed punctum in perimetro collocatum tenderet versus vertices axis transversi, non versus vertices axis conjugati, & hi referrent limites *cohesionis*, illi e contrario limites *non cohesionis*. Sed adhuc major analogia in perimetro harum ellipticum habebitur cum axe curvæ primigeniæ Fig. 1, si fuerit DO æqualis distantie limitis *cohesionis* AN illius, & DB in hac major, quam in Fig. 1 amplitudo NL, NP; multo vero magis, si ipsa hujus DB superet plures ejusmodi amplitudines, ac arcuum æquallitas maneat hinc, & inde. Ubi enim AC hujus figure fiet æqualis abscissæ AP illius, etiam BC hujus fiet pariter æqualis AI illius. Quare in ejusmodi loco habebitur limes, & ante ejusmodi locum versus A distantia longior AC habebit repulsionem, & BC brevior attractionem, ac rhombus erit KGNC, & vis dirigetur versus O. Quod si alicubi ante in loco adhuc propiore O distan-

distantia AC, BC æquarentur abscissis AR, AI Figuræ 1mæ, ibi iterum esset limes, sed ante eum locum rediret iterum repulsio pro minore distantia, attractio pro majore, & iterum rhombi diameter jaceret versus verticem axis conjugati E. Generaliter autem ubi semiaxis transversus æquatur distantia cujuspiam limitis cohaesionis, & distantia punctorum a centro ellipseos, sive ejus eccentricitas est major, quam intervallum dicti limitis a pluribus sibi proximis hinc, & inde, ac maneat æqualitas arcuum, habebuntur in singulis quadrantibus perimetri ellipseos tot limites, quot limites transibit eccentricitas hinc translata in axem Figuræ 1, a limite illo nominato, qui terminet in Fig. 1 semiaxem transversum hujus ellipseos; ac præterea habebuntur limites in verticibus amborum ellipseos axium; eritque incipiendo ab utrovis vertice axis conjugati in gyrum per ipsam perimetrum is limes primus cohaesionis, tum illi proximus esset non cohaesionis, deinde alter cohaesionis, & ita porro, donec redeatur ad primum, ex quo incæptus fuerit gyrus, vi in transitu per quemvis ex ejusmodi limitibus mutante directionem in oppositam. Quod si semiaxis hujus ellipseos æquetur distantia limitis non cohaesionis Fig. 1, res eodem ordine pergit cum hoc solo discrimine, quod primus limes, qui habetur in vertice semiaxis conjugati sit limes non cohaesionis, tum eundo in gyrum ipsi proximus sit cohaesionis limes, deinde iterum non cohaesionis, & ita porro.

CCXXXIII. Verum est adhuc alia quædam analogia cum iis limitibus, si considerentur plures ellipseos iisdem illis focus, quarum semiaxes ordine suo æquentur distantia, in altera cujuspiam e limitibus cohaesionis Fig. 1mæ, in altera limitis non cohaesionis ipsi proximi, & ita porro alternatim, communis autem illa eccentricitas sit adhuc etiam minor quavis amplitudine arcuum interceptorum limitibus illis figuræ 1mæ, ut nimirum singule ellipseos perimetri habeant quaternos tantummodo limites in quatuor verticibus axium. Ipse ejusmodi perimetri totæ erunt quidam veluti limites relate ad accessum, & recessum a centro. Punctum collocatum in quavis perimetro habebit determinationem ad motum secundum directionem perimetri ejusdem; at collocatum inter binas perimetros diriget semper vim suam ita, ut tendat versus perimetrum definitam per litem cohaesionis Fig. 1mæ, & recedat a perimetro definita per litem non cohaesionis; ac proinde punctum a perimetro primi generis dimotum conabitur ad illam redire; & dimotum a peri-

metro secundi generis, sponte illam adhuc magis fugiet, ac recederet.

Fig. 33.

CCXXXIV. Sint enim in Fig. 33. ellipsium $FEOH$, $FÈÒH$, $FÈÒH$ semiaxes DO , $DÒ$, $DÒ$ æquales primus distantia AL limitis non cohesionis Fig. 1mæ; secundus distantia AN limitis cohesionis; tertius distantia AP limitis iterum non cohesionis, & primo quidem collocetur C aliquanto ultra perimetrum mediam $FÈÒH$: erunt AC , BC majores, quam si essent in perimetro, adeoque in Fig. 1 factis Au , Az majoribus, quam essent prius, decrescet repulsio zt , crescet attractio uz , ac proinde hic in parallelogrammo $LCMI$ erit attractio CL major, quam repulsio CM , & idcirco accedet directio diagonalis CI magis ad CL , quam ad CM , & inflectetur introrsum versus perimetrum mediam. Contra vero si C sit intra perimetrum mediam, factis BC , AC minoribus, quam si essent in perimetro media, crescet repulsio CM , & decrescet attractio CL , adeoque directio CI accedet magis ad priorem CM , quam ad posteriorem, & vis dirigetur extrorsum versus eandem mediam perimetrum. Contrarium autem accideret ob rationem omnino similem in vicinia primæ, vel tertiæ perimetri: atque inde patet, quod fuerat propositum.

CCXXXV. Quoniam arcus hinc, & inde a quovis limite non sunt prorsus æquales, quanquam, ut supra observavimus Num 183, exigui arcus ordinatas ad sensum æquales hinc, & inde habere debeant, curva per cujus tangentem perpetuo dirigatur vis, licet in exigua eccentricitate debeat esse ad sensum ellipsis, tamen nec in iis erit ellipsis accurate, nec in eccentricitatibus majoribus ad ellipses multum accedet. Erunt tamen semper aliquæ curvæ, quæ determinant continuam directionem virium, & curvæ etiam, quæ trajectoryam describendam definiant, habita quoque ratione vis centrifugæ: atque hic quidem uberrima seces succrescit problematum Geometriæ, & analysi exercenda aptissimorum; sed omnem ego quidem ejusmodi perquisitionem omittam, cujus nimirum ad Theoriæ applicationem usus mihi idoneus occurrit nullus; & quæ huc usque vidimus, abunde sunt ad ostendendam elegantem sane analogiam alternationis in directione virium agentium in latus, cum viribus primigeniis simplicibus, ac harum limitum cum illarum limitibus, & ad ingerendam animo semper magis casuum, & combinationum diversarum ubertatem tantam in solo etiam trium puncto-
rum

rum systemate simplicissimo; unde conjectari liceat, quid futurum sit, ubi imminens quidam punctorum numerus coalescat in massulas constituentes omnem hanc usque adeo inter se diversorum corporum multitudinem sane immensam.

CCXXXVI. At præterea est & alius insignis, ac magis determinatus fructus, quem ex ejusmodi contemplationibus capere possumus, utiū futurus etiam in applicatione Theorice ad Physicam. Si nimirum duo puncta A, & B sint in distantia limitis cohesionis satis validi, & punctum tertium collocatum in vertice axis conjugati in E distantiam a reliquis habeat, quam habet limes itidem cohesionis satis validus, poterit sane vis, qua ipsum retinetur in eo vertice, esse admodum ingens pro utcumque exigua dimotione ab eo loco, ut sine ingente externa vi inde magis dimoveri non possit. Tum quidem si quis impediatur motum puncti B, & circa ipsum circumducat punctum A, ut in Fig. 34 abeat in A, abibit utique & E versus E, ut servetur forma trianguli AEB, in qua sola poterit respective quiescere systema, & habebitur idea quedam soliditatis, cujus & supra injecta est mentio. At si stantibus punctis A, B, vis aliqua exerceatur in E ad ipsum a sua ipsitione deturbandum, donec ea fuerit mediocris, dimovebit illud non nihil; tum illa cessante ipsum se restituet, & oscillabit hinc & inde ab illo vertice per perimetrum curvæ ejusdem proximæ arcui elliptico. Quo major fuerit vis externa dimovens, eo major oscillatio fiet; sed si non fuerit tanta, ut punctum a vertice axis conjugati recedens deveniat ad verticem axis transversi, semper retro cursus reflectetur, & describetur minus, quam semiellipsis. Verum si vis externa coegerit percurrere totum quadrantem, & transilire ultra verticem axis transversi, tum vero gyrabit punctum circumquaque per totam perimetrum motu continuo, quem a vertice axis conjugati ad verticem transversi retardabit, tum ab hoc ad verticem conjugati accelerabit, & ita porro, nec listetur periodicus conversionis motus, nisi exteriorum punctorum impedimentis occurrentibus, quæ sensim celeritatem imminuant, & post ipsos ejusmodi motus periodicos per totum ambitum reducant meras oscillationes, quas contrahant, & pristinam debitam positionem restituant, in qua una haberi potest quies respectiva. An non ejusmodi aliquid accidit, ubi solida corpora, quorum partes certam positionem servant ad se invicem, ingenti agitatione accepta ab igneis particulis liquefcunt, tum iterum refrigescunt, agitatione sensim cessante per vires, quibus ignea

Fig. 34.

particulæ emittuntur, & evolant, positionem priorem recuperant, ac tenacissime iterum servant, & tuentur? Sed hæc de trium punctorum systemate hucusque dicta sint satis.

CCXXXVII. Quatuor, tum etiam plurium punctorum systemata multo plures nobis variationes objicerent, si rite ad examen vocarentur; sed de iis id unum innuam. Ea quidem in plano eodem possunt positionem mutuam tueri tenacissime, si singulorum distantia a reliquis æquentur distantias limitum satis validorum figuræ imæ; neque enim in eodem plano positionem respectivam mutare possunt, aut aliquod ex iis exire e plano ducto per reliqua tria, nisi mutet distantiam ab aliquo e reliquis, cum datis trium punctorum distantias mutuis detur triangulum, quod constituere debent, tum datis distantias quarti a duobus detur itidem ejus positio respectu eorum in eodem plano, & detur distantia ab eorum tertio, quæ, si id punctum exeat e priore plano, sed retineat ab iis duobus distantiam priorem, mutari utique debet, ut facili negotio demonstrari potest.

Fig. 35.

CCXXXVIII. Quin immo in ipsa ellipsi considerari possunt puncta quatuor, duo in focus, & alia duo hinc, & inde a vertice axis conjugati in ea distantia a se invicem, ut vi mutua repulsiva sibi invicem elidant vim, qua juxta præcedentem Theoriam urgentur in ipsum verticem; quo quidem pacto rectangulum quoddam terminabunt, ut exhibet Fig. 35, in punctis A, B, C, D. Atque inde si supra angulos quadratæ basis assurgant series ejusmodi punctorum exhibentium series continuas rectangulorum, habebitur quædam adhuc magis præcisa idea virgæ solidæ, in qua si basis ima inclinetur, statim omnia superiora puncta movebuntur in latus, ut rectangulorum illorum positionem retineant, & celeritas conversionis erit major vel minor, prout major fuerit, vel minor vis illa in latus, quæ ubi fuerit aliquanto languidior, multo serius progredietur vertex, quam fundus, & inflectetur virga, quæ inflexio in omni virgarum genere apparet adhuc multo magis manifesta, si celeritas conversionis fuerit ingens. Sed extra idem planum possunt quatuor puncta collocari ita, ut positionem suam validissime tueantur, etiam ope unicæ distantia limitis unici satis validi. Potest enim fieri pyramis regularis, cujus latera singula triangularia habeant ejusmodi distantiam. Tum ea pyramis constituet particulam quandam suæ figuræ tenacissimam, quæ in puncta, vel pyramides ejusmodi aliquanto remotiores ita poterit agere, ut ejus puncta respectivum

ctivum situm nihil ad sensum mutant. Ex quatuor ejusmodi particulis in aliam majorem pyramidem dispositis fieri poterit particula secundi ordinis aliquanto minus figuræ tenax ob majorem distantiam particularum primi eam componentium, qua fit, ut vires in eadem ab externis punctis impressæ multo magis inæquales inter se sint, quam fuerint in punctis constituentibus particulas ordinis primi; ac eodem pacto ex his secundi ordinis particulis fieri possunt particulae ordinis tertii adhuc minus tenaces figuræ suæ, atque ita porro, donec ad eas deventum sit multo majores, sed adhuc multo magis mobiles, atque variabiles, ex quibus pendent chemicæ operationes, & ex quibus hæc ipsa crassiora corpora componuntur, ubi id ipsum accideret, quod Newtonus in postrema Opticæ quæstione proposuit de particulis suis primigeniis, & elementaribus, alias diversorum ordinum particulas efformantibus. Sed de particularibus hisce systematis determinati punctorum numeri jam satis, ac ad massas potius generaliter considerandas faciemus gradum.

CCXXXIX. In massis primum nobis se offerunt considerandæ elegantissimæ sane, ac & fecundissimæ, & utilissimæ proprietates centri gravitatis, quæ quidem e nostra Theoria sponte propemodum fluunt, aut saltem ejus ope evidentissime demonstrantur. Porro centrum gravitatis a gravium æquilibrio nomen accepit suum, a quo etiam ejus consideratio ortum duxit; sed id quidem a gravitate non pendet, sed ad massam potius pertinet. Quamobrem ejus definitionem proferam ab ipsa gravitate nihil omnino pendentem, quanquam & nomen retinebo, & inuam, unde originem duxerit; tum demonstrabo accuratissime, in quavis massa haberi aliquod gravitatis centrum, idque unicum, quod quidem passim omittere solent, & perperam; deinde ad ejus proprietatem præcipuam exponendam gradum faciam, demonstrando celeberrimum theoremata Newtono propositum, centrum gravitatis commune massarum, sive mihi punctorum quocunque, & utcunque dispositorum, quorum singula moveantur sola inertię vi motibus quibuscunque, qui in singulis punctis uniformes sint, in diversis utcunque diversi, vel quiescere, vel moveri uniformiter in directum: deinde vero mutuas actiones quascunque inter puncta quælibet, vel omnia simul, nihil omnino turbare centri communis gravitatis statum quiescendi, vel movendi uniformiter in directum, unde nobis & actionis, & reactionis æqualitas in massis quibusque, & principia collisiones corporum de-

finientia, & alia plurima sponte provenient. Sed aggrediamur rem ipsam.

CCXI. Centrum igitur commune gravitatis punctorum quocunque, & utcunque dispositorum, appellabo id punctum, per quod si ducatur planum quocunque, summa distantiarum perpendicularium ab eo plano punctorum omnium jacentium ex altera ejusdem parte, æquetur summæ distantiarum ex altera. Id quidem extenditur ad quascunque, & quocunque massas; nam eorum singula punctis utique constant, & omnes simul sunt quaedam punctorum diversorum congeries. Nomen traxit ab æquilibrio gravium, & natura vectis, de quibus agemus infra: ex iis habetur, singula pondera ita connexa per virgas inflexiles, ut moveri non possint, nisi motu circa aliquem horizontalem axem, exercere ad conversionem vim proportionalem sibi, & distantiae perpendiculari a plano verticali ducto per axem ipsum; unde fit, ut ubi ejusmodi vires, vel ut ea vocant, momenta virium, hinc & inde æqualia fuerint, habeatur æquilibrio. Porro ipsa pondera in nostris gravibus, in quibus gravitatem concipimus, ac etiam ad sensum experimur, proportionalem in singulis quantitati materiae, & agentem directionibus inter se parallelis, proportionalia sunt massis, adeoque punctorum eas constituentium numero; quam ob rem idem est, ea pondera in distantias ducere, ac assumere summam omnium distantiarum omnium punctorum ab eodem plano. Quod si igitur respectu aggregati cujuscunque punctorum quocunque, & quomodocunque dispositorum sit aliquod punctum ejusmodi, ut, ducto per ipsum quovis plano, summa distantiarum ab illo punctorum jacentium ex parte altera æquetur summæ distantiarum jacentium ex altera; concipiantur autem singula puncta animata viribus æqualibus, & parallelis, cujusmodi sunt vires, quas in nostris gravibus concipimus; illud utique consequitur, suspensio utcunque ex ejusmodi puncto, quale definivimus gravitatis centrum, omni eo systemate, cujus systematis puncta viribus quibuscunque, vel conceptis virgis inflexilibus, & gravitate carentibus, positionem mutuam, & respectivum statum, ac distantias omnino servant, id systema fore in æquilibrio; atque illud ipsum requiri, ut in æquilibrio sit. Si enim vel unicum planum ductum per id punctum sit ejusmodi, ut summæ illæ distantiarum non sint æquales hinc, & inde, converso systemate omni ita, ut illud punctum evadat verticale, jam non essent æquales inter se summæ momentorum hinc & inde, & altera

pars alteri præponderaret. Verum hæc quidem, uti supra monui, fuit occasio quædam nominis imponendi; at ipsum punctum ea lege determinatum longe ulterius extenditur, quam ad solas massas animatas viribus æqualibus & parallelis, cujusmodi concipiuntur a nobis in nostris gravibus, licet ne ipsis quidem accurate sint tales. Quamobrem assumpta superiore definitione, quæ a gravitatis, & æquilibrii natura non pendet, progrediar ad deducenda inde corollaria quædam, quæ nos ad ejus proprietates demonstrandas deducant.

CCXLI. Primo quidem si aliquod fuerit ejusmodi planum, ut binæ summæ distantiarum perpendicularium punctorum omnium hinc & inde acceptorum æquantur inter se, æquabuntur & summæ distantiarum acceptarum secundum quamcunque aliam directionem datam, & communem pro omnibus. Erit enim quævis distantia perpendicularis ad quamvis in dato angulo inclinatum semper in eadem ratione, ut patet. Quare & summæ illarum ad harum summæ erunt in eadem ratione, ac æqualitas summarum alterius binarii utriuslibet secum trahet æqualitatem alterius. Quare in sequentibus, ubi distantias nominavero, nisi exprimam perpendicularares, intelligam generaliter distantias acceptas in quavis directione data.

CCXLII. Quodsi assumatur planum aliud quodcunque parallelum plano habenti æquales hinc, & inde distantiarum summæ; summa distantiarum omnium punctorum jacentium ex parte altera superabit summam jacentium ex altera, excessu æquali distantiarum acceptæ secundum directionem eandem ductæ in numerum punctorum; & vice versa si duo plana parallela sint, ac is excessus alterius summæ supra summam alterius in altero ex iis æquetur eorum distantiarum ductæ in numerum punctorum, planum alterum habebit oppositarum distantiarum summæ æquales. Id quidem facile concipitur, si concipiatur planum distantiarum æqualium moveri versus illud alterum planum motu parallelo secundum eam directionem, secundum quam sumuntur distantiarum. In eo motu distantiarum singulæ ex altera parte crescunt, ex altera decrescunt continuo tantum, quantum promovetur planum, & si aliqua distantia evanescit interea, jam deinde incipit tantundem ex parte contraria crescere. Quare patet excessum omnium ceteriorum distantiarum supra omnes anteriores æquari progressui plani toties sumpto, quor puncta habentur, & in regressu destruitur e contrario, quidquid in ejusmodi pro-

Fig. 36.

progressu est factum, atque idcirco ad æqualitatem reditur. Verum ut demonstratio quam accuratissima evadat, exprimat in Fig. 36 recta AB planum distantiarum æqualium, & CD planum ipsi parallelum, ac omnia puncta distribui poterunt in classes tres, in quorum prima sint omnia puncta jacentia citra utrumque planum, ut punctum E; in secunda omnia puncta jacentia inter utrumque, ut F, in tertia omnia puncta adhuc jacentia ultra utrumque, ut G. Rectæ autem per ipsa ductæ in directione data quacunque, occurrant rectæ AB in M, H, K, & rectæ CD in N, I, L; ac sit quædam recta directionis ejusdem ipsis AB, CD occurrens in O, P. Pater, ipsam OP fore æqualem ipsis MN, HI, KL. Dicatur jam summa omnium punctorum E primæ classis E, & distantiarum omnium EM summa e; punctorum F secundæ classis F, & distantiarum f; punctorum G tertiæ classis summa G, & distantiarum earundem g; distantia vero OP dicatur O. Pater, summam omnium MN fore $E \times O$; summam HI fore $F \times O$; summam omnium KL fore $G \times O$; erit autem quævis $EN = EM + MN$; quævis $FI = HI - FH$; quævis $GL = KG - KI$. Quare summa omnium EN erit $e + E \times O$; summa omnium FI $= F \times O - f$, & summa omnium GL $= g - G \times O$; adeoque summa omnium distantiarum punctorum jacentium citra planum CD, primæ nimirum ac secundæ classis, erit $e + E \times O + F \times O - f$, & summa omnium jacentium ultra, nimirum classis tertiæ, erit $g - G \times O$. Quare excessus prioris summæ supra secundam erit $e + E \times O + F \times O - f - g + G \times O$; adeoque si prius fuerit $e = f + g$; factis $e - f - g = 0$, totus excessus erit $E \times O + F \times O + G \times O$, sive $(E + F + G) \times O$, summa omnium punctorum ducta in distantiam planorum, & vice versa si is excessus respectu secundi plani BC fuerit æqualis huic summæ ductæ in distantiam O, oportebit esse $e - f - g = 0$, adeoque $e = f + g$, nimirum respectu primi plani AB summas distantiarum hinc, & inde æquales.

CCXLIII. Si aliqua puncta sint in altero ex iis planis, ea superioribus formulis contineri possunt, concepta zero singulorum distantia a plano, in quo jacent; sed & ii casus involvi facile possent, concipiendo alias binas punctorum classes; quorum priora sint in priore plano AB, posteriora in posteriore CB, quæ quidem nihil rem turbant: nam prioris classis distantie a priore plano erunt omnes simul zero, & a posteriore æquantur distantie O ductæ in eorum numerum, quæ summa accedit priori summæ punctorum jacen-

jacentium citra; posterioris autem classis distantiae a priore erant prius simul æquales summæ ipsorum ductæ itidem in O , & deinde sunt nihil; adeoque summæ distantiarum punctorum jacentium ultra, demitur horum posteriorum punctorum summa itidem ducta in O , & proinde excessui summæ citeriorum supra summam ulteriorum accedit summa omnium punctorum harum duarum classium ducta in eandem O .

CCXLIV. Quodsi planum parallelum plano distantiarum æquale jaceat ultra omnia puncta, jam habebitur hoc theorema: summa omnium distantiarum punctorum omnium ab eo plano æquabitur distantie planorum ductæ in omnium punctorum summam, & si fuerint duo plana parallela ejusmodi, ut alterum jaceat ultra omnia puncta, & summa omnium distantiarum ab ipso æquetur distantie planorum ductæ in omnium punctorum numerum; alterum illud planum erit planum distantiarum æquale. Id sane patet ex eo, quod jam secunda summa pertinet ad puncta ulteriora, quæ nulla sunt, evanescat, & excessus totus sit sola prior summa. Quin immo idem theorema habebit locum pro quovis plano habente etiam ulteriora puncta, si citeriorum distantie habeantur pro positivis, & ulteriorum pro negativis; cum nimirum summa constans positivis, & negativis sit ipse excessus positivorum supra negativa; quo quidem pacto licebit considerare planum distantiarum æquale, ut planum, in quo summa omnium distantiarum sit nulla, negativis nimirum distantie elidentibus positivis.

CCXLV. Hinc autem facile jam patet, dato cuivis plano haberi aliquod planum parallelum, quod sit planum distantiarum æquale; quin immo data positione punctorum, & plano illo ipso, facile id alterum definitur. Satis est ducere a singulis punctis datis rectas in data directione ad planum datum, quæ dabuntur; tum a summa omnium, quæ jacent ex parte altera, demere summam omnium, si quæ sunt, jacentium ex opposita, ac residuum dividere per numerum punctorum. Ad eam distantiam ducto plano priori parallelo, id erit planum quæsitum distantiarum æquale. Patet autem admodum facile & illud ex eadem demonstratione, & ex solutione superioris problematis, dato cuivis plano non nisi unicum esse posse planum distantiarum æquale, quod quidem ~~per se~~ satis patet.

CCXLVI. Hisce accuratissime demonstratis, atque explicatis, progrediar ad demonstrandum, haberi aliquod gravitatis centrum in

quavis punctorum congerie, utcunque disperforum, & in quotcunque massas ubicunque fitas coalescentium. Id fiet ope sequentis theorematis: si per quoddam punctum transeant tria plana distantiarum aequalium se non in eadem communi aliqua recta secantia, omnia alia plana transeuntia per illud idem punctum erunt itidem distantiarum aequalium plana. Sit enim in Fig. 37 ejusmodi punctum C, per quod transeant tria plana GABH, XABY, ECDF, quae omnia sint plana distantiarum aequalium, ac sit quodvis aliud planum KICL transiens itidem per C, ac secans primum ex iis in recta CI quacunque; oportet ostendere, hoc quoque fore planum distantiarum aequalium, si illa priora ejusmodi sint. Concipiatur quodcunque punctum P; & per ipsum P concipiantur tria plana parallela planis DCEF, ABXY, GABH, quorum sibi priora duo mutuo occurrant in recta PM, postrema duo in PV, primum cum tertio in recta PO; ac primum occurrat plano GABH in MN, secundum vero eidem in MS, plano DCEF in QR, ac plano KICL in SV. ducaturque ST parallela rectis QR, MP, quas, utpote parallelorum planorum intersectiones, patet fore itidem parallelas inter se, uti & MN, PO, DC inter se, ac MS, PTV, BA inter se.

CCXLVII. Jam vero summa omnium distantiarum a plano KICL secundum datam directionem BA erit summa omnium PV, quae resolvitur in tres summas, omnium PR, omnium RT, omnium TV, sive ea, ut Figura exhibet, in unam colligendae sunt, sive, quod in aliis plani novi inclinationibus posset accidere, una ex iis demenda a reliquis binis, ut habeatur omnium PV summa. Porro quaevis PR est distantia a plano DCEF secundum eandem eam directionem; quaevis RT est aequalis QS sibi respondententi, quae ob datas directiones laterum trianguli SCQ est ad CQ, aequalem MN, sive PO, distantiae a plano XABY secundum datam directionem DC, in ratione data; & quaevis VT est itidem in ratione data ad TS aequalem PM, distantiae plano GABH secundum datam directionem EC; ac idcirco etiam nulla ex ipsis PR, RT, TV poterit evanescere, vel directione mutata abire e positiva in negativam, aut vice versa, mutato situ puncti P, nisi sua sibi respondens ipsius puncti P distantia ex iis PR, PO, PM evanescat simul, aut directionem mutet. Quamobrem & summa omnium positiviarum PR, RT, TV ad summam omnium positiviarum PR, PO, PM, & summa omnium negativarum prioris directionis ad summam omnium

mnium negativarum posterioris sibi respondentis, erit itidem in ratione data: ac proinde si omnes positivæ directionum PR, PO, PM a suis negativis destruantur in illis tribus æqualium distantiarum planis, etiam omnes positivæ PR, RT, TV a suis negativis destruentur, adeoque & omnes PV positivæ a suis negativis. Quamobrem planum LCIK erit planum distantiarum æqualium. Q. E. D.

CCXLVIII. Demonstrato hoc theoremate jam sponte illud consequitur, in quavis punctorum congerie, adeoque massarum utcumque dispersarum summa, haberi semper aliquod gravitatis centrum, atque id esse unicum, quod quidem data omnium punctorum positione facile determinabitur. Nam assumpto puncto quovis ad arbitrium ubicunque, ut puncto P, poterunt duci per ipsum tria plana quæcunque, ut OPM, RPM, RPO. Tum singulis poterunt per Num. 245 inveniri plana parallela, quæ sint plana distantiarum æqualium, quorum priora duo si sint DCEF, XABY, se secabunt in aliqua recta CE parallela illorum intersectioni MP; tertium autem GABH ipsam CE debet alicubi secare in C, cum planum VPO secet PM in P: nam ex hac sectione constat, hanc rectam non esse parallelam huic plano, adeoque nec illa illi erit, sed in ipsum alicubi incurret. Transibunt igitur per punctum C tria plana distantiarum æqualium, adeoque per Num. 246 & aliud quodvis planum transiens per punctum idem C erit planum æqualium distantiarum pro quavis directione, & idcirco etiam pro distantis perpendicularibus; ac ipsum punctum C juxta definitionem Num. 240, erit commune gravitatis centrum omnium massarum, sive omnis congeriei punctorum, quod quidem esse unicum, facile deducitur ex definitione, & hac ipsa demonstratione; nam si duo essent, possent utique per ipsa duci duo plana parallela directionis cujusvis, & eorum utrumque esset planum distantiarum æqualium.

CCXLIX. Demonstrandum necessario fuit, haberi aliquod gravitatis centrum, a quo id esse unicum; & perperam id quidem a Mechanicis passim omittitur: si enim id non ubique adesset, & non esset unicum, in paralogismum incurrerent quam plurimæ Mechanicorum ipsorum demonstrationes, qui ubi in plano duas invenerunt rectas, & in solidis tria plana determinantia æquilibrium, in ipsa intersectione constituunt gravitatis centrum, & supponunt omnes alias rectas, vel omnia alia plana, quæ per id punctum ducantur, eandem æquilibrii proprietatem habere, quod utique fuerat non supponendum, sed demonstrandum. Et quidem facile est h-

milis paralogisimi exemplum præbere in alio quodam, quod magnitudinis centrum appellare liceret, per quod nimirum figura sectione quavis secaretur in duas partes æquales inter se, sicut per centrum gravitatis secta, secatur in binas partes æquilibratas in hypothefi gravitatis constantis, & certam directionem habentis plano sectanti parallelam.

CCL. Erraret sane, qui ita definiret centrum magnitudinis, tum determinaret id ipsum in datis figuris eadem illa methodo, quæ pro centro gravitatis adhibetur. Is ex. gr. pro triangulo ABC Fig. 38. in Fig. 38 sic ratiocinationem institueret. Secetur AG bitariam in D, ducaturque BD, quæ utique ipsum triangulum secabit in duas partes æquales. Deinde secta AB itidem bitariam in E ducatur GE, quam itidem constat, debere secare triangulum in partes æquales duas. In earum igitur concursu C habebitur centrum magnitudinis. Hoc invento si progredereetur ulterius, & haberet pro æqualibus partes, quæ alia sectione quacunque facta per C obtinerentur, erraret pessime. Nam ducta ED, jam constat, fore ED parallelam BG, & ejus dimidiam; adeoque similia fore triangula ECD, BCG, & CD dimidiam CB; quare si per C ducatur FH parallela AG, triangulum FBH, erit ad ABG ut quadratum BC ad quadratum BD, seu ut 4 ad 9, adeoque segmentum FBH ad residuum FAGH est ut 4 ad 5, & non in ratione æqualitatis.

CCLI. Nimirum quæcunque punctorum, & massarum congeries, adeoque & figura quævis, in qua concipiatur punctorum numerus auctus in infinitum, donec figura ipsa evadat continua, habet suum gravitatis centrum; centrum magnitudinis infinitæ earum non habent; & illud primum, quod hic accuratissime demonstravi, demonstraveram jam olim methodo aliquanto contractiore in *Dissertatione de Centro Gravitatis*; hujus vero secundi exemplum hic patet, ac in *Dissertatione de centro Magnitudinis*, priori illi addita in secunda ejusdem impressione, determinavi generaliter, in quibus Figuris centrum magnitudinis habeatur, in quibus desit; sed ea ad rem præsentem non pertinent.

CCLII. Ex hac generali determinatione centri gravitatis facile colligitur illud, centrum commune binarum massarum jacere in directum cum centris gravitatis singularum, & horum distantias ab eodem esse reciproce ut ipsas massas. Sint enim binæ massæ, quarum centra gravitatis sint in Fig. 39 in A, & B. Si per rectam AB ducatur planum quodvis, id debet esse planum distantiarum æqua-

qualium respectu cujuslibet. Quare etiam respectu summæ omnium punctorum ad utrumque simul pertinentium distantie omnes hinc, & inde acceptæ æquantur inter se; ac proinde id etiam respectu summæ debet esse planum distantiarum æqualium, & centrum commune debet esse in quovis ex ejusmodi planis, adeoque in intersectione duorum quorumcunque ex iis, nimirum in ipsa recta AB. Quod si jam concipiatur per C planum quodvis secans ipsam AB, erit summa omnium distantiarum ab eo plano secundum directionem AB punctorum pertinentium ad massam A, si a positivis demantur negativæ, æqualis per Num. 242 numero punctorum massæ A ducto in AC, & summa pertinentium ad B numero punctorum in B ducto in BC; quæ producta æquari debent inter se, cum omnium distantiarum summæ positivæ a negativis elidi debeant respectu centri gravitatis C. Erit igitur AC ad CB, ut numerus punctorum in B ad numerum in A, nimirum in ratione massarum reciproca.

CCLIII. Hinc autem facile deducitur communis methodus inveniendi centrum gravitatis commune plurium massarum. Conjunguntur prius centra duarum, & eorum distantia dividitur in ratione reciproca ipsarum. Tum harum commune centrum sic inventum conjungitur cum centro tertiæ, & dividitur distantia in ratione reciproca summæ massarum priorum ad massam tertiam, & ita porro. Quin inmo possunt seorsum inveniri centra gravitatis binarum quarumvis, ternarum, denarum quocunque ordine, tum binaria conjungi cum ternariis, denariis, aliisque, ordine itidem quocunque, & semper eadem methodo devenitur ad centrum commune gravitatis massæ totius. Id patet, quia quocunque massæ considerari possunt pro massa unica, cum agatur de numero punctorum massæ tantummodo, & de summa distantiarum punctorum omnium: summæ massarum constituunt massam, & summæ distantiarum summam per solam conjunctionem ipsarum. Quoniam autem ex generali demonstratione superius facta devenitur semper ad centrum gravitatis, atque id centrum est unicum; quocunque ordine res peragatur, ad illud utique unicum devenitur.

CCLIV. Inde vero illud consequitur, quod est itidem commune, si plurium massarum centra gravitatis sint in eadem aliqua recta, fore etiam in eadem centrum gravitatis summæ omnium; quod viam sternit ad investiganda gravitatis centra etiam in pluribus figuris continuis. Sic in Fig. 38 centrum commune gravitatis rotis trianguli est in illo puncto, quod a recta ducta a vertice anguli

cujusvis ad mediam basin oppositam relinquit trientem versus basin ipsam. Nam omnium rectarum basi parallelarum, quæ omnes a recta BD secantur bisariam, ut FH , centra gravitatis sunt in eadem recta, adeoque & arcæ ab iis contextæ centrum gravitatis est tam in recta BD , quam in recta GE ob eandem rationem, nempe in illo puncto C . Eadem methodus applicatur aliis Figuris solidis, ut pyramidibus; at id, ut & reliqua omnia pertinentia ad inventionem centri gravitatis in diversis curvis lineis, superficiebus, solidis, hinc protluentia, sed meæ Theoriæ communia jam cum vulgaribus elementis, hic omittam, & solum illud iterum innuam, ea rite procedere, ubi jam semel demonstratum fuerit, haberi in massis omnibus aliquod gravitatis centrum, & esse unicum.

Fig. 40. CCLV. In communi methodo alio modo se res habet: postquam inventum est centrum C (in Fig. 40) gravitatis commune massis A & B , juncta pro tertia massa DC , & secta in F in ratione massarum D & $A + B$ reciproca, habetur F pro centro communi omnium trium. Si prius inventum esset centrum commune E massarum D , B , & juncta AE , ea secta fuisset in F in ratione reciproca massarum A , & $B + D$, haberetur itidem illud sectionis punctum pro centro gravitatis. Nisi generaliter demonstratum fuisset, haberi semper aliquod, & esse unicum gravitatis centrum, oporteret hic iterum demonstrare, id novum sectionis punctum fore idem, ac illud prius; sed per singulos casus ire, res infinita esset, cum diversæ rationes conjungendi massas eodem redeant, quo diversi ordines litterarum conjungendarum in voces, de quarum multitudine immensa in exiguo etiam terminorum numero mentionem fecimus in prima parte.

CCLVI. Atque hic illud quidem accidit, quod in numerorum summa, & multiplicatione experimur, ut nimirum quocumque ordine accipiantur numeri, vel singuli, ut addantur numero jam invento, vel ipsum multiplicent, vel plurium aggregata seorsum addita, vel multiplicata; semper ad eundem demum deveniatur numerum post omnes, qui dati fuerant, adhibitos semel singulos; ac in summa patet facile deveniri eodem, & in multiplicatione potest res itidem demonstrari etiam generaliter, sed ea huc non pertinent. Pertinet autem huc magis aliud ejusmodi exemplum petiitum a compositione virium, in qua itidem si multæ vires componantur communi modo componendo inter se duas per diagonalem parallelogrammi, cujus latera eas expriment, tum hanc diagonalem cum

tertia, & ita porro; quocunque ordine res procedat, semper ad eandem demum post omnes adhibitas devenitur. Hujusmodi compositione plurimarum virium generali jam indigebimus, & ad absolutam demonstrationem requiritur generalis expressio compositionis virium quocunque, qua uti soleo. Compono nimirum generaliter motus, qui sunt virium effectus, & ex effectu composito metior vim, ut e spatio, quod dato tempusculo vi aliqua percurreretur, solet ipsa vis simplex quaelibet aestimari. Assumo illud, quod & rationi est consentaneum, & experimentis constat, & facile etiam demonstratur consentire cum communi methodo componendi vires, ac motus per parallelogramma, nimirum punctum sollicitatum simul initio cujusvis tempusculi actione conjuncta virium quarumcunque, quarum directio & magnitudo toto tempusculo perseveret eadem, fore in fine ejus tempusculi in eo loci puncto, in quo esset, si singulae eadem intensitate, & directione egissent alia post alias totidem tempusculis, quot sunt ipsae vires, cessante omni nova sollicitatione, & omni velocitate jam producta a vi quaelibet post suum tempusculum: tum rectam, quae conjungit primum illud punctum cum hoc postremo, assumo pro mensura vis ex omnibus compositae, quae cum eadem perseveret per totum tempusculum, punctum mobile utique per unicam illam eandem rectam abiret. Quod si & velocitatem aliquam habuerit initio illius tempusculi jam acquisitam ante, assumo itidem fore in eo puncto loci, in quo esset, si altero tempusculo percurreret spatium, ad quod determinatur ab illa velocitate, altero spatium, ad quod determinatur a vi, sive aliis totidem tempusculis percurreret spatia, ad quorum singula determinatur a viribus singulis.

CCLVII. Huc recidere methodum componendi per parallelogramma facile constat; si enim in Fig. 41 componendi sint plures Fig. 41. motus, vel vires expressae a rectis PA, PB, PC &c, & incipiendo a binis quibusque PA, PB, eae componantur per parallelogrammum PAMB, tum vis composita PM cum tertia PC per parallelogrammum PMNC, & ita porro; patet, ad idem loci punctum N per haec parallelogramma definitum debere devenire punctum mobile, quod prius percurrat PA, tum AM parallelam & aequalem PB; tum MN parallelam, & aequalem PC, atque ita porro additis quocunque aliis motibus, vel viribus, quae per nova parallela, & aequalia parallelogrammorum latera debeant componi:

CCLVIII. Deveniretur quidem ad idem punctum N, si alio etiam ordine componerentur ii motus, vel vires, ut compositis viribus PA, PC per parallelogrammum PAOC, tum vi PO cum vi PB per novum parallelogrammum, quod itidem haberet cuspidem in N; sed eo deveniretur alia via PAON. Hoc autem ipsum, quod tam multis viis, quam multas diversæ plurium compositiones motuum ac virium exhibere possunt, eodem semper deveniri debeat, sic generaliter demonstro. Si assumatur ultra omnia puncta, ad quæ per ejusmodi compositiones deveniri potest, planum quodcumque, ubi punctum mobile percurrit lineolam pertinentem ad quemcumque determinatum motum; habet eundem perpendicularem accessum ad id planum, vel recessum ab eo, quocumque tempusculo id fiat, sive aliquo e prioribus, sive aliquo e postremis, vel mediis. Nam ea lineola ex quocumque puncto discedat, ad quod deventum jam sit, habet semper eandem & longitudinem, & directionem, cum eidem e componentibus parallela esse debeat, & æqualis. Quare summa ejusmodi accessuum, ac summa recessuum erit eadem in fine omnium tempusculorum, quocumque ordine disponantur lineolæ hæ parallele & æquales lineolis componentibus, adeoque etiam id, quod prodit demendo recessuum summam a summa accessuum, vel vice versa, erit idem, & distantia puncti postremi, ad quod deventum est ab illo eodem plano, erit eadem. Inde autem sponte jam fluit id, quod demonstrandum erat, nimirum punctum illud esse idem semper. Si enim ad duo puncta duabus diversis viis deveniretur, assumpto plano perpendiculari ad rectam, quæ illa duo puncta jungeret, distantia perpendicularis ab ipso non esset utique eadem pro utroque, cum altera distantia deberet alterius esse pars.

CCLIX. Porro similis admodum est etiam methodus, qua utror ad demonstrandum præclarissimum Newtoni theorema, in quod coalescunt simul duo, quæ superius innui, & huc reducuntur. Si quocumque materie puncta utcumque disposita, & in quocumque utcumque disjunctas massas coalescentia habeant velocitates quascumque cum directionibus quibuscumque, & præterea urgeantur viribus mutuis quibuscumque, quæ in binis quibusque punctis æqualiter agant in partes oppositas; centrum commune gravitatis omnium vel quiescet, vel movebitur uniformiter in directum eodem motu, quem haberet, si nulla adesset mutua punctorum actio in se invicem. Hoc autem theorema sic generaliter, & admodum facile, ac luculenter demonstratur. Concipiamus vires singulas per quodvis deter-

minatum tempusculum servare directiones suas, & magnitudines: in fine ejus tempusculi punctum materiae quodvis erit in eo loci puncto, in quo esset, si singularum virium effectus, vel effectus velocitatis ipsius illi tempusculo debitus, haberentur cum eadem sua directione & magnitudine alii post alios totidem tempusculis, quot vires agunt. Assumantur jam totidem tempuscula, quot sunt punctorum binaria diversa in ea omni congerie, & praeterea unum, ac primo tempusculo habeant omnia puncta motus debitos velocitatibus illis suis, quas habent initio ipsius, singula singulos; tum assignato quovis e sequentibus tempusculis cuivis binario, habeat binarium quodvis tempusculo sibi respondente motum debitum vi mutuae, quae agit inter bina ejus puncta, ceteris omnibus quiescentibus. In fine postremi tempusculi omnia puncta materiae erunt in hac hypothese in iis punctis loci, in quibus revera esse debent in fine unici primi tempusculi ex actione conjuncta virium omnium cum singulis singulorum velocitatibus.

CCLX. Concipiatur jam ultra omnia ejusmodi puncta planum quodcunque. Primo ex illis tot assumptis tempusculis alia puncta accedent, alia recedent ab eo plano, & summa accessuum omnium punctorum omnium demptis omnibus recessibus, si qua superest, vel vice versa summa recessuum demptis accessibus, divisa per numerum omnium punctorum, aequabitur accessui perpendiculari ad idem planum, vel recessui centri gravitatis communis; cum summa distantiarum perpendicularium tam initio tempusculi, quam in fine, divisa per eundem numerum exhibeat ipsius communis centri gravitatis distantiam per Num. 245. Sequentibus autem tempusculis manebit utrique eadem distantia centri gravitatis communis ab eodem plano nunquam mutata, quia ob aequales & contrarios punctorum motus, alterius accessus ab alterius recessu aequali eliditur. Quamobrem in fine omnium tempusculorum ejus distantia erit eadem, & accessus ad planum erit idem, qui esset, si solae adfuissent ejusmodi velocitates, quae habebantur initio; adeoque etiam cum omnes vires simul agunt, in fine illius unici tempusculi habebitur distantia, quae haberetur, si vires illae mutuae non egissent, & accessus aequabitur summae accessuum, qui haberentur ex solis velocitatibus, demptis recessibus. Si jam secundum tempusculum consideretur, in quo simul agant vires mutuae, & velocitates, debent considerari tria genera motuum: primum eorum, qui proveniunt a velocitatibus, quae habebantur initio primi tempusculi; secundum eorum,

qui proveniunt a velocitatibus acquisitis actione virium durante per primum tempusculum; tertium eorum, qui proveniunt a novis actionibus virium mutuarum, quæ ob mutatas jam positiones concipiuntur aliis directionibus agere per totum secundum tempusculum. Porro quoniam hi posteriorum duorum generum motus sunt in singulis punctorum binariis contrarii & æquales, illi itidem distantiam centri gravitatis ab eodem plano, & accessum, vel recessum debitum secundo tempusculo non mutant, sed ea habentur, sicuti haberentur, si semper durarent solæ illæ velocitates, quæ habebantur initio primi tempusculi; & idem redit argumentum pro tempusculo quocunque: singulis advenientibus tempusculis accedet novum motuum genus durantibus cum sua directione, & magnitudine velocitatibus omnibus inductis per singula præcedentia tempuscula, ex quibus omnibus, & ex nova actione vis mutæ, componitur quovis tempusculo motus puncti cujusvis: sed omnia ista inducant motus contrarios, & æquales, adeoque summam accessum, vel recessum ortam ab illis solis initialibus velocitatibus non mutant.

CC LXI. Quod si jam tempusculorum magnitudo minuatur in infinitum, aucto itidem in infinitum intra quodvis finitum tempus eorundem numero, donec evadat continuum tempus, & continua positionum, ac virium mutatio; adhuc centrum gravitatis in fine continui temporis cujuscunque, adeoque & in fine partium quarumcunque ejusdem temporis, habebit ab eodem plano distantiam perpendicularem, quam haberet ex solis velocitatibus habitis initio ejus temporis, si nullæ deinde egissent mutæ vires; & accessus ad illud planum, vel recessus ab eo, æquabitur summæ omnium accessum pertinentium ad omnia puncta demptis omnibus recessibus, vel vice versa. Is vero accessus vel recessus assumptis binis ejus temporis partibus quibuscunque, erit proportionalis ipsis temporibus. Nam singulorum punctorum accessus vel recessus orti ex illis velocitatibus initialibus perseverantibus, adeoque ex motu æquabili, sunt in ratione eadem earundem temporis partium; ac proinde & eorum summæ in eadem ratione sunt.

CC LXII. Inde vero prona jam est theorematis demonstratio. Ponamus enim, centrum gravitatis quiescere quodam tempore, tum moveri per aliquod aliud tempus. Debebit utique aliquo momento ejus temporis esse in alio loci puncto, diverso ab eo, in quo erat initio motus. Sumatur pro primæ duabus partibus temporis continui pars ejus temporis, quo punctum quiescebat, & pro secunda

tempus ab initio motus usque ad quodvis momentum, quo centrum illud gravitatis devenit ad aliud aliquod punctum loci. Ducta recta ab initio ad finem hujusce motus, tum accepto plano aliquo perpendiculari ipsi productæ ultra omnia puncta, centrum gravitatis ad id planum accederet secunda continui ejus temporis parte per intervallum æquale illi rectæ, & nihil accessisset primo tempore, adeoque accessus non fuissent proportionales illis partibus continui temporis. Quamobrem ipsam commune gravitatis centrum vel semper quiescet, vel movetur semper. Si autem movetur, debet moveri in directum. Si enim omnia puncta loci, per quæ transit, non jacent in directum, sumantur tria in directum non jacentia, & ducatur recta per prima duo, quæ per tertium non transibit, adeoque per ipsam duci poterit planum, quod non transeat per tertium, tum ultra omnem punctorum congeriem planum ipsi parallelum. Ad id secundum nihil accessisset illo tempore, quo a primo loci puncto devenisset ad secundum, & eo tempore, quo ivisset a secundo ad tertium, accessisset per intervallum æquale distantie a priore plano, adeoque accessus iterum proportionales temporibus non fuissent. Demum motus erit æqualis. Si enim ultra omnia puncta concipiatur planum perpendiculare rectæ, per quam movetur ipsum centrum commune gravitatis, jacens ad eam partem, in quam id progreditur, accessus ad ipsum planum erit totus, integer motus ejusdem centri, adeoque cum ii accessus debeant esse proportionales temporibus, erunt ipsis temporibus proportionales motus integri; & idcirco non tantum rectilineus, sed & uniformis erit motus; unde jam evidentissime patet theorema totum.

CCLXIII. Ex eodem fonte, ex quo profluxit hoc generale theorema, sponte fluit hoc aliud ut consuetarium: quantitas motus in mundo conservatur semper eadem, si ea computetur secundum directionem quancunque ita, ut motus secundum directionem oppositam consideretur ut negativus, & ejusmodi motuum contrariorum summa subtrahatur a summa directorum. Si enim consideretur eidem directioni perpendiculare planum ultra omnia materiae puncta, quantitas motus in ea directione est summa omnium accessuum, demptis omnibus recessibus, quæ summa tempusculis æqualibus manet eadem, cum mutue vires inducant accessus & recessus se mutuo destruentes; nec ejusmodi conservationi obsunt liberi motus ab anima nostra producti, cum nec ipsa vires ullas possit exerere, nisi quæ agant in partes oppositas æqualiter.

CCIXIV. Porro ex illo Newtoniano theoremate statim jam profuit lex actionis, & reactionis aequalium pro massis omnibus. Nimirum si duae massae quaecunque in se invicem agant viribus quibuscunque mutuis, & inter singula punctorum binaria aequalibus, binae illae massae acquirant ab actionibus mutuis summas motuum aequales in partes contrarias, & celeritates acquisite ab earum centrīs gravitatis in partes oppositas, componendae cum antecedentibus ipsarum celeritatibus, erunt in ratione reciproca massarum. Nam centrum commune gravitatis omnium a mutuis actionibus nihil turbabitur per hoc theoremā, & sive ejusmodi vires agant, sive non agant, sed solius inertiae effectus habeantur, semper ab eodem communi gravitatis centro distabunt ea bina gravitatis centra hinc, & inde in directum ad distantias reciproce proportionales massis ipsis. Quare si praeter priores motus ex vi inertiae uniformes, ob actionem mutuam adhuc magis ad hoc commune centrum accedet alterum ex iis, vel ab eo recedet, accedet & alterum, vel recedet, accessibus vel recessibus reciproce proportionalibus ipsis massis. Nam accessus ipsi, vel recessus, sunt differentiae distantiarum habitarum cum actione mutuarum virium a distantis habendis sine iis, adeoque erunt & ipsi in ratione reciproca massarum, in qua sunt totae distantiae. Quod si per centrum commune gravitatis concipiatur planum quodcunque, cui quaevis data directio non sit parallela, summa accessuum, vel recessuum punctorum omnium massae utriuslibet ad ipsum secundum eam directionem demptis oppositis, quae est summa motuum secundum directionem eandem, aequabitur accessui, vel recessui centri gravitatis ejus massae ducto in punctorum numerum; accessus vero vel recessus alterius centri ad accessum, vel recessum alterius in directione eadem, erit ut secundus numerus ad primum; nam accessus, & recessus in quavis directione data sunt inter se, ut accessus, vel recessus in quavis alia itidem data; & accessus ac recessus in directione, quae jungit centra massarum, sunt in ratione reciproca ipsarum massarum. Quare productum accessus, vel recessus centri primae massae per numerum punctorum, quae habentur in ipsa, aequatur producto accessus, vel recessus secundae per numerum punctorum, quae in ipsa continentur; nimirum ipsae motuum summae in illa directione computatorum aequales sunt inter se, in quo ipsa actionis, & reactionis aequalitas est sita.

CCIXV. Ex hac actionum, & reactionum aequalitate sponte profluunt leges collisionis corporum, quas ex hoc ipso principio

Wrennus olim, Hugenius, & Wallisus invenerunt simul, ut in hac ipsa lege Naturæ exponenda Newtonus etiam memorat Principiorum Lib. 1. Ostendam autem, quo pacto generales formulæ inde deducantur tam pro directis collisionibus corporum mollium, quam pro perfecte, vel pro imperfecte elasticorum. Corpora mollia dicuntur ea, quæ resistunt mutationi figuræ, seu compressioni, sed compressa nullam exercent vim ad figuram recuperandam, ut est cera, vel sebum. Corpora elastica, quæ figuram amissam recuperare nituntur; & si vis ad recuperandam sit æqualis vi ad non amittendam, dicuntur perfecte elastica, quæ quidem, ut & perfecte mollia, nulla, ut arbitror, sunt in natura; si autem imperfecte elastica sunt, vis, quæ in amittenda, ad vim, quæ in recuperanda figuræ exercetur, datam aliquam rationem habet. Addi solet & tertium corporum genus, quæ dura dicunt, quæ nimirum figuram prorsus non mutant; sed ea itidem in natura nusquam sunt juxta communem sententiam, & multo magis nulla usquam sunt in hac mea Theoria. Adhuc qui ipsa velit agnoscere, is mollia consideret, quæ minus, ac minus comprimantur, donec compressio evadat nulla; & ita, quæ de mollibus dicentur, aptari poterunt duris multo meliøre jure, quam alii elasticorum leges ad ipsa transferant, considerando elasticitatem infinitam ita, ut figuræ nec mutetur, nec se restituat; nam si figuræ non mutetur, adhuc concipi poterit, impenetrabilitatis vi amissus motus, ut amitteretur in compressione; sed ad supplendam vim, quæ exeritur ab elasticis in recuperanda figuræ, non est, quod concipi possit, ubi figuræ recuperari non debet. Porro unde corpora mollia sint, vel elastica, hic non quaero; id pertinet ad tertiam partem, quanquam id ipsum innui superius Num. 198, sed leges, quæ in eorum collisionibus observari debent, & ex superiore theoremate fluunt, expono. Ut autem simplicior evadat res, considerabo globos, atque hos ipsos circumquaque circa centrum, in eadem saltem ab ipso centro distantia, homogeneos, qui primo quidem concurrant directe; nam deinde ad obliquas etiam collisiones faciemus gradum.

CCLXVI. Porro ubi globus in globum agit, & ambo paribus a centro distantibus homogenei sunt, facile constat, vim mutuam, quæ est summa omnium virium, qua singula alterius puncta agunt in singula puncta alterius, habituram semper directionem, quæ jungit centra; nam in ea recta jacent centra ipsorum globorum, quæ in eo homogeneitatis casu facile constat, esse centra eisdem gravita-

tis globorum ipsorum; & in eadem jacet centrum commune gravitatis utriusque, ad quod viribus illis mutuis, quas alter globus exercet in alterum, debent ad se invicem accedere, vel a se invicem recedere; unde fit, ut motus, quos acquirunt globorum centra ex actione mutua alterius in alterum, debeant esse in directione, quæ jungit centra. Id autem generaliter extendi potest etiam ad casum, in quo concipiatur massa immensa terminata superficie plana, sive quoddam immensum planum agere in globum finitum, vel in punctum unicuique, ac vice versa: nam alterius globi radio in infinitum aucto superficies in planum definit; & radio alterius in infinitum imminuto, globus abit in punctum. Quin etiam si massa quævis teres, sive circa axem quemdam rotunda, & in quovis plano perpendiculari axi homogenea, vel etiam circulus simplex, agat, vel concipiatur agere in globum, vel punctum in ipso axe constitutum.

CCLXVII. Præcurrat jam globus mollis cum velocitate minore, quem alius itidem mollis consequatur cum majore ita, ut centra ferantur in eadem recta, quæ illa conjungit, & hic demum incurrat in illum, quæ dicitur collisio directa. Is incurfus mihi quidem non fiet per immediatum contactum, sed antequam ad contactum deveniant, vi mutua repulsiva comprimuntur partes posteriores præcedentis, & anteriores sequentis, quæ compressio fiet semper major, donec ad æquales celeritates devenerint; tum enim accessus ulterior desinet, adeoque & ulterior compressio; & quoniam corpora sunt mollia, nullam aliam exercent vim mutuam post ejusmodi compressionem, sed cum æquali illa velocitate pergent moveri porro. Hæc æqualitas velocitatis, ad quam reducuntur ii duo globi, una cum æqualitate actionis, & reactionis æqualium, rem totam perficient. Sit enim massa, sive quantitas materiæ, globi præcurrentis = q , insequentis = Q ; celeritas illius = c , hujus = C : quantitas motus illius ante collisionem erit cq , hujus CQ ; nam celeritas ducta per numerum punctorum exhibet summam motuum punctorum omnium, sive quantitatem motus; unde etiam fit, ut quantitas motus per massam divisa exhibeat celeritatem. Ob actionem & reactionem æquales, hæc quantitas erit eadem etiam post collisionem, post quam motus totus utriusque massæ, erit $CQ + cq$. Quoniam autem progrediuntur cum æquali celeritate, celeritas illa habebitur, si quantitas motus dividatur per totam quantitatem materiæ; quæ idcirco erit $\frac{CQ + cq}{Q + q}$. Nimirum ad habendam

velocitatem communem post collisionem, oportebit ducere
fin-

singulas massas in suas celeritates, & productorum summam dividere per summam massarum.

CCLXVIII. Si alter globus q quiescat, satis erit illius celeritatem c considerare $= 0$; & si moveatur motu contrario motui prioris globi, satis erit illi valorem negativum tribuere; ut adeo & hic, & in sequentibus formula inventa pro illo primo casu globorum in eandem progredientium plagam, omnes casus contineat. In eo autem si libeat invenire celeritatem amissam a globo Q , & celeritatem acquisitam a globo q , satis erit reducere singulas formulas $C - \frac{CQ + cq}{Q + q}$, & $\frac{CQ + cq}{Q + q} - c$ ad eundem denominatorem, ac habebitur $\frac{Cq - cq}{Q + q}$, & $\frac{CQ - cQ}{Q + q}$, ex quibus deducitur hujus-

modi theorema: *ut summa massarum ad massam alteram, ita differentia celeritatum ad celeritatem ab altera acquisitam, quae in eo casu accelerabit motum praecurrentis, & retardabit motum consequentis.*

CCLXIX. Ex hisce, quae pertinent ad corpora mollia, facile est progredi ad perfecte elastica. In iis post compressionem maximam, & mutationem figurae inductam ab ipsa, quae habetur, ubi ad aequales velocitates est ventum, agent adhuc in se invicem hinc & inde, donec deveniant ad figuram priorem, & haec actio duplicabit effectum priorem. Ubi ad sphaericam figuram devenit, quod fit recessu mutuo oppositarum superficierum, quae in compressione ad se invicem accesserant, pergunt utique a se invicem recedere aliquanto magis eadem superficies, & figura producentur, sed opposita jam vi mutua inter partes ejusdem globi incipient retrahi, & productio perget fieri, sed usque lentius, donec ad maximam quandam productionem devenit, quae deinde incipiet minui, & globus ad sphaericam figuram accedet iterum, ac iterum comprimetur motu quodam oscillatorio, ac partium trepidatione hinc, & inde a figura sphaerica, uti supra vidimus etiam duo puncta circa distantiam limitis cohaesionis oscillare hinc, & inde; sed id ad collisionem, & motus centrorum gravitatis nihil pertinebit, quorum status a viribus mutuis nihil turbatur; actio autem unius globi in alterum statim cessabit post regressum ad figuram sphaericam, post quem superficies alterius postica, & alterius antica in centra jam retracta, ulteriore centrorum discessu a se invicem incipient ita distare, ut vires in se invicem non exerant, quarum effectus sentiri possit; & hypothesis perfecte elasticorum est,

est, ut tantus sit mutuae actionis effectus in recuperanda figura, quantum fuit in amittenda.

CCLXX. Duplicato igitur effectu globus Q amittet celeritatem $\frac{2Cq - 2cq}{Q + q}$, & globus q acquirat celeritatem $\frac{2CQ - 2cQ}{Q + q}$.

Quare illius celeritas post collisionem erit $C - \frac{2CQ - 2cQ}{Q + q}$, sive $\frac{Cq - CQ + 2cQ}{Q + q}$; hujus vero erit $c + \frac{2Cq - 2cq}{Q + q} = \frac{cQ - cq + 2Cq}{Q + q}$.

& motus fient in eandem plagam, vel globus alter quiescet, vel fient in plagas oppositas, prout determinatis valoribus Q , q , C , c formulae valor evaserit positivus, nullus, vel negativus.

CCLXXI. Quodsi elasticitas fuerit imperfecta, & vis in amittenda ad vim in recuperanda figura fuerit in aliqua ratione data, erit & effectus prioris ad effectum posterioris itidem in ratione data, nimirum in ratione subduplicata prioris; nam ubi per idem spatium agunt vires, & velocitas oritur, vel extinguitur tota, ut hic respectiva velocitas extinguitur in compressione, oritur in restitutione figurae, quadrata velocitatum sunt ut areae, quas describunt ordinatae viribus proportionales juxta Num. 175, & hinc areae erunt in ratione virium, si, viribus constantibus, sint constantes & ordinatae, cum inde fiat, ut scalae celeritatum ab iis descriptae sint rectangula. Sit igitur rationis constantis illarum virium ratio subduplicata m ad n , & erit effectus in amittenda figura ad summam effectuum in rota collisione, ut m ad $m + n$, quae ratio si ponatur esse 1 ad r , ut sit $r = \frac{m + n}{m}$, satis erit, effectus illos inventos

pro globis mollibus, sive celeritatem ab altero amissam, ab altero acquisitam, non duplicare, ut in perfecte elasticis, sed multiplicare per r , ut habeantur velocitates acquisitae in partes contrarias, & componendae cum velocitatibus prioribus. Erit nimirum illa, quae pertinet ad globum $Q = \frac{rCq - rcq}{Q + q}$, & quae pertinet ad globum q ,

erit $= \frac{rCQ - rcQ}{Q + q}$, adeoque velocitas illius post congressum erit $C - \frac{rCq - rcq}{Q + q}$, & hujus $c + \frac{rCQ - rcQ}{Q + q}$; quae formulae itidem re-

ducuntur ad eosdem denominatores; ac tum ex hisce formulis, tum e superioribus, quam plurima elegantissima theoremata deducuntur, quae quidem passim inveniuntur in elementaribus libris, & ego ipse ali-

aliquanto uberius persecutus sum in Supplementis Stayanis ad Lib. 2 § 2; sed hic satis est, fundamenta ipsa, & primarias formulas derivasse ex eadem Theoria, & ex proprietatibus centri gravitatis, ac motuum oppositorum æqualium, deductis ex Theoria eadem; nec nisi binos, vel ternos evolvam casus usui futuros infra, antequam ad obliquam collisionem, ac reflexionem motuum gradum faciam.

CCLXXII. Si globus perfecte elasticus incurrat in globum itidem quiescentem, erit $c = 0$, adeoque velocitas contraria priori pertinens ad incurrentem, quæ erat $\frac{2Cq - 2cq}{Q + q}$, erit $\frac{2Cq}{Q + q}$; velocitas acquisita a quiescente, quæ erat $\frac{2CQ - 2cQ}{Q + q}$, erit $\frac{2CQ}{Q + q}$; un-

de habebitur hoc theorema: ut summa massarum ad duplam massam incurrentis, vel quiescentis, ita celeritas incurrentis ad celeritatem amissam a primo, vel acquisitam a secundo; & si massæ æquales fuerint, sit ea ratio æqualitatis; ac proinde globus incurrens totam suam velocitatem amittit, acquirendo nimirum æqualem contrariam, a qua ea elidatur, & globus quiescens acquirit velocitatem, quam ante habuerat globus incurrens.

CCLXXIII. Si globus imperfecte elasticus incurrat in globum quiescentem immensum, & qui habeatur pro absolute infinito, cujus idcirco superficies haberetur pro plana, in formula velocitatis acquisitæ a globo quiescente $\frac{rCQ - rcQ}{Q + q}$, cum evanescat Q respectu q absolute infiniti, & proinde $\frac{Q}{Q + q}$ evadat $= 0$, tota formula evan-

escit, adeoque ipse haberi potest pro plano immobili. In formula vero velocitatis, quam in partem oppositam acquireret globus incurrens, $\frac{rCq - rcq}{Q + q}$, evadit $c = 0$, & Q evanescit itidem respectu q .

Hinc habetur $\frac{rCq}{q}$, sive rC , nimirum ob $r = \frac{m + n}{m}$ fit $(\frac{m + n}{m}) \times C$, cujus prima pars $\frac{m}{m} \times C$ sive C , est illa, quæ amittitur, sive acquiritur

in partem oppositam in comprimenda figura, & $\frac{n}{m} \times C$ est illa,

quæ acquiritur in recuperanda, ubi si sit $n = 0$ quod accidit nimirum in perfecte mollibus, habetur sola pars prima; si $m = n$, quod accidit in perfecte elasticis, est $\frac{n}{m} \times C = C$, secunda pars æqualis

primæ; & in reliquis casibus est ut m ad n , ita illa pars prima C , sive præcedens velocitas, quæ per primam partem acquisitam eliditur, ad partem secundam, quæ remanet in plagam oppositam. Quamobrem habetur ejusmodi theorema: si incitat ad perpendicularum in planum immobile globus perfecte mollis, acquirit velocitatem contrariam æqualem suæ priori, & quiescit; si perfecte elasticus, acquirit duplam suæ, nimirum æqualem in compressione, qua motus omnis sistitur, & æqualem in recuperanda figura, cum qua resiliit; si fuerit imperfecte elasticus in ratione m ad n , in illa eadem ratione erit velocitas priori suæ contraria acquisita, dum figura mutatur, quæ priorem ipsam velocitatem extinguit, ad velocitatem, quam acquirit, dum figura restituitur, & cum qua resiliit.

CCLXXIV. Est & aliud theorema aliquanto operosius, sed generale, & elegans, ab Hugenio inventum pro perfecte elasticis, quod nimirum summa quadratorum velocitatis ductorum in massas post congressum remaneat eadem, quæ fuerat ante ipsum. Nam Velocitates post congressum sunt $C - \frac{2q}{Q+q}(C-c)$ & $c + \frac{2q}{Q+q}(C-c)$; quadrata ducta in massas continent singula ternos terminos: primi erunt $QCC + qcc$; secundi erunt $(-CC + Cc) \frac{4Qq}{Q+q} + (cC - cc) \frac{4Qq}{Q+q}$, quorum summa evadit $(-CC + 2Cc - cc) \frac{4Qq}{Q+q}$; postremi erunt $\frac{4Qqq}{(Q+q)^2} \times (CC - 2Cc + cc)$, & $\frac{4qQQ}{(Q+q)^2} \times (CC - 2Cc + cc)$, sive simul $\frac{4(Q+q) \times Qq}{(Q+q)^2} \times (CC - 2Cc + cc)$, vel $\frac{4Qq}{Q+q} \times (CC - 2Cc + cc)$, quod destruit summam secundi terminorum binarii, remanente sola illa $QCC + qcc$, summa quadratorum velocitatum præcedentium ducta in massas. Sed hæc æqualitas nec habetur in mollibus, nec in imperfecte elasticis.

Fig. 42. CCLXXV. Veniendo jam ad congressus obliquos, deveniant dato tempore bini globi A , C in Fig. 42 per rectas quascunque AB , CD , quæ illorum velocitates metiantur, in B , & D ad Physicum contactum, in quo jam sensibilem effectum edunt vires mutæ. Communi methodo collisionis effectus sic definitur. Junctis eorum centris per rectam BD , ducantur ad eam productam, qua opus est, perpendiculara AF , CH , & completis rectangulis $AFBE$, $CHDG$ resolvantur singuli motus AB , CD in binos; ille quidem AF ,

AF, AE, five BE, BF, hic vero CH, CG, five GD, DH. Primus utrobique manet illæsus; secundus FB, & HD collisionem facit directam. Inveniantur per legem collisionis directæ velocitates DI, DK, quæ juxta ejusmodi leges superius expositas haberentur post collisionem diversæ pro diversis corporum speciebus, & componantur cum velocitatibus expositis per rectas BL, DQ jacentes in directum cum EB, GD, & illis æquales. His peractis expriment BM, DP celeritates, ac directiones motuum post collisionem.

CCLXXVII. Hoc pacto consideratur resolutio motuum, ut vera quædam resolutio in duos, quorum alter illæsus perseveret, alter mutationem patiatur, ac in casu, quem Figura exprimit, extinguatur penitus, tum iterum alius producat. At sine ulla vera resolutione res vere accidit hoc pacto. Mutua vis, quæ agit in globos B, D, dat illis toto collisionis tempore velocitates contrarias BN, DS æquales in casu, quem Figura exprimit, binis illis, quarum altera vulgo concipitur ut elisa, altera ut renascens. Eæ compositæ cum BO, DR jacentibus in directum cum AB, CD, & æqualibus iis ipsis, adeoque exprimentibus effectus integros præcedentium velocitatum, exhibent illas ipsas velocitates BM, DP. Facile enim patet, fore LO æqualem AE, five BF, adeoque MO æqualem BN, & BNMO fore parallelogrammum; ac eadem demonstratione est itidem parallelogrammum DRPS. Quamobrem nulla ibi est vera resolutio, sed sola compositio motuum, perseverante nimirum velocitate priore per vim inertiae, & ea composita cum nova velocitate, quam generant vires, quæ agunt in collisione.

CCLXXVII. Idem mihi accidit, ubi oblique globus incurrit in planum, five consideretur motus, qui haberi debet deinde, five percussionis obliquæ energia respectu perpendicularis. Deveniat in Fig. 43 globus A directione obliqua AB ad planum CD consideratum ut immobile, quod contingat physice in N, & concipiatur planum GI parallelum priori ductum per centrum B, ad quod appellet ipsum centrum, & a quo resiliat, si resilit. Ducta AF perpendiculari ad GI, & completo parallelogrammo AFBE, in communi methodo resolvitur velocitas AB in duas AF, AE, five FB, EB; primam dicunt manere illæsam; secundam destrui a resistentia plani; tum perseverare illam solam per BI æqualem ipsi FB, si corpus incurrens sit perfecte molle, vel componi cum alia in perfecte elasticis BE, æquali priori EB; in imperfecte elasticis

B_e , quæ ad priorem EB habeat rationem datam, & percurrere in primo casu BI , in secundo BM , in tertio Bm . At in mea Theoria globus a viribus in illa minima distantia agentibus, quæ ibi sunt repulsivæ acquirat secundum directionem NE perpendicularem plano repellenti CD in primo casu velocitatem BE , æqualem illi, quam acquireret, si cum velocitate EB perpendiculariter advenisset per EB ; in secundo BL ejus duplam; in tertio BP , quæ ad ipsam habeat illam rationem datam r ad 1 , sive $m + n$ ad m , & haberet deinde velocitatem compositam ex velocitate priore manente, ac expressa per BO æqualem AB , & positam ipsi in directum, ac ex altera BE , BL , BP , ex quibus constat, componi illas ipsas BI , BM , Bm , quas prius, cum ob OI æqualem AF , sive BE , & IM , Im æquales BE , B_e , sive EL , EP , totæ etiam totis OI , OM , Om sint æquales, & parallelæ.

CCLXXVIII. Res mihi per compositionem virium ubique eodem redit, quo in communi methodo per earum resolutionem. Resolutionem solent vulgo admittere in motibus, quos vocant impeditos, ubi vel planum subiectum, vel ripa ad latus procursum impediens, ut in fluviorum alveis, vel filum, aut virga sustentans, ut in pendulorum oscillationibus, impedit motum secundum eam directionem, qua agunt velocitates jam conceptæ, vel vires; ut & virium resolutionem agnoscunt, ubi binæ, vel plures etiam vires unius cujusdam vis alia directione agentis effectum impediunt, ut ubi grave a binis obliquis planis sustentatur, quorum utrumque premit directione ipsi plano perpendiculari, vel ubi a pluribus filis elasticis oblique sitis sustentatur. In omnibus istis casibus illi velocitatem, vel vim agnoscunt vere resolutam in duas, quarum utrique simul illa unica velocitas, vel vis æquivalear, ex illis veluti partibus constituta, quarum si altera impediatur, debeat altera perseverare, vel si impediatur utraque, suum utraque effectum edat seorsum. At quoniam id impedimentum in mea Theoria nunquam habebitur ab immediato contactu plani rigidi subiecti, nec a virga vere rigida, & inflexibili sustentante, sed semper a viribus mutuis repulsivis in primo casu, attractivis in secundo; semper habebitur nova velocitas, vel vis æqualis & contraria illi, quam communis methodus elisam dicit, quæ cum tota velocitate, vel vi obliqua composita eundem motum, vel idem æquilibrium restituet, ac idem omnino erit, in effectuum computatione considerare partes illas binas, & alteram, vel utramque impeditam, ac considerare priorem totam; aut velo-

cita-

citatem, aut vim, compositam cum iis novis contrariis, & æqualibus illi parti, vel illis partibus, quæ dicebantur elidi. In id autem, quod vel inferne, vel superne motum massæ cujuscumque impedit, vel vim, non ager pars illa prioris velocitatis, vel illius vis, quæ concipitur resoluta, sed velocitas orta a vi mutua, & contraria velocitati illi novæ genitæ in eadem massa, a vi mutua, vel ipsa vis mutua, quæ semper debet agere in partes contrarias, & cui occasionem præbet illa determinata distantia major, vel minor, quam sit, quæ limites, & æquilibrium constitueret.

CCLXXIX. Id quidem abunde apparet in ipso superiore exemplo. Ibi in Fig. 43 globus (quem concipiamus mollem) advenit oblique per AB, & oblique impeditur a plano ejus progressus. Non est velocitas perpendicularis AF, vel EB, quæ extinguitur, durante AE, vel FB, uti diximus; nec illa urfit planum CD. Velocitas AB occasionem dedit globo accedendi ad planum CD usque ad eam exiguam distantiam, in qua vires variæ agerent, donec ex omnium actionibus conjunctis impediretur ulterior accessus ad ipsum planum, siue perpendicularis distantiæ ulterior diminutio. Illæ vires agent simul in directione perpendiculari ad ipsum planum juxta Num. 266; debebunt autem, ut impediunt ejusmodi ulteriorem accessum, producere in ipso globo velocitatem, quæ composita cum tota BO perseverante in eadem directione AB, exhibeat velocitatem per BI parallelam CD. Quoniam vero triangula rectangula AEB, BIO æqualia erunt necessario ob AB, BO æquales, erit BEIO parallelogrammum, adeoque velocitas perpendicularis, quæ cum priore velocitate BO debeat componere velocitatem per rectam parallelam plano, debet necessario esse contraria, & æqualis illi ipsi EB perpendiculari eidem plano, in quam resolvunt vulgo velocitatem AB. Interea vero vis, quæ semper agit in partes contrarias æqualiter, urferit planum tantundem, & omnes in eo produxerit effectus illos, qui vulgo tribuuntur globo advenienti cum velocitate ejusmodi, ut perpendicularis ejus pars sit EB.

CCLXXX. Idem accidit etiam in reliquis omnibus casibus superius memoratis. Descendat globus gravis per planum inclinatum CD (Fig. 44) oblique, quod in communi sententia continget Fig. 44. hunc in modum. Resolvunt gravitatem BO in duas, alteram BR perpendicularem plano CD, quæ urgetur ipsum planum, quod eum sustinet; alteram BI, parallelam eidem plano, quæ obliquum descensum accelerat. In mea Theoria gravitas cogit globum semper

magis accedere ad planum CD, donec distantia evadat ejusmodi, ut vires mutuae repulsivae agant, & illa quidem, quae agit in B, sit ejusmodi, ut composita cum BO exhibeat BI parallelam plano ipsi, adeoque non inducentem ulteriorem accessum, sit autem perpendicularis plano ipsi. Porro ejusmodi est BE, jacens in directum cum RB, & ipsi aequalis, cum nimirum debeat esse parallela, & aequalis OL. Vis autem aequalis ipsi, & contraria, adeoque expressa per BR, urgebit planum.

Fig. 45.

(CCLXXXI. Quod si grave suspensum (in Fig. 45) filo, vel virga BC debeat oblique descendere per arcum circuli BD, tum vero in communi methodo gravitatem BO itidem resolvunt in duas BR, BI, quarum prima filum, vel virgam tendat, & elidatur, secunda acceleret descensum obliquum, qui fieret ex velocitate concepta per rectam BA perpendiculararem BC, ac praeterea etiam tensionem fili agnoscunt ortam a vi centrifuga, quae exprimitur per DA perpendiculararem tangenti. At in mea Theoria res hoc pacto procedit. Globus ex B abit ad D per vires tres compositas simul cum velocitate praecedente; prima e viribus est vis gravitatis BO; secunda attractio versus C orta a tensione fili, vel virgae, expressa per BE parallelam & aequalem OI, adeoque BR, quae sola componerent vim BI; tertia est attractio in C expressa per BH aequalem AD. Adest praeterea velocitas praecedens, quam exprimit BK aequalis IA, ut sit BI aequalis KA. His viribus cum ea velocitate simul agentibus erit globus in D in fine ejus tempusculi, cui ejusmodi effectus illarum virium respondent. Nam ibi debet esse, ubi esset, si aliae ex illis causis agerent post alias: gravitate agente veniret per BO; vi BE abiret per OI, velocitate BK abiret per IA ipsi aequalem; vi BH abiret per AD. Quamobrem res tota itidem peragitur sola compositione virium, & motuum.

CCLXXXII. Porro si sumatur EG aequalis BH; tum tota attractio orta a tensione fili erit BG, quae prius considerata est tanquam e binis partibus in directum agentibus composita, ac res eodem redit; nam si prius componantur BH, & BE in BG (quo casu tota BG ut unica vis haberetur), tum BO, ac demum BK, ad idem punctum D rediretur juxta generalem demonstrationem, quam dedi Num. 258. Porro vi expressa per totum BG attraheretur contra punctum suspensionis versus B, ubi pars EG, vel BH ad partem BE habet proportionem pendentem a celeritate BK, ab angulo RBO, ac a radio CB; sed ista meae Theoriae cum omnium

usita-

usitatis Mechanicæ elementis communia sunt, posteaquam compositionis hujus cum illa resolutione æquivalentia est demonstrata.

BCLXXXIII. Quæ de motu diximus factæ vi oblique, sed non penitus impedita, eadem in æquilibrio habent locum, ubi omnis impeditur motus. Innitatur globus gravis B (Fig. 46) binis planis AC, CD, quæ accurate, vel in mea Theoria physice solum, contingat in H, & F, & gravitatem referat recta verticalis BO, ac ex puncto O ad rectas BH, BF ducantur rectæ OR, OI parallelæ ipsis BF, BH, & producta sursum BK tantundem, ducantur ex K ipsis BF, BH parallelæ KE, KL usque ad easdem BH, BF; ac patet, fore rectas BE, BL æquales & contrarias BR, BI. In communi methodo resolutionis virium concipitur gravitas BO resoluta in binas BR, BI, quarum prima urgeat planum AC, secunda DC; & quoniam si angulus HCF fuerit satis acutus, erit itidem satis acutus angulus R, qui ipsi æqualis esse debet, cum uterque sit complementum HBF ad duos rectos, alter ob parallelogrammum, alter ob angulos BHC, BFC rectos; fieri potest, ut singula latera BR, RO sive BI, sint, quantum libuerit, longiora quam BO, vires singulæ, quæ urgent illa plana, possunt esse, quantum libuerit, majores, quam sola gravitas: mirantur multi, fieri posse, ut gravitas per solam ejusmodi applicationem tantum quodammodo supra se assurgat, & effectum tanto majorem edat.

CCLXXXIV. Difficultas ejusmodi in communi etiam sententia evitari facile potest exemplo vectis, de quo agemus infra, in quo sola applicatio vis in multo majore distantia collocatæ multo majorem effectum edit. Verum in mea Theoria ne ullus quidem difficultati est locus. Non resolvitur revera gravitas in duas vires BR, BI, quarum singulæ plana urgeant, sed gravitas inducit ejusmodi accessum ad ea plana, in quo vires repulsivæ perpendiculares ipsis planis agentes in globum componant vim BK æqualem, & contrariam gravitati BO, quam sustineat, & ulteriorem accessum impediat. Ad id præstandum requiruntur illæ vires BE, BL æquales & contrariæ hisce BR, BI, quæ rem conficiunt. Sed quoniam vires sunt mutuæ, habebuntur repulsionem agentes in ipsa plana contrariæ, & æquales illis ipsis BE, BL, adeoque agent vires expressæ per illas ipsam BR, BI, in quas communis methodus gravitatem resolvit.

CCLXXXV. Quod si globus gravis P in Fig. 47 e filo BP Fig. 47. pendeat, ac sustineatur ab obliquis filis AB, DB, exprimat autem BH

BH gravitatem, & sit BK ipsi contraria & æqualis, ac sint HI, KL parallelae DB, & HR, KE parallelae filo AB: communis methodus resolvit gravitatem BH in duas BR, BI, quæ a filiis sustineantur, & illa tendant; sed ego compono vim BK gravitati contrariam, & æqualem e viribus BE, BL, quas exerunt attractivæ puncta fili, quæ ob pondus P delatum deorsum sua gravitate ita distrahuntur a se invicem, donec habeantur vires attractivæ componentes ejusmodi vim contrariam, & æqualem gravitati.

CCLXXXVI. Quamobrem per omnia catuum diversorum genera pervagati jam vidimus, nullam esse in mea Theoria veram aut viri-um, aut motuum resolutionem, sed omnia phænomena pendere a sola compositione virium, & motuum, adeoque naturam eodem ubique modo simplicissimo agere, componendo tantummodo vires, & motus plures, sive edendo simul eum effectum, quem ederent illæ omnes causæ, si aliæ post alias effectus ederent suos æquales, & eandem habentes directionem cum iis, quos singulæ, si solæ essent, producerent. Et quidem id generale esse Theoriæ meæ patet vel ex eo, quod nulli possunt esse motus ex parte impedi-i, ubi nullus est immediatus contactus, sed in libero vacuo spatio punctum quodvis liberrime movetur parendo simul velocitati, quam habet jam acquisitam, & viribus omnibus, quæ ab aliis omnibus materiæ punctis proveniunt.

CCLXXXVII. Quanquam autem habeatur revera sola compositio virium, licebit adhuc vires imaginatione nostra resolvere in plures, quod sæpe demonstrationes theorematum, & solutionem problematum contrahet mirum in modum, ac expeditiores reddet, & elegantiores; nam licebit pro unica vi assumere vires illas, ex quibus ea componeretur. Quoniam enim idem omnino effectus oriri debet, sive adsit unica vis componens, sive reapse habeantur simul plures illæ vires componentes, manifestum est, substitutione harum pro illa nihil turbari conclusiones, quæ inde deducuntur; & si post resolutionem ejusmodi inveniatur vis contraria, & æqualis alicui e viribus, in quas vis illa data resolvitur, illa haberi potest pro nulla, consideratis solis reliquis, si in plures resoluta fuit, vel sola altera reliqua, si resoluta fuit in duas. Nam componendo vim, quæ resolvitur, cum illa contraria uni ex iis, in quas resolvitur, eadem vis provenire debet omnino, quæ oritur componendo simul reliquas, quæ fuerant in resolutione sociæ illius elisæ, vel retinendo unicam illam alteram reliquam, si resolutio facta est in duas

tantummodo; atque id ipsum constat pro resolutione in duas ipsis superioribus exemplis, & pro quacunque resolutione in vires quotcunque facile demonstratur.

CCLXXXVIII. Porro quod pertinet ad resolutionem in plures vires vel motus, facile est ex iis, quæ dicta sunt Num. 256 definire legem, quæ ipsam resolutionem rite dirigat, ut habeantur vires, quæ datam aliquam componant. Sit in Fig. 48 vis quæcunque, vel motus AP, & incipiendo ab A ducantur quotcunque, & cujuscunque longitudinis rectæ AB, BC, CD, DE, EF, FG, GP, continuo inter se connexæ ita, ut incipiant ex A, ac desinant in P; & si ipsis BC, CD &c ducantur parallele & æquales Ac, Ad &c, vires omnes AB, Ac, Ad, Ae, Af, Ag, Ap component vim AP; unde patet illud: ad componendam vim quamcunque posse assumi vires quotcunque, & quascunque, quibus assumptis determinari poterit una alia præterea, quæ compositionem perficiat; nam poterunt duci rectæ AB, BC, CD &c parallele, & æquales datis quibuscunque, & ubi postremo deventum fuerit ad aliquod punctum G, satis erit addere vim expressam per GP.

CCLXXXIX. Eo autem generali casu continetur particularis casus resolutionis in vires tantummodo duas, quæ potest fieri per duo quævis latera trianguli cujuscunque, ut in Fig. 49, si datur vis AP, & fiat quodcunque triangulum ABP, vis resolvitur in duas AB, BP, & data illarum altera, datur & altera, quod quidem constat etiam ex ipsa compositione, seu resolutione per parallelogrammum ABPC, quod semper compleri potest, & in quo AC est parallela & æqualis BP, ac binæ vires AB, AC componunt vim AP; atque idem dicendum de moribus.

CCXC. Ejusmodi resolutio illud etiam palam faciet, cur vis composita a viribus non in directum jacentibus, sit minor ipsis componentibus, quæ nimirum sunt ex parte sibi invicem contrariæ, & elisis mutuo contrariis & æqualibus, remanet in vi composita summa virium conspirantium, vel differentia oppositarum pertinentium ad componentes. Si enim in Fig. 50, 51, 52 vis AP componatur ex viribus AB, AC, quæ sint latera parallelogrammi ABPC, & ducantur in AP perpendiculara BE, CF, cadentibus E, & F inter A, & P in Fig. 50, in A, & P in Fig. 51, extra in Fig. 52, satis patet, fore in prima & postrema æqualia triangula AEB, PFC, adeoque vires BE, FC contrarias & æquales elidi; vim vero AP in primo casu esse summam binarum virium conspirantium AE, AF;

æquari unicæ AF in secundo; & fore differentiam in tertio oppositarum AE, AF.

CCXCI. In resolutione quidem vis crescit quodammodo, quia mente adjungimus alias oppositas & æquales, quæ adjunctæ cum se invicem elidunt, rem non turbant. Sic in Fig. 52 resolvendo AP in binas AB, AC, adjicimus ipsi AP binas AE, PF contrarias, & præterea in directione perpendiculari binas EB, FC itidem contrarias, & æquales. Cum resolutio non sit realis, sed imaginaria tantummodo ad faciliorem problematum solutionem, nihil inde difficultatis afferri potest contra communem methodum concipiendi vires, quas huc usque consideravimus, & quæ momento temporis exercent solum nitum, sive pressionem; unde etiam fit, ut dicantur vires mortuæ, & idcirco solum continuo durantes tempore sine contraria aliqua vi, quæ illas elidat, velocitatem inducunt, ut causæ velocitatis ipsius inductæ; nec inde argumentum ullum desumi poterit pro admittendis illis, quas Leibnitiu*s* invenit primus, & vires vivas appellavit, quas hinc potissimum necessario saltem concipiendas esse arbitrantur non nulli, ne nimirum in resolutione virium habeatur effectus non æqualis suæ causæ. Effectus quidem non æqualis, sed proportionalis esse debet, non causæ, sed actioni causæ, ubi ejusmodi actio contraria aliqua actione non impeditur vel tota, vel ex parte; quod accidit, uti vidimus, in obliqua compositione; ac utcunque & aliæ responsiones sint in communi etiam sententia pro casu resolutionis; in mea Theoria, cum ipsa resolutio realis nulla sit, nulla itidem est, uti monui, difficultas.

CCXCII. Et quidem tam ex iis, quæ huc usque demonstrata sunt, quam ex iis, quæ consequentur, satis apparebit, nullum usquam esse ejusmodi virium vivarum indicium, nullam necessitatem, cum omnia naturæ phænomena pendeant e moribus, & æquilibrio, adeoque a viribus mortuis, & velocitatibus inductis per earum actiones, quam ipsam ob causam in illa Dissertatione de Viribus Vivis, quæ hujus ipsius Theoriæ occasionem mihi præbuit ante annos 13, affirmavi, vires vivas in natura nullas esse, & multa, quæ ad eas probandas proferri solebant, satis luculenter exposui per solas velocitates a viribus non vivis inductas.

CCXCIII. Unum hic præferam, quod pertinet ad collisionem globorum elasticorum obliquam, quæ compositionem resolutioni substitutam illustrat. Sint in Fig. 53 triangula ADB, BHG, GML, reſtanguſa in D, H, M, ita, ut latera BD, GH, LM sint æqualia

fia singula dimidiæ basi AB, ac sint BG, GL, LQ parallelae AD, BH, GM. Globus A cum velocitate $AB = 2$ incurrat in B in globum C sibi æqualem jacentem in DB producta: ex collisione obliqua dabit illi velocitatem $CE = 1$, æqualem suæ BD, quam amittet, & progredietur per BG cum velocitate $= AD = \sqrt{3}$. Ibi eodem pacto si inveniat globum I, dabit ipsi velocitatem $IK = 1$, amissa sua GH, & progredietur per GL cum $\sqrt{2}$; tum ibi dabit globo O velocitatem $OP = 1$, amissa sua LM, & abibit cum $LQ = 1$, quam globo R, directe in eum incurrens, communicabit. Quare, ajunt, illa vi, quam habebat cum velocitate $= 2$, communicabit quatuor globis sibi æqualibus vires, quæ junguntur cum velocitatibus singulis $= 1$, ubi si vires fuerint iridem singulae $= 1$, erit summa virium $= 4$, quæ cum fuerit simul cum velocitate $= 2$, vires sunt, non ut simplices velocitates in massis æqualibus, sed ut quadrata velocitatum.

CCXCIV. At in mea Theoria id argumentum nullam sane vim habet. Globus A non transfert in globum C partem DB suæ velocitatis AB resolutæ in duas DB, TB, & cum ea partem suæ vis. Agit in globos vis nova mutua in partes oppositas, quæ alteri imprimit velocitatem CE, alteri BD. Velocitas prior globi A expressa per BF positam in directum cum AB, & ipsi æqualem, componitur cum hac nova accepta BD, & oritur velocitas BG, minor ipsa BF ob obliquitatem compositionis. Eodem pacto nova vis mutua agit in globos in G & I, in L & O, in Q & R, & velocitates novas primi globi GL, LQ, zero, componunt velocitates GH & GN, LM, & LS, LQ & QL, sine ulla aut vera resolutione, aut translatione vis vivæ, natura in omni omnino casu, & in omni corporum genere agente prorsus eodem modo.

CCXCV. Sed quod attinet ad collisiones corporum, & motus reflexos, unde digressi eramus, imprimis illud monendum ducor: cum nulli mihi sint continui globi, nulla plana continua, pleaque ex illis, quæ dicta sunt, habebunt locum tantummodo ad sensum, & proxime tantummodo, non accurate; nam intervalla, quæ habentur inter puncta, inducent inequalitates sane multas. Sic etiam in Fig. 43, ubi globus delatus ad B incurrit in CD, mutatio viæ directionis non fiet in unico puncto B, sed per continuam curvaturam; ac ubi globus reflectetur, ipsa reflexio non fiet in unico puncto B, sed per curvam quandam. Recta AB, per quam globus adveniet, non erit accurate recta, sed proxime; nam vires ad di-

Fig. 43.

stantias omnes constanti lege se extendunt, sed in majoribus distantiiis sunt insensibiles, nisi massa, in quam tenditur, sit enormis, ut est totius terræ massa, in quam sensibili vi tendunt gravia. At ubi globus advenerit satis prope planum CD, incipiet incurvari etiam via centri, quæ quidem jam attracto, jam repulso globo serpet etiam, donec alicubi repulsio satis prævaleat ad omnem ejus perpendicularem velocitatem extinguendam (utar enim impofterum etiam ego vocabulis communibus a virium resolutione petitis, uti & superius aliquando usus fueram, & nunc quidem potiore jure, posteaquam demonstravi æquipollentiam veræ compositionis virium cum imaginaria resolutione), & retro etiam motum reflectat.

CCXCVI. Et quidem si vires in accessu ad planum, ac in recessu a plano fuerint prorsus æquales inter se, dimidiâ curva ab initio sensibilis curvaturæ usque ad minimam distantiam a plano erit prorsus æqualis, & similis reliquæ dimidiæ curvæ, quæ habebitur inde usque ad finem curvaturæ sensibilis, ac angulus incidentiæ erit æqualis angulo reflexionis. Id in casu, quem exprimit Fig. 43, curva ob insensibilem ejus tractum considerata pro unico puncto, pro perfecte elasticis patet ex eo, quod in triangulis rectangulis AFB, MIB latera æqualia circa angulos rectos secum trahant æqualitatem angulorum ABF, MBI, quorum alter dicitur angulus incidentiæ, & alter reflexionis, ubi in imperfecte elasticis non habetur ejusmodi æqualitas, sed tantummodo constans ratio inter tangentem anguli incidentiæ, & tangentem anguli reflexionis, quæ nimirum ad radios æquales BF, BI sunt FA & Im, & sunt juxta determinationem, quam supra adhibuimus, & retinuimus huc usque, ut *m* ad *n*.

Fig. 54.

CCXCVII. Curvaturam in reflexione exhibet Fig. 54, ubi via puncti mobilis repulsi a plano CO est ABQDM, quæ circa B, ubi vires incipiunt esse sensibiles, incipit ad sensum incurvari, & desinit in eadem distantia circa D. Ea quidem, si habeatur semper repulsio, incurvatur perpetuo in eandem plagam, ut Figura exhibet; si vero & attractio repulsionibus interferatur, serpit, uti monui; sed si paribus a plano distantiiis vires æquales sunt, satis patet, & accuratissime demonstrari etiam posset, ubi semel deventum sit alicubi, ut in Q, ad directionem parallelam plano, debere deinceps describi arcum QD prorsus æqualem, & similem arcui QB, & ita similiter positum respectu plani CO, ut ejus inclinationes ad ipsum planum in distantiiis æqualibus ab eo, & a Q hinc, & inde sint pror-

prorsus æquales; quam ob causam tangentes BN, DP, quæ sunt quasi continuationes reclarum AB, MD, angulos faciunt ANC, MPO æquales, qui deinde habentur pro angulis incidentiæ, & reflexionis.

CCCVIII. Si planum sit asperum, ut Figura exhibet, & ut semper contingit in natura; æqualitas illa virium utique non habetur. At si scabrities sit satis exigua respectu ejus distantia, ad quam vires sensibiles protenduntur, inæqualitas ejusmodi erit perquam exigua, & anguli incidentiæ, & reflexionis æquales erunt ad sensum. Si enim eo intervallo concipiatur sphaera VRTS habens centrum in puncto mobili, cujus segmentum RTS jaceat ultra planum; agent omnia puncta constituta intra illud segmentum, adeoque monticuli prominentes satis exigui respectu totius ejus massæ, satis exiguum inæqualitatem poterunt inducere; & proinde sensibilem æqualitatem angulorum incidentiæ, & reflexionis non turbabunt, sicut & nostri terrestres montes in globo oblique projecto, & ita ponderante, ut a resistentia aeris non multum patiat, sensibilibiter non turbant parabolicum motum ipsius, in quo bina crura ad idem horizonale planum eandem ad sensum inclinationem habent. Secus accideret, si illi monticuli ingentes essent etiam respectu ejusdem sphaeræ. Atque hæc quidem, qui diligentius perpenderit, videbit sane, & lucem a vitro satis lævigato resilire debere cum angulo reflexionis æquali ad sensum angulo incidentiæ, licet & ibi pulvisculus, quo poliuntur vitra, relinquat sulcos, & monticulos, sed perquam exiguos etiam respectu distantia, ad quam extenditur sensibilis actio vitri in lucem; sed respectu superficialium, quæ ad sensum scabræ sunt, debere irregulariter dispergi quaqua versus.

CCXCIX. Pariter ubi globus non elasticus deveniat per AB in eadem Figura 43, & deinde debeat sine reflexione excurrere per BQ, non describet utique rectam lineam accurate, sed serpet, & saltitabit non nihil; erit tamen recta ad sensum; velocitas vero mutabitur ita, ut sit velocitas prior AB ad posteriorem BI, ut radius ad cosinum inclinationis planorum OBI, ac ipsa velocitas prior ad velocitatum differentiam, sive ad partem velocitatis amissam, quam exprimit IQ determinata ab arcu OQ habente centrum in B, erit ut radius ad sinum versus ipsius inclinationis. Quoniam autem immutato in infinitum angulo, sinus versus decrescit in infinitum etiam respectu ipsius arcus, adeoque summa omnium sinuum versus pertinentium ad omnes inflexiones infinitesimas tempore finito

nito factas adhuc in infinitum decrefcit; ubi inflexio evadat continua, uti fit in curvis continuis, ea fumma evanefcit, & nulla fit velocitatis amiffio ex inflexione continua orta, fed vis perpetua, quæ tantummodo ad habendam curvaturam requiritur perpendicularis ipfi curvæ, nihil turbat velocitatem, quam parit vis tangentialis, fi qua eft, quæ motum perpetuo acceleret, vel retardet; ac in curvilineis motibus quibuscunque, qui habeantur per quascunque directiones virium, femper refolvi potefit vis illa, quæ agit, in duas, alteram perpendiculararem curvæ, alteram fecundum directionem tangentis, & motus in curva per hanc tangentialem vim augebitur vel retardabitur eodem modo, quo fi eadem vires agerent, & motus haberetur in eadem recta linea conftanter. Sed hæc jam meæ Theoriæ communia funt cum Theoria vulgari.

CCC. Communis eft itidem in Fig. 44 & 45 ratio gravitatis abfolutæ BO ad vim BI, quæ obliquum defcenfum accelerat, vel afcenfum retardat, quæ eft ut radius ad finum anguli BOI, vel OBR, five cofinum OBI. Angulus OBI eft is in Fig. 44, quem continet directio BI, quæ eft eadem, ac directio plani CD, cum linea verticali BO, adeoque angulus OBR eft æqualis inclinationi plani ad horizontem, & angulus idem OBR in Fig. 45 eft is; quem continet cum verticali BO recta CB jungens punctum ofcillans cum puncto fufpensionis. Quare habentur hæc theoremata: *Vis accelerans defcenfum, vel retardans afcenfum in planis inclinatis, vel ubi ofcillatio fit in arcu circulari, eft ad gravitatem abfolutam, ibi quidem ut finus inclinationis ipfius plani, hic vero ut finus anguli, quem cum verticali linea continet recta jungens punctum ofcillans cum puncto fufpensionis, ad radium.* E quorum theorematum priore fluunt omnia, quæ Galilæus tradidit de defcenfu per plana inclinata; ac e posteriore omnia, quæ pertinent ad ofcillationes in circulo; quin immo e iam ad ofcillationes factas in curvis quibuscunque pondere per filum fufpenfo, & curvis evolutis applicato; ac eodem utemur infra in definiendo centro ofcillationis.

CCCI. Hisce perfpectis applicanda eft etiam Theoria ad motum refractionem, ubi continentur elementa mechanica pro refractione luminis, & occurrit elegantiffimum theoremata a Newtono inventum huc pertinens. Sint binæ superficies AB, CD (Fig. 55) parallele inter fe, & punctum mobile quodpiam extra illa plana nullam fentiat vim, inter ipfa vero urgeatur viribus quibuscunque, quæ tamen & femper habeant directionem perpendiculararem ad ipfa plana,

Fig. 55.

na, & in æqualibus distantis ab altero ex iis æquales sint ubique; ac mobile deferatur ad alterum ex iis, ut AB, directione quacunque GE. Ante appulsum feretur motu rectilineo & æquabili, cum nulla urgeatur vi; ejus velocitatem exprimat EH, quæ erecta ER, perpendiculari ad AB, resolvi poterit in duas, alteram perpendiculararem ES, alteram parallelam HS. Post ingressum inter illa duo plana incurvabitur motus illis viribus, sed ita, ut velocitas parallela ab iis nihil turbetur, velocitas autem perpendicularis vel minuatur, vel augeatur, prout vires tendent versus planum ceterius AB, vel versus ulterius CD. Jam vero tres casus haberi hinc possunt; vel enim iis viribus tota velocitas perpendicularis ES extinguitur, antequam deveniatur ad planum ulterius CD; vel persistat usque ad appulsum ad ipsum CD, sed imminuta, vi contraria prævalente viribus eadem directione agentibus; vel persistat potius aucta.

CCCII. In primo casu, ubi primum velocitas perpendicularis extincta fuerit alicubi in X, punctum mobile reflectet cursum retro per XI, & iisdem viribus agentibus in regressu, quæ egeram in progressu, acquireret velocitatem perpendiculararem IL æqualem amissæ ES, quæ composita cum parallela LM, æquali priori HS, exhibebit obliquam IM in recta nova IK, quam describet post egressum, & erunt æquales anguli MII, HES, adeoque & anguli KI B, GEA; quod congruit cum iis, quæ in Fig. 54 sunt exhibita, & pertinent ad reflexionem.

CCCIII. In secundo casu prodibit ultra superficiem ulteriorem CD, sed ob velocitatem perpendiculararem OP minorem prioræ ES, parallelam vero PN æqualem priori HS, erit angulus O NP minor, quam EHS, adeoque inclinatio VOD ad superficiem in egressu minor inclinatione GEA in ingressu. Contra vero in tertio casu ob *op* majorem ES, angulus *noD* erit major. In utroque autem hoc casu differentia quadratorum velocitatis ES, & OP vel *op*, erit constans, per Num. 176 in not. (*m*), quæcunque fuerit inclinatio GE in ingressu, a qua inclinatione pendet velocitas perpendicularis SE.

CCCIV. Inde autem facile demonstratur, fore sinum anguli incidentiæ HES, ad sinum anguli refracti PON (& quidquid dicitur de iis, quæ designantur litteris PON, erunt communia iis, quæ exprimuntur litteris *pon*) in ratione constanti, quæcunque fuerit inclinatio rectæ incidentis GE. Sumatur enim HE constans, quæ exprimat velocitatem ante incidentiam, exprimet HS velocitatem .

tatem parallelam, quæ erit æqualis rectæ PN exprimentî velocitatem parallelam post refractionem; ac ES , OP expriment velocitates perpendiculares ante, & post, quarum quadrata habebunt differentiam constantem. Sed ob HS , PN semper æquales, differentia quadratorum HE , ON æquatur differentiæ quadratorum ES , OP . Igitur etiam differentia quadratorum HE , ON erit constans; cumque ob HE constantem debeat esse constans ejus quadratum, erit constans etiam quadratum ON , adeoque constans etiam ipsa ON , & proinde constans erit & ratio HE ad ON ; quæ quidem ratio est eadem, ac sinus anguli NOP ad sinum HES : cum enim sit in quovis triangulo rectangulo radius ad latus utrumvis, ut basis ad sinum anguli oppositi; in diversis triangulis rectangulis sunt sinus, ut latera opposita divisa per bases, sive directe ut latera, & reciproce ut bases; & ubi latera sunt æqualia, ut hic HS , PN , erunt reciproce ut bases.

CCCV. Quamobrem in refractionibus, quæ hoc modo fiant motu libero per intervallum inter duo plana parallela, in quo vires paribus distantis ab altero eorum pares sint, ratio sinus anguli incidentiæ, sive anguli, quem facit via ante incursum cum recta perpendiculari plano, ad sinum anguli refracti, quem facit via post egressum itidem cum verticali, est constans, quæcunque fuerit inclinatio in ingressu. Præterea vero habetur & illud, fore celeritates absolutas ante, & post in ratione reciproca eorum sinuum. Sunt enim ejusmodi velocitates ut HE , ON , quæ sunt reciproce ut illi sinus.

CCCVI. Hæc quidem ad luminis refractiones explicandas viam sternunt, ac in Tertia Parte videbimus, quo pacto hypothesis hujusce theorematî applicetur particulis luminis. Sed interea considerabo vires mutuas, quibus in se invicem agant tres massæ, ubi habebuntur generalius ea, quæ pertinent etiam ad actiones trium punctorum, & quæ a Num. 224, & 227 huc reservavimus. Porro si integræ vires alterius in alteram diriguntur ad ipsa centra gravitatis, referam hic ad se invicem vires ex integris compositas; sed etiam ubi vires aliam directionem habeant quæcunque; si singulæ resolvantur in duas, alteram, quæ se dirigat a centro ad centrum; alteram, quæ sit ipsi perpendicularis, vel in quocunque dato angulo obliqua, omnia in prioribus habebunt itidem locum.

Fig. 56.

• CCCVII. Agant in se invicem in Fig. 56 tres massæ, quarum centra gravitatis sint A , B , C , viribus mutuis ad ipsa centra directis,

tis, & considerentur inprimis directiones virium. Vis puncti C
 ex utraque CV, Cd attractiva erit Ce; ex utraque repulsiva CY,
 Ca, erit CZ, & utriusque directio saltem ad partes opposi-
 tas producta ingreditur triangulum, & secat illa angulum inter-
 num ACB, hæc ipsi ad verticem oppositum aCY. Vi CV at-
 tractiva in B, ac CY repulsiva ab A, habetur CX; & vi Cd at-
 tractiva in A, ac Ca repulsiva a B, habetur Cb, quarum utraque
 abit extra triangulum, & secat angulos ipsius externos. Primæ
 Ce, cum debeant respondere attractiones BP, AG, respondent
 cum attractionibus mutuis BN, AE, vires BO, AF; vel cum re-
 pulsionibus AI, BR vires AH, BQ, ac tam priores binæ, quam
 posteriores, jacent ad eandem partem lateris AB, & vel am-
 bæ ingrediuntur triangulum tendentes versus ipsum, vel ambæ ex-
 tra ipsum etiam productæ abeunt, & tendunt ad partes opposi-
 tas directioni CT respectu AB. Secundæ CZ debent respon-
 dere repulsiones BT, AL, quæ cum repulsionibus AI, BR con-
 stituunt AK, BS, cum attractionibus AE, BN constituunt AD,
 BM, ac tam priores binæ, quam posteriores jacent ad eandem pla-
 gam respectu AB, & ambarum directiones vel productæ ex parte
 posteriore ingrediuntur triangulum, sed tendunt ad partes ipsi con-
 trarias, ut CZ, vel extra triangulum utrinque abeunt ad partes
 oppositas directioni CZ respectu AB. Quod si habeatur CX,
 quam exponunt CV, CY, tum illi respondent BP, & AL, ac si
 prima conjungitur cum BN, jam habetur BO ingrediens triangu-
 lum; si BR, tum habetur quidem BQ, cadens etiam ipsa extra tri-
 angulum, ut cadit ipsa CX; sed secunda AL jungetur cum AI, &
 habebitur AK, quæ producta ad partes A ingredietur triangulum.
 Eodem autem argumento cum vi Cb vel conjungitur AF ingre-
 diens triangulum, vel BS, quæ producta ad B triangulum iti-
 dem ingreditur. Quamobrem semper aliqua ingreditur, & tum
 de reliquis binis redeunt, quæ dicta sunt in casu virium Ce, C7.

CCCVIII. Habetur igitur hoc theorema. Quando tres massæ
 in se invicem agunt viribus directis ad centra gravitatis, vis composita
 saltem unius habet directionem, quæ saltem producta ad partes oppositas
 secat angulum internum trianguli, & ipsum ingreditur: reliquæ autem
 duæ vel simul ingrediuntur, vel simul evitant, & semper junguntur ad
 eandem plagam respectu lateris jungentis earum duarum massarum cen-
 tra; ac in primo casu vel omnes tres tendunt ad interiora trianguli ja-
 cendo in angulis internis, vel omnes tres ad exteriora in partes triangulo-

oppositas jacendo in angulis ad verticem oppositis; in secundo vero casu respectu lateris jungentis eas binas massas tendunt in plagas oppositas, in quam tendit vis illa prioris massæ.

CCCIX. Sed est adhuc elegantius theorema, quod ad directionem pertinet, nimirum: *omnium trium compositarum virium directiones utrinque productæ transeunt per idem punctum; & si id jaceat intra triangulum, vel omnes simul tendunt ad ipsum, vel omnes simul ad partes ipsi contrarias; si vero jaceat extra triangulum, binæ, quarum directiones non ingrediuntur triangulum, tendunt ad ipsum, ac tertia, cujus directio triangulum ingreditur, tendit ad partes ipsi contrarias; vel illæ binæ ad partes ipsi contrarias, & tertia ad ipsum.*

Prima pars, quod omnes transeant per idem punctum, sic demonstratur. In Figura quavis a 57 ad 62, quæ omnes casus exhibent, vis pertinens ad C sit ea, quæ triangulum ingreditur, ac reliquæ binæ HA, QB concurrant in D: oportet demonstrare, vim etiam, quæ pertinet ad C, dirigi ad D. Sint CV, Cd vires componentes, ac ducta CD, ducatur VT parallela CA, occurrens CD in T; & si ostensum fuerit, ipsam fore æqualem Cd, res erit perfecta; ducta enim dT remanebit CVTd parallelogrammum. Ejusmodi autem æqualitas demonstrabitur considerando rationem CV ad Cd compositam ex quinque intermediis, CV ad BP, BP ad PQ, PQ sive BR ad AI, AI sive HG ad Cd. Prima vocando A, B, C massas, quarum ea sunt centra gravitatum, est ex actione & reactione æqualibus massæ B ad C; secunda *sin* PQB, sive ABD, ad *sin* PBQ, sive CBD; tertia A ad B; quarta *sin* HAG, sive CAD, ad *sin* GHA, sive BAD; quinta C ad A. Tres rationes, in quibus habentur massæ, componunt rationem $B \times A \times C$ ad $C \times B \times A$, quæ est 1 ad 1. Quare remanet ratio *sin* ABD \times *sin* CAD ad *sin* CBD \times *sin* BAD. Pro *sin* ABD, & *sin* BAD, ponantur AD, & BD ipsis proportionales; ac pro *sin* CAD, & *sin* CBD ponantur *sin* ACD \times CD, & *sin* BCD \times CD, ipsis

AD

BD

æquales ex trigonometria, & habebitur ratio *sin* ACD \times CD ad *sin* BCD \times CD, sive *sin* ACD, vel CTV, qui ipsi æquatur ob VT, CA parallelas, ad *sin* BCD, sive VCT, nimirum ratio ejusdem illius CV ad VT. Quare VT æquatur Cd, CVTd est parallelogrammum, & vis pertinens ad C, habet directionem iterdem transeuntem per D.

Secunda pars patet ex iis, quae demonstrata sunt de directione duarum virium, ubi tertia triangulum ingreditur, & 6 casus, qui haberi possunt, exhibentur totidem figuris, in quibus omnibus demonstratio est communis juxta leges transformationis locorum Geometricorum, quas diligenter exposui, & fusius persecutus sum in Dissertatione adjecta meis *Sectionum conicarum elementis*, Elementorum tomo 3.

CCCX. Quoniam evadentibus binis parallelis, punctum D abit in infinitum, & tertia evadit parallela reliquis binis etiam ipsa juxta easdem leges, patet illud: *si binæ ex ejusmodi directionibus fuerint parallelae inter se, erit iisdem parallela & tertia; ac illa, quae jacet inter directiones virium transcurrentes per reliquas binas, quae idcirco in eo casu appellari potest media, habet directionem oppositam directionibus reliquarum conformibus inter se.*

CCCXI. Patet autem, datis binis directionibus virium dari semper & tertiam. Si enim illæ sint parallelae, erit illis parallela & tertia; si autem concurrant in aliquo puncto, tertiam determinabit recta ad idem punctum ducta; sed oportet, habeant illam conditionem, ut tam binæ, quae triangulum non ingrediantur, quam quae ingrediantur, vel simul tendant ad illud punctum, vel simul ad partes ipsi contrarias.

CCCXII. Hæc quidem pertinent ad directiones; nunc ipsarum virium magnitudines inter se comparabimus, ubi statim occurret elegantissimum illud theorema, de quo mentionem feci Num. 224: *Vires acceleratrices binarum quarumvis e tribus massis in se mutuo agentibus sunt in ratione composita ex directa sinuum angulorum, quos continet recta jungens ipsarum centra gravitatis, cum rectis jungentibus eadem centra cum centro tertiæ massæ; reciproca sinuum angulorum, quos directiones ipsarum virium continent cum iisdem rectis illas jungentibus cum tertiâ; & reciproca massarum.*

Nam est BQ ad AH simul ut BQ ad BR, & BR ad AI, & AI ad AH. Prima ratio est sinus QRB, sive CBA ad sinum BQR, sive PBQ, vel CBD; secunda massæ A ad massam B; tertia sinus IHA, sive HAG vel CAD, ad sinum HIA, sive CAB: hæc rationes, permutato solo ordine antecedentium, & consequentium, sunt rationes sinus CBA ad sinum CAB, quæ est illa prima ratio directa; sinus CAD ad sinum CBD, quæ est secunda reciproca; & massæ A ad massam B, quæ est tertia itidem reciproca. Eadem autem est prorsus demonstratio, si comparetur

BQ, vel AH cum CT, ac in hac demonstratione, ut & alibi ubique, ubi de sinibus angulorum agitur, angulis quibusvis substitui possunt, uti sæpe est factum, & fiet impostero, eorum complementa ad duos rectos, quæ eosdem habent sinus.

CCCXIII. Inde consequitur, esse ejusmodi vires reciproce, ut *massas ductas in suas distantias a tertia massa, & reciproce, ut sinus, quos earum directiones continent cum iisdem rectis; adeoque ubi eæ ad ejusmodi rectas inclinentur in angulis æqualibus, esse tantummodo reciproce, ut producta massarum per distantias a massa tertia.* Nam ratio directa sinuum CBA, CAB est eadem, ac distantiarum AC, BC, sive reciproca distantiarum BC, CA, qua substituta pro illa, habentur tres rationes reciprocæ, quas exprimit ipsum theorema hic propositum. Porro ubi anguli æquales sunt, sinus itidem sunt æquales, adeoque eorum sinuum ratio fit 1 ad 1.

CCCXIV. *Vires autem motrices sunt in ratione composita ex bis tantummodo, nimirum directa sinuum angulorum, quos continent distantie a tertia massa cum distantia a se invicem; & reciproca sinuum angulorum, quos continent cum iisdem distantis directiones virium; vel in ratione composita ex reciproca illarum distantiarum, & reciproca horum posteriorum sinuum: ac si inclinationes ad distantias sint æquales, in sola ratione reciproca distantiarum.* Nam vires motrices sunt summæ omnium virium determinantium celeritatem in punctis omnibus secundum eam directionem, secundum quam movetur centrum gravitatis commune, quæ idcirco sunt præterea directæ, ut massæ, sive ut numeri punctorum; adeoque ratio directa, & reciproca massarum mutuo eliduntur.

CCCXV. *Præterea vires acceleratrices, si alicubi earum directiones concurrunt, sunt ad se invicem in ratione composita ex reciproca massarum, & reciproca sinuum angulorum, quibus inclinantur ad directionem tertiæ; & vires motrices in hac posteriore tantum.* Nam ob latera proportionalia sinibus angulorum oppositorum, erit $AC \times \sin CAD = CD \times \sin CDA$; & pariter $CB \times \sin CBA = CD \times \sin CDB$. Quare ob CD communem, sola ratio sinuum ADC, BDC, quibus directiones AD, BD inclinantur ad CD, æquatur compositiæ ex rationibus sinuum CAD, CBD, & distantiarum CA, CB, quæ ingrediebantur rationem virium B & A; ac eodem pacto $AC \times \sin ACD = AD \times \sin ADC$, & $AB \times \sin ABD = AD \times \sin ADB$, adeoque $AC \times \sin ACD$ ad $AB \times \sin ABD$, ut sinus AD C ad sinum ADB, quibus directiones CD, BD

BD inclinantur ad AD; & eadem est demonstratio pro sinibus ADB, EDB assumpto communi latere BD.

CCCXVI. Si ducatur MO parallela DA, occurrens CD in O, & compleatur parallelogrammum MOND, erunt vires motrices ad se invicem in C, B, A, ut DO, DM, DN; & vires acceleratrices præterea in ratione massarum reciproca. Sunt enim ad se invicem eæ rectæ, ut sinus angulorum DMO, MOD, MDO, sive ut sinus MDN, ODN, ODM. Quamobrem si tres vires agerent in idem punctum cum directionibus, quas habent eæ vires motrices, & essent iis proportionales, hinc componerent vim oppositam, & æqualem tertiæ, ac essent in æquilibrio. Id autem etiam directe patet; nam vires BQ, AH componuntur ex quatuor viribus BR, BP, AI, AG, quæ si ducantur in massas suas, ut fiant motrices, evadit prima æqualis, & contraria tertiæ, quam idcirco elidit; ubi deinde AH, BQ componantur simul, & in ejusmodi compositione remanent BP, AG, ex quarum oppositis, & æqualibus CV, Cd componitur tertia CT.

CCCXVII. Hinc in hisce viribus motricibus habebuntur omnia, quæ habentur in compositione virium, dummodo capiatur compositæ contraria. Si nimirum resolvantur singulæ componentes in duas, alteram secundum directionem tertiæ, alteram ipsi perpendicularem, hæ posteriores elidentur, illæ priores conficiunt summam æqualem tertiæ, ubi ambæ eandem directionem habent, uti sunt binæ, quæ simul ingrediantur, vel simul evitent triangulum; nam in iis, quarum altera ingreditur, altera evitat, tertia æquaretur differentiæ; & facile tam hic, quam in ratione composita, res traducitur ad resolutionem in aliam quamcunque directionem datam, præter directionem tertiæ, binis semper elisis, & reliquarum accepta summa, si rite habeatur ratio positivorum, & negativorum.

CCCXVIII. Est & illud elegans: tres vires motrices C, B, A, sunt inter se ut AB, AE, EB; & acceleratrices præterea in ratione

$$\frac{CD}{AD} \frac{AD}{BD}$$

reciproca massarum. Est enim theorema elementare, in omni triangulo ADB in ejusmodi ratione esse sinus angulorum ADB, ADE, EDB, quod sic facile demonstratur: est $AB = \sin ADB$; & $\frac{AE}{AD} = \frac{\sin BAD}{AD}$

$$\frac{AD}{\sin BAD} \frac{AD}{AD}$$

$\frac{= \sin ADE}{\sin EAD} = \frac{\sin ADE}{\sin BAD}$. Quare $\frac{AB}{CD} : \frac{AE}{AD} :: \sin ADB : \sin ADE$;
 & similis est demonstratio pro reliquis.

CCCXIX. Si punctum D abeat in infinitum, directionibus virium evadentibus parallelis, ratio rectarum ED, AD, BD, ad se invicem evadit ratio aequalitatis. Quare in eo casu illae tres vires sunt ut AB, AE, EB. Concipiuntur rectae parallelae directioni virium ductae per omnium trium massarum centra gravitatis, quarum massarum eam, quae jacuerit inter reliquarum binarum parallelas, diximus mediam; ac si ducantur in quavis alia directione data rectae ab iis massis ad illas parallelas; erunt ejusmodi distantiae ab iis parallelis, ut ipsae AB, EB, ad quas erunt singulae in ratione data, ob datas directiones. Quare pro viribus parallelis habetur hujusmodi theorema: *Vires parallelae motrices linearum quarumvis ex tribus massis sunt inter se reciproce ut distantiae a directione communi transeunte per tertiam; vires autem acceleratrices praeterea in ratione reciproca massarum; & media est directionis contrariae respectu reliquarum; ac vis media motrix aequatur reliquarum summae; utralibet vero extrema differentiae.*

CCCXX. Hoc theorema primo quidem exhibet centrum aequilibrii, viribus utcumque divergentibus, vel convergentibus. Si nimirum sint tres massae A, B, C (& nomine massarum etiam intelligi possunt singula puncta), quarum binae, ut A, & B, sollicitentur viribus motricibus externis, poterunt mutuis viribus illas elidere, ac esse in aequilibrio; & eas elident omnino, mutatis, quantum libuerit, parum mutuis distantiiis, si fuerint ante applicationem earum virium externarum in satis validis limitibus cohaesionis, ac vis massae C elidatur fulcro opposito in directione DC, vel suspensione contraria; dummodo binae illae vires ductae in massas habeant condiciones requisitas in superioribus, ut nimirum ambae tendant ad idem punctum, vel ab eodem, aut si fuerint parallelae, ambae eandem directionem habeant, ubi simul ambae ingrediantur, vel simul ambae evitent triangulum ABC. Ubi vero altera ingrediatur triangulum, alia evitet, tendat altera ad punctum concursus, altera ad partes illi oppositas; vel si fuerint parallelae, habeant directiones oppositas; & si parallelae fuerint, sint inter se ut distantiae a directione virium transeunte per C; si fuerint convergentes, sint reciproce ut sinus angulorum, quos earum directiones continent cum
recta

recta ex C tendente ad earum concursum; vel fiat in ratione reciproca sinuum angulorum, quos continent cum rectis AC, BC, & ipsarum rectorum conjunctim.

CCCXXI. Determinabitur autem admodum facile per ipsa theorizata etiam vis, quam sustinebit fulcrum C, quæ in casu parallelismi æquabitur summæ, vel differentiæ reliquarum, prout ibi fuerit media vel extrema; & in casibus reliquis omnibus æquabitur summæ pariter, vel differentiæ reliquarum ad suam directionem reductorum, reliquis binis in resolutione priorum sociis se per contrariam directionem & æqualitatem elidentibus.

CCCXXII. Habebitur igitur, quidquid pertinet ad æquilibrium virium agentium in eodem plano, & connexarum non per virgas inflexiles carentes omni vi præter cohesionem, uti cas vulgo concipiunt, sed hisce viribus mutuis. Et Theoria quidem habebit locum tum hic, tum in sequentibus, licet massæ A, B, C non agant in se invicem immediate, sed sint aliæ massæ intermediae, quæ ipsas jungant. Nam si inter massam B & C sint aliæ massæ nullis externis viribus agitatae, & positæ in æquilibrio cum hisce massis, & inter se, ac prima, quæ venit post B, agat in ipsam vi motrice æquali BP, agat & B in ipsam vi æquali: quare debet illa ad servandum æquilibrium urgeri a secunda, quæ est post ipsam, vi æquali in partes contrarias. Hinc æquali contraria agat tertia in secundam, ut secunda in æquilibrio sit, & ita porro, donec deveniatur ad C, ubi habebitur vis motrix æqualis motrici, quæ erat in B, & erunt vires BP, CV acceleratrices in ratione reciproca massarum B & C, cum vires illæ motrices æquales sint producta ex acceleratricibus ductis in massas. At si circumquaque sint massæ quotcunque cum vacuis quibuscunque, ac ubicunque interjectis, quæ connectantur cum punctis A, B, C, affectis illis tribus viribus externis, quarum una concipitur provenire a fulcro, una solet appellari potentia, & una resistentia, ac vires illæ externæ QB, NA concipiantur resolutæ singulæ in binas agentes secundum eas rectoras, quæ illa tria puncta conjungunt, poterit elisis mutuo reliquis omnibus æquilibrio constituentibus deveniri ad vires in punctis binis, ut A & C, acceleratrices contrarias viribus BP, BR, & reciproce proportionales massis ipsarum respectu massæ B; licet ipsæ proveniant a massis quibusvis etiam non in eadem directione sitis, & agentibus in lateris: nam per eiusmodi resolutionem, & eiusmodi virium considerationem, adhuc habetur æquilibrium totius systematis

tis affecti in illis tribus punctis per illas tres vires, cum assumantur in iis tantummodo vires motrices contrariæ, & æquales; unde fit, ut etiam illæ, quæ præterea ad has in illis considerandas assumuntur, & per quas connectuntur cum reliquis massis, se mutuo elidant.

CCCXXIII. Quod si vires ejusmodi non fuerint in ea ratione inter se, non poterunt puncta B & A esse in æquilibrio, sed consequetur motus secundum directionem ejus, quæ prævalet: ac si omnis motus puncti C fuerit impeditus, habebitur conversio circa ipsum C.

CCCXXIV. Quod si non in tribus tantummodo massis habeantur vires externæ, sed in pluribus, licebit considerare quamvis aliam massam carentem omni externa vi, & eam concipere connexam cum singulis reliquarum massis, & massa C per vires mutuas, ac habebitur itidem Theoria pro æquilibrio omnium, cum positione omnium constanter servata etiam sine ulla figuræ mutatione, quæ sensu percipi possit. Quin immo si singulæ vires illæ externæ resolvantur in duas, quarum altera urgeat in directione rectæ transeuntis per C, ac elidatur vi proveniente a solo puncto C, & altera agat perpendiculariter ad ipsam, ut habeatur æquilibrio in singulis ternariis, oportebit esse singulas vires novæ massæ assumptæ, ad vim ejus, cum qua conjungitur, in ratione reciproca distantiarum ipsarum massarum a C; cum jam sinus anguli recti ubique sit idem. Debeant autem omnes vires, quæ in massam assumptam agunt directionibus contrariis, se mutuo elidere ad habendum æquilibrio. Quare debet summa omnium productorum earum virium, quæ urgent conversionem in unam plagam, per ipsarum distantias a centro conversionis, æquari summæ productorum earum, quæ urgent in plagam oppositam, per distantias ipsarum, ut habeatur æquilibrio: cumque arcus circulares in ea conversione descripti dato tempusculo sint illis distantis proportionalis, & proportionalis sint ipsis arcibus velocitates; debeant singularum virium agentium in unam plagam producta per velocitates, quas haberent puncta, quibus applicantur secundum suam directionem, si vincerentur, vel contra, si vincerentur, simul sumpta æquari summæ ejusmodi productorum agentium in plagam oppositam. Atque inde habetur principium pro machinis & simplicibus, & compositis, ac notio illius, quod appellant momentum virium, deducta ex eadem Theoria.

CCCXXV. Casus trium tantummodo massarum exhibet vestem, cujus brachia sint utcunque inflexa. Quod si tres massæ jaceant

ceant in directum, efformabunt rectilineum vectem, qui quidem applicatis viribus inflectetur semper nonnihil, ut & in superioribus casibus semper non nihil a priore positione discedet systema novis viribus externis affectum; sed is discessus poterit esse utcumque exiguus, ut supra monui, si limites sint satis validi, adeoque poterit adhuc vectis esse ad sensum rectilineus. Tum vero vires externae debebunt esse unius directionis, & contrariae directioni vis mediae, & binæ quævis ex iis erunt ad se invicem reciproce, ut distantiae a tertia. Inde autem oriuntur tria genera vectium: si fulcrum, vel hypomochlium, sit in medio in E, vis in altero extremo A, resistentia in altero B; vis ad resistentiam est, ut BE, distantia resistentiae a fulcro, ad AE distantiam vis ab eodem; fulcrum autem sentiet summam virium. Et quod de hoc vectis genere dicitur, id omne ad libram pariter pertinet, quæ ad hoc ipsum vectis genus reducitur. Si fulcrum sit in altero extremo, ut in B, vis in altero, ut in A, & resistentia in medio, ut in E, vis ad resistentiam erit in ratione distantiae EB ad distantiam majorem AB, cujus idcirco momentum, seu energia, augetur in ratione suæ distantiae AB ad EB, ut nimirum possit tanto majori resistentiae æquivalere. Si demum fuerit quidem fulcrum in altero extremo B, & resistentia in A, vis prior in E, tum e contrario erit vis ad resistentiam in majore ratione AB ad EB, decrescente tantundem ejus energia, seu momento. In utroque autem casu fulcrum sentiet differentiam virium.

CCCXXVI. Quod si perticæ utcumque inclinatae applicetur pondus in aliquo puncto E, & bini humeros supponant in A & B, sentient ponderis partes inæquales in ratione reciproca distantiarum ab ipso; & si e contrario bina pondera suspendantur in A & B utcumque inæqualia, assumpto autem puncto E, cujus distantiae a punctis A & B sint in ratione reciproca ipsorum ponderum, adeoque massarum, quibus pondera proportionalia sunt, quod idcirco erit centrum gravitatis, suspensa per id punctum pertica, vel supposito fulcro, habebitur æquilibrium, & in E habebitur vis æqualis summæ ponderum. Quin immo si pertica sit utcumque inflexa, & pendeant in A, & B pondera; suspendatur autem ipsa pertica per C ita, ut directio verticalis transeat per centrum gravitatis, habebitur æquilibrium, & ibi sentietur vis æqualis summæ ponderum, cum ob naturam centri gravitatis debeant esse singula pondera seu massæ ductæ in suas perpendiculares distantias a linea ver-

ticali, quam etiam vocant lineam directionis, hinc & inde æqualia. Nam vires ponderum sunt parallelæ, & in iis juxta Num. 319 factis est ad æquilibrium, si vires motrices sint reciproce proportionales distantis a directione virium transeunte per tertium punctum; sentietur autem in suspensione vis æqualis summæ ponderum. Atque inde fluit, quidquid vulgo traditur de æquilibrio solidorum, ubi linea directionis transit per basin, sive fulcrum, vel per punctum suspensionis, & apparet, cur in iis casibus haberi possit tota massa tanquam collecta in suo centro gravitatis, & habeatur æquilibrium impedito ejus descensu tantummodo. Gravitatis omnium punctorum non applicatur ad centrum gravitatis, nec ibi agit; sed ejusmodi esse debent distantie punctorum totius systematis, ut inter fulcrum, & punctum ipsi imminens habeatur vis æqualis summæ virium omnium parallelarum, & directa ad partes oppositas directionibus illarum.

CCCXXVII. At non minus feliciter ex eadem Theoria, & ex eodem illo theoremate, fuit determinatio centri oscillationis. Pendula breviora citius oscillant, remotiora lentius. Quare ubi connexa sunt inter se plura pondera, aliud propius axi oscillationis, aliud remotius ab ipso, oscillatio neque fiet tam cito, quam requirunt propiora, neque tam lente, quam remotiora, sed actio mutua debet accelerare hæc, retardare illa. Erit autem aliquod punctum, quod nec accelerabitur, nec retardabitur, sed oscillabit, tanquam si esset solum. Illud dicitur centrum oscillationis. Determinatio illius ab Hugenio primum est facta, sed precario, & non demonstrato principio; tum alii alias itidem obliquas inierunt vias, ac præcipuas quasque methodos huc usque notas persecutus sum in Supplementis Stanyan § 4 Lib. 3. En autem ejus determinationem simplicissimam ope ejusdem theorematis Num. 312.

Fig. 63.

CCCXXVIII. Sint plures massæ, quarum una A (Fig. 63) mutuis viribus singulari connexæ cum P, cujus motus sit impeditus suspensione, vel fulcro, & cum massa Q jacente in quavis recta PQ, cujus massæ Q motus a mutuo nexu nihil turberetur, quæ nimirum sit in centro oscillationis. Porro hic cum massas pono in punctis spatii A, P, Q, intelligo vel puncta singula, vel quævis aggregata punctorum quæ concipiuntur, ut compenetrata in iis punctis. Velocitati jam acquirenti in descensu nihil obstat is nexus, cum ea sit proportionalis distantie a puncto suspensionis P, nisi quatenus per eum nexum retrahentur omnes massæ a recta tangente ad arcum

cit-

circuli, sustinente puncto ipso suspensionis juxta Num. 281 vim
mutuam respondentem iis omnibus viribus centrifugis. Resoluta
gravitate in duas partes, quarum altera agat secundum rectam, quae
jungit massam cum P, altera sit ipsi perpendicularis; idem punctum
P sustinebit etiam priorem illam; posterior autem determinabit mas-
sas ad motus AN, QM, perpendiculares ipsis AP, QP, ac pro-
portionales per ipsum Num. 300 sinibus angulorum APR, QPR,
existente PR verticali. Sed nexus coget describere arcus similes,
adeoque proportionales distantis a P. Quare si sit AO spatium,
quod vi gravitatis obliquae, sed ex parte impeditae a nexu, revera
percurrat massa A; quoniam Q non turbatur, adeoque percurrit
totum suum spatium QM, erit QM ad AO, ut QP ad AP. De-
mum actio ex A in Q ad actionem ex Q in A proportionalem ON,
erit ex theoremate Num. 313 ut est Q x QP ad A x AP, & omnes
ejusmodi actiones ab omnibus massis in Q debent evanescere,
positivis & negativis valoribus se mutuo elidentibus. Ex illis tri-
bus proportionibus, & hac aequalitate res omnis sic facillime ex-
peditur.

CCCXXIX. Dicatur QM = V, sinus APR = a, sinus QP
R = q. Erit ex prima proportione q : a :: QM = V : AN = $\frac{a \times V}{q}$.

Ex secunda QP : AP :: QM = V : AO = $\frac{AP \times V}{QP}$. Quare ON

$$= \left(\frac{a}{q} - \frac{AP}{QP} \right) \times V. \text{ Sed ex tertia } Q \times QP : A \times AP :: ON = \left(\frac{a}{q} - \frac{AP}{QP} \right)$$

$$\times V : \left(\frac{a \times A \times AP}{q} - \frac{A \times AP^2}{QP} \right) \times \frac{V}{Q \times QP}, \text{ quae erit actio in Q ex}$$

nexu cum A. Ac eodem pacto si esset alibi alia massa B, itidem
connexa cum P & Q, actio in Q inde orta haberetur, positus B,
b loco A, a; & ita porro in quibusvis massis C, D &c. Omnes
autem isti valores positi = 0, dividi possent per $\frac{Q \times QP}{Q \times QP}$,

mune omnibus, & deberent e valoribus conclusis intra parentheses
positivi aequari negativis. Quare habebitur

$$a \times A \times AP + b \times B \times BP \&c = A \times AP^2 + B \times BP^2 \&c; \& \text{ inde}$$

$$QP = q \times \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2 \&c.}{a \times A \times AP + b \times B \times BP}$$

CCCXXX. Sint jam primo omnes massæ in eadem recta lineâ cum puncto suspensionis P, & cum centro oscillationis Q; & angulus QPR æquabitur cuivis ex angulis APR, ac ejus sinus q singulis finibus a, b &c. Quare pro eo casu formula evadit $A \times AP^2 + B \times BP^2$ &c, quæ est ipsa formula Hugeniâna pro $A \times AP + B \times BP$

ponderibus jacentibus in recta transeunte per centrum suspensionis.

CCCXXXI. Quod si jaceant extra ejusmodi rectam in plano POR perpendiculari ad axem rotationis transeuntem per P, sit G centrum commune gravitatis omnium massarum, ducanturque perpendiculara AA, GG, QQ ad PR, & erit ut radius = 1 ad a , ita AP ad AA = $a \times AP$; & eodem pacto QQ = $q \times QP$, GG = $g \times GP$. Substituitis AA pro $a \times AP$, & eodem pacto BB (quam Figura non exprimit) pro $b \times BP$ &c, evadet $QP = \frac{q \times A \times AP^2 + B \times BP^2}{A \times AA + B \times BB}$ &c. Sed si summa massarum di-

$$A \times AA + B \times BB$$

catur M, est ex natura centri gravitatis per Num. 242

$A \times AA + B \times BB$ &c = $M \times GG = M \times g \times GP$. Habebitur igitur valor QP radii nihil turbati in ea inclinatione

$$\frac{q}{g} \times \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{M \times GP}$$

CCCXXXII. Is valor erit variabilis pro varia inclinatione ob valores sinuum q & g variatos, nisi QP transeat per G, quo casu fit $q = g$; & quidem ubi G accedit in infinitum ad PR, decrescente g in infinitum, si PQ non transeat per G, manente finito q , valor q excrefcit in infinitum; contra vero appellente QP ad PR,

evadit $q = 0$, & g remanet aliquid, adeoque q evanescit. Id vero

accidit, quia in appulsu G ad verticalem totum systema vim acceleratricem in infinitum imminuit, & lentissime acceleratur; adeoque ut radius PQ adhuc obliquus sit ipsi in ea particula oscillationis infinitesima isochronus, nimirum aequè parum acceleratus, debet in infinitum produci. Contra vero appellente PQ ad PR ipsius acceleratio minima esse debet, dum adhuc acceleratio radii PG obliqui

liqui est in immensum major, quam ipsa; adeoque brevitate sua ipse radius compensare debet accelerationis imminutionem.

CCCXXXIII. Quare ut habeatur pendulum simplex constantis longitudinis, & in quacunque inclinatione isochronum composito, debet radius PQ ita assumi, ut transeat per centrum gravitatis G, quo unico casu sit constanter $q=g$, & formula evadit constans $A \times AP^2 + B \times BP^2$ &c, quæ est formula generalis pro oscillatio-

$$M \times GP$$

nibus in latus massarum quotcunque, & quomodocunque collocatarum in eodem plano perpendiculari ad axem rotationis, ad quas solas extenditur Theoria trium tantummodo massarum mutuis inter se viribus connexarum, qui casus generaliter continet casum massarum jacentium in eadem recta transeunte per punctum suspensionis, quem prius eruimus.

CCCXXXIV. Inde autem pro hujusmodi casibus plura corollaria deducuntur. Inprimis patet, gravitatis centrum debere jacere in recta, quæ a centro suspensionis ducitur per centrum oscillationis, uti demonstratum est Num. 333. Sed & debet jacere ad eandem partem cum ipso centro oscillationis. Nam utcunque mutetur situs massarum per illud planum, manentibus puncto suspensionis P, & centro gravitatis G, signum valoris quadrati cujusvis AP, BP manebit semper idem. Quare formula valoris sui signum mutare non poterit; adeoque si in uno aliquo casu jaceat Q respectu P ad eandem plagam, ad quam jacet G, debet jacere semper. Jacet autem ad eandem plagam in casu, in quo concipiuntur omnes massæ abire in ipsum centrum gravitatis; quo casu pendulum evadit simplex, & centrum oscillationis cadit in ipsum centrum gravitatis, in quo sunt massæ. Jacebit igitur semper ad eandem partem cum G.

CCCXXXV. Deinde debet centrum gravitatis jacere inter punctum suspensionis, & centrum oscillationis. Sint enim in Fig. Fig. 64. 64 puncta A, P, G, Q eadem, ac in Fig. 63, ducanturque AG, AQ, & Aa perpendicularis ad PQ; summa autem omnium massarum ductarum in suas distantias a recta quapiam, vel plano, vel in earum quadrata, designetur præfixa libera f soli termino pertinente ad massam A, ut contractiores evadant demonstrationes. Erit ex formula inventa $PQ = f. A \times AP^2$. Porro est $AG^2 =$

$$\frac{M \times GP}{Y_3}$$

$$AP^2$$

$AP^2 + GP^2 - 2GP \times Pa$, adeoque $AP^2 = AG^2 - GP^2 + 2GP \times Pa$, & $\int A \times GP^2$ est $M \times GP^2$, ob GP constantem; ac $\int A \times Pa$ est $= M \times GP$, cum Pa sit æqualis distantiae massa: a plano perpendiculari ad QP transeunte per P , & eorum productorum summa æquetur distantiae centri gravitatis ductae in summam massarum; adeoque $\int A \times 2GP \times Pa$ erit $= 2M \times GP^2$. Quare $\int A \times AP^2$ erit $= \int A \times AG^2 - M \times GP^2 + 2M \times GP^2 = \int A \times AG^2$

$$\begin{array}{r}
 M \times GP \\
 + GP. \text{ Erit igitur } PQ \text{ major, quam } PG, \text{ excessu } GQ = \frac{\int A \times AG^2}{M \times GP}
 \end{array}$$

CCCXXXVI. Ex illo excessu facile constat, mutato utcumque puncto suspensionis, rectangulum sub binis distantiiis centri gravitatis ab ipso, & a centro oscillationis fore constans. Cum enim sit $QG = \frac{\int A \times AG^2}{M \times GP}$, erit $GQ \times GP = \int A \times AG^2$, quod pro-

$$M \times GP$$

ductum est constans, & habetur huiusmodi elegans theorema: *singulæ massæ ducantur in quadrata suarum distantiarum a centro gravitatis communi, & dividatur omnium ejusmodi productorum summa per summam massarum, ac habebitur productum sub binis distantiiis centri gravitatis a centro suspensionis, & a centro oscillationis.*

CCCXXXVII. Inde autem primo eruitur illud: *manente puncto suspensionis, & centro gravitatis, debere etiam centrum oscillationis manere nihil mutatum, utcumque totum systema, servata respectiva omnium massarum distantia, & positione ad se invicem convertatur intra idem planum circa ipsum gravitatis centrum; nam illa GP invec̄ta eo pacto pendet tantummodo a distantiiis, quas singulæ massæ habent a centro gravitatis.*

CCCXXXVIII. Sed & illud sponte consequitur: *centrum oscillationis, & centrum conversionis reciprocari ita, ut si fiat suspensio per id punctum, quod fuerat centrum oscillationis, evadat oscillationis centrum illud, quod fuerat punctum suspensionis; & alterius distantia a centro gravitatis mutata, mutetur & alterius distantia in eadem ratione reciproca.* Cum enim earum distantiarum rectangulum debeat esse constans, si pro secunda ponatur valor, quem habuerat prima, debet pro prima obvenire valor, quem habuerat secunda, & altera debet æquari quantitati constanti divisæ per alteram.

CCCXXXIX. Consequitur etiam illud: altera ex iis binis distantibus evanescente, abire alteram in infinitum, nisi omnes massæ in unico puncto sint simul compenetratæ. Nam sine ejusmodi compenetratione summa omnium productorum ex massis & quadratis distantiarum a centro gravitatis, remanet semper finita quantitas; adeoque remanet finita etiam, si dividatur per summam massarum, & quotus, manente diviso finito, crescit in infinitum, si divisor in infinitum decrescat.

CCCXL. Hinc vero iterum deducitur, suspensione facta per ipsum centrum gravitatis nullum motum consequi. Evanescit enim in eo casu distantia centri gravitatis a puncto suspensionis, adeoque distantia centri oscillationis crescit in infinitum, & celeritas oscillationis evadit nulla.

CCCXLI. Quoniam utraque distantia simul evanescere non potest, potest autem centrum oscillationis abire in infinitum, nulla erit maxima e longitudinibus penduli simplicis isochroni pendulo facto per suspensionem dati systematis, sed aliqua debet esse minima, suspensione quadam inducente omnium celerrimam dati systematis oscillationem. Ea vero minima debet esse, ubi illæ binæ distantiae æquantur inter se. Ibi enim evadit minima earum summa, ubi altera crescente, & altera decrescente, incrementa prius minora decrementis, incipiunt esse majora, adeoque ubi ea æquantur in se. Quoniam autem illæ binæ distantiae mutantur in eadem ratione, ut ut reciproca, incrementum alterius infinitesimum erit ad alterius decrementum in ratione ipsarum, nec ea æquari poterunt inter se, nisi ubi ipsæ distantiae inter se æquales fiant. Tum vero illarum productum evadit utriuslibet quadratum, & longitudo penduli simplicis isochroni æquatur eorum summæ; ac proinde habetur hujusmodi theorema: *singula massæ ducantur in quadrata suarum distantiarum a centro gravitatis, & productorum summa dividatur per summam massarum: & dupla radix quadrata quoti exhibebit minimam penduli simplicis isochroni longitudinem.* Vel Geometricè sic: *pro quavis massa capiatur recta, quæ ad distantiam cujusvis massa a centro gravitatis sit in ratione subduplicata ejusdem massa ad massarum summam: inveniantur recta, cujus quadratum æquetur quadratis omnium ejusmodi rectarum simul, & ipse duplum dabit quæsitam longitudinem medianæ, quæ brevissimam præbet oscillationem.*

CCCLII. Hæc quidem omnia locum habent, ubi omnes massæ sint in unico plano perpendiculari ad axem rotationis, ut nimirum
fin-

singulæ massæ possint connecti cum puncto suspensionis, & centro oscillationis. At ubi in diversis sunt planis, vel in plano non perpendiculari ad axem rotationis, oportet singulas massas connectere cum binis punctis axis, & cum centro oscillationis, ubi jam occurrat systema quatuor massarum in se mutuo agentium (q), & relatio virium, quæ in latus agant extra planum, in quo tres e massis jaceant, quæ perquisitio est operosior, sed multo fecundior, & ad problemata plurima rite solvenda magni usus; sed quæ hucusque protuli, speciminis loco abunde sunt; mirum enim, quo in hujusmodi Theoria promovenda, & ad Mechanicam applicanda progredi liceat. Sic etiam determinando centro percussionis, virgam tantummodo rectilineam considerabo, speciminis loco futuram, sive massas in eadem recta linea sitas, & mutuis actionibus inter se connexas.

Fig. 65.

CCCXLIII. Sint in Fig. 65 massæ A, B, C, D connexæ inter se in recta quadam, quæ concipiatur revoluta circa punctum P in ea situm, & quærat in eadem recta punctum quoddam Q, cujus motu impedito debeat impediri omnis motus earundem massarum per mutuas actiones; quod punctum appellatur *centrum percussionis*. Quoniam systema totum gyrat circa P, singulæ massæ habebunt velocitates Aa, Bb &c proportionales distantis a P, adeoque singularum motus, qui per mutuas vires motrices extinguui debent, poterunt exprimi per $A \times AP$, $B \times BP$ &c. Quare vires motrices in iis debebunt esse proportionales iis motibus. Concipiuntur singulæ connexæ cum punctis P & Q, & quoniam velocitas puncti P erat nulla, ibi omnium actionum summa debet esse = 0; summa autem earum, quæ habentur in Q, elidetur a vi externa percussionem sustinente.

CCCXLIV. Quoniam actiones debent esse perpendiculares eidem rectæ jungenti massas, erit per theorema Num. 313 ut PQ ad

$$\bullet \text{ AQ, ita actio in A} = A \times AP, \text{ ad actionem in P} = \frac{A \times AP \times AQ,}{PQ}$$

$$\text{sive ob } \text{AQ} = \text{PQ} - \text{AP, erit ea actio } \frac{A \times AP \times \text{PQ} - A \times \text{AP}^2.}{PQ}$$

Eo-

(q) Systema binarum massarum cum binis punctis connexarum, & inter se, sed adhuc in eodem plano jacentium, persecutus fueram ante aliquot annos; quod sibi a me communicatum exhibuit in sua Synopsi Physicæ Generalis P. Benvenuto, ut ibidem ipse innuit. Id inde excerptum habetur hic in Supplementis §. 5.

Eodem pacto actio in P ex nexu cum B erit $\frac{B \times BP \times PQ - B \times PB^2}{PQ}$,

& ita porro. Iis omnibus positis = 0, divisor communis PQ abit, & omnia positiva æquantur negativis. Erit igitur $A \times AP \times PQ + B \times BP \times PQ \&c = A \times AP^2 + B \times BP^2 \&c$; quare $PQ = \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{A \times AP + B \times BP}$

&c, quæ formula est eadem, ac formula centri oscillationis, ac habetur hujusmodi theorema: *distancia centri percussionis a puncto conversionis æquatur distantiæ centri oscillationis a puncto suspensionis*; adeoque hic locum habent in hoc casu, quæcumque de centro oscillationis superius dicta sunt.

CCCXLV, Quod si quis quærat vim percussionis in Q, hic habebit, $QP \cdot AP :: A \times AP \cdot \frac{A \times AP^2}{QP}$, quæ erit vis in Q ex nexu cum A.

Eodem pacto inveniuntur vires ex reliquis; adeoque summa virium erit $\frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{PQ} \&c$, sive ob $PQ = \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{A \times AP + B \times BP} \&c$, summa illa erit $A \times AP + B \times BP \&c$; ni-

mirum ejusmodi vis erit æqualis summæ virium, quæ requiruntur ad sistendos omnes motus massarum A, B &c cum illis diversis velocitatibus progredientium, videlicet ejusmodi, quæ in massa percussionem excipiente possit producere quantitatem motus æqualem toti motui, qui sistitur in massis omnibus, quod congruit cum lege actionis, & reactionis æqualium, & cum conservatione ejusdem quantitatis motus in eandem plagam, de quibus egimus Num 264, & 263.

CCCXLVI. Habent hic locum alia sane multa, quæ pertinent ad summas virium, quibus agunt massæ, compositarum & viribus, quibus agunt puncta, vel a Newtono, vel ab aliis demonstrata, & magni usus in Mechanica & Physica: hujusmodi sunt ea omnia, quæ Newtonus habet Sectione 12 & 13 Libri I Princip. de attractionibus corporum sphericorum, & non sphericorum, quæ componantur ex attractionibus particularum; ubi habentur præclarissima theoremata tam pro viribus quibuscunque generaliter, quam pro certis virium legibus, ut illa, quæ pertinet ad rationem reciprocam duplicatam distantiarum, in qua globus globum trahit, tan-

quam si omnis materia esset compenetrata in centris eorundem; punctum intra orbem sphericum, vel ellipticum vacuum nullas vires sentit, elisis contrariis; intra globos plenos punctum habet vim directe proportionalem distantiae; unde fit, ut in particulis exiguis ejusmodi vires fere evanescant, & ad hoc, ut vires adhuc etiam in iis sint admodum sensibiles, debeant decrefcere in ratione multo majore, quam reciproca duplicata distantiarum. Hujusmodi etiam sunt, quae Mac-Laurinus tradidit de sphaeroide elliptico porritimum, quae Clairautius de attractionibus pro tubulis capillaribus, quae D' Alembertus, Eulerus, alique pluribus in locis persecuti sunt; quin omnis Mechanica, quae agit vel de aequilibrio, vel de motibus, seclusa omni impulsionem, huc pertinet, & ad diversos arcus reduci potest curvae nostrae, qui possunt esse quantumlibet multi, habere quascunque amplitudines, sive distantias limitum, & areas, quae sint inter se in ratione quacunque, ac ad curvas quascunque ibi accedere, quantum libuerit; sed res in immensum abiret, & satis est, ea omnia innuisse.

CCCXLVII. Addam nonnulla tantummodo, quae generaliter pertinent ad pressionem, & velocitatem fluidorum. Tendant directione quacunque AB puncta disposita in eadem recta (Fig. 66) vi quadam externa respectu systematis eorum punctorum, cujus actionem mutuis viribus elidant ea puncta, & sint in aequilibrio. Inter primum punctum A, & secundum ipsi proximum debet esse vis repulsiva, quae aequetur vi externae puncti A. Quare urgebitur punctum secundum hac vi repulsiva, & praeterea vi externa sua. Hinc vis repulsiva inter secundum, & tertium punctum debet aequari vi huic utrique, adeoque erit aequalis summae virium externarum puncti primi, & secundi. Adjecta igitur sua vi externa tendet deorsum cum vi aequali summae virium externarum omnium trium; & ita porro progrediendo usque ad B, quodvis punctum urgebitur deorsum vi aequali summae virium externarum omnium superiorum punctorum.

CCCXLVIII. Quod si non in directum disposita sint, sed utcumque dispersa per parallelepipedum, cujus basin perpendicularem directioni vis externae exprimat recta FH (Fig. 67) & FECH faciem ipsi parallelam; adhuc facile demonstrari potest componendo, vel resolvendo vires; sed & per se patet, vires repulsivas, quas debet ipsa basis exercere in particulas sibi propinquas, & ad quas vis ejus mutua pertinebit, fore aequales summae omnium superiorum

virium externarum; atque id erit commune tam solidis, quam fluidis. At quoniam in fluidis particulae possunt ferri directione quacunque, quod unde proveniat, videbimus in tertia parte; quaevis particula in omnem plagam urgebitur viribus aequalibus, & urgebit sibi proximas, quae pressionem in alias propagabunt ita, ut, quae sint in eodem plano I:L parallelo FH, in cuius directione nulla vis externa agit, vires ubique eadem sint. Quamobrem quaevis particula sita ubicunque in ea recta in N, habebit eandem vim tam versus planum EF, quam versus planum EG, & versus FH, quam habet particula collocata in eadem linea in MK etiam, ubi addantur parietes AM, CK paralleli FE, cum planis LM, KI, parallelis FH; nimirum vi, quae respondet altitudini MA; ac particula sita in O prope basin FH urgebitur ut quaquaversum, ita & versus ipsam, iisdem viribus, quibus particula sita in BD sub AC. Ipsam urgebunt particulae in eodem plano horizontali iacentes, & accedet ad omnes fluidi, & baseos particulas, donec vi contraria elidatur vis ejus tota ab ejusmodi pressione derivata. Quamobrem basis FH a fluido tanto minore FLMACKIH sentiet pressionem, quam sentiret a toto fluido FEGH; superficies autem LM sentiet a particulis N vim aequalem vi massae LEAM, accedentibus ad ipsam particulis, donec vis mutua repulsiva ei vi aequetur.

CCCXLIX. Hinc autem patet, cur in fluidis nostris gravitate praeditis basis FH sentiat pressionem tanto majorem massae fluidae incumbentis pondere, & cur pondere perquam exiguo fluidi AMKC elevetur pondus collocatum supra LM etiam immane, ubi repagulum LM sit ejusmodi, ut pressioni fluidi parere possit, quemadmodum sunt coriacea. At rotum vas FLMACKIH bilanci inpositum habebit pondus aequale ponderi suo, & fluidi contenti tantummodo; nam superficies vasis LM, KI horizontalis vi repulsiva mutua urgebitur sursum, quantum urget deorsum puncta omnia N versus O, & illa pressio tantumdem imminuit vim, quam in balancem exercet vas, ac tota vis ipsius habebitur de supra pressione sursum superficiei LM, KI a pressione fundi FH facta deorsum; & pariter se mutuo elident vires exercitae in parietes oppositos. Atque haec Theoria poterit applicari facile aliis etiam figuris quibuscunque. Respondebit semper pressio superficiei, & roti ponderi fluidi, quod habeat basin illi superficiei aequalem, & altitudinem ejusmodi, quae usque ad supremam superficiem pertinet inde accepta in directione illius externae vis.

CCCL. Quod si vires particularum repulsivæ sint ejusmodi, ut ad eas multum augendas requiratur mutatio distantiarum, quæ ad distantiam totam habeat rationem sensibilem, tum vero compressio massæ erit sensibilis, & densitas in diversis altitudinibus admodum diversa; sed in iisdem horizontalibus planis eadem. Si vero mutatio sufficiat, quæ rationem habet prorsus insensibilem ad totam distantiam; tum vero compressio sensibilis nulla erit, & massa in fundo eandem habebit ad sensum densitatem, quam prope superficiem supremam. Id pender a lege virium mutua inter particulas, & a curva, quæ illam exprimit. Exprimat in Fig. 68 AD distantiam quandam, & assumpta BD ad AB in quacunque ratione utcumque parva, vel utcumque sensibili, capiantur rectæ perpendiculares DE, BF itidem in quacunque ratione minoris inæqualitatis utcumque magna; poterit utique arcus MN curvæ exprimentis mutuas particularum vires transire per illa puncta E, F, & exhibere quodcumque pressionis incrementum cum quacunque pressione utcumque magna, vel utcumque insensibili.

Fig. 68.

CCCLI. Compressionem ingentem experimur in aere, quæ in eo est proportionalis vi comprimenti. Pro eo casu demonstravit Newtonus Princ. Lib. 3 prop. 23, vim particularum repulsivam mutua debere esse in ratione reciproca simplici distantiarum. Quare in iis distantis, quas habere possunt particule aeris perseverantis cum ejusmodi proprietate, & formam aliam non inducentis (nam & aerem posse e volatili fieri fixum, Newtonus innuit, ac Halesius imprimis uberrime demonstravit), oportet, arcus MN accedat ad formam arcus hyperbolæ conicæ Apollonianæ. At in aqua compressio sensibilis habetur nulla, utcumque magnis ponderibus comprimatur. Inde aliqui inferunt, ipsam elastica vi carere, sed perperam; quin immo vires habere debet ingentes distantis utcumque parum imminutis; quanquam eadem particulæ debent esse prope limites, nam & distractioni resistit aqua. Infinita sunt curvarum genera, quæ possunt rei satisfacere, & satis est, si arcus EF directionem habeat fere perpendicularem axi AC. Si curvam cognitam adhibere libeat, satis est, ut arcus EF accedat plurimum ad Logisticam, cujus subtangens sit perquam exigua respectu distantiarum AD. Demonstratur passim, subtangentem Logisticæ ad intervallum ordinatarum exhibens rationem duplam esse proxime ut 14 ad 10; & eadem subtangens ad intervallum, quod exhibeat ordinatas in quacunque magna ratione inæqualitatis, habet in omnibus Logisticis ratio-

tionem eandem. Si igitur minuatur subtangens Logistica, quantum libuerit, minuetur inique in eadem ratione intervallum BD respondens cuicunque rationi ordinarum BF , DE , & accedet ad æqualitatem, quantum libuerit, ratio AB ad AD , a qua pendet compressio, & cujus ratio reciproca triplicata est ratio densitatum, cum spatia similia sint in ratione triplicata laterum homologorum, & massa compressa possit cum eadem nova densitate redigi ad formam similem. Quare poterit haberi incrementum vis comprimentis in quacunque ingenti ratione auctæ cum compressione utcunque exigua, & ratione densitatum utcunque accedente ad æqualitatem. Verum ubi ordinata ED jam satis exigua fuerit, debet curva recedere plurimum ab arcu Logistica, ad quem accesserat, & qui in infinitum protenditur ex parte eadem, ac debet accedere ad axem AC , & ipsum secare, ut habeantur deinde vires attractivæ, quæ ingentes etiam esse possunt; tum post exiguum intervallum debet haberi alius arcus repulsivus, recedens plurimum ab axe, qui exhibeat vires illas repulsivas ingentes, quas habent particule aqueæ, ubi in vapores abierunt per fermentationem, vel calorem.

CCCLII. In casu densitatis non immutata ad sensum, & virium illarum parallelarum aequalium, uti eas in gravitate nostra concipimus, pressiones erunt ut bases, & altitudines; nam numerus particularum paribus altitudinibus respondens erit æqualis, adeoque in diversis altitudinibus erit in earum ratione; virium autem aequalium summa erunt ut particularum numeri. Arque id experimur in omnibus homogeneis fluidis, ut in Mercurio, & aqua.

CCCLIII. Ubi factò foramine liber exitus relinquitur ejusmodi massæ particulis, erumpent ipsæ velocitatibus, quas acquirent; & quæ respondebunt viribus, quibus urgentur, & spatio, quo indigent, ut recedant a particulis se insequentibus, donec vis mutua repulsiva jam nulla sit. Prima particula relicta libera statim incipit moveri vi illa repulsiva, qua premebatur a particulis proximis: utcunque parum illa recesserit, jam secunda illi proxima magis distat ab ea, quem a tertia, adeoque movetur in eandem plagam, differentia virium accelerante motum; & eodem pacto aliæ post alias ita, ut tempusculo utcunque exiguo omnes aliquem motum habeant, sed initio eo minorem, quo posteriores sunt. Eo pacto discedunt a se invicem, & semper minuitur vis accelerans motum, donec ea evadat nulla; quin immo etiam aliquanto plus æquo a se invicem deinde recedunt particule, & jam attractivis viribus retrahuntur, acceden-

res iterum, non quod retro redeant, sed quod anteriores moveantur jam aliquanto minus velociter, quam posteriores; tum iterum aucta vi repulsiva incipiunt accelerari magis, & recedere, ubi & oscillationes habentur quaedam hinc, & inde.

CCCLIV. Velocitates, quæ remanent post exiguum quoddam determinatum spatium, in quo vires mutue vel nullæ jam sunt, vel æque augmentur, & minuuntur, pendent ab area curvæ, cujus axis partes expriment non distantias a proxima particula, sed tota spatia ab initio motus percurfa, & ordinate in singulis punctis axis expriment vires, quas in iis habebat particula. Velocitates in effluxu aque experimur in ratione subduplicata altitudinum, adeoque subduplicata virium comprimentium. Id haberi debet, si id spatium sit ejusdem longitudinis, & vires in singulis punctis respondentibus ejus spatii sint in ratione primæ illius vis. Tum enim areae totæ erunt ut ipsæ vires initiales, & proinde velocitatum quadrata, ut ipsæ vires. Infinita sunt curvarum genera, quæ rem exhibere possunt; verum id ipsum ad sensum exhibere potest etiam arcus alterius Logisticae cujuspiam amplioris illa, quæ exhibuit distantias singularum particularum.

Fig. 69. Sit ea in Fig. 69 MFN. Tota ejus area infinita ad partes CN asymptotica a quavis ordinata æquatur producto sub ipsa ordinata, & subtangente constanti. Quare ubi ordinata ED jam est perquam exigua respectu ordinatarum BF, HI, tota area CDEN respectu CBFN insensibilis erit, & areæ CBFN, CHIN integræ accipi poterunt pro areis FBDE, IHDE, quæ idcirco erunt ut vires initiales BF, HI.

CCCLV. Inde quidem habebuntur quadrata celeritatum proportionalia pressionibus, sive altitudinibus. Ut autem velocitas absoluta sit æqualis illi, quam particula acquireret cadendo a superficie suprema, quod in aqua experimur ad sensum, debet præterea tota ejusmodi area æquari rectangulo facto sub recta exprimente vim gravitatis unius particulæ, sive vis repulsivæ, quam in se mutuo exercent binæ particule, quæ se primo repellunt, sustinente inferiore gravitatem superioris, & sub tota altitudine. Deberet eo casu esse totum pondus BF ad illam vim, ut est altitudo tota fluidi ad subtangentem Logisticae, si FE est ipsius Logisticae arcus. Est autem pondus FE ad gravitatem primæ particulæ, ut numerus particularum in ea altitudine ad unicam, adeoque ut eadem illa tota altitudo ad distantiam primarum particularum. Quare subtangens illius Logisticae deberet

æqua-

æquari illi distantie primarum particularum, quæ quidem subtangens erit itidem idcirco perquam exigua.

CCCLVI. An in omnibus fluidis habeatur ejusmodi absoluta velocitas, & an quadrata velocitatum in effluxu respondeant altitudinibus; per experimenta videndum est, ut constet, an curvæ virium in omnibus sequantur superiores leges, an diversas. Sed ego jam ab applicatione ad Mechanicam ad applicationem ad Physicam gradum feci, quam uberius in tertia Parte persequar. Hæc interea speciminis loco sint satis ad immensam quandam hujusce campi fecunditatem indicandam utcunque.



PARS III.

Applicatio Theoriæ ad Physicam.

CCCLVII. **I**N secunda hujusce Opusculi parte, dum Theoriam meam applicarem ad Mechanicam, multa identidem immiscui, quæ applicationi ad Physicam sternerent viam, & vero etiam ad eandem pertinerent; at hic, quæ pertinent ad ipsam Physicam, ordinatius persequar; & primo quidem de generalibus agam proprietatibus corporum, quas omnes omnino exhibet illa lex virium, quam initio primæ partis exposui; tum ex eadem præcipua discrimina deducam, quæ inter diversas observamus corporum species, & mutationes, quæ ipsis accidunt, alterationes, atque transformationes evolvam.

CCCLVIII. Primum igitur agam de Impenetrabilitate, de Extensione, de Figurabilitate, de Mole, Massa, & Densitate, de Inertia, de Mobilitate, de Continuitate motuum, de Æqualitate Actionis & Reactionis, de Divisibilitate, & Componibilitate, quam ego divisibilitati in infinitum substituo, de Immutabilitate primorum materiæ elementorum, de Gravitate, de Cohæsione, quæ quidem generalia sunt. Tum agam de Varietate Naturæ, & particularibus proprietatibus corporum, nimirum de varietate particularum & massarum multiplici, de Solidis, & Fluidis, de Elasticis, & Mollibus, de Principiis Chemicarum Operationum, ubi de Dissolutione, Precipitatione, Adhæsione, & Coalescentia, de Fermentatione, & emissione Vaporum, de Igne, & emissione Luminis; ac ipsis præcipuis Luminis proprietatibus, de Odore, de Sapore, de Sono, de Electricitate, de Magnetismo itidem aliquid innuam sub finem; ac demum ad generaliora regressus, quid alterationes, corruptiones, transformationes mihi sint, explicabo. Verum in horum pluribus rem a mea Theoria deducam tantummodo ad communia principia, ex quibus peculiare singulorum tractatus pendent; ac alicubi methodam indicabo tantummodo, quæ ad rei perquisitionem aptissima mihi videatur.

CCCLIX. Impenetrabilitas corporum a mea Theoria omnino sponte fluit; si enim in minimis distantis agunt vires repulsivæ, quæ iis in infinitum imminutis crescunt in infinitum ita, ut pares sint extinguendæ cuilibet velocitati utcumque magnæ, utique non potest ulla finita vis, aut velocitas efficere, ut distantia duorum punctorum

evaneſcat, quod requiritur ad compenetracionem; ſed ad id præſtandum infinita Divina virtus, quæ infinitam vim exerceat, vel infinitam producat velocitatem, ſola ſufficit.

CCCLX. Præter hoc impenetrabilitatis genus, quod a viribus repulſivis oritur, eſt & aliud, quod provenit ab inextenſione punctorum, & quod evolvi in Diſſertationibus de Spatio & Tempore, quas ex Strayanis Supplementis huc tranſtuli, & habetur hic in fine Supplementorum §. 3, & 4. Ibi enim ex eo, quod in ſpatio continuo numerus punctorum loci ſit infinities infinitus, & numerus punctorum materiæ finitus, erui illud: nullum punctum materiæ occupare unquam punctum loci, non ſolum illud, quod tunc occupat aliud materiæ punctum, ſed nec illud, quod vel ipſum, vel ullum aliud materiæ punctum occupavit unquam. Probatio inde petitur, quod ſi ex caſibus ejuſdem generis una claſſis infinities plures contineat, quam altera, infinities improbabilius ſit, caſum aliquem, de quo ignoremus, ad utram claſſem pertineat, pertinere ad ſecundam, quam ad primam. Ex hoc autem principio id etiam immediate conſequitur; ſi enim una maſſa projiciatur contra alteram, & ab omnibus viribus repulſivis abſtrahamus animum, numerus projectionum, quæ aliquod punctum maſſæ projectæ dirigant per rectam tranſeuntem per aliquod punctum maſſæ, contra quam projicitur, eſt utique finitus, cum numerus punctorum in utraque maſſa finitus ſit; at numerus projectionum, quæ dirigant puncta omnia per rectas nulli ſecundæ maſſæ puncto occurrentes, eſt infinities infinitus, ob puncta ſpatii in quovis plano infinities infinita. Quamobrem, habita etiam ratione infinitorum continui temporis momentorum, eſt infinities improbabilior primus caſus ſecundo; & in quacunque projectione maſſæ contra maſſam nullus habebitur immediatus occurſus puncti in materiæ cum altero puncto materiæ, adeoque nulla compenetratio, etiam independenter a viribus repulſivis.

CCCLXI. Si vires repulſivæ non adeſſent, omnis maſſa libere tranſiret per aliam quamvis maſſam, ut lux per vitra, & gemmas tranſit, ut oleum per marmora inſinuatur; atque id ſemper fieret ſine ulla vera compenetracione. Vires, quæ ad aliquod intervallum extenduntur ſatis magnæ, impediunt ejuſmodi liberum comitatum. Porro hic duo caſus diſtinguendi ſunt; alter, in quo curva virium non habeat ullum arcum aſymptoticum cum aſymptoto perpendiculari ad axem, præter illum primum, quem exhibet Fig. 1, cujus aſymptotus eſt in origine abſciſſarum; alter, in quo adſunt

alii ejusmodi arcus asymptotici. In hoc secundo casu si sit aliqua asymptotus ad aliquam distantiam ab origine abscissarum, quæ habeat arcum citra se attractivum, ultra repulsivum cum area infinita, ut juxta Num. 187 puncta posita in minore distantia non possint acquirere distantiam majorem, nec, quæ in majore sunt, minorem; tum vero particula composita ex punctis in minore distantia positis, esset prorsus impenetrabilis a particula posita in majore distantia ab ipsa, nec ulla finita velocitate posset cum illa commisceri, & in ejus locum irrumpere; & si duæ habeantur asymptoti ejusmodi satis proximæ, quarum citerior habeat ulterius crus repulsivum, ulterior citerius attractivum cum areis infinitis, tum duo puncta collocata in distantia a se invicem intermedia inter distantias earum asymptotorum, nec possent ulla finita vi, aut velocitate acquirere distantiam minorem, quam sit distantia asymptoti citerioris, nec majorem, quam sit ulterioris; & cum eæ duæ asymptoti possint esse utrunque sibi invicem proximæ, illa puncta possent esse necessitata ad non mutantiam distantiam intervallo utrunque parvo. Si jam in uno plano sit series continua quadratorum habentium eas distantias pro lateribus, & in singulis angulis poneretur quicumque numerus punctorum ad distantiam inter se satis minorem ea, qua distent illæ duæ asymptoti, vel etiam puncta singula, fieret utique velum quoddam indissolubile, quod tamen esset plicatile in quavis e rectis continentibus quadratorum latera, & posset etiam plicari in gyrum more veterum voluminum. Si autem sit solidum divisum eodem modo in continuam cuborum seriem, & in singulis angulis collocarentur puncta, vel massæ punctorum, id esset solidissimum, & ne plicatile quidem, etiamsi crassitudo unicam cuborum seriem admitteret. Possent autem esse dispersa inter latera illius veli, vel hujus muri, puncta quocumque, nec eorum ullum posset inde egredi ad distantiam a punctis positis in angulis veli, vel muri, majorem illa distantia ulterioris asymptoti. Quod si præterea ultra asymptotum ulteriorem haberetur area repulsiva infinita, nulla externa puncta possent perirumpere nec murum, nec velum ipsum, vel per vacua spatiola transire, utrunque magna cum velocitate advenirent; cum nullum in quadrato sit punctum, quod ab aliquo ex angulis non distet minus, quam per latus quadrati. Quod si ejusmodi binæ, asymptoti inter se proximæ sint in ingenti distantia a principio abscissarum, & in distantia media inter earum binas distantias ab ipso initio ponantur in cuspidibus trianguli æquilateri tria puncta materiæ, tum

in cuspide pyramidis regularis habentis id triangulum æquilaterum pro basi ponantur quotcunque puncta, quæ inter se minus distent quam pro distantia illarum asymptotorum; massula constans hisce punctis erit indissolubilis, cum nec ullum ex iis punctis possit acquirere distantiam a reliquis, nec reliqua inter se distantiam minorem distantia asymptoti ceterioris, & majorem distantia ulterioris, & ipsa hæc particula impenetrabilis a quovis puncto externo materiæ, cum nullum ad reliqua illa tria puncta possit ita accedere, si distat magis, vel recedere, si minus, ut acquirat distantiam, quam habent puncta ejus massæ. Ejusmodi massis ita cohibitis per terna puncta ad maximas distantias sita posset integer constare Mundus, qui haberet in suis illis massulis, seu primigeniis particulis impenetrabilitatem continuam prorsus insuperabilem, sine ulla extensione continua, & indissolubilitatem itidem insuperabilem etiam sine ullo mutuo nexu inter earum puncta, per solum nexum, quem haberent singula cum illis tribus punctis remotis. In omnibus hisce casibus habetur in massa non continua vis ita continua, ut nulla ne apparens quidem compenetratio, & permixtio haberi posset æque, ac in communi sententia de continua impenetrabilis materiæ extensione. Quod autem in illo velo, vel muro exhibuit quadratorum series, idem obtineri potest per figuras alias quamplurimas, & id multo pluribus adhuc modis obtineretur, si non in unica, sed in pluribus distantibus essent ejusmodi asymptotica repagula cum impenetrabilitate continua per non continuam punctorum disperforum dispositionem. At in primo illo casu, in quo nulla habetur ejusmodi asymptotus præter primam, res longe alio modo se haberet. Patet in eo casu illud, si velocitas imprimi posset massæ cuiusvis satis magna, fore, ut ea transeat per massam quamcunque sine ulla perturbatione suarum partium, & sine ulla partium alterius; nam vires, ut agant, & motum aliquem finitum sensibilem gignant, indigent continuo tempore, quo imminuto in immensum, uti imminuitur, si velocitas in immensum augeatur, imminuitur itidem in immensum earum effectus. Rei ideam exhibebit globulus ferreus, qui debeat transire per planum, in quo dispersæ sint hæc, illac plurimæ massæ magneticæ vim habentes validam satis. Si is globus cum velocitate non ita ingenti projiciatur per directionem etiam, quæ in nullam massam debeat incurrere, progredi ultra illas massas non poterit, sed ejus motus sistetur ab illarum attractionibus. At si velocitas sit satis magna, ut actiones virium magneticarum satis exiguo tempore durare possint,

sint, prætervolabit utique, nullo sensibili damno ejus velocitati illato.

CCCLXII. Quin immo ibi considerandum & illud: si velocitas ejus fuerit exigua, ipsum globum facile fissi, exiguo motu a vi mutua æquali seu reactione impresso magnetibus, quo per solam plani frictionem, & mutuas eorum vires impedito, exigua in eorum positionibus mutatio fiat. Si velocitas impressa aliquantulum creverit, tum mutatio in positione magnetum major fiet, & adhuc sistetur globuli motus; sed si velocitas fuerit multo major, globulus autem transeat satis prope aliquas e massis magneticis, ab actione mutua inter ipsum, & eas massas, communicabitur satis ingens motus iis ipsis massis, quo possint etiam ipsum non nihil retardatum, sed adhuc progredientem sequi, avulsæ a cæteris, quæ ob actiones in majore distantia minores, & brevitate temporis, remaneant ad sensum immotæ, & nihil turbatæ. Sed si velocitas ipsa adhuc augetur, quantum est opus, eo deveniri posset, ut massa utcumque proxima in globuli transitu nullum sensibilem motum auferret illi, & ipsa sibi acquireret.

CCCLXIII. Porro ejusmodi exemplum intueri licet, ubi globus aliquis contra obstaculum aliquod projicitur, quod, si satis magnam velocitatem habet, concutit eorum, & diffringit, ac eo majorem effectum edit, quo major est velocitas, ut in muris arcium accidit, qui tormentariis globis impetuntur. At ubi velocitas ad ingentem quandam magnitudinem devenit, nisi satis solida sit compages obstaculi, sive vires cohæisionis satis validæ, jam non major effectus fit, sed potius minor, foramine tantum excavato, quod æquetur ipsi globo. Id experimur, si globus ferreus explodatur sclopeto contra portam ligneam, quæ licet semiaperta sit, & summam habeat super suis cardinibus mobilitatem, tamen nihil prorsus commoveretur, sed excavatur tantummodo foramen æquale ad sensum diametro globi; quod in mea Theoria multo facilius utique intelligitur, quam si continuo nexu partes perfecte solidæ inter se complicarentur, & conjungerentur. Nimirum ut in superiore magnetum casu, particulæ globi secum abripiunt particulas ligni, ad quas accesserunt magis, quam ipsæ ad sibi proximas accederent, & brevitatis temporis non permisit viribus illis, a quibus distantium ligni punctorum nexus præstabatur, ut in iis motus sensibilis haberetur, qui nexum cum aliis sibi proximis a vi mutua ortum dissolveret, aut illis, & toti portæ satis sensibilem motum communicaret. Quod si velocitas satis adhuc augeri posset, ne iis quidem avulsis massa per
mas.

massam transvolaret, nulla sensibili mutatione facta, & sine vera compenetracione haberetur illa apparens compenetratio, quam habet lumen, dum per homogoneum spatium liberrimo rectilineo motu progreditur; quam ipsam fortasse ob causam Divinus Naturæ Opifex tam immanem luci velocitatem voluit imprimi, quantam in ea nobis ostendunt eclipses Jovis satellitum, & annua Fixarum aberratio, ex quibus Roemerus, & Bradleyus deprehenderunt, lumen semiquadrante horæ percurrere distantiam æqualem distantia solis a terra, sive plura milliariorum millia singulis arteriæ pulsibus.

CCCLIV. Ac eodem pacto, ubi herbarum forma in cinere cum tenuissimis filamentis remanet intacta, avolantibus oleosis partibus omnibus sine ulla læsione structuræ illarum, id quidem admodum facile intelligitur, qui fiat, ubi nova vis excitata ingentem velocitatem pariat brevi tempore, quæ omnem alium effectum impediatur virium mutuarum inter olea, & cineres, oleaginosas particulis inter terreas cum hac apparenti compenetracione liberrime avolantibus sine ullo immediato impactu, & incurfu.

CCCLXV. Quod si ita res habet, liceret utique nobis per occlusas ingredi portas, & per durissima transvolare murorum septa sine ullo obstaculo, & sine ulla vera compenetracione, si nimirum satis magnam velocitatem nobis ipsis possemus imprimere, quod si natura nobis permisisset, & velocitates corporum, quæ habemus præ manibus, ac nostrorum digitorum celeritates solerent esse satis magnæ, apparentibus ejusmodi continuis compenetracionibus assueti, nullam impenetrabilitatis haberemus ideam, quam mediocritati nostrarum virium, & velocitatum, ac experimentis hujus generis a sinu materno, & prima infantia usque adeo frequentibus, & perpetuo reperitis debemus omnem.

CCCLXVI. Ex impenetrabilitate oritur extensio. Ea sira est in eo, quod aliæ partes sint extra alias: id autem necessario haberi debet, si plura puncta idem spatii punctum simul occupare non possint. Et quidem si nihil aliunde sciremus de distributione punctorum materiæ, ex regulis probabilitatis constaret nobis, dispersa esse per spatium extensum in longum, latum, & profundum; atque ita constaret, ut de eo dubitare omnino non liceret, adeoque haberemus extensionem in longum, latum, & profundum ex eadem etiam sola Theoria deductam. Nam in quovis plano pro quavis recta linea infinita sunt curvarum genera, quæ eadem directione egressæ e dato puncto extenduntur in longum, & latum respectu ejusdem rectæ, & pro quavis ex ejusmodi curvis infinitæ sunt cur-

væ, quæ ex illo puncto egressæ habeant etiam tertiam dimensionem per distantiam ab ipso. Quare sunt infinities plures casus positionum cum tribus dimensionibus, quam cum duabus solis, vel unica, & idcirco infinities major est probabilitas pro uno ex iis, quam pro uno ex his, & probabilitas absolute infinita omnem eximit dubitationem de casu infinite improbabili, ut ut absolute possibili. Quin immo si res rite consideretur, & numeri casuum inter se conferantur, inveniemus, esse infinite improbabile, uspiam jacere profus accurate in directum plura, quam duo puncta, & accurate in eodem plano plura, quam terna.

CCCXVII. Hæc quidem extensio non est Mathematicæ, sed physice tantum continua; at de præjudicio, ex quo ideam omnino continuæ extensionis ab infantia nobis efformavimus, satis dictum est in prima Parte a Num. 157; ubi etiam vidimus, contra meam Theoriam non posse afferri argumenta, quæ contra Zenonistas olim sunt facta, & nunc contra Leibnitianos militant, quibus probatur, extensum ab inextenso fieri non posse. Nam illi inextensa contigua ponunt, ut mathematicum continuum efforment, quod fieri non potest, cum inextensa contigua debeant compenetrari; dum ego inextensa admitto a se invicem disjuncta. Nec vero illud vim ullam contra me habet, quod nonnulli adhibent, dicentes, hujusmodi extensionem nullam esse, cum constet punctis penitus inextensis, & vacuo spatio, quod est purum nihil. Constat per me non solis punctis, sed punctis habentibus relationes distantiarum a se invicem: ex relationes in mea Theoria non constituuntur a spatio vacuo intermedio, quod spatium nihil est actu existens, sed est aliquod solum possibile a nobis indefinite conceptum, nimirum est possibilitas realium modorum localium existendi cognita a nobis secludentibus mente omnem hiatum, uti exposui in prima Parte Num. 141, & fusius in ea Dissertatione de spatio & tempore, quam hic ad calcem adjicio; constituuntur a realibus existendi modis, qui realem unque relationem inducunt realiter, & non imaginarie tantum diversam in diversis distantis. Porro si quis dicat, puncta inextensa, & hosce existendi modos inextensos non posse constituere extensum aliquid; reponam facile, non posse constituere extensum mathematicæ continuum, sed posse extensum physice continuum, quale ego unicum admitto, & positivis argumentis evinco, nullo argumento favente alteri mathematicæ continuo extenso, quod potius etiam independentem a meis argumentis difficultates habet quam plu-

plurimas. Id extensum, quod admitto, est ejusmodi, ut puncta materiae alia sint extra alia, ac distantias habeant aliquas inter se, nec omnia jaceant in eadem recta, nec in eodem plano omnia, sint vero multa ita proxima, ut eorum intervalla omnem sensum effugiant. In eo sita est extensio, quam admitto, quae erit reale quidpiam, non imaginarium, & erit physice continua.

CCCLXVIII. At erit fortasse, qui dicet, sublata extensione absolute Mathematica tolli omnem Geometriam. Respondeo, Geometriam non tolli, quae considerat relationes inter distantias, & inter intervalla distantiarum intercepta, quae mente concipimus, & per quam ex hypothesebus quibusdam conclusiones cum iis connexas ex primis quibusdam principiis deducimus. Tollitur Geometria actu existens, quatenus nulla linea, nulla superficies mathematice continua, nullum solidum mathematice continuum ego admitto inter ea, quae existunt; an autem inter ea, quae possunt existere, habeantur, omnino ignoro. Sed aliquid ejusmodi in communi etiam sententia accidit. Nulla existit revera in Natura recta linea, nullus circulus, nulla ellipsis, nec in ejusmodi lineis accurate talibus fit motus ullus, cum omnium Planetarum & Terrae in communi sententia motus habeantur in curvis admodum complicatis, atque altissimis, &, ut est admodum probabile, transcendentibus. Nec vero in magnis corporibus ullam habemus superficiem accurate planam, & continuam, aut sphaericam, aut cujusvis e curvis, quas Geometrae contemplantur, & plerique ex iis ipsis, qui solida volunt elementa, simplices ejusmodi figuras ne in ipsis quidem elementis admittent.

CCCLXIX. Quamobrem Geometria tota imaginaria est, & idealis, sed propositiones hypotheticae, quae inde deducuntur, sunt verae, & si existant conditiones ab illa assumptae, existent utique & conditiones inde erutae, ac relationes inter distantias punctorum imaginarias ope Geometriae ex certis conditionibus deductae, semper erunt reales, & tales, quales eas invenit Geometria, ubi illae ipsae conditiones in realibus punctorum distantiarum existant. Ceterum ubi de realibus distantiarum agitur, nec illud in sensu physico est verum, ubi punctum interiaceret aliis binis in eadem recta positis, a quibus aequae distet, binas illas distantias fore partes distantiae punctorum extremorum juxta ea quae diximus Num. 67. Physice distantia puncti primi a secundo constituitur per puncta ipsa, & binos reales ipsorum existendi modos, ita & distantia secundi a tertio; quorum summa omnia tria puncta cum tribus existendi modis, dum distantia

stantia primi a tertio constituitur per sola duo puncta extrema, & duos ipsorum existendi modos, quæ ablato intermedio reali puncto manet prorsus eadem. Illæ duæ sunt partes illius tertiæ tantummodo in imaginario, & geometrico statu, qui concipit indefinite omnes possibiles intermedios existendi modos locales, & per eam cognitionem abstractam concipit continua intervalla, ac eorum partes assignat, ac ope ejusmodi conceptuum ratiocinationes instituit ab assumptis conditionibus petitas, quæ, ubi demum ad aliquod reale deducunt, non nisi ad verum possint deducere, sed quod verum sit tantummodo, si rite intelligantur termini, & explicentur. Sic quod aliqua distantia duorum punctorum sit æqualis distantie aliorum duorum, situm est in ipsa natura illorum modorum, quibus existunt, non in eo, quod illi modi, qui eam individuam distantiam constituunt, transferri possint, ut congruant. Eodem pacto relatio duplæ, vel triplæ distantie habetur immediate in ipsa essentia, & natura illorum modorum. Vel si potius velimus illam referre ad distantiam æqualem, dici poterit, eam esse duplam alterius, quæ talis sit, ut si alteri ex alterius punctis ponatur tertium novum ad æqualem distantiam ex parte altera; distantia nova hujus tertii a primo sit æqualis illi, quæ duplæ nomen habet, & sic de reliquis, ubi ad realem statum transitur. Neque enim in statu reali haberi potest usquam congruentia duarum magnitudinum in extensione, ut haberi nec in tempore potest unquam; adeoque nec æqualitas per congruentiam in statu reali haberi potest, nec ratio dupla per partium æqualitatem. Ubi decempeđa transfertur ex uno loco in alium, succedunt alii, atque alii punctorum extremorum existendi modi, qui relationes inducunt distantiarum ad sensum æqualium: ea æqualitas a nobis supponitur ex causis, nimirum ex mutuo nexu per vires mutuas, uti hora hodierna ope egregii horologii comparatur cum hesternæ eidem æqualitate supposita ex causis, sed loco suo divelli, & ex uno die in alterum hora eadem traduci non potest. Verum hæc omnia ad Metaphysicam potius pertinent, & ea fusius cum omnibus loci, ac temporis relationibus persecutus sum in memoratis Dissertationibus, quas hic in fine subijcio.

CCCLXX. Ex extensione oritur figurabilitas, cum qua constituitur moles, & densitas supposita massa. Quoniam puncta distrahuntur per spatium extensum in longum, latum, & profundum; spatium, per quod extenduntur, habet suos terminos, a quibus figura pendet. Porro figuram determinatam ab ipsa natura, &

existentem in re, possunt agnoscere tantummodo in elementis ii, qui admittunt elementa ipsa solida, atque compacta, & continua, & qui ab inextensis extensum continuum componi posse arbitrantur; ubi nimirum rota illa materia superficie continua quadam terminetur. Ceterum in corporibus hisce, quæ nobis sub sensum cadunt, idea figuræ, quæ videtur maxime distincta, est admodum vaga, & indefinita, quod quidem diligenter exposui agens superiore anno de Figura Telluris in Dissertatione inserta postremo Bononiensium Actorum tomo, in qua continetur Synopsis mei operis de Expeditione Litteraria per Pontificiam ditionem, ubi sic habeo: *Inprimis hoc ipsum nomen figuræ terrestris, quod certam quandam, ac determinotam significationem videtur habere, habet illam quidem admodum incertam, & vagam. Superficies illa, quæ maria, & lacus, & fluvios, ac montes, & caupos, vallesque terminat, est illa quidem admodum, nobis saltem, irregularis, & vero etiam instabilis: mutatur enim quovis utcumque minimo undarum, & glebarum motu; nec de hac Telluris figura agunt, qui in figuram Telluris inquirunt. Aliam ipsi substituant, quæ regularis quodammodo sit, sit autem illi priori proxima, quæ nimirum abvafis haberetur montibus, collibusque, vallibus vero opletis. At hæc iterum terrestris figuræ notio vaga admodum est, & incerta. Uti enim infinita sunt curvarum regularium genera, quæ per datum datorum punctorum numerum transire possint, ita infinita sunt genera curvarum superficialium, quæ Tellurem ita ambire possint, atque concludere, ut vel omnes, vel datos contingant in datis punctis montes, collesque, vel si per medios transire colles, ac montes debeat superficies quædam, ita, ut regularis sit, & tantundem materiæ concludat extra, quantum vacuû aeris infra sese concludat usque ad veram hanc nobis irregularem Telluris superficiem, quam inuenimus; infinitæ itidem, & a se invicem diversæ admodum superficies haberi possunt, quæ prolemari satisfaciant, atque eæ ejusmodi etiam, ut nullam, quæ sensu percipi possit, præ se ferant gibbositatem, quæ ipsa vox non ita determinatam continet ideam.*

CCCLXXI. Hæc ego ibi de Telluris figura, quæ omnino pertinent ad figuram corporis cujuscunque in communi etiam sententia de continua extensione materiæ; nam omnium fere corporum superficies hic apud nos utique multo magis scabræ sunt pro ratione suæ magnitudinis, quam Terra pro ratione magnitudinis suæ, & vacuitates internas habent quamplurimas. Verum in mea Theoria res adhuc magis indefinita, & incerta est. Nam infinitæ

sunt etiam superficies curvæ continuæ, in quibus tamen omnia jaceant puncta massæ cujusvis: quin immo infinitæ numero curvæ sunt lineæ, quæ per omnia ejusmodi puncta transeant. Quamobrem mente tantummodo constringenda est quædam superficies, quæ omnia puncta includat, vel quæ pauciora, & a reliquorum coacervatione remotiora excludat, quod æstimatione quadam morali fiet, non accurata geometrica determinatione. Ea superficies figuram exhibebit corporis; atque hic jam, quæ ad diversâ figurarum genera pertinent, id omne mihi commune est cum communi Theoria de continua extensione materiæ.

CCCLXXII. A figura pendet moles, quæ nihil est aliud, nisi totum spatium extensum in longum, latum, & profundum externa superficie conclusum. Porro nisi concipiamus superficiem illam, quam innui, quæ figuram determinet, nulla certa habebitur molis idea: quin immo si superficiem concipiamus tortuosam illam, in qua jaceant puncta omnia, jam moles triplici dimensione prædicta erit nulla; si lineam curvam concipimus per omnia transeuntem, nec duarum dimensionum habebitur ulla moles. Sed in eo itidem incerta æstimatione indiget sententiæ communis ob interstitia illa vacua, quæ habentur in omnibus corporibus, & scabritiem, juxta ea, quæ diximus de indeterminatione figuræ. Hic autem itidem concepta superficie externa terminante figuram ipsam, quæ deinde de mole relata ad superficiem tradi solent, mihi communia sunt cum aliis omnibus; ut illud, posse eandem magnitudine molem terminari superficiebus admodum diversis, & forma, & magnitudine, ac omnium minimam esse sphericæ figuræ superficiem respectu molis; in figuris autem similibus molem esse in ratione triplicata laterum homologorum, & superficiem in duplicata, ex quibus pendent phænomena sane multa, atque ea imprimis, quæ pertinent ad resistantiam tam fluidorum, quam solidorum.

CCCLXXIII. Massa corporis est tota quantitas materiæ pertinentis ad id corpus, quæ quidem mihi erit ipse numerus punctorum pertinentium ad illud corpus. At hic jam oritur indeterminatione quædam, vel saltem summa difficultas determinandi massæ ideam, nec id tantum in mea, verum etiam in communi sententiâ, ob illud additum *punctorum pertinentium ad illud corpus*, quod heterogeneas substantias excludit. Ea de re sic ego quidem in Stayanis Supplementis § 10 Lib. I: *Nam admodum difficile est determinare, quæ sint illæ substantiæ heterogeneæ, quæ non pertinent ad corporis constitutionem.*

tionem. Si materiam spectemus, ea & mihi, & aliis plurimis homogenea est, & solis ejus diversis combinationibus diversae oriuntur corporum species. Quare ab ipsa materia non potest desumi discrimen illud inter substantias pertinentes, & non pertinentes. Si autem & diversam illam combinationem spectemus, corpora omnia, quae observamus, mixta sunt ex substantiis admodum dissimiliter, quae tamen omnes ad ejus corporis constitutionem pertinent. Id in animalium corporibus, in plantis, in marmoribus plerisque, oculis etiam patet, in omnibus autem corporibus, Chemia docet, quae mixtionem illam dissolvit.

CCCLXXIV. Ex alia parte tenuissima aetherea materia, quae omnino est aliqua nostro aere ravior, ad constitutionem massae nequaquam pertinere censetur, ut nec pro corporibus plerisque aer, qui meatibus intermis interjacet. Sic aer inclusus spongiae meatibus, ad ipsius constitutionem nequaquam censetur pertinere. Idem autem ad multorum corporum constitutionem pertinet, saltem ad fixam naturam redactus, ut Halesius demonstravit, plures & animalis regni, & vegetabilis substantias magna sui parte constare aere fixitatem adepto. Rursus substantiae volatiles, aere ipso tenuiores multo, quae in corporum dissolutione chemica in halitus, & fumos alevant, & plures fortasse, quas nos nullo sensu percipimus, ad ipsa corpora pertinebant.

CCCLXXV. Nec illud assenti potest, quidquid solidum & fixum est, tantummodo pertinere ad corporis massam; quis enim a corporis humani massa sanguinem omnem, & tot lymphas excludat, a lignis vesiculis succos nonnum concretos? Praeterquam quod massa idea non ad solida solum corpora pertinet, sed etiam ad fluida, in quibus ipsis alia tenuiora alicujus densiorum meatibus interjacent. Nec vero dici potest, pertinere ad corporis constitutionem, quidquid materiae translato corpore, simul cum ipso transfertur; nam aer, qui intra spongiam est, partim mutatur in ea translatione, is nimirum, qui officio est propior, partim manet, qui nimirum intimior, & qui aliquamdiu manet, mutatur deinde.

CCCLXXVI. Hoc & alia mihi diligentius perpendenti, illud videtur demum, ideam massae non esse accurato determinatam, & distinctam, sed admodum vagam, arbitrariam, & confusam. Erit massa materia omnis ad corporis constitutionem pertinens; sed a crassa ariditate, & arbitraria assumptione perdetur illud, quod est pertinere ad ipsam eius constitutionem. Haec ego ibi; tum ad molem transeo, de cuius indeterminatione jam hic superius egimus, ac deinde ad densitatem, quae est relatio massae ad molem, eo major, quo pari mole est ma-

jor massa, vel quo pari massa est minor moles. Hinc mensura densitatis est massa divisa per molem; & quaecunque vulgo proferuntur de comparationibus inter massam, molem, & densitatem, hæc omnia & mihi communia sunt. Massa est ut factum ex mole & densitate; moles ut massa divisa per densitatem. Raritas autem etiam mihi, ut & aliis, est densitatis inversa, ut nimirum idem sit dicere, corpus aliquod esse decuplo minus densum alio aliquo corpore, ac dicere, esse decuplo magis rarum. Verum quod ad densitatem & raritatem pertinet, in eo ego quidem a communi sententia discrepo, uti exposui Num. 88, quod ego nullum habeo l'imitem densitatis & raritatis, nec maximum, nec minimum; dum illi minimam debeant aliquam raritatem agnoscere, & maximam densitatem possibilem, utut finitam, quæ illis idcirco per saltum quemdam necessario abrumpitur, licet nullam agnoscant raritatem maximam, & minimam densitatem. Mihi enim materiæ puncta possunt & augere distantias a se invicem, & imminuere in quacunque ratione, cum data linea quavis possit ex ipsis Euclideis elementis inveniri semper alia, quæ ad ipsam habeat rationem quamcunque utcunque magnam, vel parvam; adeoque potest, stante eadem massa augeri moles, & minui in quacunque ratione data; at illis potest quidem quavis massa dividi in quemvis numerum particularum, quæ dispersæ per molem utcunque magnam augeant raritatem, & minuant densitatem in imensum; sed ubi massa omnis ita ad contactus immediatos devenit, ut nihil jam supersit vacui spatii; tum vero densitas est maxima, & raritas minima omnium, quæ haberi possint, & tamen finita est, cum mensura prioris habeatur, massa finita per finitam molem divisa, & mensura posterioris divisa mole per massam.

CCCLXXVII. Inertia corporum oritur ab inertia punctorum, & a viribus mutuis; nam illud demonstravimus Num. 259, si puncta quaecunque vel quiescant, vel moveantur directionibus, & celeritatibus quibuscunque, sed singula æquabili motu, centrum commune gravitatis vel quiescere, vel moveri uniformiter in directum; ac vires mutuas quascunque inter eadem puncta nihil turbare statum centri communis gravitatis sive quiescendi, sive movendi uniformiter in directum. Porro vis inertiae in eo ipso est sita; nam vis inertiae est determinatio perseverandi in eodem statu quiescendi, vel movendi uniformiter in directum, nisi externa vis cogat statum suum mutare; & cum ex mea Theoria demonstretur, eam proprietatem debere habere centrum gravitatis massæ cujuscunque compositæ

litæ punctis quotcunque, & utcunque dispositis, patet, eam deduci pro corporibus omnibus; & hic illud etiam intelligitur, cur concipiantur corpora tanquam collecta, & compenetrata in ipso gravitatis centro.

CCCLXXVIII. Mobilitas recenferi solet inter generales corporum proprietates, quæ quidem sponte consequitur vel ex ipsa curva virium: cum enim ipsa exprimat suarum ordinarum ope determinationes ad accessum vel recessum, requirit necessario mobilitatem, sive possibilitatem motuum, sine quibus accessus, & recessus ipsi haberi utique non possunt. Aliqui & quiescibilitatem adscribunt corporibus; at ego quidem corporum quietem saltem in natura, uti constituta est; haberi non posse arbitror, uti exposui Num. 85. Eam excludi oportere censeo etiam infinitæ improbabilitatis argumento, quo sum usus in ea Dissertatione de spatio, & tempore, quam toties jam nominavi, & in Supplementis hic proferam § 3, ubi evinco, casum, quo punctum aliquod materiæ occupet quovis momento temporis punctum spatii, quod alio quopiam quocunque occuparit vel ipsum, vel aliud punctum quodcunque, esse infinites improbabilem, considerato nimirum numero punctorum materiæ finito, numero momentorum possibilium infinito ejus generis, cujus sunt infinita puncta in una recta, qui numerus momentorum bis sumitur, semel cum consideratur puncti dati materiæ cujuscunque momentum quodvis, & iterum cum consideratur momentum quodvis, quo aliud quodpiam materiæ punctum alicubi fuerit, ac iis collatis cum numero punctorum spatii habentis extensionem in longum, latum, & profundum, qui idcirco debet esse infinitus ordinis tertii respectu superiorum. Deinde ab omnium corporum motu circa centrum commune gravitatis, vel uniformiter progrediens in recta linea, quies actualis itidem a natura excluditur.

CCCLXXIX. Verum ipsam quietem excludit alia mihi proprietas, quam omnibus itidem materiæ punctis, & omnium corporum centris gravitatis communem censeo, nimirum continuitas motuum, de qua egi Num. 295, & alibi. Quodvis materiæ punctum seclusis motibus liberis, qui oriuntur ab imperio liberorum spirituum, debet describere curvam quandam lineam continuam, cujus determinatio reducitur ad hujusmodi problema generale: Dato numero punctorum materiæ, ac pro singulis dato puncto loci, quod occupent dato quopiam momento temporis, ac data directio-

ne, & velocitate motus initialis, si tum primo projiciantur, vel tangentialis, si jam ante fuerunt in motu, ac data lege virium expressa per curvam aliquam continuam, cujusmodi est curva figuræ primæ, quæ meam Theoriam continet, invenire singulorum punctorum trajectorias, lineas nimirum, per quas ea moventur singula. Id problema Mechanicum quam sublime sit, quam omnem humanæ mentis excedat vim, ille satis intelliget, qui in Mechanica versatus non nihil noverit, trium etiam corporum motus, admodum simplici etiam vi præditorum, nondum esse generaliter definitos, uti monui Num. 203, & consideret immensum punctorum numerum, ac altissimam curvæ virium tantis flexibus circa axem circumvolutæ elevationem.

CCCLXXX. Sed licet ejusmodi problema vires omnes humanæ mentis excedat, adhuc tamen unusquisque Geometra videbit facile problema, esse prorsus determinatum, & curvas ejusmodi fore omnes continuas sine ullo saltu, si in lege virium nullus sit saltus. Quin immo & illud arbitror, in ejusmodi curvis nec ullas usquam cuspidas occurrere; nam nodos nullos esse consequitur ex eo, quod nullum materiæ punctum redeat ad idem punctum spatii, in quo ipsum aliquando fuerit, adeoque nullus habeatur regressus, qui tamen ad nodum est necessarius. Hujusmodi curvæ necessariae essent omnes, & mens, quæ tantam haberet vim, quanta requiritur ad ejusmodi problemata rite tractanda, & intimius perspiciendas solutiones (quæ quidem mens posset etiam finita esse, si finitus sit punctorum numerus, & per finitam expressionem data notio curvæ exprimentis legem virium) posset ex arcu continuo descripto a punctis materiæ omnibus exiguo etiam tempore derivare ipsam virium legem, cum quidam finiti tantummodo positionum numeri finitos determinare possint numeros punctorum curvæ virium, & arcus continuus legem ipsam continuam; & fortasse solæ etiam positiones omnium punctorum cum dato arcu continuo percurso ab unico etiam puncto motu continuo, exiguo etiam aliquo tempusculo, ad rem præstandam satis essent. Cognita autem lege virium, & positione, ac velocitate, & directione punctorum omnium dato tempore, posset ejusmodi mens prævidere omnes futuros necessarios motus, ac status, & omnia naturæ phænomena necessaria, ab iis utique pendentia, atque prædicere; & ex unico arcu descripto a quovis puncto, tempore continuo utcumque parvo, quem aliqua mens satis comprehenderet, eadem determinare posset reliquum omnem ejusdem continuæ curvæ tractum utraque e parte in infinitum productum.

CCCLXXXI. Nos eo aspirare non possumus, tum ob nostræ mentis imbecillitatem, tum quia ignoramus numerum, & positionem, ac motum punctorum singulorum; nam nec motus absolutos intuemur, sed respectivos tantummodo respectu Telluris, vel ad summum respectu systematis planetarii, vel systematis Fixarum omnium; tum etiam quia curvas illas turbant liberi motus, quos producant spirituales substantiæ. •Harmonia præstabilita Leibnitianorum ejusmodi perturbationem tollit omnem, saltem respectu animæ nostræ, cum omne immediatum commercium demat inter corpus, & animam; & id, quod rantopere improbatum est in Theoria Cartesiana, quæ Bruta redegerat ad automata, ad homines etiam ipsos transfert, quorum motus a machina provenire omnes, & necessarios esse in ea Theoria, facile constat; & quidem idcirco etiam eadem mihi Theoria displicet plurimum, quam præterea si admittebam, nullam sane viderem, ne tenuissimam quidem rationem, quæ mihi suadere posset, præter animam meam, cujus ideæ per se, & sine ullo immediato nexu cum corpore evolvantur, me habere aliquod corpus, quod motus ullos habeat, & multo minus, ejusmodi motus esse conformes iis ideis, aut ullos alios esse homines, ullam naturam corpoream extra me; ad quæ omnia, & multo adhuc pejora, mentem suis omnia momentis librantem deducat omnino oportet ejusmodi sententia, quam promoveri passim, & vero etiam recipi, ac usque adeo gliscere, quin & omnino tolerari, semper miratus sum.

CCCLXXXII. Censeo igitur, & id intima vi, qua anima suarum idearum naturam, & proprietates quasdam, atque originem novit, constare arbitror, motus liberos corporis ab anima provenire; ac quemadmodum virium lex necessaria in ipsa fortasse materiæ natura sita ejusmodi est, ut juxta eam bina materiæ puncta debeant ad se invicem accedere, vel a se invicem recedere, determinata & quantitate motus, & directione per distantias; ita esse alias leges virium liberarum animæ, secundum quas debeant quædam puncta materiæ habentia ejusmodi dispositionem, quæ ad vivum, & sanum corpus organicum requiritur, ad ipsius animæ nutum moveri; sed hujusmodi leges etiam censeo requirere illud, ut nulli materiæ puncto imprimatur motus aliquis, nisi alicui alteri imprimatur alius contrarius, & æqualis, quod constat ex ipso nisu, quem semper exercemus in partes contrarias, juxta ea, quæ diximus Num. 74; ac itidem arbitror, & id ipsum diligenti observatione, & reflexione facile

cile colligitur, ejusmodi quoque motus imprimi non posse, nisi servata lege continuitatis sine ullo saltu; quod si ab omnibus spiritibus observari debeat, discedent quidem veri motus a curvis illis necessariis, & a libera voluntatis determinatione pendebunt curvæ descriptæ, sed motuum continuitas nequaquam turbabitur.

CCCLXXXIII. Porro inde constat, cur in motibus nullum uspiam deprehendamus saltum, cur nullum materiæ punctum ab uno loci puncto abeat ad aliud punctum loci sine transitu per intermedia, cur nulla densitas mutetur per saltum, cur & motus reflexi, & refracti fiant per curvaturam continuam, ac alia ejusmodi, quæ huc pertinent. Verum simul patebit & illud, in cujus gratiam hæc congesimus, nullam fore absolutam quietem, in qua nimirum continuatus ille curvæ descriptæ ductus abruptatur, ea continuitate lapsa nihilo minus, quam laderetur, si curva continua desineret alicubi in rectam.

CCCLXXXIV. Jam vero ad actionis, & reactionis æqualitatem gradu factò, eam abunde deduximus a Num. 264 pro binis quibusque corporibus ex actione & reactione æqualibus in punctis quibuscunque. Cum nimirum mutuæ vires nihil turbent statum centri gravitatis communis, & centra gravitatis binarum massarum debeant cum ipso communi centro jacere in directum ad distantias hinc & inde reciproce proportionales ipsis massis, ut ibidem demonstravimus; consequitur illud, motus quoscunque, quos ex mutua actione habebunt binarum massarum centra gravitatis, debere fieri in lineis similibus, & proportionalibus distantiae singularum ab ipso gravitatis centro communi, adeoque reciproce proportionalibus ipsis massis; & quod inde consequitur, summa motuum computatorum secundum directionem quamcunque, quam ex mutuis actionibus acquireret altera massa, fore semper æqualem summæ motuum computatorum secundum oppositam, quam altera acquireret simul, in quo ipso sita est actionis & reactionis æqualitas, ex qua corporum collisiones deduximus in secunda parte, & ex qua multa phænomena pendunt, in Astronomia imprimis.

CCCLXXXV. Illud unum hic adnotandum censeo, per hanc ipsam legem comprobari plurimum ipsas vires mutuas inter materiæ particulas, & deveniri ad originem motuum plurimorum, quæ inde pendet; si nimirum particulae massæ cujuslibet ingentem habeant motum reciprocum hac, illac, & interea centrum commune gravitatis iisdem iis motibus careat, id sane indicio est, eos motus

provenire ab internis viribus mutuis inter puncta ejusdem massæ. Id vero accidit imprimis in fermentationibus, quæ habentur post quarundam substantiarum permixtionem, quarum particula non omnes simul jam in unam feruntur plagam, jam in aliam, sed singularim motibus diversissimis, & inter se etiam contrariis, quos idcirco motus omnes illarum contra gravitatis habere non possunt: ù motus provenire omnino debent a mutuis viribus, & commune gravitatis centrum interea quiescet respectu ejus vasis, in quo fermentatio fit, & terræ, respectu cujus quiescit vas.

CCCLXXXVI. Quod ad divisibilitatem pertinet, eam quidem in infinitum progredientem sine ullo limite in spatio continuo ille solus non agnoscer, qui Geometriæ elementaris etiam vim non sentiat, a qua pro ejusmodi divisibilitate in infinitum tam multa, & simplicia, & perspicua sane argumenta desumuntur. Ubi ad materiam fit transitus; si, ubi de ea agitur, quæ distinctas occupant loci partes, distincta etiam sunt; ab illa spatii continui divisibilitate in infinitum, materiae quoque divisibilitas in infinitum consequitur evidentissime, & utcumque prima materiae elementa atomos, sive Naturæ vi insectilia censeant multi, ut & Newtonus ipse, adhuc tamen absolute eorum divisibilitatem agnoscent passim illi ipsi.

CCCLXXXVII. Materiae elementa extensa per spatium divisibile, sed omnino simplicia, & carentia partibus, admiserunt non nulli e Peripateticis, & est etiam nunc, qui recentiorum Philosophiam professus admittat; at eam sententiam non ex præjudicio quoddam, quanquam id etiam est ingens, & commune, sed ex inductionis principio, & analogia impugnavi in prima parte Num. 83. Quamobrem arbitror, si quid corporum extensionem habeat per totum quoddam continuum spatium, id ipsum debere absolute habere partes, & esse divisibile in infinitum æque, ac illud ipsum est spatium.

CCCLXXXVIII. At in mea Theoria, in qua prima elementa materiae mihi sunt simplicia, ac inextensa, nullam eorum divisibilitatem haberi constat. Massæ autem, quæcumque actu existant, sunt mihi congeries punctorum ejusmodi numero finitæ. Hinc hæc congeries dividi utique possunt in partes, sed non plures, quam sit ipse punctorum numerus massam constituentium, cum nulla pars minus continere possit, quam unum ex iis punctis. Nec Geometrica argumenta quidquam probant in mea Theoria pro divisibilitate ultra eum limitem; posteaquam enim deventum fuerit ad intervalla minora, quam

fit distantia duorum punctorum, sectiones posteriores secabunt intervalla ipsa vacua, non materiam.

CCCLXXXIX. Verum licet ego non habeam divisibilitatem in infinitum, habeo tamen componibilitatem, ut appellare soleo, in infinitum. In quovis dato spatio habebitur quidem semper certus quidam punctorum numerus, qui ideirco etiam finitus erit; neque enim ego admitto infinitum ullum in Natura, aut in extensione, neque infinite parvum in se determinatum, quod ego positiva demonstratione exclusi primum in mea Dissertatione *de Natura & usu infinitorum, & infinite parvorum*; tum & aliis in locis; quod tamen requireretur ad hoc, ut intra finitum spatium contineretur punctorum numerus indefinitus; at longe aliter se res habet, si consideremus, qui numerus punctorum in dato spatio possit existere: tum enim nullus est numerus finitus ita magnus, ut alius adhuc finitus ipso major haberi in eo spatio non possit. Nam inter duo puncta quæcunque potest in medio interferi aliud, quod quidem neutrum continget; nam aliter etiam ea duo se coningerent mutuo, & non distarent, sed compenetrarentur. Potest autem eadem ratione inter hoc novum, & priora illa interferi novum utrinque, & ita porro sine ullo limite; adeoque deveniri potest ad numerum punctorum quovis determinato utcunque magno majorem in unica etiam recta, & proinde multo magis in spatio extenso in longum, latum, & profundum. Hanc ego voco componibilitatem in infinitum. Numerus, qui in quavis data massa existit, finitus est; sed dum eum Naturæ conditor determinare voluit, nullos habuit limites, quos non potuerit prætergredi, nullum ultimum habente terminum serie illa possibilium finitorum in infinitum crescentium.

CCCXC. Hæc componibilitas in infinitum æquivaleret divisibilitati in ordine ad explicanda naturæ phænomena. Posita divisibilitate materiæ in infinitum, solvitur facile illud problema, *datum massam utcunque parvam, ita distribuere per datum spatium utcunque magnum, ut in eo nullum sit spatium majus dato quocunque utcunque parvo penitus vacuum, & sine ulla ejus materiæ particula.* Concipitur enim numerus, quo illud magnum spatium datum continere possit hoc spatium exiguum, qui utique finitus est, & in se determinatus: concipitur in totidem particulas divisa massula, & singule particule destinantur singulis spatiolis; quæ iterum dividi possunt, quantum libuerit, ut parietes spatioli sui convestiant, qui utique ad unam ejus transversam sectionem habent finitam rationem, adeoque

que continua sectione planis parallelis facta. possunt ipsi parietes convestiri segmentis suæ particulae, vel possunt ejus particulae segmenta iterum per illud spatium utcumque dispergi. In mea Theoria substituitur hujusmodi aliud problema: *intra datum spatium collocare eum punctorum numerum, qui deinde distribui possit per spatium utcumque magnum ita, ut in eo nullum sit spatium cuiusvis magnitudinis quocumque utcumque parvo penitus vacuum, & quod in se non habeat numerum punctorum utcumque magnum.*

CCCXCI. Quod in ordine ad explicanda phaenomena hoc secundum problema aequivaleat illi primo, patet utique; quia solum deest convestitio parietum continua mathematicæ; sed illi succedet continuatio physica, cum in singulis parietibus collocari possit ejus ope quicumque numerus utcumque magnus, distantis idcirco immunitis utcumque. Quod in mea Theoria secundum illud problema solvi possit ope expositæ componibilitatis in infinitum, patet, quia ut inveniatur numerus, qui ponendus est in spatio dato, satis est, ut numerus vicium, quo ingens spatium datum continet illud spatium posterius, multiplicetur per numerum punctorum, quem velimus collocari in hoc ipso quovis posteriore spatio post dispersionem; & auctor Naturæ potuit utique intra illud spatium primum hunc punctorum numerum collocare.

CCCXCII. Jam quod pertinet ad divisibilitatem immanem, quam nobis ostendunt Naturæ phaenomena in coloratis quibusdam corporibus, immanem mollem aquæ insipientibus eodem colore, in auro usque adeo ductili, in odoribus, & ante omnia in lumine, omnia mihi cum aliis communia erunt; & quoniam nulla ex observationibus nobis potest ostendere divisibilitatem absolute infinitam, sed ingentem tantummodo respectu divisionum, quibus plerumque assuevimus; res ex meo problemate aequè bene explicabitur per componibilitatem, ac in communi Theoria ex illo alio per divisibilitatem materiae in infinitum.

CCCXCIII. Prima materiae elementa volunt plerumque immutabilia, & ejusmodi, ut atteri, atque confringi omnino non possint, ne nimirum phaenomenorum ordo, & tota naturæ facies commutetur. At elementa mea sunt sane ejusmodi, ut nec immutari ipsa, nec legem suam virium, ac agendi modum in compositionibus commutare ullo modo possint; cum nimirum simplicia sint, indivisibilia, & inextensa. Ex iis autem juxta ea, quæ diximus Num. 237, ad distantias perquam exiguas collocatis in limitibus vi-

rium admodum validis oriri possunt primæ particulæ minus jam tenaces suæ formæ, quam simplicia elementa, sed ob ingentem illam viciniam adhuc tenacissimæ idcirco, quod alia particula quævis ejusdem ordinis in omnia simul ejus puncta fere æqualiter agat, & vires mutue majores sint, quam sit discrimen virium, quibus diveriã ejus puncta sollicitantur ab illa particula. Ex hisce primi ordinis particulis possunt constare particulæ ordinis secundi; adhuc minus tenaces, & ita porro; quo enim plures compositiones sunt, & majores distantie, eo facilius fieri potest, ut inæqualitas virium, quæ sola mutuum positionem turbat, incipiat esse major, quam sint vires mutue, quæ tendunt ad conservandam mutuum positionem, & formam particularum; & tunc jam alterationes, & transformationes habebuntur, quas videmus in corporibus hisce nostris, & quæ habentur etiam in pluribus particulis postremorum ordinum, hæc ipsa nova corpora componentibus. Sed prima materiæ elementa erunt omnino immutabilia, & primorum etiam ordinum particula formas suas contra externas vires validissime tuebuntur.

CCCXCIV. Gravitas etiam inter generales proprietates a Newtonianis inprimis numeratur, quibus assentior, dummodo ea re ipsa non habeat rationem reciprocã duplicatã distantiarum extensam ad omnes distantias, sed tantum ad distantias ejusmodi, cujusmodi sunt eæ, quæ interjacent inter distantiam nostrorum corporum a parte multo maxima massæ terrestris, & distantias a sole Apheliorum pertinentium ad cometas remotissimos; & dummodo in hoc ipso tractu sequatur non accuratissime, sed quam libuerit, proxime, rationem ipsam reciprocã duplicatã, juxta ea, quæ diximus Num. 120. Ejusmodi autem gravitas exhibetur ab arcu illo postremo mæ curvæ Fig. 1, qui, si gravitas extenditur cum eadem illa lege ad sensum, vel cum aliqua simili, in infinitum, erit asymptoticus. Possent quidem, ut monui Num. 118, concipi gravitas etiam accurate talis, quæ extendatur ad quascunque distantias cum eadem lege, & præterea alia quædam vis exposita per aliam curvam, in quam vim, & in gravitarem accurate reciprocã quadratis distantie resolvatur lex virium Figuræ Imæ; quæ quidem vis in illis distantis, in quibus gravitas sequitur quam proxime ejusmodi legem, esset insensibilis, in aliis autem distantis plurimis ingens esset; ac ubi Figura 1 exhibet repulsionem, deberet esse vis hujus alterius conceptæ legis itidem repulsiva tanto maior, quam vis legis primitivæ Figuræ primæ, quanta esset gravitas ibi concepta, quæ nimirum

rum ab illo additamento vis repulsivæ elidi deberet. Sed hæc jam a nostro concipiendi modo penderent, ac in mea lege primitiva, & reali, gravitas utique est generalis materiæ, ac legem sequitur rationis reciprocæ duplicitate distantiarum, quanquam non accurate, sed quam proxime, nec ad omnes extenditur distantias; sed illas, quas exposui.

CCCXCV. Ceterum gravitatem generalem haberi in toto Planetario systemate, ego quidem arbitror omnino evinci iisdem argumentis ex Astronomia petitis, quibus utuntur Newtoniani, quæ hic non repeto, cum ubique prostant, & quæ tum alibi ego quidem concessi pluribus in locis, tum in *Adnotationibus ad Poema P. Noceti de Aurora Boreali*. Illud autem arbitror evidentissimum, illum accessum ad solem Cometarum & Planetarum primariorum, ac secundariorum ad primarios, quem videmus in descensu a recta tangente ad arcum curvæ, & multo magis alios motus a mutua gravitate pendentes haberi omnino non posse per ullius fluidi pressionem; nam ut alia præmittam sane multa, id fluidum, quod sola sua pressione tantum possit in ejusmodi globos, multo plus utique posset occursum suo contra illorum tangentialem velocitatem, quæ omnino deberet imminui per ejusmodi resistentiam, cum ingenti perturbatione arearum, & totius Astronomiæ Mechanicæ perversione; adeoque id fluidum vel resistentiam ingentem deberet parere Planete, vel Comete progredienti, vel ne pressione quidem ullum ipsi sensibilem imprimat motum.

CCCXCVI. Ejus autem præcipuæ leges sunt, ut directe respondeat massæ, & reciproce quadratis distantiarum a singulis punctis massæ ipsius: quod in mea Theoria est admodum manifestum ita esse debere; nam ubi ventum est ad arcum illum meæ curvæ, qui gravitatem refert, vires omnes jam sunt attractivæ, & eandem illam ad sensum sequuntur legem, adeoque alix alias non elidunt contrariis directionibus, sed summa earum respondet ad sensum summæ punctorum; nisi quatenus ob inæqualem punctorum distantiam, & positionem, ad habendam accurate ipsam summam, ubi moles sunt aliquanto majores, opus erit illa reductione, qua mechanici utuntur passim, & cujus ope inveniuntur leges, secundum quas punctum in data distantia, & positione situm respectu massæ habentis datam figuram ab ipsa attrahitur; ubi, quemadmodum indicavimus Num. 346, globus in globum ita gravitat, ut gravitaret,

si totæ eorum massæ essent compenetratæ in eorum centrîs; at in aliis figuris longe aliæ leges obveniunt.

CCCXCVII. Verum hic illud maxime Theoriam commendat meam, quod Num. 211 notandum dixi, quod videamus tantam hanc conformitatem in vi gravitatis in omnibus massis, licet eadem in ordine ad alia phænomena, quæ a minoribus distantîis pendent, tantum discrimen habeant, quantum habent diversâ corpora in duritie, colore, sapore, odore, sono. Nam diversâ combinatio puncto- rum materie inducit summas virium admodum diversâs pro iis distantîis, in quibus adhuc curva virium contorquetur circa axem; & proinde exigua mutatio distantîæ vires attractivas mutat in repulsi- vas, ac vice versâ, summis differentias substituit; dum in distantîis illis, in quibus gravitas servat quam proximè leges, quas diximus, curva ordinatas omnes ejusdem directionis habet, & vero etiam di- stantia parum mutata, fere easdem; quod necessario inducit tanta priorum casuum discrimina, & tantam in hoc postremo conformitatem.

CCCXCVIII. Distinctio gravitatis (quæ est ut massa, in quam tenditur, directe, & quadratum distantîæ reciproce) a pondere (quod est præterea ut massa, quæ gravitat) est mihi eadem, ac Newtonianis, & omnibus Mechanicis; & illa vim acceleratricem exhibet, hoc vim motricem, cum illa determinet vim puncti gravitantis cujusvis, a qua pendet celeritas massæ; hoc summam virium ad omnia ejusmodi puncta pertinentium. Pariter communia mihi sunt, quæcunque pertinent ad gravium motus a Galilæo, & Hugenio definitos, nisi quod gravitatis resolutionem in descensu per plana inclinata, & in gravibus sustentatis per bina obliqua plana; vel obliqua fila, reducam ad compositionem juxta Num. 280, & 281, & centrum oscillationis, una cum centro æquilibrii, & vecte. & libra, & Machinarum principîs deducam e consideratione syste- matis trium massarum in se mutuo agentium, ac potissimum a sim- plici theoremate ad id pertinente, quæ fuscè persecutus sum a Num. 306. Communia præter mihi sunt, quæcunque habentur in cælesti Newtoniana Mechanica jam ubique recepta de Planetarum, & Co- metarum motibus, de perturbationibus motuum potissimum Jovis, & Saturni in distantîis minoribus a se invicem, de aberrationibus Lunæ, de Maris Æstu, de Figura Telluris, de præcessionibus æqui- noctiorum, & nutatione axis: quin immo ad hæc postrema proble- mata rite solvenda, multo tutior, & expeditior mihi panditur via, quæ

quæ me eo deducet post considerationem systematis massarum quatuor jacentium etiam non in eodem plano communi, & connexarum invicem per vires mutuas, uti ad centrum oscillationis etiam in lateris in eodem plano, & ad centrum percussionis in eadem recta tam facile me deduxit consideratio systematis massarum trium.

CCCXCIX. Illud mihi præterea non est commune, quod pertinet ad immobilitatem stellarum fixarum, quam contra generalem Newtoni gravitatem vulgo solent objicere, quæ nimirum debent ea attractione mutua ad se invicem accedere, & in unicam demum coire massam. Respondent alii, mundum in infinitum protendi, & proinde quamvis fixam æque in omnes partes trahi. Sed in existentibus actu infinitum absolutum ego quidem censeo haberi omnino non posse. Recurrunt alii ad immensam distantiam, quæ non sinat motum in Fixis oriundum a vi gravitatis, ne post immensam quidem sæculorum seriem sensu percipi. Ii in eo verum omnino affirmant; si enim concipiamus Fixas soli nostro æquales & similes, vel saltem rationem luminum, quæ emittunt, non multum discedere a ratione massarum; quoniam & vis ipsis massis proportionalis est, ac præterea tam vis, quam lumen decrevit in ratione reciproca duplicata distantiarum; erit vis gravitatis nostri solaris systematis in omnes stellas, ad vim gravitatis nostræ in solem, quæ multis vicibus est minor, quam vis gravitatis nostrorum gravium in Terram, ut est tota lux, quæ provenit a Fixis omnibus, ad lucem, quæ provenit a sole, quæ ratio est eadem, ac ratio noctis ad diem in genere lucis. Quam exiguus motus inde consequi possit eo tempore, cujus temporis ad nos devenire potuit notitia, nemo non videt. Si Fixæ omnes ad eandem etiam jaceant plagam, is motus omnino haberi posset pro nullo.

CCCC. Adhuc tamen, quoniam nostra vita, & memoria respectu immensi fortasse subsecuturi ævi est itidem fere nihil; si gravitas generalis in infinitum protendatur cum eadem illa lege, & eodem asymptotico crure, utique non solum hoc systema nostrum solare, sed universa corporea natura ita, paullatim utique, sed tamen perpetuo ab eo statu recederet, in quo est condita, & universa ad interitum necessario rueret, ac omnis materia deberet demum in unicam informem massam conglobari, cum Fixarum gravitas in se invicem, nullo obliquo, & curvilineo motu elidatur. Id quidem laud ita se habere, demonstrari omnino non potest; adhuc tamen Divinæ Providentiæ videtur melius consulere Theoria, quæ ejus etiam

etiam ruinæ universalis evitandæ viam aperiat, ut aperit sane mea. Fieri enim potest, uti notavimus Num. 169, ut postremus ille curva mee arcus, qui exhibet gravitatem, posteaquam recesserit ad distantias majores, quam sint cometarum omnium ad nostrum solare systema pertinentium, distantie maximæ a sole, incipiat recedere plurimum ab hyperbola habente ordinatas reciprocas quadratorum distantie, ac iterum axem secet & contorqueatur. Eo pacto posset totum aggregatum Fixarum cum sole esse unica particula ordinis superioris ad eas, quæ hoc ipsum systema componunt, & pertinere ad systema adhuc in immensum majus, & fieri posset, ut plurimi sint ejus generis ordines particularum ejusmodi etiam, ut ejusdem ordinis particule sint penitus a se invicem segregatæ sine ullo possibili comæatu ex una in aliam per asymptoticos arcus plures mee curvæ, juxta ea, quæ exposui a Num. 170.

CCCCI. Hoc pacto difficultas, quæ a necessario Fixarum accessu repetebatur contra Newtonianam Theoriam, in mea penitus evanescit, ac simul a gravitate jam gradum fecimus ad cohesionem, quam ex generalibus materiæ proprietatibus posueram postremo loco. Cohesionem explicuerunt aliqui per puram quietem, ut Cartesiani, alii per motus conspirantes, ut Joannes Bernoullius, ac Leibnitius, quam explicationem illustrarunt exemplo illius veli aquæ, quod in fontibus quibusdam cernimus, quod velum sit tantummodo ex conspirante motu guttularum tenuissimarum, & tamen si quis digito velit percurrere, eo majorem resistantiam sentit, quo velocitas aquæ effluentis est major, ut idcirco multo adhuc major conspirantis motus velocitas videatur nostrorum cohesionem corporum exhibere, quæ non nisi immani vi confringimus, ac in partes dividimus. Utraque explicandi ratio eodem redit, si quietis nomine intelligatur non utique absoluta quies, quæ translata Tellure a Cartesianis nequaquam admittebatur, sed respectiva; nam etiam conspirantes motus nihil sunt aliud, nisi quies respectiva illarum partium, quæ conspirant in motibus.

CCCCII. At neutra eam explicat, quam cohesionem reipsa dicimus, sed cohesionis quemdam velut effectum. Ea, quæ coherent, utique respectively quiescunt, sive motus conspirantes habent, atque id ipsum in mea Theoria accidit iterum, in qua cum singula puncta materiæ suam pergant semper eandem continuam curvam describere, ea, quæ coherent inter se, toto eo tempore, quo coherent, arcus habent curvarum suarum inter se proximos, & in

arcibus ipsis conspirantes motus. Sed in iis, quæ coherent, id ipsum, quod motus ibi sint conspirantes, non est sine causâ pendente a mutuis eorum viribus, quæ causâ impediatur separationem alterius ab altero, ac in ea ipsâ causâ stat discrimen coherentium a contiguis. Si duo lapides in plano horizontali jaceant, utique habent motum conspirantem, quem circa solem habet Tellus; sed si tertius lapis in alterutrum incurrit, vel ego ipsum submovo manu, statim sine ulla vi mutua, quæ separationem impediatur, dividuntur, & motus desinit esse conspirans. Hanc ipsam quarimus causam, dum in cohesionem inquirimus. Nec velocitas motus, & exemplum veli aquæ rem conficit. Motus conspirans duorum lapidum contiguorum cum tota Tellure est utique multo velocior, quam motus particularum aquæ proveniens a gravitate in illo velo, & tamen sine ulla difficultate separantur. In aqua experimur difficultatem perfrangendi velum, quia ille motus conspirans non est communis etiam nobis & Telluri, ut est motus illorum lapidum; unde fit, ut vis, quam pro separatione applicamus singulis particulis, perquam exiguo tempore possit agere, & ejus effectus citissime cesset, iis decedentibus, & supervenientibus semper novis particulis, quæ cum tota sua ingenti respectiva velocitate incurrunt in digirum. At in corporibus, in quibus partes coherentes cernimus, eæ partes nullam habent velocitatem respectivam respectu nostri, nec aliæ succedunt aliis fugientibus. Quamobrem longe aliter in iis se res habet, & oportet invenire causam longe aliam, præter ipsum solum conspirantem motum, ut explicetur difficultas, quam experimur in iis separandis, & in inducendo motu non conspirante.

CCCCIII. Sunt, qui adducant pressionem fluidi cujuscumque tenuissimi, uti pressio atmospheræ extracto aere ex hemispheriis etiam vacuis ipsorum separationem impedit vi respondente ponderi ipsius atmospheræ, quæ vis cum in vulgaribus cohesionibus, & vero etiam in hemispheriis bene ad se invicem adductis, sit multis vicibus major, quam pondus atmospheræ ipsius, quod se prodit in suspensione Mercurii in barometris, aliud auxilio advocant tenuius fluidum. At in primis ejus fluidi hypothesis precaria est; deinde hæc illud redit, quod supra etiam monui, ubi de gravitatis causâ egimus, quod nimirum meo quidem judicio explicari nullo modo possit, cur illud fluidum, quod sola pressione tantum potest, nihil omnino ad sensum possit incurfu suo contra celerissimos Planetarum, & Cometarum motus. Accedit etiam, quod distractio, & compressio fibrarum, quæ habetur ante fractionem

solidorum corporum, ubi franguntur appenso inferne, vel superne imposito pondere ingenti, non ita bene cum ea sententia conciliari posse videatur.

CCCCIV. Newtonus adhibuit ad eam rem attractionem diversam ab attractione gravitatis, quamquam is quidem videtur eam repetere itidem a tenuissimo aliquo fluido comprimente; repetit certe sub finem Opticæ a spiritu quodam intimas corporum substantias penetrante, cujus spiritus nomine quid intellexerit, ego quidem nunquam satis assequi potui; cujus quidem agendi modum & sibi incognitum esse profiteretur. Is posuit ejusmodi attractionem imminutis distantis crescentem ita, ut in contactu sit admodum ingens, & ubi primigeniæ particulae se in planis continuis, adeoque in punctis numero infinitis contingant, sit infinities major, quam ubi particulae primigeniæ particulas primigenias in certis punctis numero finitis contingant, ac eo minor sit, quo pauciores contactus sunt respectu numeri particularum primigeniarum, quibus constant particulae majores, quae se contingunt, quorum contactuum numerus cum eo sit minor, quo altius ascenditur in ordine particularum a minoribus particulis compositarum, donec deveniatur ad hæc nostra corpora, inde ipse deducit, particulas ordinum altiorum minus itidem tenaces esse, & minime omnium hæc ipsa corpora, quae malleis, & cuneis dividimus. At mihi positiva argumenta sunt contra vires attractivas crescentes in infinitum, ubi in infinitum decrescant distantiae, de quibus mentionem feci Num. 125; & ipsa meæ Theoriæ probatio evincit, in minimis distantis vires repulsivas esse, non attractivas, ac omnem immediatum contactum excludit; quamobrem alibi ego quidem cohesionis rationem invenio, quam mea mihi Theoria sponte propemodum subministrat.

CCCCV. Cohæsiō mihi est igitur juxta Num. 164 in iis virium limitibus, in quibus transitur a vi repulsiva in minoribus distantis, ad attractivam in majoribus; & hæc quidem est cohæsiō inter duo puncta, quæ sit, ut repulsio diminutionem distantiae impediatur, attractio incrementum, & puncta ipsa distantiam, quam habent, tueantur. At pro punctis pluribus cohæsiō haberi potest, tum ubi singula binaria punctorum sunt inter se in distantis limitum cohæsiōnum, tum ubi vires oppositæ eliduntur, cujusmodi exemplum dedi Num. 222.

CCCCVI. Porro quod ad ejusmodi cohæsiōnem pertinet, multa ibi sunt notatu digna. In primis ubi agitur de binis punctis, tot diversæ haberi possunt distantiae cum cohæsiōne, quot exprimit
nu-

numerus intersectionum curvæ virium cum axe unitate auctus, si forte sit impar, ac divisus per duo. Nam primus quidem limes, in quo curva ab arcu asymptotico illo primo, sive a repulsionibus impenetrabilitatem exhibentibus transit ad primum attractivum arcum, est limes cohesionis, & deinde alteri intersectionum limites sunt non cohesionis, & cohesionis, juxta Num. 178; unde fit, ut si intersectionum se consequentium assumatur numerus par, dimidium sit limum cohesionis. Hinc quoniam in solutione Problematis expositi Num. 116 ostensum est, curvam simplicem illam necesse habere posse quemcumque demum intersectionum numerum, poterit utique etiam pro duobus tantummodo punctis haberi quicumque numerus distantiarum differentium a se invicem cum cohesionis. Poterunt autem ejusmodi cohesiones ipsæ esse diversissimæ a se invicem soliditatis, ac nexus, limitibus vel validissimis, vel languidissimis utcumque, prout nimirum ibi curva secuerit axem fere ad perpendicularum, & longissime abierit, vel potius ad illum inclinetur plurimum, & parum admodum discedat; nam in priore eorum casuum vires repulsivæ imminutis, & attractivæ auctis utcumque parum distantis, ingentes erunt; in posteriore plurimum immutatis, perquam exiguæ. Poterunt autem etiam e remotioribus limitibus aliqui esse multo languidiores, & alii multo validiores aliquibus e propioribus; ut ideoque cohesionis vis nihil omnino pendeat a densitate, sed cohesio possit in densioribus corporibus esse vel multo magis vel multo minus valida, quam in rarioribus, & id in ratione quacunque.

CCCCVII. Quæ de binis punctis sunt dicta, multo magis de massis continentibus plurima puncta, dicenda sunt. In iis numerus limitum est adhuc major in immensum, & discrimen utique majus. Inventio omnium positionum pro dato punctorum numero, in quibus tota massa haberet limum quemdam virium, esset problema molestum, & calculus ad id solvendum necessarius in immensum excresetet, existente aliquo majore punctorum numero. Sed tamen data virium lege solvi utique posset. Satis esset assumere positiones omnium punctorum respectu cujusdam puncti in quadam arbitraria recta ad arbitrium collocati, & substitutis singulorum binariorum distantis a se invicem in æquatione curvæ primæ pro abscissa, ac valoribus itidem assumptis pro viribus singulorum punctorum pro ordinatis, eruere totidem æquationes; tum reducere vires singulas singulorum punctorum ad tres datas directiones, & summam

nam omnium eandem directionem habentium in quovis puncto ponere = 0; orirentur æquationes, quæ paulatim eliminatis valoribus incognitis assumptis, demum ad æquationes perducerent deficientes punctorum distantias necessarias ad æquilibrium, & respectivam quietem, quæ altissimæ essent, & plurimas haberent radices; nam æquationes, quo altiores sunt, eo plures radices habere possunt; ac singulis radicibus singuli limites exhiberentur, vel singulæ positiones exhibentes vim nullam; ac inter ejusmodi positiones illæ, in quibus repulsioni in minoribus distantis habitæ, succederent attractiones in majoribus, exhiberent limites cohesionis, qui adhuc essent quam plurimi, & inter se magis diversi, quam limites ad duo tantummodo puncta pertinentes; cum in compositione plurium semper utique crescat multitudo, & diversitas casuum. Sed hæc innuisse sit satis.

CCCCVIII. Ubi confringitur massa aliqua, & dividitur in duas partes, quæ prius tenacissime inter se cohærebant, si iterum illæ partes adducantur ad se invicem, cohæsiō prior non redit, utcunque apprimantur. Ejus rei ratio apud Newtonianos est, quod in illa divisione non æque divellantur simul omnes particulæ, ut textus remaneat idem, qui prius; sed prominentibus jam multis, harum in restitutione contactus impediatur, ne ad contactum deveniant tam multæ particulæ, quam multæ prius se mutuo contingebant, & quam multis opus esset ad hoc, ut cohæsiō fieret iterum satis firma; at ubi satis lævigatæ binæ superficies ad se invicem apprimantur, sentiri primo resistentiam ingentem dicunt, donec apprimuntur; sed ubi semel satis appressæ sint, cohærete multis vicibus majore vi, quam sit pondus acris comprimentis; quia antequam deveniatur ad eos contactus, haberi debet repulsiva vis ingens, quam in majoribus distantis, sed adhuc exiguis, agnovit Newtonus ipse, cui cum deinde succedat in minoribus vis attractiva, quæ in contactu evadat maxima, & in lævigato marmore satis multi contactus obtineantur simul, idcirco deinde satis validam cohæsiōnem consequi.

CCCCIX. Quidquid ipsi de contactibus dicunt, id in mea Theoria dicitur æque de satis validis cohæsiōnis limitibus. In scabra superficie satis multæ prominentes particulæ progressæ ultra limites, in quibus ante sibi cohærebant, repulsionem habent ejusmodi, quæ impediatur accessum reliquarum ad limites illos ipsos, in quibus fuerant ante divulsionem. Inde fit, ut ibi nimis paucae si-
mul

mul reduci possint ad cohaesionem particulæ, dum in lævigatis corporibus adducuntur simul satis multæ. Ubi autem duo marmora, vel duo quæcunque satis solida corpora, bene complanata, & lævigata sola appensione cohaeserunt invicem, illa quidem admodum facile divelluntur, si una superficies per alteram excurrat motu ipsis superficiebus parallelo, licet motu ad ipsas superficies perpendiculari usque adeo difficulter distrahi possint; quia particulæ eo motu parallelo delatæ, quæ adhuc sunt procul a marginibus partium congruentium, vires sentiunt hinc, & inde a particulis lateralibus, a quibus fere æquidistant, fere æquales, adeoque sentitur resistentia earum attractionum tantummodo, quas in se invicem exercent marginales particulæ, dum augent distantias limitum; nam mihi citra limitem quemvis cohaesionis est repulsio, ultra vero attractio; licet ipsi deinde adhuc aliæ & attractiones, & repulsiones possint succedere. Ubi autem perpendiculariter distrahantur, debet omnium simul limitum resistentia vinci.

CCCCX. Nec vero idem accidit, ubi marmora integra, & nunquam adhuc divisa, inter se cohaerent; tum enim fibræ possunt esse multæ, quarum particulæ adhuc in minoribus distantis, & multo validioribus limitibus inter se cohaereant, ad quos sensim devenerint aliæ post alias iis viribus, quibus marmor induruit, ad quos nunc iterum reduci nequeant omnes simul, dum marmora apprimuntur, quæ ulteriorum limitum minus adhuc validorum, sed validorum satis repulsivas vires simul sentiunt, ob quas non possunt deniculi, qui adhuc supersunt perquam exigui post quamvis lævigationem, in foveolas se immittere, & ad ultiores limites validiores devenire; præterquam quod attritione, & lævigatione illa plurimarum particularum ordinis proximi massis nobis sensibilibus inducit discrimen satis amplum inter massam solidam primigeniam, & binas massas complanatas, lævigatasque ad se invicem appressas.

CCCCXI. Inde autem in mea Theoria satis commode explicatur & distractio, & compressio fibrarum ante fractionem; cum nimirum nihil apud me pendeat ab immediato contactu, sed a limitibus, quorum distantia mutatur vi utrunque exigua; sed si satis validi sint, ad vincendam satis magno accessu omnem repulsionem, vel recessu attractionem, requiritur satis magna vis; quæ quidem repulsio, & attractio in aliis limitibus longe mihi alia est, tam si vis ipsa consideretur, quam si consideretur spatii, per quod ea agit, magnitudo; quæ omnia pendent a forma, & amplitudine arcuum,

quibus hinc, & inde circa axem contorquetur mea virium curva. Hinc in aliis corporibus ante fractionem compressiones, & distractiones esse possunt longe majores, vel minores, & longe major vel minor vis requiri potest ad fractionem ipsam, quæ vis, ubi distantius immutatis, superaverit maximam arcus ulterioris repulsivam vim in recessu, superatis multo magis reliquis omnibus posterioribus viribus repulsivis ope celeritatis quoque jam acquisitæ per ipsam vincentem vim, & per attractivas intermixtas vires, quæ ipsam juvant, detert particulas massam constituentes ad illas distantias, in quibus jam nulla vis habetur sensibilis, sed ad tenuissimum gravitatis arcum acceditur.

CCCCXII. Hinc autem etiam illud in mea Theoria commodius accidit, quam in communi, quod in mea statim apparet, cur pila quæcumque utcumque solidi corporis post certa imposita pondera confringatur, & confringatur etiam solidus globus utrinque compressus; cum multo magis appareat, quo pacto textus, & dispositio particularum necessaria ad summam virium satis validam mutari possit, ubi omnia puncta a se invicem distant in vacuo libero, quam ubi continuæ compactæ partes se contingant, nec ulla mihi est possibilis solida pila, quæ mundum totum, si vi gravitatis in certam plagam feratur totus, sustineat, ut in sententia de continua extensione materię pila perfecte solida utcumque tenuis ad eam rem abunde sufficeret.

CCCCXIII. Hiscæ omnibus jam accurate expositis, communia mihi sunt ea omnia, quæ pertinent ad methodos explorandi per experimenta diversam diversorum corporum cohesionis vim, quod argumentum diligenter, ut solet, excoluit Musschenbræckius, & comparandi resistantiam ad fractionem, ubi divisio fieri debeat divulsione perpendiculari ad superficies divellendas, ut ubi trabi verticali ingens pondus appenditur inferne, cum resistantia, quæ habetur, ubi circa latus suum aliquod gyrare debeat superficies, quæ divellitur, quod accidit, ubi extremæ parti trabis horizontalis pondus appenditur; quam perquisitionem a Galileo inchoatam, sed sine ulla consideratione flexionis, & compressionis fibrarum, quæ habetur in ima parte, alii plures excoluerunt post ipsum; & in quibus omnibus discrimina inveniuntur quam plurima. Illud unum hic addam, posse cohesionem ingentem acquiri ab iis, quæ per se nullam habent, nova materia interposita, ut ubi cineres, qui oleis actione ignis avolantibus inter se inertes remanserunt, oleis novis in massam

sam coherentem rediguntur iterum, ac in aliis ejusmodi casibus; sed id jam pendet a discrimine inter diversas particulas, & massas, ac pertinet ad soliditatem explicandam inprimis, non generaliter ad cohesionem, de quibus jam agam gradu tacito a generalibus corporum proprietatibus ad multiplicem varietatem naturæ, & proprietates corporum particulares.

CCCCXIV. Et primo quidem se hic mihi offert ingens illud plurium generum discrimen, quod haberi potest inter diversas punctorum congeries, quæ constituunt diversa genera particularum corpora constituentium. Primum discrimen, quod se objicit, repeti potest ab ipso numero punctorum constituentium particulam, qui potest esse sub eadem etiam mole admodum diversus. Deinde moles ipsa diversa itidem esse potest, ac diversa densitas, ut nimirum duæ particule nec massam habeant, nec molem, nec densitatem æqualem. Deinde data etiam & massa, & mole, adeoque data densitate media particule, potest haberi ingens discrimen in ipsa figura, sive in superficie omnia includente puncta, & eorum sequente ductum. Possunt enim in una particula disponi puncta in sphaeram, in alia in pyramidem, vel quadratum, vel triangulare prismam. Sumatur figura quæcunque, & in eam disponantur puncta utcunque; tot erunt ibi distantie, quot erunt punctorum binaria, qui numerus utique fini us erit. Curva virium potest habere limites cohesionis quotcunque, & ubicunque. Fieri igitur potest, ut limites iis ipsis distantis respondeant, & tum eam ipsam formam habeat particula, & ejus formæ poterit esse admodum tenax. Quin immo per unicam etiam distantiam cum repagulo infinite resistentiæ, orto a binis asymptotis parallelis, & sibi proximis, cum area hinc attractiva, & inde repulsiva infinita, potest haberi in quavis massa cujuscunque figuræ soliditas etiam infinita, sive vis, quæ impediret dispositionis mutationem non minorem data quacunque. Nam intra illam figuram posset inscribi continuata series cuborum juxta Num. 361 habentium pro lateribus illas distantias nunquam mutandas magis, quam pro distantia binarum illarum asymptotorum; & positis punctis ad singulos angulos, haberetur massa punctorum, quorum nullum jaceret extra ejusmodi figuram, nec ullum adesset intra illam figuram, vel in ejus superficie spatii punctum, a quo ad distantiam minorem illa distantia data non haberetur punctum materiæ aliquod. Possent autem intra massam haberi hiatus ubicunque, & quotcunque prorsus vacui, inscriptis in solo residuo

spa-

spatio cubulis illis, & in angulis quibusvis posset haberi quivis numerus punctorum distantium a se invicem minus, quam distant ille binæ asymptoti, & quivis eorum numerus collocari posset inter latera, & facies cuborum. Quare posset variari densitas ad libitum. Sed absque eo, quod singulis distantibus respondeant in curva primigenia singuli limites, vel singula asymptotorum binaria, vel ulle sint ejusmodi asymptoti præter illam primam, innumera sunt sane figurarum genera, in quibus pro dato punctorum numero haberi potest æquilibrium, & cohesionis limes per elisionem contrariarum virium, ex solutione problematis indicati Num. 407. Hoc discrimen est maxime notatu dignum.

CCCCXV. Data etiam figura potest adhuc in diversis particulis haberi discrimen maximum ob diversam distributionem punctorum ipsorum. Sic in eadem sphaera possunt puncta esse admodum inæqualiter distributa ita, ut etiam paribus distantibus ex altera parte sint plurima, ex altera paucissima, vel in diversis locis superficiæ ejusdem concentricæ esse congeries plurimæ punctorum conglomeratorum, in aliis eorum raritas ingens, & hæc ipsa loca possunt in diversis a centro distantibus jacere ad plagas admodum diversas in eadem etiam particula, & in eadem a centro distantia esse in diversis particulis admodum diversis modis distributa. Verum etiam si particulae habeant eandem figuram, ut sphericam, & in singulis circumquaque in eadem a centro distantia puncta æqualiter distributa sint, ingens adhuc discrimen esse poterit in densitate diversis a centro distantibus respondente. Possunt enim in altera esse fere omnia versus centrum, in altera versus medium, in altera versus superficiem extimam; & in hisce ipsis discrimina, tam quod pertinet ad loca densitatum earundem; quam quod pertinet ad rationem inter diversas densitates, possunt in infinitum variari.

CCCCXVI. Hæc omnia discrimina pertinent ad numerum, & distributionem punctorum in diversis particulis; sed ex iis oriuntur alia discrimina præcipua, quæ maximam corporum, & phaenomenorum varietatem inducant, quæ nimirum pertinent ad vires, quibus puncta particulam constituentia agunt inter se, vel quibus tota una particula agit in totam alteram. Possunt inprimis, & in tanta dispositionum varietate debent, puncta constituentia eandem particulam habere vires cohesionis admodum inrer se diversas, ut aliæ multo facilius, aliæ multo difficilius dispositionem mutant, mutatione, quæ aliquam non ita parvam rationem habeat ad totum.

Est autem casus, in quo possint puncta particulae coherere inter se ita, ut nulla finita vi nexus dissolvi possit, ut ubi adsint asymptotici arcus in curva primitiva, juxta ea, quae persecutus sum Num. 221.

CCCCXVII. Discrimina autem virium, quas una particula exercet in aliam, debent esse adhuc plura. Inprimis ex Num. 221 patet, fieri posse, ut una particula constans etiam duobus punctis tertium punctum in iisdem distantis collocatum ab earum medio attrahat per totum quoddam intervallum, vel repellat per idem intervallum totum, vel nec usquam in eo repellat, nec attrahat, conspirantibus in primo casu binis attractionibus, in secundo binis repulsionibus itidem conspirantibus, & in tertio attractione, & repulsione aequalibus se mutuo elidentibus. Multo autem magis summa virium totius cujusdam particulae in aliam totam in eadem etiam distantia sitam, si medium utriusque spectetur, erit pro diversa dispositione punctorum admodum inter se diversa, ut nimirum in una attractiones praevaleant, in alia repulsionem, in alia vires oppositae se mutuo elidant. Inde habebuntur particulae in se invicem agentes viribus admodum diversis, pro diversa sua constitutione, & particulae ad sensum inertes inter se, quae quidem persecutus sum ipso Num. 221.

CCCCXVIII. Aliud discrimen admodum notabile inter ejusmodi particularum vires est illud, quod eadem particula ex altera parte poterit datam aliam particulam attrahere, ex altera repellere; quin immo possunt esse loca quocumque in superficie particulae etiam sphaericae, quae alteram particulam in eadem a centro distantia sitam attrahant, quae repellant, quae nihil agant; cum nimirum in iis locis possint vel plura, vel pauciora esse puncta, quam in aliis, & ea ad diversas a centro, & a se invicem distantias collocata. Inde autem & illud fieri poterit, ut, quemadmodum in iis, quae vidimus a Num. 204, unum punctum a duorum aliorum altero attractum, ab altero repulsum, vi composita urgetur in latus, ita etiam una particula ab una alterius parte attracta, & repulsa ab altera in altera directione sita, urgeatur itidem in latus, & certam assecuta positionem respectu ipsius, ad eam tuendam determinetur, nec consistere possit, nisi in ea unica positione respectu ipsius, vel in quibusdam determinatis positionibus, ad quas trahatur ab aliis rejecta. Quod si particula sphaerica sit, & in omnibus concentricis superficiebus puncta aequaliter distributa sint, ad distantias a se invicem perquam

exiguas; tum ejus, & alterius ejus similis particulæ vires mutuæ dirigentur ad sensum ad eorum centra, & fieri poterit, ut in quibusdam distantis se repellant mutuo, in aliis se attrahant, quo casu habebitur quidem difficultas in avellenda altera ab altera, sed nulla difficultas habebitur in altera circa alteram circumducenda in gyrum, sicut si Terræ superficies horizontalis ubique sit, & egregie lavigata, globus ponderis cujuscunque posset quavis minima vi rotari per superficiem ipsam, elevari non posset sine vi, quæ totum ipsius pondus excedat.

CCCCXIX. In hac actione unius particulæ in aliam generaliter, quo particulæ ipsæ minorem habuerint molem, eo minus ceteris paribus perturbabitur earum respectiva positio ab alia particula in data quavis distantia sita; nam diversitas directionis & intensitatis, quam habent vires agentes in diversas ejus partes, quæ sola positionem turbare nititur, viribus aequalibus & parallelis nullam mutuæ positionis mutationem inducentibus, eo erit minor, quo distantiarum, & directionum discrimen minus erit; atque ideo, quemadmodum jam exposui Num. 237, inferiorum ordinum particulæ difficilius dissolvi possunt, quam particulæ ordinum superiorum.

CCCCXX. Hæc quidem præcipue notatu digna mihi sunt visâ inter particularum ex homogeneis etiam punctis compositarum discrimina, quæ tamen, quod ad vires pertinet, intra admodum exiguos distantiarum limites sistunt; nam pro majoribus distantis particularum omnium vires sunt prorsus uniformes, uti ostensum jam est Num. 211, nimirum attractivæ in ratione reciproca duplicata distantiarum ad sensum. Porro hinc illud admodum evidenter consequitur, massas majores ex adeo diversis particulis compositas, nimirum hæc ipsa nostra majora corpora, quæ sub sensum cadunt, debere esse adhuc multo magis diversâ inter se in iis, quæ ad eorum nexum pertinent, & ad phaenomena exhibita a viribus se extendentibus ad distantias illas exiguas, licet omnia in lege gravitatis generalis, quæ ad illas pertinet majores distantias, conformia sint penitus, quod etiam supra Num. 397 notandum proposui. De hoc autem discrimine, & de particularibus diversorum corporum proprietatibus ad diversas pertinentium classes jam agere incipiam.

CCCCXXI. Prima se mihi offerunt solida, & fluida, quorum discrimina quæ sint, & quomodo a mea Theoria ortum ducant, est exponendum. Solida ita inter se connexa sunt, ut quemcunque aliquot particularum motum sequantur reliquæ, promoræ, si illæ pro-

promoveantur, retractæ, si illæ retrahuntur, convertit in latus, si linea, in qua ipse jacet, directionem mutet, & in eo soliditas est sita: porro ea dicuntur rigida, si ingenti etiam adhibita vi positio, quam habet recta ducta per duas quasvis particulas massæ, respectu rectæ, quæ jungit alias quascunque, mutari ad sensum non possit, sed ad inclinandam unam partem oporteat inclinare totam massam, & basia, & quamvis ejus rectam eodem angulo; nam in iis, quæ flexilia sunt, ut elasticæ virgæ, pars una directionem positionis mutat, & inclinatur, altera priorem positionem servante; & priora illa franguntur alia majore, alia minore vi adhibita; hæc posteriora se restitunt. Fluida autem passim non utique carent vi mutua inter particulas, immo pleraque exercent, & aliqua satis magnam, repulsivam vim, ut aer, qui ad expansionem semper tendit, aliqua attractivam, & vel non exiguam, ut aqua, vel etiam admodum ingentem, ut Mercurius, quorum liquorum particulae se in globum etiam conformant mutua particularum suarum attractione, & tamen separantur admodum facile a se invicem majores eorum massæ, ac aliquot partibus motus facile ita imprimitur, ut eodem tempore ad remotas satis sensibilis non protendatur; unde fit, ut fluida cedant vi cuicumque impressa, ac cedendo facile moveantur; solida vero non nisi tota simul moveri possint, & viribus impressis ideo resistunt magis: quæ autem resistunt quidem multum, sed non ita multum, ut solida, dicuntur viscosa. Ipsa vero fluida dicuntur humida, si solido admoto adhærescant, & sicca, si non adhæreant.

CCCCXXII. Hæc omnia phaenomena præstari possunt per illa sola discrimina, quæ in diversis particularum textu consideravimus. Ut enim a fluiditate incipiamus, imprimis in ipsis fluidis omnes particulae in æquilibrio esse debent, dum quiescunt, & si nulla externa vi comprimantur, vel in certam dirigantur plagam, id æquilibrium debet haberi a solis mutuis actionibus; sed eiusmodi casum non habemus hic in nostris fluidis, quæ incumbens massæ premuntur pondere, & aliqua, ut aer, etiam continentis vasis parietibus comprimuntur, in quibus ideo omnibus aliqua haberi debet repulsiva vis inter particulas proximas, licet inter remotiores haberi possit attractio, ut jam constabit. Tria autem genera fluidorum considerari poterunt: illud, in quo in majoribus eius massulis nulla se prodit mutua particularum vis; illud, in quo se prodit vis repulsiva; & illud, in quo vis attractiva se prodit. Primi generis

fere sunt pulveres, & arenulae, ut illae, ex quibus etiam horologia clepsydri veterum similia construuntur, & ad fluidorum naturam accedunt maxime, si satis laevigatam habeant superficiem, quod in quibusdam granulis cernimus, ut in milio, nam plerumque scabritiem habent aliquam & inaequalitates, quae motum difficiliorem reddunt. Secundi generis sunt fluida elastica, ut aer; tertii vero generis liquores, ut aqua, & Mercurius. Porro in primis ostensum est Num. 221 & 417, posse binas particulas eodem etiam punctorum numero constantes, sed diverso modo dispositas, ita diversas habere virium summas in iisdem etiam centrorum distantis, ut aliae se attrahant, aliae se repellant, aliae nihil in se invicem agant. Quamobrem ejusmodi discrimina exhibet abunde Theoria. Verum multa in singulis diligenter notanda sunt; nam ibi etiam, ubi nulla se prodit vis attractiva, habetur inter proximas particulas repulsio, ut innui paullo ante, & jam patebit.

CCCCXXIII. Porro in primo casu statim apparet, unde facilis ille habeatur motus. Quoniam aucta distantia nulla sensibili vi se attrahunt particulae, altera non sequetur motum alterius, nisi ubi illa versus hanc promotam ita accesserit, ut vi repulsiva mutua, quemadmodum in corporum collisionibus accidit, cogatur illi loco cedere, quae cessio, si satis laevigatae superficies fuerint, ut prominentes monticuli in exiguos hiatus ingressi motum non impediunt, & sit locus aliquis, versus quem possint vel in gyrum actae particulae, vel elevatae, vel per apertum foramen erumpentes, loco cedere, facile fiet, nec alia requiretur vis ad eum motum, nisi quae ad inertiae vim vincendam requiritur, vel si graves particulae sint versus externam massam, ut hic versus Tellurem, quae requiritur ad vincendam gravitatem ipsam; verum ad vincendam solam vim inertiae, satis est quaecunque activa vis utcunque exigua, & ad vincendam gravitatem, in hoc fluidorum genere, si perfecta sit laevigatio, satis est vis utcunque paullo maior massae fluidae pondere, quanquam nisi excessus fuerit major, lentissimus erit motus; ipsum autem pondus coget particulas ad se invicem accedere non nihil, donec obtineatur vis repulsiva ipsum elidens, uti supra ostendimus Num. 347; adeoque in statu aequilibrum se particulae, in hoc etiam casu, repellent, sed erunt citra, & prope ejusmodi limites, ultra quos vis attractiva sit ad sensum nulla. Quod si figura particularum praeterea fuerit sphaerica, multo facilior habebitur motus in omnem plagam ob ipsam circumquaque uniformem figuram.

CCCCXXIV. In secundo, ac tertio genere motus itidem habebitur facilis, si particulæ sphericæ sint, & paribus a centro distantis homogeneæ, ut nimirum vires dirigantur ad centra. In ejusmodi enim particulis motus quidem unius particulæ circa aliam omni difficultate carebit, & vires mutuæ solum accessum, vel recessum impediunt. Hinc impresso motu particulis aliquot, poterunt ipsæ moveri in gyrum aliæ circa alias, & alia succedere poterit loco ab alia relicto, quin partes remotiores motum ejusmodi sentiant, quanquam fere semper fortuita quædam particularum dispositio hiatus, qui necessario relinqui debent inter globos, & directio impressionis varia inducent etiam accessus & recessus aliquos, quibus fiet, ut motus ad remotiores etiam particulas deveniat, sed eo minor, quo major fuerit earum distantia. Sed hic notandum erit discrimen ingens inter duos casus, in quibus partes fluidi se repellunt, & casus, in quibus se attrahunt.

CCCCXXV. In primo casu particulæ proximæ debebunt se omnino repellere, & vis ex parte altera elidet vim ex altera; sed si repente relinquatur libertas ex parte quavis, sine ulla externa vi, sed sola illa particularum actione mutua, recedent re ipsa particulæ a se invicem, & fluidum dilatabitur; quin immo externa vi opus est, ad continendam in eo statu massam ejusmodi, uti aerem gravitas superioris atmospheræ continet, vel in vase occluso vasis ipsius parietes; & aucta illa externa vi comprimente augeri poterit compressio, imminuta imminui. Particulæ illæ inter se non erunt in limitibus quibusdam cohæsionis, sed erunt sub repulsivo arcu curvæ exprimentis vires compositas particularum ipsarum.

CCCCXXVI. At in tertio genere particulæ quidem proximæ se mutuo repellent, repulsione æquali illi vi, quæ necessaria est ad elidendam vim externam, & ad elidendam pressionem, quæ oritur a remotiorum attractionibus; verum si fluidum est parum admodum compressibile, vel etiam nihil ad sensum, ut aqua, debent esse citra, & admodum prope limitem, ultra quem vel immediate, vel potius, si id fluidum neque distrahitur (ut nimirum durante sua forma nequeat acquirere spatium multo majus, quod itidem in aqua accidit) habeat post limites alios satis inter se proximos arcum attractivum ad distantias aliquanto majores protensum, a quo attractio illa prodeat, quæ se in ejusmodi fluidorum massulis prodit; licet si iterum id fluidum majore vi abire possit in elasticos vapores,

ut ipsa aqua post eum attractivum arcum, arcus requalis debeat succedere satis amplius, juxta ea, quæ diximus Num. 194.

CCCCXXVII. In hoc fluidi genere illud mirum videri potest, quod illa attractiva vis, quæ in majoribus succedit distantiis, & ille validus cohesionis limes, qui & compressionem, & rarefactionem impedit, non impediat divisionem massæ, & separationem unius partis massæ ab alia. At quomodo id facile fieri ibi possit, & non possit in solidis, patebit hoc exemplo. Concipiatur terræ superficies spherica accurate, & bene lævigata, ac gravitas sit ejusmodi, ut in distantia perquam exigua fiat jam insensibilis, ut vis magnetica in exigua distantia sensum jam effugit. Sint autem globi multi iidem leves mutua attractiva vi præditi, quæ vim in totam Terram superet. Si quis unum ejusmodi globum apprehendat, & attollat, secundus ipsi adhærebit relicta terra, & post ipsum ascendet, reliquis per superficiem Terræ progredientibus, donec alii post alios eleventur vi in globum jam elevatum superante vim in Terram. Is, qui primum manu teneret globum, sentiret, & deberet vincere vim unius tantummodo globi in Terram, quem separat, cum nulla sit difficultas in progressu reliquorum per superficiem Terræ, quo distantia non augetur, & globorum jam altiorum vis in Terram ponatur insensibilis. Vinceret igitur aliorum vim post vim aliorum, & vis ab eo adhibita major tantummodo vi globi unici requireretur ad rem præstandam. At si illi globi deberent elevari simul, ut si simul omnes colligati essent per virgas rigidas, deberent utique omnes illæ vires omnium in Terram simul superari, & requireretur vis major omnibus simul. Res eodem redit, ac ubi fasciculus virgarum debeat totus frangi simul, vel potius debeant aliæ post alias frangi virgæ.

CCCCXXVIII. Id ipsum est discrimen inter fluida hujus generis, & solida. In his motus particularum circa particulas liber ob earum uniformitatem permittit, ut separentur aliæ post alias, dum in solidis vis in latus, de qua egimus jam in pluribus locis, & anguli prominentes, ac figurarum irregularitas, impediunt ejusmodi liberum motum, qui fiat sine mutatione distantiarum, & cogunt divulsionem plurimarum particularum simul; unde oritur difficultas illa ingens dividendi a se invicem particulas solidas, quæ in divisione fluidorum est adeo tenuis, ac ad sensum nulla.

CCCCXXIX. Successivam hujusmodi separationem particularum aliarum post alias videmus utique in ipsis aquæ guttis pendentibus,

tibus, quæ ubi ita excreverunt, ut pondus totius guttæ superet vim attractivam mutuam partium ipsius, non divellitur tota simul ingens ejus aliqua massa, sed a superiore parte, utut brevissimo tempore, attenuatur per gradus, donec illud veluti filum jam tenuissimum penitus superetur. Fuerint prius mille particulae in superficie, quæ guttam pendentem connectebant cum superiore parte aquæ, quæ relinquitur adhærens corpori, ex quo pendeat gutta; sunt paullo post ibi 900, 800, 700 & ita porro imminuto earum numero per gradus, dum laterales accedunt ad se invicem, & attenuatur figura; quarum idcirco resistentia facile vincitur, ut ubi in illo virgarum fasciculo frangantur alia post alias. At ubi celerrimo motu in fluidum ejusmodi incurritur ita, ut non possint tam brevi tempore alia aliis particulae locum dare, & in gyrum agi, tum vero fluida resistunt, ut solida. Id experimur in globis tormentariis, qui ex aqua resiliunt, in eam satis oblique projecti, ut manente satis magna horizontali velocitate collisio in perpendiculari fiat more solidorum; ac eandem quoque resistentiam in aqua scindenda experiuntur, qui se ex editiore loco in eam demittunt.

CCCCXXX. Hinc autem primum est videre, unde soliditatis phenomena ortum ducant. Nimirum ubi particularum figura recedit plurimum a sphaerica, vel distributio punctorum intra particulam inæqualis est, ibi nec habetur libertas illa motus circularis, & omnia, quæ ad soliditatem pertinent, consequi debent ex vi intrinsecis. Cum enim una particula respectu alterius non distantiam tantummodo, sed & positionem servare debeat, non solum ea promota, vel retracta alteram quoque promoveri, vel retrahi necesse est; sed præterea ea circa axem quemcunque conversa, oportet & illam aliam loco cedere, ac eo abire, ubi positionem priorem respectivam acquirat; quod cum & tertia respectu secundæ præstare debeat, & omnes reliquæ circumquaque circa illam positæ, patet utique, non posse motum in eo casu imprimi parti cuiuspiam systematis, quin & totius systematis motus consequatur respectivam positionem servantis, quæ est ipsa superius indicata solidorum natura. Res autem multo adhuc magis manifesta sit, ubi figura multum abluat a sphaerica, ut si sint bina paralelepipeda inter se constituta in quodam cohesionis limite, alterum ex adverso alterius. Alterum ex iis moveri non poterit, nisi vel utrinque a lateribus accedat ad alterum, vel utrinque recedat, vel ex altero latere accedat & recedat ex altero. In primo casu imminuta distantia habetur re-

pul-

pulsiva vis, & illud alterum progreditur; in secundo eadem aucta habetur attractio, & illud secundum ad prioris motum consequitur; in tertio casu, qui haberi non potest, nisi per inclinationem prioris parallelepipedo, altero latere attracto, & altero repulso inclinari necesse est etiam secundum; quo pacto si ejusmodi parallelepipedorum sit series quædam continua, quæ fibram longiorem, vel virgam constituat, inclinata basi, inclinatur illico series tota; & si ex ejusmodi particulis massa constet, tota moveri debet, ac inclinari, inclinato latere quocunque.

CCCCXXXI. Quod de parallelepipedis est dictum, id ipsum ad figuras quascunque transferri potest inæquales utcunque, quæ ex altero latere possint accedere ad aliam particulam, ex altero recedere: habebitur semper motus in latus, & habebuntur soliditatis phenomena, nisi paribus a centro distantis homogeneæ, & sphericæ formæ particule sint. Verum ingens in eo motu discrimen erit inter diversa corpora. Si nimirum vires illæ hinc, & inde a limite, in quo particule constitutæ sunt, sint admodum validæ, motus in latus fiet celerrime, & nulla flexio in virga, aut in massa apparebit, quanquam erit utique semper aliqua. Si minores sint vires, longiore tempore opus erit ad motum, & ad positionem debitam acquirendam, quo casu inclinata parte ima virgæ, nondum pars summa obtinere potest positionem jacentem in directum cum ipsa, adeoque habebitur inflexio, quæ quidem eo erit major, quo major fuerit celeritas conversionis ipsius virgæ, uti omnino per experimentaprehendimus.

CCCCXXXII. Nec vero minus facile intelligitur illud, quid intersit inter flexilia solida corpora, & fragilia. Si nimirum vires hinc, & inde ab illo limite, in quo sunt particule, extenduntur ad satis magnas distantias eadem, arcu utroque habente amplitudinem non ita exiguam, tum vero vi externa adhibita utrique extremo, vel maiore velocitate impressa alteri, incurvabitur virga, atque inflectetur, sed sibi relicta ad positionem abibit suam, & in illo inflexionis violento statu vim exercebit perpetuam ad regressum, quod in elasticis virgæ accidit. Si vires illæ non diu durent hinc, & inde eadem, vel per satis magnum intervallum sit ingens frequentia limitum, tum quidem inflexio habebitur sine conatu ad se restituendum, & sine fractione, tam vi adhibita utrique extremo, quam ingenti velocitate impressa alteri, ut videmus accidere in maxime ductilibus, velut in plumbo. Si demum vires hinc & inde
per

per exiguum intervallum durent, post quod nulla sit actio, vel ingens repulsivus arcus consequatur, qui sequentes attractivos superet, habebitur virga rigida, & fractio, ac eo major erit soliditas, & illa, quæ vulgo appellatur durties, quo vires illæ hinc & inde statim post limites fuerint majores.

CCCCXXXIII. Atque hic quidem jam etiam ad discrimen devenimus inter elastica, & mollia; verum antequam ad ea faciamus gradum, adnotabo non nulla, quæ adhuc pertinent ad solidorum, & fluidorum naturam, ac proprietates. Inprimis media inter solida, & fluida, sunt viscosa corpora, in quibus est aliqua vis in latus, sed exigua. Ea resistunt mutationi figuræ, sed eo majore, vel minore vi, quo majus, vel minus est in diversis particularum punctis virium discrimen, a quo oritur vis in latus. Viscosa autem præter tenacitatem, quam habent inter se, habent etiam vim, qua adhærent externis corporibus, sed non omnibus, in quo ad humidos liquores referuntur. Humiditas enim est itidem respectiva. Aqua, quæ digitis nostris adhæret illico, & per vitrum, ac lignum diffunditur admodum facile, oleaginosa, & resinosa corpora non humectat, in foliis herbarum pinguihus extat in guttulas eminentes, & avium plurium plumas non inficit. Id pendet a vi inter particulas fluidi, & particulas externi corporis; & jam vidimus pro diversa punctorum distributione particulas easdem respectu aliarum debere habere in eadem directione vim attractivam, respectu aliarum repulsivam vim, & respectu aliarum nullam.

CCCCXXXIV. In particulis illis, quæ ad soliditatem requiruntur, invenitur admodum expedita ratio phænomeni ad solida corpora pertinentis, quod Physicos in summam admirationem rapit, nimirum dispositio quædam in peculiare quasdam figuras, quæ in salibus inprimis apparent admodum constantes, in glacie, & in nivium stellulis potissimum adeo sunt elegantes etiam, & ad certas quasdam leges accedunt, quas itidem cum constanti admodum figurarum forma in gemmarum succis simplicibus observamus, quæ vero nequam magis se produnt, quam in organicis vegetabilium, & animalium corporibus. In hac mea Theoria in promptu est ratio. Si enim particulæ in certis suæ superficiæ partibus quasdam alias particulas attrahunt, in aliis repellunt, facile concipitur, cur non nisi certo ordine sibi adhæreant, in illis nimirum locis tantummodo, in quibus se attrahunt, & satis firmos limites nancisci possunt, adeoque non nisi in certas tantummodo figuras possint coalescere. Quo-

niam vero præterea eadem particula, eadem sui parte, qua alteram attrahit, alteram pro ejus varia dispositione repellit, dum massa plurium particularum temere agitata prætervolat, eæ tantummodo sistitur, quæ attrahuntur, & ad ea se applicabunt puncta, ad quæ maxime attrahuntur, ac in illis hærebunt, in quibus post accessum maxime tenaces limites nanciscentur; unde & secretionis, & nutritionis, vegetationis, & certarum figurarum patet ratio admodum manifesta. Et hæc quidem ad nutritionem, & ad certas figuras pertinentia jam innueram Num. 221, & 418.

CCCCXXXV. Quoniam ostensum est, qui fieri possit, ut certam figuram acquirant certa particularum genera, cujus admodum tenacia sint, si quis omnem veterum corpuscularium sententiam, quam Gassendus, ac e recentioribus alii secuti sunt, adhibentes variarum figurarum atomos, ut ad cohæsiorem uncinatas, ab hac eadem Theoria velit deducere, is sanè poterit, ut patet, & ejusmodi atomos adhibere ad explicationem eorum omnium phænomenorum, quæ pendent a sola cohæsiore, & inertia, quæ tamen non ita multa sunt: poterunt autem haberi ejusmodi atomi cum infinita figuræ suæ tenacitate, & cohæsiore mutua suarum partium per solas etiam binas asymptotas illas, de quibus Num. 414, inter se satis proximas. Et si curva virium habeat tantummodo in minimis distantis duas ejusmodi asymptotas, tum post crux repulsivum ulterioris statim consequatur arcus attractivus, primo quidem plurimum recedens ab axe cum exiguo recessu ab asymptoto, tum ad axem regrediens, & accedens statim ad formam gravitati exhibendæ debitam; haberentur per ejusmodi curvam atomi habentes impenetrabilitatem, gravitatem, & figuræ suæ tenacitatem ejusmodi, ut ab ea discedere non possent discessu quantum libuerit parvo; cum enim possint illæ duæ asymptoti sibi invicem esse proximæ intervallo utcunque parvo, posset itaque ita contrahi intervallum istud, ut figuræ mutatio æqualis datæ cuicunque utcunque parvæ mutationi evitetur. Ubi enim cuicunque figuræ inscripta est series continua cubulorum, & puncta in singulis angulis posita sunt, mutari non potest figura externorum punctorum ductum sequens mutatione quadam data, per quam quædam puncta discedant a locis prioribus per quædam intervalla data, manentibus quibusdam, ut manente basi, nisi per quædam data intervalla a se invicem recedant, vel ad se invicem accedant saltem aliqua puncta, cum data distantia puncti a tribus aliis detur etiam ejus positio respectu illorum, quæ mutari
non

non potest, nisi aliqua ex iisdem tribus distantis mutetur; unde fit, ut possit data quævis positionis mutatio impediri, impedita mutatione distantiae per intervallum ad eam mutationem necessarium. Quod si illæ binæ asymptoti essent tantillo remotiores a se invicem, tum vero & mutatio distantiae haberi posset tantillo major, & idcirco singulis distantis illata vi aliqua posset figura non nihil mutari, & quidem exigua mutatione distantiarum singularum posset in ingenti serie punctorum haberi inflexio figuræ satis magna orta ex pluribus exiguis flexibus. Sic & spirales atomi efformari possent, quarum spiris per vim contractis sentiretur ingens elastica vis, sive determinatio ad expansionem, ac per huiusmodi atomos possent itidem plurima explicari phaenomena, ut & nexus massarum per uncas uncis, vel spiris insertos, quo pacto explicari itidem posset etiam illud, quomodo in duabus particulis, quarum altera ad alteram cum ingenti velocitate accesserit, oriatur ingens nexus novus, sine nimirum regressu a se invicem, unco nimirum alterius in alterius foramen injecto, & intra illud converso per virium inæqualitatem in diversas unci partes agentium, ut jam prodire non possit; nam unci cavitas, & foramen, seu porus alterius particulæ, posset esse multo amplior, quam pro exigua illa distantia insuperabili, ut idcirco inferi posset sine impedimento orto a viribus agentibus in minore distantia. Eadem autem atomi haberi possunt, etiam si curva habeat reliquos omnes flexus, quos habet mea, quo pacto ad alia multo plura, ut ad fermentationes inprimis, ac vaporum; & luminis emissionem multo aptiores erunt; & sine asymptoticis arcibus, qui vires exhibeant extra originem abscissarum in infinitum excrecentes, idem obtineri poterit per solos limites cohaesionis admodum validos cum tenacitate figuræ non quidem infinita, sed tamen maxima, ubi, quod illi veteres non explicarunt, cohaesio partium atomorum inter se, adeoque atomorum soliditas, ut & continuata impenetrabilitatis resistentia, & gravitas, ex eodem generali derivaretur principio, ex quo & reliqua universa Natura. Illud unum hic notandum superest, ejusmodi atomos habituras necessario ubique distantiam a se invicem majorem, quam pro illa insuperabili distantia, ad quam externa puncta devenire ibi non possunt.

CCCCXXXVI. Huc etiam pertinet solutio huiusmodi difficultatis, quæ sponte se objicit: si omnia materiae puncta simplicia sunt, & vires in quavis directione circumquaque exercent easdem, omnia corpora ex iis utique composita erunt fluida multo potiore

jure, quam fluida esse debeant, quæ globulis constant easdem in omni circum directione vires exercentibus. Huic difficultati hic facile occurritur: si particularum puncta possent vi adhibita murare aliquanto magis distantias inter se, nam aliqua etiam ad circulationem exigua mutatio requiritur; posset autem imprimi exiguo numero punctorum constituentium unam e particulis primorum ordinum, quin imprimatur simul omnibus ejusmodi punctis, vel satis magno eorum numero, motus ad sensum idem, tum utique haberetur idem, quod habetur in fluidis, & separatis aliis punctis post alia, motus facilis per omnes omnium corporum massas obtineretur. At particulae primi ordinis ab indivisibilibus punctis ortæ, ut & proximorum ordinum particulae ortæ ab iis, sua ipsa parvitate molis tueri possunt juxta Num. 419 formam suam, & positionem punctorum; nam differentia virium exercitarum in diversa earum puncta potest esse perquam exigua, summa virium prohibente tantum accessum unius particulae ad alteram, quo tamen accessu inæqualitas virium, & obliquitas directionum habeatur adhuc satis magna ad vincendas vires mutuas, & mutandam positionem, qua positione manente, manet inæqualitas virium, quas diversa puncta ejus particulae exercent in aliam particulam. Ea inæqualitas iridem potest non esse satis magna, ut possit illius mutuas vires vincere, & textum dissolvere, sed esse tanta, ut motum inducat in latus, ac ejus motus obliquitas, & virium inæqualitas eo deinde erit major, quo ad altiores ascenditur particularum ordines, donec deveniatur ad corpora, quæ a nobis sentiuntur.

CCCCXXXVII. Solida externum corpus ad ea delatum intra suam massam non recipiunt, ut vidimus; at fluida solidum intra se moveri permittunt, sed resistunt motui. Resistentiam ejusmodi accurate comparare, & ejus leges accurate definire, est res admodum ardua. • Oporteret nosse ipsam virium legem determinate, & numerum, & dispositionem punctorum, ac habere satis promotam Geometriam, & Analytin ad rem præstandam. Sed in tanta particularum, & virium multitudine, quam debeat esse res ardua, & humano captu superior, determinatio omnium motuum, satis constat ex ipso problemate trium corporum in se mutuo agentium, quod Num. 203 diximus nondum satis generaliter solutum esse. Hinc alii ad alias hypotheses confugiunt, ut rem perficiant, & omnes ejusmodi methodi æque cum mea, ac cum communi Theoria, consentire possunt.

CCCCXXXVIII. Ut tamen aliquid innuam etiam de eo argumento, duplex est resistentiæ fons in fluidis; primo quidem oritur resistentia ex motu impresso particulis fluidi; nam juxta leges collisionis corporum, corpus imprimens motum alteri, tantundem amittit de suo. Deinde oritur resistentia a viribus, quas particulæ exercent, dum aliæ in alias incurrunt, quæ earum motum impediunt, quo casu comprimuntur non nihil particulæ ipsæ etiam in fluidis non elasticis egressæ e limitibus, & æquilibrio: acquirunt autem motus admodum diversos, gyrant, & alias impellunt, quæ a tergo urgent non nihil corpus progrediens, quod potissimum a fluidis elasticis a tergo impellitur, dilatato ibi fluido, dum a fronte a fluido ibi compresso impeditur; sed ea omnia, uti diximus, accurate comparare non licet. Illud generaliter notari potest: resistentia, quæ provenit a motu communicato particulis fluidi, & quæ dicitur orta ab inertia ipsius fluidi, est ut ejus densitas, & ut quadratum velocitatis conjunctim: ut densitas, quia pari velocitate eo pluribus dato tempore particulis motus idem imprimitur, quo densitas est major, nimirum quo plures in dato spatio occurrunt particulæ; ut quadratum velocitatis, quia pari densitate eo plures particulæ dato tempore loco movendæ sunt, quo major est velocitas, nimirum quo plus spatii percurritur, & eo major singulis imprimitur motus, quo itidem velocitas est major. Resistentia autem, quæ oritur a viribus, quas in se exercent particulæ, si vis ea esset eadem in singulis, quacunque velocitate moveatur corpus progrediens, esset in ratione temporis, sive constans; nam plures quidem eodem tempore particulæ eam vim exercent, sed brevior tempore durat singularum actio, adeoque summa evadit constans. Verum si velocitas corporis progredientis sit major, particulæ magis compinguntur, & ad se invicem accedunt magis, adeoque major est itidem vis. Quare ejusmodi resistentia est partim constans, sive, ut vocant, in ratione momentorum temporis, & partim in aliqua ratione itidem velocitatis.

CCCCXXXIX. Porro ex experimentis nonnullis videtur erui, resistentiam in nonnullis fluidis esse partim in ratione duplicata velocitatum, partim in ratione earum simplici, & partim constantem, sive in ratione momentorum temporis, quamvis ubi velocitas est ingens, deprehendatur major, & ubi fluiditas est ingens, uti aqua, ut secundum resistentiæ genus, quod est magis irregulare, & incertum, sit respectu prioris exiguum, satis accedit resistentia ad rationem

nem duplicatam velocitatum. Sed & illud cum Theoria conpirat, quod viscosa fluida multo magis resistunt, quam pro ratione suae densitatis, & velocitate corporis progredientis; nam in ejusmodi fluidis, quae ad solida accedunt, illud secundum resistentiae genus est multo majus, quod quidem in solidis usque adeo crescit; quamquam & in iis intrudi per ingentem vim intra massam potest corpus extraneum, ut clavus in murum, vel in metallum, quae tamen si fragilia sunt, & sensibilem compressionem non admittant, diffringuntur.

CCCCXL. Jam vero quaecunque a Newtono primum, tum ab aliis demonstrata sunt de motu corporum, quibus resistitur in variis rationibus velocitatum; ea omnia consentiunt eidem cum mea Theoria, & hujus sunt loci, vel ad illam pertinent Mechanicae partem, quae agit de motu solidorum per fluida. Sic etiam determinatio figurae, cui minimum resistitur, determinatio vis fluidi solidum impellentis directionibus quibuscunque, mensura velocitatis inde oriundae per corporum objectorum resistentiam observatione definitam, innatio solidorum in fluidis, ac alia ejusmodi, & mihi communia sunt; sed oportet rite distinguere, quae sunt hypothetica tantummodo, ab iis, quae habentur reapse in natura.

CCCCXLI. Ad fluida, & solida pertinent itidem, quaecunque in parte secunda demonstrata sunt de pressione fluidorum, & velocitate in effluxu, quaecunque de aequilibrio solidorum, de vecte, de centro oscillationis, & percussione, quae quidem in Mechanica pertractari solent. Illud unum addo, ex motu facili particularum fluidi aliarum circa alias, & irregulari earum congestione, facile deduci, debere pressionem propagari quaquaversus. Sed de his jam satis, quae ad soliditatem, & fluiditatem pertinent; illud vero, quod pertinet ad discrimen inter elastica, & mollia, brevi expediam. Elastica sunt, quae post mutationem figurae redeunt ad formam priorem; mollia, quae in nova positione perseverant. Id discrimen Theoria exhibet per distantiam, vel propinquitatem limitum, juxta ea, quae dicta Num. 198. Si limites proximi illi, in quo particulae cohaerent, hinc, & inde plurimum ab eo distant, imminuta multum distantia perstat semper repulsiva vis; aucta distantia, perstat vis attractiva. Quare sive comprimatur plus aequo; sive plus aequo distraharur massa, ad figuram veterem redit; ubi rediit, excurrit ulterius, donec contraria vi elidatur velocitas concepta, ac oritur tremor, & oscillatio, quae paulatim minuitur, & extinguitur demum, partim
actio-

actione externorum corporum, ut per aeris resistantiam sistitur paullatim motus penduli; partim actione particularum minus elasticarum, quæ admiscuntur, & quæ possunt tremorem illum paullatim interrumpere frictione, ac contrariis motibus, & sublapsu, quo suam ipsam dispositionem non nihil immutent. Si autem limites sint satis proximi, causa externa, quæ massam comprimit, vel distrahit, posteaquam adduxit particulas ab uno cohaesionis limite ad alium, ibi eas itidem cogit subsistere, quæ ibidem semel constitutæ itidem in æquilibrio sunt, & habetur massa mollis.

CCCCXLII. Quædam elastica fluida non habent particulas positas inter se in limitibus cohaesionis, sed in distantis repulsionum, & quidem ingentium, ut aer; sed vel incumbente pondere, vel parietibus quibusdam impeditur recessus ille, & sunt quodammodo ibidem in statu violento; licet semper puncta singula in æquilibrio sint, oppositis repulsionibus se mutuo elidentibus. Omnia autem & solida, & fluida, quæ videntur nec comprimari, nec ullas habere vires mutuas inter particulas, sed in limitibus esse, adhuc elastica sunt, siue vim repulsivam exercent inter particulas proximas, saltem quæ sensibili gravitate sunt prædita, quæ nimirum vis repulsiva vim gravitatis elidat. Verum ea distantias parum admodum mutant, mutatione, quæ idcirco sensum omnem effugiat; quod accidit in aqua, quæ in fundo putei, & prope superficiem supremam habet eandem ad sensum densitatem, & in metallis, & in marmoribus, & in solidis corporibus passim, quæ pondere majore imposito nihil ad sensum comprimuntur. Sed ea idcirco appellari non solent elastica, & ad ejusmodi appellationem non sufficit vis repulsiva etiam ingens inter particulas proximas; sed etiam requiritur mutatio sensibilis distantiae respectu distantiae totalis respondens sensibili mutationi virium.

CCCCXLIII. Dura corpora in eo sensu, in quo a Physicis duritiei nomen accipitur, ut nimirum figuram nihil prorsus immutent, nulla sunt in mea Theoria, ut & nulla compacta penitus, ac plane solida, quemadmodum Num. 367 est expositum; sed dura vocat vulgus, quæ satis magnam exercent vim, ne figuram mutant, siue elastica sint, siue fragilia, siue mollia. Fragilitas, unde ortum ducat, expositum est paullo superius Num. 432, & inde etiam quid ductilitas, ac malleabilitas sit, facile intelligitur. Ductilia nimirum a mollibus non differunt, nisi in majore, vel minore vi, qua figuram tuentur suam: ut enim mollia pressione tenui, &
ipfis

ipsis digitis comprimuntur, vel saltem figuram mutant, sed mutatam retinent, ita ductilia ictu validiore mallei mutant itidem figuram suam veterem, & retinent novam, quam acquirunt.

CCCXLIV. Atque hoc demum pacto quæcunque pertinent ad fluidorum, & solidorum diversa genera, nam & elastica, mollia, ductilia, fragilia eodem referuntur, invenimus omnia in illo particularum discrimine orto ex sola diversa combinatione punctorum, quam nobis Theoria rite applicata exhibuit, in quibus omnibus immensa varietas itidem haberi poterit, & debet, si curva primigenia ingentem habeat numerum intersectionum cum axe, & particulæ primi ordinis, ac reliquæ ordinum superiorum dispositiones, quæ in infinitum variari possunt, habuerint plurimas, & admodum diversas inter se, ac eas imprimis, quæ ad hæc ipsa figurarum, & virium discrimina requiruntur. Illud unum hic diligenter notandum est, quod ipsam Theoriam itidem commendat plurimum, hæc proprietates omnes a densitate nihil omnino pendere. Fieri enim potest, uti Num. 182 notavimus, ut curva virium primigenia limites & arcus habeat quocunque ordine in diversis distantis permixtos quocunque numero, ut validiores, & minus validi, ac ampliores, & minus ampli commisceantur inter se utcunque, adeoque phænomena eadem figurarum & virium æque inveniri possint, ubi multo plura, & ubi multo pauciora puncta massam constituunt.

CCCCXLV. Jam vero illa, quæ vulgo elementa appellari solent, Terra, Aqua, Aer, Ignis, nihil aliud mihi sunt, nisi diversa solida, & fluida, ex iisdem homogeneis punctis composita diversimode dispositis, ex quibus deinde permixtis aliâ adhuc magis composita corpora oriuntur. Et quidem Terra ex particulis constat inter se nulla vi conjunctis, quæ soliditatem aliarum admixtione particularum acquirunt, ut cineres oleorum ope, vel etiam aliqua mutatione dispositis internæ, ut in vitrificatione evenit, quæ transformationes quo pacto accidant, dicemus postremo loco. Aqua est fluidum liquidum elasticitate carens cadente sub sensum per compressionem sensibilem, licet ingentem exerceant repulsivam vim ejus particulæ, sustinentes vel externæ vis, vel sui ipsius ponderis pressionem sine sensibili distantiarum imminutione. Aer est fluidum elasticum, quem admodum probabile est constare particulis plurimorum generum, cum e plurimis etiam fixis corporibus generetur admodum diversis, ut videbimus, ubi de transformationibus agendum erit, ac propterea continet vapores, & exhalationes plurimas,

mas, & heterogenea corpuscula, quæ in eo innatant; sed ejus particulae satis magna vi se repellunt, & ea repulsiva particularum vis imminutis distantii diu perdurat, ac pertinet ad spatium, quod habet ingentem rationem ad eam tanto minorem distantiam, ad quam compressione reduci potest, & in qua adhuc ipsa vis crescit, arcu curvæ adhuc recedente ab axe: is vero arcus ad axem ipsum deinde debet ruere præceptis, ut circa proximum limitem adhuc ingentes in eo residuo spatio variationes in arcubus & limitibus haberi possint. Porro extensionem tantam arcus repulsivi evincit ipsa immanis compressio, ad quam ingenti vi aer compellitur, qui ut habeat compressiones viribus prementibus proportionales, debet, ut monuimus Num. 351, habere vires repulsivas reciproce proportionales distantii particularum a se invicem. Is autem etiam in fixum corpus, & solidum transire potest, quod qua ratione fieri possit, dicam itidem, ubi de transformationibus agemus in fine. Ignis etiam est fluidum maxime elasticum, quod violentissimo intestino motu agitur, ac fermentationem excitat, vel etiam in ipsa fermentatione consistit, emittit vero lucem, de quo pariter agemus paullo inferiori, ubi de fermentatione, & emissionem vaporum egerimus inter ea, quæ ad Chemicas operationes pertinent, ad quas jam progredior.

CCCCXLVI. Chemicarum operationum principia ex eodem deducuntur fonte, nimirum ex illo particularum discrimine, quarum alia inter se, & cum quibusdam aliis inertes, alias ad se attrahunt, alias repellunt constanter per satis magnum intervallum, ubi attractio ipsa cum aliis est major, cum aliis minor, aucta vero satis distantia evadit ad sensum nulla; quarum itidem alia respectu aliarum habent ingentem virium alternationem, quam mutato non nihil textu suo, vel conjuncta, & permixta cum aliis mutare possunt, succedente pro particulis compositis alia virium lege ab ea, quæ in simplicibus observabatur. Hac omnia si habeantur ob oculos, mihi sane persuasum est, facile inveniri posse in hac ipsa Theoria rationem generalem omnium Chemicarum operationum; nam singulares determinationes effectuum, qui a singulis permixtionibus diversorum corporum, per quas unice omnia præstantur in Chemicis, sive resolvantur corpora, sive componantur, requirerent intimam cognitionem textus particularum singularum, & dispositionis, quam habent in massis singulis, ac præterea Geometriæ, & Analyseos vim, quæ humanæ mentis captum excedit longissime. Verum illud in genere omnino pater, nullam esse Chemicæ partem,

in qua præter inertiam massæ, & specificam gravitatem, alia virium mutuarum genera inter particulas non ubique se prodant, & vel invitis incurrant in oculos, quod quidem vel in sola postrema quaestione Opticæ Newtoni abunde patet, ubi tam multa & attractionum, & vero etiam repulsionum indicia, atque argumenta proferruntur. Omnia etiam genera eorum, quæ ad Chemiam pertinent, singillatim persequi, infinitum esset; evolvam speciminis loco præcipua quædam.

CCCCXLVII. Primo loco se mihi offerunt Dissolutio, & ipsi contraria præcipitatio. Immissis in quædam fluida quibusdam solidis, cernimus, mutuum nexum, qui habebatur inter eorum particulas, dissolvi ita, ut ipsa jam nusquam appareant, quæ tamen ibidem adhuc manere in particulas perquam exiguas redacta, & dispersa, ostendit Præcipitatio. Nam immisso alio corpore quodam, decidit ad fundum pulvisculus tenuissimus ejus substantiæ, & quodammodo depluit. Sic metalla in suis quæque menstruis dissolvuntur, tum ope aliarum substantiarum præcipitantur; aurum dissolvit aqua Regia, quod immisso etiam communi sale præcipitatur. Rei ideam est admodum facile sibi efformare satis distinctam. Si particulae solidi, quod dissolvitur, majorem habent attractionem cum particulis aquæ, quam inter se, utique avellentur a massa sua, & singulae circumquaque acquirent fluidas particulas, quæ illas ambiant, uti limatura ferri adhæret magnetibus, ac sicut quidem veluti globuli similes illi, quem referret terra, si ei tanta aquarum copia affunderetur, ut posset totam alte submergere, vel illi, quem refert terra submersa in aere versus eam gravitante. Si, ut reipsa debet accidere, illa vis attractiva in distantis paullo majoribus fit insensibilis, ubi jam erit ad illam distantiam saturata eo fluido particula solidi, ulterius fluidum non attrahet, quod idcirco aliis eodem pacto particulis solidi immersi affunderetur. Quare dissolvetur solidum ipsum, ac quidam veluti globuli terrulas suas cum ingenti affusa marium vi exhibebunt, quæ terrulae ob exiguam molem effugient nostros sensus, nec vero decident sustentatae a vi, quæ illas cum circumfuso mari conjungit; sed globuli illi ipsi constituent quandam veluti continui fluidi massam. Ea est dissolutionis idea.

CCCCXLVIII. Quod si jam in ejusmodi fluidum immittatur alia substantia, cujus particulae particulas fluidi ad se magis attrahant, & fortasse ad majores etiam distantias, ac attrahuntur ab illis, dissolvetur utique hæc secunda substantia, & circa ipsius particulas af-

fundentur particulae fluidi, quae prioris solidi particulis adhaerebant, ab illis avulsae, & ipsis ereptae. Illae igitur nativo pondere intra fluidum specificè levius depluent, & habebitur praecipitatio. Pulvisculus autem ille veterem particularum suarum nexum non acquireret ibi per sese, vel quia & gluten fortasse aliquod admodum tenue, quo connectebantur invicem, dissolutum simul jam deest in superficiebus illis, quarum separatio est facta; vel potius quia, ut ubi per limam, per tusionem, vel aliis similibus modis solidum in pulverem redactum est, vel utcumque contractum; juxta ea, quae diximus Num. 408, non potest iterum solo accessu, & appensione deveniri ad illos eodem limites, qui prius habebantur.

CCCCXLIX. Hoc pacto dissolutionis, & praecipitationis acquiritur idea admodum distincta; & fortasse etiam pluvia est quoddam praecipitationis genus, nec provenit e sola unione particularum aquae, quae prius tantummodo dispersae remere fuerint, & ob solam tenuitatem suam sustentatae, ac suspensae innataverint. Apparet ibi etiam, qua ratione binæ substantiæ commisceri possint, & in unam massam coalescere. Id quidem in fluido commixto cum solido patet ex ipso superiore exemplo solutionis. In binis fluidis facile admodum fit, & si sint ejusdem ad sensum specificæ gravitatis, solo motu, & agitatione impressa fieri quotidie cernimus, ut in aqua & vino. Sed etiam si sint gravitatum admodum diversarum, attractione particularum unius in particulas alterius fieri potest unius dissolutio in altero, & commixtio. Fieri autem potest, ut ejusmodi commixtione e binis etiam fluidis orisatur solidum, cujusmodi exempla in coagulis cernimus; & in Physica illud quoque observatur quandoque, bina fluida simul commixta coalescere in massam unicam minorem mole, quam fuerit prius, cujus phaenomeni prima fronte admodum miri in promptu est causa in mea Theoria; cum particulae, quae nimirum se immediate non contingebant, aliis interpositis possint accedere ad se magis, quam prius accesserint. Sic si haberetur massa ingens elastrorum e ferro distractorum, quorum singulis inter cuspides adjungerentur globuli magnetici, hac nova accessione materiae minueretur moles, victa repulsione mutua per attractionem magneticam, qua cuspides elastrorum ad se invicem accederent.

CCCCCL. Ubi solidum cum solido commiscendum est, ut fiat unica massa; tum vero oportet solida ipsa prius contundere, vel etiam dissolvere, ut nimirum exiguae particulae seorsim possint ad

exiguas alterius solidi accedere, & cum iis conjungi. Id autem fit potissimum per ignem, cujus vehementi agitatione, & vero etiam torresse actione ingenti mutua inter ejus particulas, & inter quadam peculiaria substantiarum genera, ut olea, & sulphur, quæ ut gluten quoddam conjungebant inter se vel inertes particulas, vel etiam mutua repulsione præditas, dissolvit omnium corporum nexus mutuos, & massas omnes demum, si satis validus sit, cogit liquari, & ad naturam fluidorum accedere. Dissolutorum, ac liquefcentium massarum particule commiscuntur, & in unam massam coalescunt: ubi autem sic coaluerunt, possunt iterum sæpe dissimiles separari eadem actione ignis, qui aliquas prius, alias posterius, cogit minore vi abire per evaporationem, & maxime fixas majore vi reddit volatiles. Ac inæqualibus ejusmodi diversarum substantiarum attractionibus, & inæqualibus adhæsiionibus inter earum particulas, omnis fere nititur ars separandi metalla a terris, cum quibus in fodinis commixta sunt, & alia aliorum ope prius uniendi, tum etiam a se invicem separandi, quæ omnia singillatim persequi infinitum foret. Generalis omnium explicatio facile repetitur ex illa, quam exposui, particularum diversa constitutione, quarum aliæ respectu aliarum inertes sunt, respectu aliarum activitatem habent, sed admodum diversam, tum quod pertinet ad directionem, tum quod ad intensitatem virium.

CCCCLI. De Liquefactione, & volatilizatione dicam illud tantummodo, eas fieri posse etiam sola ingenti agitatione particularum fluidi cujuscumque tenuissimi, cujus particule ad solidi, & fixi corporis particulas accedant satis, & inter ipsarum etiam intervalla irrumpant; qui motus intestinalis, unde haberi possit, jam exponam, ubi de fermentatione egero, & effervescentia. Nam imprimis ea intestinalis agitatione induci potest in particulas corporis solidi & fixi motus quidam circa axes quosdam, qui ubi semel inductus est, jam illæ particule vim exercent circumquaque circa illum axem ad sensum eandem, succedentibus sibi invicem celerrime punctis, & directionibus, in quibus diversæ vires exercentur, qui etiam axes si celerrime mutantur, irregulari nimirum impulsu, habebitur in iis particulis id, quod æquivalet sphericitati, & homogeneitati particularum, ex qua fluiditatem supra repetivimus, atque hujus ipsius rei exemplum habuimus Num. 236 in motu puncti per peripheriam ellipseos, cujus focus bina alia puncta occupent. Hæc fluiditas erit violenta, & desinente tanta illa agitatione, ac cessante vi, quæ agitationem inducebat, cessabit, ac fluidum etiam sine admixtione

tione novæ substantiæ poterit evadere solidum. Poterit autem paulatim cessare motus ille rotationis tam per inæqualitatem exiguam, quæ semper remanet inter vires in diversis locis particulæ diversas, & oblitit semper non nihil rotationi; quam per ipsam expulsionem illius agitatae substantiæ, ut igneæ, & per resistantiam circumjacentium.

CCCCLII. Deinde haberi etiam poterit liquatio per subtractionem heterogenearum & difformium particularum, quæ magis homogeneas, & ad sphericitatem accedentes particulas alligabant quodammodo impedito motu in gyrum. Id sane videtur accidere in pluribus substantiis, quæ quo magis depurantur, & ad homogeneitatem reducuntur, eo minus tenaces evadunt, & viscosæ. Sic viscositas est minima in Petroleo, major in Naphtha, & adhuc major in Asphalto, aut Bitumine, in quibus substantiis Chemia ostendit, eo majorem haberi viscositatem, quo habetur major compositio.

CCCCLIII. Quod si priore modo liquatio accidat, & in eo motu particulæ a limitibus cohesionis, in quibus erant, abeant ad distantias paullo majores, in quibus habeatur ingens repulsivus arcus, se repente fugient, quo pacto corpus fixum evadet volatile. Eandem autem volatilitatem acquireret, si particulæ, quæ fixum corpus componebant, erant quidem inter se in distantis repulsionum validissimarum, sed per interjacentes particulas alterius substantiæ cohibebatur illa repulsiva vis superata ab attractione, quam exercebat in eas nova intrusa particula: si enim hæc agitatione illa excutitur, vel ab alia, quæ ipsam attrahat magis, prætervolante ad exiguam distantiam abripiatur, tum vero repulsiva vis particularum prioris substantiæ reviviscit quodammodo, & agit, ac ipsa substantia evadit volatilis, quæ iterum nova earundem particularum intrusione figitur. Id sane videtur accidere in aere, qui potest ad fixum redigi corpus, & Halesius demonstravit per experimenta, partem ingentem lapidum, qui in vesica oriuntur, & calculorum in renibus, constare puro aere ad fixitatem reducto, qui deinde potest iterum statum volatilem recuperare: ac halitus inprimis sulphurei, & ipsa respiratio animalium ingentem aeris copiam transfert a statu volatili ad fixum. Ibi non habetur aeris compressio sola facta per cellularum parietes ipsum concludentes; ii enim disrumperentur penitus, cum aer in ejusmodi fixis corporibus reducatur ad molem etiam millecuplo minorem, in quo statu, si inregras haberet elasticas

cas vires; omnia sane repagula illa diffringeret. Halesius putat, eum in illo statu amittere elasticitatem suam, quod fieret utique, si particulæ ipsius ad eam inter se distantiam devenirent, in qua jam vis repulsiva nulla sit, sed potius attractiva succedat; sed fieri itidem potest, ut vim quidem repulsivam adhuc ingentem habeant illæ particule, sed ab interposita sulphurei halitus particula attrahantur magis, ut paullo ante vidimus in elastris a globulo magnetico cohibitis, & constrictis. Tum quidem elasticitas in aere ad fixitatem redacto maneret rota, sed ejus effectus impediretur a prævalente vi. Atque id quidem animadverti, & monui ante aliquot annos in Dissertatione de *Turbine*, in qua omnia turbinis ipsius phænomena ab hac aeris fixatione repetii.

CCCCCLIV. Porro agitatio illa particularum in igne, ac in fermentationibus, & effervescentiis, unde oriatur, facile itidem est in mea Theoria exponere. Ut primum crus meæ curvæ mihi impenetrabilitatem exhibuit, postremum gravitatem, intersectiones autem varia cohesionum genera; ita alternatio arcuum jam repulsivorum, jam attractivorum, fermentationes exhibet, & evaporationes variorum generum, ac subitas etiam deflagrationes, ac explosiones illas, quæ occurrunt in Chemia passim, & quam in pulvere pyrio quotidie intuemur. Quæ autem huc ex Mechanica pertinent, jam vidimus Num. 198. Dum ad se invicem accedunt puncta cum velocitate aliqua, sub omni arcu attractivo velocitatem augment, sub omni repulsivo minuunt; contra vero dum a se invicem recedunt, sub omni repulsivo augment, sub omni attractivo minuunt, donec in accessu inveniant arcum repulsivum, vel in recessu attractivum satis validum ad omnem velocitatem extinguendam. Ubi eum invenerint, retro cursum reflectunt, & oscillant hinc, & inde, in quo itu, & reditu perturbato, ac celeri, fermentationis habemus ideam satis distinctam.

CCCCCLV. Et in accessu quidem semper devenitur ad arcum repulsivum aliquem parem extinguendæ velocitati cuilibet utcumque magnæ; devenitur enim saltem ad primum asymptoticum crus, quod in infinitum protenditur: at pro recessu duo hic casus occurrunt potissimum considerandi. Vel enim etiam in recessu devenitur ad aliquod crus asymptoticum attractivum cum area infinita, de cuiusmodi casibus egimus jam Num. 194, vel devenitur ad arcum attractivum recedentem longissime, & continentem aream admodum ingentem, sed finitam. In utroque casu actio punctorum, quæ

extra massam sunt sita, aliorum punctorum massæ intestino illo motu agitatae oscillationem augebit, aliorum imminuet, & puncta alia post alia procurrent ulterius versus asymptotum, vel limitem terminantem attractivas vires; quin etiam actiones mutuae punctorum non in directum jacentium in massa multis punctis constante, mutabunt sane singulorum punctorum maximos excursus hinc, & inde, & variabunt plurimum accessus mutuos, ac recessus, qui in duobus punctis solis motum habentibus in recta, quæ illa conjungit, deberent, uti monuimus Num. 191, sine externis actionibus esse constantis semper magnitudinis. In accessu tamen in utroque casu ad compenetrationem sane nunquam deveniretur; in recessu vero in primo casu cruris asymptotici, & attractionis in infinitum crescentis cum area curvæ in infinitum aucta, itidem nunquam deveniretur ad distantiam illius asymptoti. Quare in eo primo casu utcumque vehemens esset interna massæ fermentatio, utcumque magnis viribus ab externis punctis in majore distantia sitis perturbaretur eadem massa, ipsius dissolutio per nullam finitam vim, aut velocitatem alteri parti impressam haberi unquam posset.

CCCCLVI. At in secundo casu, in quo arcus attractivus ille ultimus ejus spatii ingens esset, sed finitus; posset utique quorundam punctorum in illa agitatione augeri excursus usque ad limitem; post quem limitem succedente repulsione, jam illud punctum a massa illa quodammodo velut avulsam avolaret, & motu accelerato recederet. Si post eum limitem summa arearum repulsivarum esset major, quam summa attractivarum, donec deveniatur ad arcum illum, qui gravitatem exprimit, in quo vis jam est perquam exigua, & area asymptotica ulterior in infinitum etiam producta, est finita, & exigua; tum vero puncti elapsi recessus ab illa massa nunquam cessaret actione massæ ipsius, sed ipsum punctum pergeret recedere, donec aliorum punctorum ad illam massam non pertinentium viribus sisteretur, vel detorqueretur utcumque. In fortuita autem agitatione interna, ut & in externa perturbatione fortuita, illud accidet, quod in omnibus fortuitis combinationibus accidit, ut numerus casuum cujusdam dati generis in dato ingenti numero casuum æque possibilium dato tempore recurrat ad sensum idem, adeoque effluxus eorum punctorum, si massa perseveret ad sensum eadem, erit dato tempore ad sensum idem, vel massa multum imminuta, imminuerur in aliqua ratione massæ, cum a multitudine punctorum pendeat etiam casuum possibilium multitudo.

CCCCLVII. Hic jam plurima considerari possent, & casuum differentium, ac combinationum numerus in immensum excrevit; sed pauca quaedam adnotabimus. Ubi intervallum, quod massam claudit inter limites accessus, & recessus, est aliquanto majus, & posteriorum arcuum repulsivarum summa non multum excedit summam attractivarum, fiet paulatim lenta quaedam evaporatio: puncta, quæ in fortuita agitatione ad eum finem deveniunt, erunt pauca respectu totius massæ, quæ tamen in ingenti massa, & eodem fermentationis statu erunt eodem tempore ad sensum æquali numero; ac massa imminuta imminuetur & is numerus; massa autem diu perseverabit ad sensum nihil mutata. Habebitur ibi quaedam velut ebullitio, & vaporum quantitas, ac vis in egressu in diversis substantiis variari plurimum poterit, cum pendeat a situ, in quo illa puncta collocata sint intra curvam; nam possunt in aliis substantiis esse citra alios ingentes arcus attractivos, quorum posteriores vel sint prioribus minus validi, vel arcus repulsivos se subsequentes minus validos habeant.

CCCCLVIII. Sed si intervallum, quod massam claudit inter limites accessus & recessus, sit perquam exiguum, arcus attractivus postremus non sit ita validus, & succedat arcus repulsivus validissimus; fieri utique poterit, ut massa, quæ respectu quiescebat, accedente exiguo motu a particulis externis satis proxime accedentibus, ut possint inæqualem motum imprimere punctis particularum massæ, agitatio ejusmodi in ipsa massa oriatur, qua brevissimo tempore puncta omnia transcendant limitem, & cum ingenti repulsiva vi, ac velocitate a se invicem discedant. Id videtur accidere in explosione subita pulveris pyrii, qui plerumque non accenditur contusione sola, sed exigua scintilla accedente dissilit fere momento temporis, & tanta vi repulsiva globum e tormento ejicit. Idem apparet in iis phosphoris, quæ deslagrant solo aeris contactu: ac nemo non videt, quanta in iis omnibus haberi possint discrimina. Possunt nimirum alia facilius, alia difficilius deslagrare, alia serius, alia citius: potest sine lenta evaporatione solvi tota massa tempore brevissimo; potest, ubi massa fuerit heterogenea, avolare unum substantiæ genus aliis remanentibus, & interea possunt ex iis, quæ remanent, fieri alia mixta admodum diversa a præcedentibus, mutato etiam textu particularum altiorum ordinum per id, quod plures particule ordinum inferiorum, quæ pertinebant ad diversas particulas superiorum, coalescant in particulam ordinis superioris

novi generis : hinc tam multæ compositiones, & transformationes in Natura, & in Chemia imprimis : hinc tam multa, tam diversa vaporum genera, & in aere elastico a tam diversis corporibus fixis genito tantum discrimen. Patet ubique immensus excursui campus; sed eo relicto progredior ad alia non nulla, quæ ad fermentationes, & evaporationes itidem pertinent.

CCCCLIX. Substantia, quæ fuerat dissoluta, non solum per præcipitationem colligitur iterum, ut ubi metalla cadunt suo pondere in tenuem pulvisculum redacta; sed etiam per evaporationem, ut diximus, in salibus, qui evaporato illo fluido, in quo fuerant dissoluti, remanent in fluido. Et quidem sales non remanent sub forma tenuis pulvisculi, particulis minutissimis prorsus inertibus; sed colliguntur in massulas grandiusculas habentes certas figuras, quæ in aliis salibus aliæ sunt, & angulosæ in omnibus, ac in maxime corrosivis horrendum in modum cuspidatæ, ac ferratæ; unde & sapes salium acutiores, & aliquorum ex iis, quæ corrosiva sunt, fibrillarum tenuium in animantibus proscisso, ac destructio organorum necessariorum ad vitam. Quo autem pacto eas potissimum figuras induere possint, id patet ex Num. 434, ut & figuræ crystallorum & succorum, ex quibus gemmæ, & duri lapides fiunt, ubi simplices sunt, & suam quique figuram affectant, ac aliorum ejusmodi, quæ post evaporationem concresecunt, haberi utique possunt, ut ibidem ostensum est; per hoc, quod in certis tantummodo lateribus, & punctis particulæ alias particulas positas ad certas distantias attrahant, adeoque sibi adjungant certo illo ordine, qui respondet illis punctis, vel lateribus.

CCCCLX. Fermentatio paulatim minuitur, & demum cessat, cujus imminuti motus causas attingi pluribus locis, ut Num. 196. Eodem autem pertinet illud etiam, quod innui Num. 435. Irregularitas particularum, ex quibus corpora constant, & inæqualitas virium, plurimum confert ad imminuendam, & demum sistendum motum. Ubi nimirum aliquæ particulæ, vel totæ irruerunt in majorum cavitates, vel ubi suos uncus quosdam aliarum uncis, vel foraminibus inseruerunt, explicari non possunt; & sublapsus quidam, & compressiones particularum accidunt in massa temere agitata, quæ motum imminuunt, & ad sensum extinguunt, quo & in mollibus fissi motus potest post amissam figuram. Multum itidem potest ad minuendum, ac demum sistendum motum sola asperitas ipsa particularum, ut motus in scabro corpore sistitur per fri-

tionem; multum incurfus in externa puncta, ut aer pendulum fistit; multum particulae, quae emittuntur in omnes plagas, ut in evaporatione, vel ubi corpus refrigerat, excussis pluribus igneis particulis, quae dum evoant actione particularum massae, ipsis massae particulis procurrentibus motum in partes contrarias imprimunt, & dum illae, quae oscillationem auferant, aliae post alias aufugiunt; illae, quae remanent, sunt, quae oscillationes ipsas internis, & externis actionibus minuebant.

CCCCLXI. Porro non omnes substantiae cum omnibus fermentant, sed cum quibusdam tantummodo: acida cum alcalinis; & quod quibusdam videtur mirum, sunt quaedam, quae apparent acida respectu unius substantiae, & alcalina respectu alterius. Ea omnia in mea Theoria facilem admodum explicationem habent: nam vidimus, particulas quasdam respectu quarundam inertes esse, cum quibus commixtae idcirco non fermentant; respectu aliarum exercere vires varias; adeoque si respectu quarundam habeant pro variis distantibus diversis vires, & alternationem satis magnam attractionum, ac repulsionum, statim, ac satis prope ad ipsas accesserint, fermentant. Sic si limatura ferri cum sulphure commisceatur, & inspergatur aqua, oritur aliquanto post ingens fermentationis, quae & inflammationem parit, ac terrae motuum exhibet imaginem quandam, & Vulcanorum. Oportuit ferrum in tenues particulas discernere, ac ad majorem mixtionem adhuc adhibere aquam.

CCCCLXII. Ignem ego itidem arbitror esse quoddam fermentationis genus, quod acquirat vel potissimum, vel etiam sola sulphurea substantia, cum qua fermentat materia lucis vehementissime, si in satis magna copia collecta sit. Ignem autem voco eum, qui non tantum rarefacit motu suo, sed & calefacit, & lucet; quae omnia habentur, quando materia illa sulphurea satis fermentescit. Porro ignis comburit, quia in substantiis combustibilibus multum adest substantiae cujusdam, quae sulphure abundat plurimum, & quae idcirco sulphurea appellari potest, quae vel per lucem in satis magna copia collectam, vel per ipsam iam fermentescentem sulphuream substantiam satis pregnantem ipsa lucida materia sibi admotam fermentescit itidem, & dissolvitur, ac avolat. Is ingens motus intestinus particularum excurrentium fit utique per vires mutuas inter particulas, quae erant in aequilibrio; sed muratis parum admodum distantibus exigui etiam punctorum numeri per exiguum unius scintillae, vel tenuissimorum radiorum accessum, iam aliae vi-

res succedunt, & per earum reciprocaionem perturbatus puncto-
rum motus, qui cito per totam massam propagatur.

CCCCLXIII. Imaginem rei admodum vividam habere possu-
mus in sola etiam gravitate. Emergat e mari satis editus mons,
per cujus latera dispositæ sint versus fundum ingentes lapidum præ-
grandium moles; tum quo magis ascenditur, eo minores; donec
versus apicem lapilli sint, & in summo monte arenulæ; sint autem
omnia fere in æquilibrio pendentia ita, ut vi respectu molis exi-
gua devolvi possint. Si avicula in summo monte commoveat are-
nulam pede, ea decidit, & lapillos secum dejicit, qui, dum ruunt,
majores lapides secum trahunt, & hi demum ingentes illas moles:
fit ruina inhumanis, & ingens motus, qui, decidentibus in mare omni-
bus, mare ipsum commovet, ac in eo agitationem ingentem, &
undas inhumanes ciet, imotu aquarum vehementissimo diutissime per-
durante. Aviculæ æquilibrio arenulæ sustulit vi perquam exigua;
reliquos motus gravitas edidit, quæ occasionem agendi est naçta ex
illo exiguo motu aviculæ. Hæc imago quædam est virium intesti-
narum agentium, ubi cum vires crescere possint in immensum mu-
tata utrunque parum distantia, multo adhuc major effectus haberi
potest, quam in casu graviatis, quæ quidem perseverat eadem,
aucta tantummodo velocitate descensus per novas accelerationes.

CCCCLXIV. Quod si ignis excitatur tantummodo per sul-
phuræe substantiæ fermentationem, ubi nihil adsit ejus substantiæ,
nullus erit metus ab igne. Videmus utique, quo minus ejusmodi
substantiæ corpora habeant, eo minus igni obnoxia esse, ut ex
amianto & telæ fiant, quæ igne moderato purgantur, non combu-
runtur. Censeo autem idcirco nostras hasce terrestres substantias
ab igne satis intenso dissolvi omnes, & inflammari, quod omnes
ejusmodi substantiæ aliquid admixtum habeant, quod necesse est etiam
inter se plurimas inertes particulas. At si corpora habeantur ali-
qua, quæ nihil ex ejusmodi substantia haberent admixtum, ea in
medio igne vehementissimo illæsa perstarent, nec ullum motum ac-
quirent, quem nimirum nostra hæc corpora acquirunt ab igne
non per incursum, sed per fermentationem ab internis viribus ex-
citata. Hinc in ipso sole, & Fixis, ubi nostra corpora momento
fere temporis conflagrarent, & in vapores abirent tenuissimos,
possunt esse corpora ea substantia destituta, quæ vegerent, & vi-
vant sine ulla organici sui textus læsione minima. Videmus certe
maculas superficiæ solis proximas durantes aliquando per menses

etiam plures, ubi nostræ nubes, quibus eæ videntur satis analogæ, brevissimo tempore dissipantur.

CCCCLXV. Id mirum videbitur homini præjudiciis præoccupato; nec intelliget, qui fieri possit, ut vivat aliquid in sole ipso, in quo tanto major esse debet vis ustoria, dum hic exiguus radiorum solarium numerus majoribus cavis speculis, vel lentibus collectus dissolvit omnia. At ut evidenter pateat, cujusmodi præjudicium id sit, fingamus nostra corpora compacta esse ex illis terris, quas bolos vocant, quæ a diversis aquis mineralibus deponuntur, & quæ cum acidis fermentant, ac omnia corpora, quæ habemus præ manibus, vel ex eadem esse terra, vel plurimum ex ea habere admixtum. Acerum nobis haberetur loco ignis: quæcunque corpora in acetum deciderent, ingenti motu excitato dissolverentur citissime; & si manum immitteremus in acetum, ea ipsa per fermentationem exortam amissa, protinus horrore concuteremur ad solam acetici viciniam, & eodem modo videretur nobis absurdum quoddam, ubi audiremus, esse substantias, quæ acetum non metuant, & in eo diu perstare possint sine minimo motu, atque sui textus læsione, quo vulgus rem prorsus absurdam censebit, si audiat, in medio igne, in ipso sole, posse haberi corpora, quæ nullam inde læsionem accipiant, sed paratissime quiescant, & vegetent, ac vivant.

CCCCLXVI. Hæc quidem de igne; jam aliquid de luce, quam ignis emittit, & quæ satis collecta ipsum excitat. Ipsa lux potest esse effluvium quoddam tenuissimum, & quasi vapor fermentatione ignea vehementi excussus. Et sane validissima, meo quidem judicio, argumenta sunt, contra omnes alias hypotheses, ut contra undas, per quas olim phænomena lucis explicare conatus est Hugenius, quam sententiam diu conspultam iterum excitate conati sunt nuper summi nostri ævi Geometræ; sed meo quidem judicio sine successu; nam explicarunt illi quidem, & satis agre, paucas admodum luminis proprietates, aliis intactis prorsus, quæ sane per eam hypothesin nullo pacto explicari posse censeo, & quarum aliquas ipsi arbitror omnino opponi; sed eam sententiam impugnare non est hujus loci, quod quidem alibi jam præstiti non semel. Mirum sane, quam egregie in effluviorum emanantium sententia ex mea Theoria profluant omnes tam variæ lucis proprietates, quam explicationem fusè persecutus sum in 2da parte Dissertationis *de Lumine*: præcipua capita hic attingam; interea illud innuam, videri admodum rationi consentaneam ejusmodi sententiam materiæ effluen-

fluentis, vel ex eo, quod in ingenti agitatione, quam habet ignis, debet utique juxta id, quod vidimus Num. 194, evolare copia quaedam particularum, ut in ebullitionibus, effervescentiis, fermentationibus passim evaporationes habentur.

CCCCLXVII. Præcipue proprietates luminis sunt ejus emissio constans, & ab æquali massa, ut ab eodem sole, ab ejusdem candelæ flamma, ad sensum eadem intensitate; immanis velocitas; nam semidiametrorum terrestrium 20 millia, quanta est circiter Solis a Terra distantia, percurrit semiquadrante horæ; velocitatum discrimen exiguum in diversis radiis, nam celeritatis discrimen in radiis homogeneis vix ullum esse, si quod est, colligitur e pluribus indicis; propagatio rectilinea per medium diaphanum ejusdem densitatis ubique cum impedimento progressus per media opaca, sine ullo impedimento sensibili ex impactu in se invicem radiorum tot diversas directiones habentium, aut in partes internas diaphanorum corporum utcumque densorum; reflexio partis luminis ad angulos æquales in mutatione medii, parte, quæ reflectitur, eo majore respectu luminis, quo obliquitas incidentiæ est major; refractionis alterius partis in eadem mutatione cum lege constantis rationis inter sinum incidentiæ, & sinum anguli refracti; quæ ratio in diversis coloratis radiis diversâ est, in quo stat diversâ diversorum coloratorum radiorum refrangibilitas; dispersio & in reflexione, & in refractione exiguæ partis luminis cum directionibus quibuscunque quaquaversus; alternatio binarum dispositionum in quovis radio, in quarum altera facilius reflectatur, & in altera facilius transmittatur lux delata ad superficiem dirimentem duo media heterogenea, quas Newtonus vocat vices facilioris reflexionis, & facilioris transmissus, cum intervallis vicium, post quæ nimirum dispositiones maxime faventes reflexioni, vel refractioni redeunt, æqualibus in eodem radio ingresso in idem medium, & diversis in diversis coloratis radiis, in diversis mediorum densitatibus, & in diversis inclinationibus, in quibus radius ingreditur; ex quibus vicibus, & earum intervallis diversis in diversis coloratis radiis pendent omnia phænomena laminarum tenuium, & naturalium colorum tam permanentium, quam variabilium, uti & crassarum laminarum colores, quæ omnia satis luculenter exposuit in celebri Dissertatione de Lumine P. Carolus Benvenuti e Soc. nostra Scriptor accuratissimus; ac demum illa, quam vocant diffractionem, qua radii in transitu prope corpo-

rum acies inflectantur, & qui diversum colorem, ac diversam re-
frangibilitatem habent, in angulis diversis.

CCCCCLXVIII. Quod pertinet ad emissionem, jam est expo-
situm Num. 195 & Num. 456; ubi etiam ostentum est illud, man-
nente eadem massa, quæ emittit effluvia, ipsorum multitudinum
dato tempore esse ad sensum eandem. Porro fieri potest, ut massa,
quæ lumen emittit, penitus dissolvatur, ut in ignibus subitis acci-
dit; & fieri potest, ut perseveret diutissime. Id potissimum pen-
det a magnitudine intervalli, in quo fit oscillatio fermentationis, &
a natura arcus attractivi terminantis id intervallum juxta Num. 194.
Quin immo si Auctor naturæ voluit massam vehementissima etiam
fermentatione agitatum prorsus indissolubilem quacunque finita velo-
citate, potuit facile id præstare juxta Num. 455 per alios asymptoti-
cos arcus cum arcis infinitis, intra quorum limites sit massa fermen-
tescens; quorum ope ea colligari potest ita, ut dissolvi omnino
nequirit, ponendo deinde materiam luminis emittendi ultra inter-
vallum earum asymptotorum respectu particularum ejus massæ, &
citra arcum attractivum ingentis arcæ, sed non infinitæ, ex quo
aliæ lucidæ particule evolare possint post alias. Nec illud, quod
vulgo objici solet, tanta luminis effusione debere multum imminui
massam solis, habet ullam difficultatem, posita illa componibili-
tate in infinitum, & illa solutione problematis, quæ habetur Num.
391. Potest enim in spatiolo utcumque eviguo haberi numerus ut-
cumque ingens punctorum, & omnis massa luminis, quæ diffusa
tam immanem molem occupat, potest in sole, vel prope solem oc-
cupavisse spatiolum, quantum libuerit, parvum, ut idcirco sol post
quocumque sæculorum millia ne latum quidem unguem decreseat.
Id pendet a ratione densitatis luminis ad densitatem solis, quæ ratio
potest esse utcumque parva; & quidem pro immensi luminis tenui-
tate sunt argumenta admodum valida, quorum aliqua proferam infra.

CCCCCLXIX. Celeritas utcumque magna haberi potest ab ar-
cibus repulsivis satis validis, qui occurrant post extremum limitem
oscillationis terminatæ ab arcu ingenti attractivo juxta Num. 194;
nam si inde evadat particula cum velocitate nulla, quadratum velo-
citatis totius definitur ab excessu arearum omnium repulsivarum
supra omnes attractivas juxta Num. 177, qui excessus cum possit
esse utcumque magnus, ejusmodi celeritas potest itidem esse utcum-
que magna. Verum celeritatis discrimen in particulis homogeneis
erit prorsus insensibile, quis particule luminis ejusdem generis ad
finem

finem oscillationis advenient cum velocitatibus fere nullis; nam eæ, quæ juxta Theoriam expositam Num. 194 paullatim augment oscillationem suam, demum adveniunt ad limitem cohibentem massam, & avolant; quo si tum, cum avolant, advenirent cum ingenti velocitate, advenissent utique eodem, & effugissent in oscillatione præcedenti. Demonstravimus autem ibidem, exiguum discrimen velocitatis in ingressu spatii, in quo datæ vires perpetuo accelerant motum, & generant velocitatem ingentem, inducere discrimen velocitatis genitæ perquam exiguum etiam respectu illius exigui discriminis velocitatis initialis, quod demonstravimus ibi ratione petita a natura quadrati quantitatis ingentis conjuncti cum quadrato quantitatis multo minoris, quod quantitatem exhibet a priorè illa differentem multo minus, quam sit quantitas illa parva, cujus quadratum conjungitur. Discrimen aliquod sensibile haberi poterit, si quæ effugiunt, non sint puncta simplicia, sed particulæ non nihil inter se diversæ; nam curva virium, qua massa tota agit in ejusmodi particulas, potest esse non nihil diversa pro illis diversis particulis; adeoque excessus summæ arearum repulsivarum supra attractivarum potest esse non nihil diversus, & quadratum velocitatis ipsi respondens non nihil itidem diversum. Hoc pacto particulæ luminis homogeneæ habebunt velocitatem ad sensum prorsus æqualem; particulæ heterogeneæ poterunt habere non nihil diversam, uti ex observatione phaenomenorum videtur omnino colligi. Illud unum hac in re notandum superest, quod curva virium, qua massa tota agit in particulam positam jam ultra terminum oscillationum, mutatis per oscillationem ipsam punctis massæ, mutabitur non nihil; sed quoniam in fortuita ingenti agitatione massæ totius celerissime succedant omnes diversæ positiones punctorum, summa omnium erit ad sensum eadem, potissimum pro particula diutius hærente in illo initio suæ fugæ, ad quod advenit, uti diximus, cum velocitate perquam exigua, ut idcirco homogenearum particularum velocitas, ubi jam devenum fuerit ad arcum gravitatis, & vires exiguas, debeat esse ad sensum eadem, & discrimen aliquod haberi possit tantummodo in heterogeneis particulis a diverso earum textu. Patet igitur, unde celeritas ingens provenire possit, & si quod est, celeritatis discrimen exiguum.

CCCCLXX. Quod pertinet ad propagationem rectilincam per medium homogeneous diaphanum, & ad motum liberum sine ullo impedimento a particulis ipsius luminis, vel mediæ diaphani;

id in mea Theoria admodum facile exponitur, quod in aliis ingen-
 rem difficultatem parit. Et quidem quod pertinet ad impedimenta,
 si curva virium nullum habeat arcum asymptoticum perpendicula-
 rem axi præter primum, ostensum est Num 361, sola satis magna
 velocitate obtineri posse apparentem compenetrationem duarum
 substantiarum, quam tenuitas, & homogeneitas spatii, per quod
 transitur, plurimum iuvat. Quoniam respectu punctorum profus
 indivisibilium, & inextensorum materiae infinities infinita sunt pun-
 cta spatii existentium in eodem plano, infinities infinite est impro-
 babilis pro quovis momento temporis directio motus puncti ma-
 teriae cujusvis accurate versus aliud punctum materiae, ac improba-
 bilitas pro summa momentorum omnium contentorum dato quovis
 tempore utcumque longo evadit adhuc infinita. Ingens quidem est
 numerus punctorum lucis, & propemodum immensus; sed in mea
 Theoria utique finitus. Ea puncta quovis momento temporis di-
 rectiones motuum habent numero propemodum immenso, sed in
 mea Theoria finito. Verum quidem est, ubicunque oculus col-
 locetur in immensa propemodum superficie sphaerae circa unam Fi-
 xam remotissimam descripta, immo intra ipsam sphaeram, videri
 Fixam, & proinde aliquam luminis particulam aspicere nostrum ocu-
 lum; sed id fit in mea Theoria non quia accurate in omnibus ab-
 solute infinitis directionibus adveniant radii, sed quod pupilla, &
 fibrae oculorum non unicum punctum sunt, & vires punctorum
 particulae luminis agunt ad aliquod intervallum. Hinc quovis ut-
 cumque longo tempore nullus debet accidere casus in mea Theoria,
 in quo punctum aliquod luminis directe tendat contra aliquod aliud
 punctum vel luminis, vel substantiae cujusvis, ut in ipsum debeat
 incidere. Quamobrem per incursum, & immediatum impactum
 nullum punctum luminis aut sistet motum suum, aut deflectet.

CCCCLXXI. Id quidem commune est omnibus corporibus,
 quae corpora inter se congregiuntur. Ea nullum habent in mea
 Theoria punctum immediatum incurrens in aliud punctum; quam
 ob causam & illud ibidem divi, si nullae vires mutuae adessent, de-
 bere utique haberi apparentem quandam compenetrationem omnium
 massarum; sed adhuc vel ex hoc solo capite veram compenetratio-
 nem haberi nunquam omnino posse. Vires igitur, quae ad aliquam
 distantiam protenduntur, impediunt progressum. Eae vires si cir-
 cumquaque essent semper aequales, nullum impedimentum haberet
 motus, qui vi inertiae deberet esse rectilineus. Quare sola diffe-
 ren-

rentia virium agentium in punctum mobile obstare potest. At si nulla occurrat infinita vis arcus asymptotici cujuspiam post primum, vires omnes finitæ sunt, adeoque & differentia virium secundum diversas directiones agentium finita est semper. Igitur utcumque ea sit magna, ipsam finita quædam velocitas elidere potest, quin permittat ullam retardationem, accelerationem, deviationem, quæ ad datam quampiam utcumque parvam magnitudinem assurgat: nam vires indigent tempore ad producendam novam velocitatem, quæ semper proportionalis est tempori, & vi. Hinc si satis magna velocitas haberetur, quævis substantia trans aliam quamvis libere permearet sine ullo sensibili obstaculo, & sine ulla sensibili mutatione dispositionis propriorum punctorum, & sine ulla jactura nexus mutui inter ipsa puncta, & cohesionis, quod ibidem illustravi exemplo ferrei globuli inter magnetes dispersos cum satis magna velocitate libere permeantis; ubi etiam illud vidimus, in hoc casu virium ubique finitarum impenetrabilitatis ideam, quam habemus, nos debere soli mediocritati nostrarum velocitatum, & virium, quarum ope non possumus imprimere satis magnam velocitatem, & libere trans murorum septa, & trans oclusas portas pervadere.

CCCCCLXXII. Id quidem ita se habet, si nullæ præter primam asymptoti habeantur, quæ vires absolute infinitas inducant; nam si per ejusmodi asymptoticos arcus particulæ fiant & indissolubiles, & prorsus impenetrabiles juxta Nom. 361; tum vero nulla utcumque magna velocitate posset una particula alteram transvolare, & res eodem recideret, quo in communi sententia de continua extensione materiæ. Tum nimirum oporteret lucis particulas minuire, non quidem in infinitum, quod ego quidem absolute impossibile arbitror, ut & quantitates, quæ revera infinite parvæ sint in se ipsis tales, ac independenter ab omni nostro cogirandi modo determinatæ, nec vero earum usquam habetur necessitas in Natura; sed ita, ut adhuc incurfus unius particulæ in aliam pro quovis finito tempore sit, quantum libuerit, improbabilis, quod per finitas utique magnitudines præstari potest. Si enim concipiatur planum per lucis particulam quamcunque ductum, & cum ea progrediens, eorum planorum numerus dato quovis finito tempore utcumque longo erit utique finitus, si particulæ inter se distent quovis utcumque exiguo intervallo, quarum idcirco finito quovis tempore non nisi finitum numerum emitter massa utcumque lucida. Porro quodvis ex ejusmodi planis ad medias, qua latissimæ sunt, alias particu-

las luminis inter se distantes finito numero vicium appellet utique intra finitum quodvis tempus, cum id per intervalla finita tantummodo debeat accidere, & summa ejusmodi accessuum pertinentium ad omnia plana particularum numero finitarum finita erit itidem, utcumque magna. Licebit autem ita particularum diametros maximas imminuere, ut spatium plani ad datam quamvis distantiam protensi circumquaque utcumque etiam exiguam, habeat ad sectionem maximam particulæ rationem, quantum libuerit, majorem illa, quam exprimit ille ingens, sed finitus accessuum numerus, ac idcirco numerus directionum, per quas possint transire omnia illa plana ad omnes particulas pertinentia sine incurfu in ullam particulam, erit numero earum, per quas fieri possit incurfus, major in ratione ingenti, quantum libuerit, etiam si cum ea lege progredi deberent, ut altera non deberet transire in majore distantia ab altera, quam sit intervallum illud determinans exiguum illud spatium, ad quod assumpta est particularum sectio minor in ratione, quantum libuerit, magna. Infinito nusquam opus erit in Natura, & series finitorum, quæ in infinitum progreditur, semper aliquod finitum nobis offert ita magnum, vel parvum, ut ad physicos usus quoscunque sufficiat.

CCCCCLXXIII. Quod de particulis inter se collatis est dictum, idem locum habet & in particulis respectu corporum quorumcumque, potissimum si corpora juxta meam Theoriam constituta sint particulis distantibus a se invicem, & non continuo nexu colligatis, sive extensionis vere continuæ illius veli, aut muri continuum infinitam objicientis resistantiam, de quo egimus Num. 361. Verum ejusmodi asymptoticorum arcuum nulla mihi est necessitas in mea Theoria, & hic itidem per nexus, ac vires limitum ingentis, quantum libuerit, quanquam non etiam infiniti valoris, omnia præstari possunt in natura, & si principio inductionis inharere libeat, debemus potius arbitrari, nullos esse alios ejusmodi asymptoticos arcus in curva, quam Natura adhibet; cum in ingenti intervallo a Fixis ad particulas minimas, quas intueri per microscopia possumus, nullus ejusmodi nexus occurrat, quod indicat motus continuus particularum luminis per omnes ejusmodi tractus; nisi forte primus ille repulsivus, & postremus ejus naturæ arcus, ad gravitatem pertinens, indicio sint, esse & alios alibi in distantius, quæ citra microscopiorum, vel ultra telescopiorum potestatem contrahuntur, vel protenduntur. Ceterum si vires omnes finitæ sint, & puncta materię

teriae juxta meam Theoriam simplicia penitus, & inextensa; multo sane facilius concipitur, qui fiat, ut habeatur hæc appareus compenetratio sine ullo incurfu, & sine ulla dissolutione particularum cum transitu aliarum per alias.

CCCCCLXXIV. Porro duo sunt, quorum singula rem præstare possunt, velocitas satis magna, quæ nimirum utcumque magnam virium inæqualitatem potest eludere, & virium circumquaque positarum æqualitas, quæ differentiam relinquat omnino nullam. Differentia nunquam sane habebitur omnino nulla, ubi punctum materiæ prætervolet per quandam punctorum veluti silvam, quorum alia ab aliis distent; necessario enim mutabit distantiam ab his, a quibus minimum distat, jam accedens non nihil, jam recedens. Verum ubi distributio particularum ad æqualitatem quandam multum accesserit, inæqualitas virium erit perquam exigua, si omnium virium habeatur ratio, quas exercent omnia puncta disposita circa id punctum ad intervallum, ad quod satis sensibiles meæ curvæ vires protenduntur. Concipiamus enim spheram quandam, quæ habeat pro semidiametro illam distantiam, ad quam protenduntur flexus curvæ virium primigeniæ, sive ad quam vires singulorum punctorum satis sensibiles pertingunt. Si medium satis ad homogeneitatem accedat, secta illa sphaera in duas partes utcumque per centrum, in utraque numerus punctorum materiæ erit quam proxime idem, & summa virium quam proxime eadem, se compensantibus omnibus exiguis inæqualitatibus in tanta multitudine, quod in omnibus sit satis numerosis fortuitis combinationibus; adeoque sine ullo sensibili impedimento, sine ingenti flexione progredietur punctum quodcumque motu vel rectilineo, vel tremulo quidem non nihil, sed parum admodum, & ad sensum æque in omnem plagam.

CCCCCLXXV. Quod si accedat ingens velocitas, multo adhuc miior erit inæqualitatum effectus, tum quod multo minus habebunt temporis vires, ut agant; tum quod in ipso continuato progressu inæqualitates jam in unam plagam prævalebunt, jam in aliam, quibus sibi mutuo celerrime succedentibus, magis adhuc uniformis, & rectilineus erit progressus. Sic ubi turbo ligneus gyrat celerime circa verticalem axem cuspide tenuissima innixum solo, stat utique, inæqualitate ponderis, quæ ad casum determinat, jam ad aliam plagam jacente, & totam inclinante molem, jam ad aliam,

qui, celeritate motus circularis imminuta, decidit inclinatus, quo exigit praeponderantia.

CCCCLXXVI. Quod autem homogencitas medii, & velocitas praestant simul, id adhuc auget multo magis is nexus, qui est inter materiae puncta particulam componentia, & aequali ad sensum velocitate delata, qui mutuis viribus cum accessum ad se invicem punctorum particulam componentium, & recessum impediatur, cogit totam particulam simul trepidare eo solo motu, quem inducit summa inaequalitatum pertinentium ad puncta omnia, quae summa adhuc magis ad aequalitatem accedit: nam in forruitis, & temere hac, illac dispersis, vel concurrentibus casu circumstantiis, quo major numerus accipitur, eo inaequalitatum irregularium summa decrevit magis.

CCCCLXXVII. Demum raritas medii ad id ipsum confert adhuc magis; quo enim major est raritas, eo minor occurrit punctorum numerus intra illam sphaeram, adeoque eo minor virium componendarum multitudo, & inaequalitas adhuc multo minor. Porro omnes hae quatuor causae aequalitatis concurrunt, ubi agitur de radiis collatis cum aliis radiis: homogencitas; nam lumen a dato puncto progrediens suam densitatem imminuit in ratione reciproca duplicata distantiarum a puncto radiante, adeoque in tam exiguo circumquaque circa quodvis punctum intervallo, quantum est id, ad quod virium actio sensibilis protenditur, ad homogencitatem accedit in immensum: celeritas, quae tanta est, ut singulis arteriae pulsibus quaevis luminis particula fere bis centum millia Romanorum milliarium percurrat: nexus particularum mutuus; nam ipsae luminis particulae ad diversos coloratos radios pertinentes habent perennes proprietates suas, quas constanter servant, ut certum refrangibilitatis gradum, & potentiam certo impulsu agitandi oculorum fibras, per quam certam certi coloris sensationem eliciant; ac demum tenuitatem immanem, qua opus est ad tantam diffusionem, & tam perennem effluxum sine ulla sensibili imminutione solaris massae, & cujus indicium aliquod proferam paullo inferius. Ubi vero agitur de lumine comparato cum substantiis pellucidis, per quas pervadit, priora illa tria tantummodo locum habent respectu particularum luminis, & omnia quatuor respectu particularum pellucidi corporis, quarum nexus non dissolvitur, nec positio turbatur quidquam ab intervolutibus radiorum particulis. Quamobrem errat, qui putat, mea indivisibilia puncta praedita insuperabili potentia repulsiva per-

tingente ad finitè distantiam esse tam subiecta collisionibus, quam sunt particulæ finitæ magnitudinis, & idcirco nulli adminiculo esse pro comprehendenda mutua lucis penetratione; nam sine cruribus illis asymptoticis posterioribus meæ vires repulsivæ non sunt insuperabiles, nisi ubi puncta congrèdi debeant in recta, quæ illa jungit, qui casus in natura nusquam occurrit.

CCCCLXXVIII. Et vero sola homogeneitas pelluciditatem parit, uti jam olim notavit Newtonus, nec opacitas oritur ab impactu in partes corporum solidas, & a defectu pororum jacentium in directum, uti alii ante ipsum plures censuerant; sed ab inæquali textu particularum heterogenearum, quarum aliæ aliis minus densis, vel etiam penitus vacuis amplioribus spatiolis intermixtæ satis magnam inducunt inæqualitatem virium, qua lumen in omnes partes detorquent, ac distrahunt flexu multiplici, & ambagibus per internos meatus continuis, quibus fit, ut si paullo crassior occurrat massa corporis ex heterogeneis particulis coalescentis, nullus radius rectilineo motu totam pervadat massam ipsam, quod nimirum ad pelluciditatem requiritur. Indicia rei habemus quam plurima præter ipsam omnem superiorem Theoriam, quæ rem sola evinceret; cum nimirum sine inæqualitate virium nullum haberi possit libero rectilineo progressui impedimentum. Id sane colligitur ex eo, quod omnium corporum tenuiores laminæ pellucidæ sunt, uti norunt, qui microscopiis tractandis assueverunt; id evincunt illæ substantiæ, quæ aliarum poris injectæ easdem ex opacis pelluciditas reddunt, ut charta oleo imbuta fit pellucida, supplente aerem ipso oleo, cum quo multo minus inæqualiter in lumen agunt particulæ chartæ, quam agerent soli aeri, vel vacuo spatio intermixtæ. Rem autem oculis subijcit vitrum contusum in minores particulas, quod sola irregularitate figuræ particularum temere ex contusione nascentium, & aeris intermixti inæqualitate fit opacum per multiplicationem reflexionum & refractionum irregularium; nec aliam ob causam aqua in glaciem bullis continuis interruptam abiens pelluciditatem amittit, ut & alia corpora sane multa, quæ, dum concresecunt vacuolis interrupta, illico opaca fiunt.

CCCCLXXIX. Quamobrem nec reflexio inde ortum ducit, sed habetur etiam in pellucidis corporibus ex inæqualitate virium seu repellentium, seu attrahentium, uti in Optica Newtonus ipse tam multis notissimis argumentis demonstravit, quorum unum est illud ipsum ex asperitate superficiei cujuscunque cujusvis corporis,

utcumque nobis, nudo potissimum inspectantibus oculo, levis appareat, & perpolita, quod Num. 298 exposuimus; & ex eadem causa oritur etiam refractionis. Si velocitas luminis esset satis magna, impediret etiam hujusce inæqualitatis effectum, qui provenit a diversa mediorum constitutione; sed ex ipsis reflexionibus, & refractionibus in mutatione medii, conjunctis cum propagatione rectilinea per medium homogeneum, patet, celeritatem illam tantam luminis satis esse magnam ad eludendam illam inæqualitatem tanto minorem, quæ habetur in mediis homogeneis; non illam tanto majorem, quæ oritur a mediorum discrimine. Quod vero ad refractionis explicationem ex Mechanica requiritur, exposuimus a Num. 301, ubi adhibuimus principium illud virium inter duo plana parallela agentium æque in distantis æqualibus ab eorum utroque, cujus explicationem ad luminis particulas jam expediemus.

CCCCCLXXX. Concipiatur (a) illa sphaerula, cujus semidiameter æquatur distantie illi, ad quam agunt actione satis sensibili particule corporum in lucis particulam, quæ cum lucis particula pro-

Fig. 70. (a) Refert MN in Fig. 70 superficiem dirimentem duo media; GE viam radii advenientis; H particulam luminis; HE celeritatem ejus absolutam; HS parallelam; SE perpendicularem, quæ est eo minor, quo radius incidit magis obliquus: abc est sphaera, intra quam habetur alio sensibili in particulam H, quæ est adhuc tota in priore medio: X, X, X sunt loca plura particulae progredientis inter plana AB, CD parallela superficiem MN, sita ad distantiam ab ea æqualem semidiametro sphaerae Hc. Particula sita inter illa plana ubicunque, ut in X, sphaera illa eadem habebit suum segmentum FRI, ultra superficiem MN: sit ejus axis RT, & eodem axe segmentum QTZ priori æquale, ac mn planum parallelum MN. Segmentum mFLn, mQZn ejusdem medii agunt æqualiter. Segmenta FRI, QTZ inæqualiter, sed eorum vires diriguntur per axem TR in alteram e binis plagis oppositis; adeoque & differentia virium dirigetur per eundem, qui quidem perpendicularis est utique planis AB, CD. Ea actione via incurva radii sinuatur per X X X. Prout vis dirigetur versus CD, vel versus AB, curva erit cava versus eandem, & in mutatione directionis vis ipsius mutabitur flexus curvae. Si autem curva evaserit alibi parallela plano AB, flectet cursum retro, nisi id accidat accurate in situ vis = 0, qui casus est in infinitum improbabilis. Id accidit in aliis radiis citius, in aliis strius, pro diversa absoluta celeritate radii, pro diversa inclinatione incidentia, & pro diversa natura, vel constitutione particulae, abeuntis aliis particulis per QXIK, aliis per QXXIK, aliis per QX^{uv}XXIK. Porro perquam exiguum discrimen in vi, vel celeritate, potest curvam uno aliquo in loco a positione proxima parallelismo ad ipsum parallelismum traducte, quo loco superato adhuc summa actionum usque ad 0 potest esse ad sensum eadem. Reliqua sunt hic, ut Num. 301.

progrediatur simul. Donec ipsa sphaerula est in aliquo homoganeo medio tota, vires in particulam circumquaque æquales erunt ad sensum, & cum nullus habeatur immediatus incurfus, motus inertiae vi factus erit ad sensum rectilineus, & uniformis. Ubi illa sphaerula aliquod aliud ingressa fuerit diversæ naturæ medium, cujus eadem moles exercet in particulas luminis vim diversam a prioris medii vi, jam illa pars novi medii, quæ intra sphaerulam immersa erit, non exercet in ipsam particulam vim æqualem illi, quam exerit pars sphaerulæ ipsi respondens ex altera centri parte, & facile patet, differentiam virium debere dirigi per axem perpendicularem illis segmentis sphaerulæ, per quem singulæ utriusque segmenti vires diriguntur, nimirum perpendiculariter ad superficiem dirimentem duo media, quæ illud prius segmentum terminat; & quoniam ubicunque particula sit in æquali distantia a superficie, illud segmentum erit magnitudinis ejusdem, vis motum perturbans in iisdem a superficie illa distantibus eadem erit. Durabit autem ejusmodi vis, donec ipsa sphaerula tota intra novum medium immergatur. Incipiet autem immergi ipsa sphaerula in novum medium, ubi particula advenerit ad distantiam ab ipsius superficie æqualem radio sphaerulæ; & immergetur tota, ubi ipsa particula jam immersa fuerit, & ad distantiam eandem processerit. Quare si concipiatur duo plana parallela ipsi superficiæ dirimenti media, quæ superficies in exiguo tractu habetur pro plana, ad distantias citra, & ultra ipsam æquales radio illius sphaerulæ, sive intervallo actionis sensibilis; particula constituta inter illa plana habebit vim secundum directionem perpendicularem ipsis planis, quæ in data distantia ab eorum altero utrovis æqualis erit.

CCCCLXXXI. Porro id ipsum est id, quod assumpsimus Num. 301, & deinde derivavimus reflexionis, ac refractionis legem: nimirum si concipiatur ejusmodi vis resoluta in duas, alteram parallelam iis planis, alteram perpendicularem: illa vis potest perpendicularem velocitatem vel extinguere totam, antequam deveniatur ad planum ulterius; vel imminuere; vel augere. In primo casu debet particula retro regredi, & describere curvam similem illi, quam descripsit usque ad ejusmodi extinctionem, recuperando iisdem viribus in regressu, quod amiserat in ingressu, adeoque debet egredi in angulo reflexionis æquali angulo incidentiæ. In secundo casu habetur refractione cum recessu a perpendiculo; in tercio refractione cum accessu ad ipsum, & in utroque casu, quæcunque fuerit inci-

clinatio in ingressu, debet differentia quadratorum velocitatis perpendicularis in ingressu, & egressu esse constantis cujusdam magnitudinis ex principio Mechanico demonstrato Num. 175 in not. & inde Num. 305 est erutum illud, sinum anguli incidentiæ ad sinum anguli refracti debere esse in constanti ratione, quæ est celeberrima lucis proprietas, cui tora innititur Dioptrica; & præterea illud, velocitatem in medio præcedente ad velocitatem in medio sequente esse in ratione reciproca sinuum eorundem.

CCCCLXXXII. Hoc pacto ex uniformi Theoria deductæ sunt notissimæ, ac vulgares leges reflexionis, ac refractionis, ex quibus plura confectaria deduci possunt. Inprimis quoniam debet actio semper esse mutua, dum corpora agunt in lumen ipsum reflectendo, & refringendo, debet ipsum lumen agere in corpora, ac debet esse velocitas amissa a lumine ad velocitatem, acquisitam a centro gravitatis corporis sistentis lumen, ut est massa corporis ad massam luminis. Inde deducitur immensa luminis tenuitas; nam massa tenuissima levissimæ plumule suspensæ filo tenui, si impetatur a radio repente immisso, nullum progressivum acquirit motum, qui sensu percipi possit. Cum tam immanis sit velocitas amissa a lumine, facile patet, quam immensa sit tenuitas luminis. Newtonus etiam radiorum impulsioni tribuit progressum vaporum Cometicorum in caudam; sed eam ego sententiam satis valido, ut arbitrator, argumento rejeci in mea Dissertatione *de Cometis*. Sunt, qui Auroras Boreales tribuant halitibus tenuissimis impulsis a radiis solaribus, quod miror fieri etiam ab aliquo, qui radios putat esse undas tantummodo; nam undæ progressivum motum per se se non imprimunt: qui autem censent, & fluvios retardari Orienti solis contrarios, & Terræ motus fieri ex impulsu radiorum solis, ii sine nunquam per legitima Mechanicæ principia inquisiverunt in luminis tenuitatem.

CCCCLXXXIII. Solis particulis tenuissimis corporum imprimunt motum radii, ex quo per internas vires aucto oritur calor, & quidem in opacis corporibus multo facilius, ubi tantæ sunt reflexionum, & refractionum internæ vicissitudines: exiguo motu impresso paucis particulis, reliqua internæ mutue vires agunt juxta ea, quæ diximus Num. 463. Sic ubi radiis solaribus speculo collectis comburuntur aliqua, alia calcinantur etiam; omnes illi motus ab internis utriusque viribus oriuntur, non ab impulsione radiorum. Regulus antimonii ita calcinatus auget aliquando pondus decima sui

parte. Sunt, qui id tribuant massæ radiorum ibi collectæ, Si id ita esset, debuisset citissime abire illa substantia cum parte decima velocitatis amissæ a lumine, sive binis arteriæ pulsibus ultra lunam fugere. Quamobrem alia debet esse ejus phænomeni causa, qua de re fusius egi in mea Dissertatione de Luminis tenuitate.

CCCCLXXXIV. Quoniam lumen in sulphuris particulas agit validissime, nam sulphurosæ, & oleosæ substantiæ facillime accenduntur, eæ contra in lumen validissime agunt. Substantiæ generaliter eo magis agunt in lumen, quo densiores sunt, & attractionum summa prævalet, ubi radius utrumque illud planum transgressus refringitur; & ideo generaliter ubi fit transitus a medio rariore ad densius, refractione fit per accessum ad perpendicularum; & ubi a medio densiore ad rarius, per recessum. Sed sulphureosa, & oleosa corpora multo plus agunt in lucem, quam pro ratione suæ densitatis. Ego sane arbitror, uti monui Num. 462, ipsum ignem nihil esse aliud, nisi fermentationem ingentem lucis cum sulphurea substantia.

CCCCLXXXV. Lumen per media homogenea progredi motu liberrimo, & sine ulla resistantia medii, per quod propagetur, eruitur etiam ex illo, quod velocitas parallela maneat constans, uti assumpsimus Num. 305, quod assumptum si non sit verum, manentibus ceteris, ratio sinus incidentiæ ad sinum anguli refracti non esset constans; sed idem eruitur etiam ex eo, quod ubi radius ex aere abivit in vitrum, tum e vitro in aerem progressus est, si iterum ad vitrum deveniat, eandem habeat refractionem, quam habuit prima vice. Porro si resistantiam aliquam pateretur, ubi secundo advenit ad vitrum, haberet refractionem majorem; nam velocitatem haberet minorem, quæ semel amissa non recuperatur per hoc, quod resistantia minuatur; & eadem vis mobile minori velocitati motum magis detorquet a directione sui motus.

CCCCLXXXVI. Posteaquam lux intra opaca corpora tam multis, tam variis erravit ambagibus, aliqua saltem sui parte deveniet iterum ad superficiales particulas, & avolabit. Inde omnino ortum habebit lux illa tam multorum phosphorum, quæ deprehenduntur e sole retracta in tenebras lucere per aliquot secunda; & a numero secundorum licet conjicere longitudinem itineris confecti per tot itus, ac reditus intra meatus internos. Sed progrediamur jam ad reliqua, quæ Num. 467 proposuimus.

CCCCLXXXVII. Primo quidem facile patet ex Theoria exposita, cur, ubi radius incidit cum majore inclinatione ad superficiem,

ciem, major luminis pars reflectatur. Et quidem in Dissertatione, quam superiore anno die 12 Novembris legit Bouguerius in Academia Parisiensis Conventu Publico, uti habetur in *Mercurio Gallico* hujus anni ad mensem Januarii, profiteretur, se invenisse in aqua in inclinatione admodum ingenti reflexionem esse aequae fortis, ac in Mercurio, ut nimirum reflectantur duo trientes, dum in incidentia perpendiculari vix quinquagesima quinta pars reflectatur. Porro ratio in promptu est. Quo magis inclinatur radius incidens ad superficiem novi medii, eo minor est perpendicularis velocitas, uti patet; quare vires, quae agunt intra illa duo plana, eo facilius, & in pluribus particulis totam velocitatem perpendicularem elident, & reflexionem determinabunt.

CCCCLXXXVIII. Verum id quidem jam supponit, non in omnes lucis particulas eandem exerceri vim, sed in iis discrimen haberi aliquod. Ejusmodi discrimina diligenter evolvam. Inprimis discrimen aliquod haberi debet ex ipso textu particularum luminis, ex quo pendeat constans discrimen proprietatum quarundam, ut illud inprimis diversae radiorum refrangibilitatis. Quod idem radius refringatur ab una substantia magis, ab alia minus in eadem etiam inclinatione incidentiae, id quidem provenit a diversa natura substantiae refringentis, uti vidimus; ac eodem pacto e contrario, quod e diversis radiis ab eodem medio, & cum eadem inclinatione, alius refringatur magis, alius minus, id provenire debet a diversa constitutione particularum pertinentium ad illos radios. Debet autem id provenire vel a diversa celeritate in particulis radiorum, vel a diversa vi. Porro demonstrari potest, a sola diversitate celeritatis non provenire, arque id praestitum in secunda parte meae Dissertationis de Lumine; quanquam etiam radii diversae refrangibilitatis debeant habere omnino diversam quoque celeritatem; nam si ante ingressum in medium refringens habuissent aequalem, jam in illo inaequalem haberent, cum velocitas praecedens ad velocitatem sequentem sit in ratione reciproca sinus incidentiae ad sinum anguli refracti, & haec ratio in radiis diversae refrangibilitatis sit omnino diversa. Quare provenit etiam a vi diversa, quae cum constanter diversa sit, ob constantem in eodem radio, utcumque reflexo, & refracto, refrangibilitatis gradum, debet oriri a diversa constitutione particularum, ex qua sola potest provenire diversa summa virium pertinentium ad omnia puncta. Cum vero diversa
con-

constanter sit harum particularum constitutio, nihil mirum, si diversam in oculo impressionem faciant, & diversam ideam excitent.

CCCCLXXXIX. At quoniam experimentis constat, radios ejusdem coloris eandem refractionem pati ab eodem corpore, sive a stellis fixis provenerint, sive a sole, sive a nostris ignibus, sive etiam a naturalibus, vel artificialibus phosphoris; nam ea omnia eodem telescopio æque distincta videntur; patet, omnes radios ejusdem coloris pertinentes ad omnia ejusmodi lucida corpora eadem velocitate esse præditos, & eadem dispositione punctorum: neque enim probabile est, (& fortasse nec fieri id potest), celeritatem diversam a diversa vi compensari ubique accurate ita, ut semper eadem habeatur refractio per ejusmodi compensationem.

CCCCXC. Sed oportet invenire aliud discrimen inter diversas constitutiones particularum pertinentium ad radios ejusdem refrangibilitatis ad explicandas vices facilioris reflexionis, & facilioris transmissus; ac inde mihi prodibit etiam ratio phaenomeni radiorum, qui in reflexione, & refractione irregulariter disperguntur, & ratio discriminis inter eos, qui reflectuntur potius, quam refringantur, ex quo etiam fit, ut in majore inclinatione reflectantur plures. Newtonus plures innuit in Optica sua hypotheses ad rem utcunque adumbrandam, quarum tamen nullam absolute amplectitur: ego utar hic causâ, quam adhibui in illa Dissertatione *de Lumine* parte secunda, quæ causâ & existit, & rei explicandæ est idonea; quamobrem admitti debet juxta legem communem Philosophandi. Ubi particula luminis a corpore lucido excutitur, fieri utique non potest, ut omnia ejus puncta eandem acquiserint velocitatem, cum a punctis repellentibus diversas distantias habuerint. Debuerunt igitur aliqua celerius progredi, quæ sociis reliquis processissent, nisi mutæ vires, acceleratis lentioribus, ea retardassent; unde necessario oriri dehuit particulae progredientis oscillatio quædam, in qua oscillatione particula ipsa debuit jam produci non nihil, jam contrahi, & quoniam dum per medium homogeneum particula progreditur, inæqualitas summæ actionum in punctis singulis debet esse ad sensum nulla, durabit eadem per ipsum medium homogeneum reciprocatio contractionis, ac productionis particulae, quæ quidem productio, & contractio poterit esse satis exigua, si nimirum nexus punctorum sit satis validus, sed semper erit aliqua, & potest itidem esse non ita parva, nec vero debet esse eadem in particulis diversi textus.

CCCCXCI. Porro in ea reciprocatone figuræ habebuntur limites quidam productionis maximæ, & maximæ contractionis, in quibus juxta communem admodum indolem maximorum, & minimorum diutissime perdurabitur, motu reliquo, ubi jam inde discessum fuerit ad distantiam sensibilem cum ingenti celeritate peracto, uti in pendulorum oscillationibus videmus pondus in extremis oscillationum limitibus quasi hæere diutius, in reliquis vero locis celerissime prætervolare; ac in alio virium genere diverso a gravitate constanti, illa mora in extremis limitibus potest esse adhuc multo diuturnior, & excursus in distantis sensibilibus ab utrovis maximo multo magis celer. Deveniet autem particula ad medium extremarum illarum duarum dispositionum diutius perseverantium post æqualia temporum intervalla, ut æquales pendulorum oscillationes sunt æque diuturnæ, ac ideo dum particula progreditur per medium homogeneum, recurrent illæ ipsæ binæ dispositiones post æqualia intervalla spatiorum pendentia a constanti velocitate particulæ, & a constanti tempore, quo particulæ cujusvis oscillatio durat. Demum summa virium, quam novum medium, ad quod accedit particula, exercet in omnia particulæ puncta, non erit sane eadem in diversis illis oscillantis particulæ dispositionibus.

CCCCXCII. Hisce omnibus rite consideratis, concipiatur jam ille fere continuus affluxus particularum etiam homogenearum ad superficiem duo heterogenea media dirimentem. Multo maximus numerus adveniet in altera ex binis illis oppositis dispositionibus, non quidem in medio ipsius, sed prope ipsum, & admodum exiguus erit numerus earum, quæ adveniunt cum dispositione satis remota ab illis extremis. Quæ in hisce intermediis adveniunt, mutabunt utique dispositiones suas in progressu inter illa duo plana, inter quæ agit vis motum particulæ perturbans, ita, ut in datis ab utrovis plano distantis vires ad diversas particulas pertinentes, sint admodum diversæ inter se. Quare illæ, quæ retro regredientur, non eandem ad sensum recuperabunt in regressu velocitatem perpendiculararem, quam habuerunt in accessu, adeoque non reflectentur in angulo reflexionis æquali ad sensum angulo incidentiæ; & illæ, quæ superabunt intervallum illud omne, in appulsu ad planum ulterius, aliæ aliam summam virium expertæ, habebunt admodum diversâ inter se incrementa, vel decrementa velocitatum perpendicularium, & proinde in admodum diversis angulis egredientur dispersæ. At quæ advenient cum binis illis dispositionibus con-

traris, habebunt duo genera virium, quarum singula pertinebunt constanter ad classes singulas, cum quarum uno idcirco facilius in illo continuo curvaturæ flexu devenietur ad positionem illis planis parallelam, sive ad extinctionem velocitatis perpendicularis; in altero difficilius: adeoque habebuntur in binis illis dispositionibus oppositis binæ vices, altera facilioris, altera difficilioris reflexionis, adeoque facilioris transitus, quæ quidem regredientur post æqualia spatiorum intervalla, quanquam ita, ut summa facilitas in media dispositione sita sit, a qua quæ minus, vel magis in appulsu discedunt, magis e contrario, vel minus de illa facilitate participant; qui ipse accessus major, vel minor ad summam illam facilitatem in media dispositione sitam in Benvenutiana Dissertatione superius memorata exhibetur per curvam quandam continuam hinc, & inde æque inflexam circa suam axem, & inde reliqua omnia, quæ ad vices, & earum consecutaria pertinent, luculentissime explicantur.

CCCCXCIII. Porro hinc & illud pater, qui fieri possit, ut e radiis homogeneis ad eandem superficiem advenientibus alii transmittantur, & alii reflectantur, prout nimirum advenerint in altera e binis dispositionibus; & quoniam non omnes, qui cum altera ex extremis illis dispositionibus adveniunt, adveniunt prorsus in media dispositione, fieri utique poterit, ut ratio reflexorum ad transmissos sit admodum diversa in diversis circumstantiis, nimirum diversi mediorum discriminis, vel diversæ inclinationis in accessu; ubi enim inæqualitas virium est minor, vel major perpendicularis velocitas per illam extinguenda ad habendam reflexionem, non reflectentur, nisi illæ particulæ, quæ advenerint in dispositione illi mediæ quam proxima, adeoque multo pauciores, quam ubi vel inæqualitas virium est major, vel velocitas perpendicularis est minor; unde fiet, ut quemadmodum experimur, quo minus est mediorum discrimen, vel major incidentiæ inclinatio, eo minor radiorum copia reflectatur; ubi & illud notandum maxime, quod ubi in continuo flexu curvaturæ viæ particulæ cujusvis, quæ via jam in alteram plagam est cava, jam in alteram, prout prævalent attractiones densioris medii, vel repulsionem, deveniunt identidem ad positionem fere parallelam superficiæ dirimenti mediæ, velocitate perpendiculari fere extincta; exiguum discrimen virium potest determinare parallelismum ipsum, sive illius perpendicularis velocitatis extinctionem totalem, quanquam eo veluti anfractu superato, ubi demum rediunt ad planum citius in reflexione, vel ulterius in refractione,

summa omnium actionum, quæ determinat velocitatem perpendiculararem totalem, debeat esse ad sensum eadem, nimirum nihil mutata ad sensum ab exigua illa differentia virium, quam peperit exiguum dispositionis discrimen a media dispositione.

CCCCXCIV. Atque hoc pacto satis luculenter jam explicatum est discrimen inter binas vices; sed superest exponendum, unde discrimen intervalli vicium, quod proposuimus Num. 467. Quod diversi colorati radii diversa habeant intervalla, nil mirum est; nam & diversæ velocitates diversa requirunt intervalla spatii inter vices oppositas, quando etiam eæ vices redeant aequalibus temporis intervallis, & diversus particularum heterogenearum textus requirit diversa oscillationum tempora. Quod in diversis mediis particule ejusdem generis habeant diversa intervalla, itidem facile colligitur ex diversa velocitate, quam in iis haberi post refractionem ostendimus Num. 488; sed præterea in ipsa mediorum mutatione inæqualis actio inter puncta particulam componentia potest utique, & vero videtur etiam debere oscillationis magnitudinem, & fortasse etiam ordinem mutare, adeoque celeritatem oscillationis ipsius. Demum ejusmodi mutatio pro diversa inclinatione viæ particule advenientis ad superficiem, diversa utique esse debet, ob diversam positionem motuum punctorum ad superficiem ipsam, & ad massam agentem in ipsa puncta. Quamobrem patet, eas omnes tres causas debere discrimen aliquod exhibere inter diversa intervalla, uti reapse ex observatione colligitur.

CCCCXCV. Si possemus nosse peculiare constitutiones particularum ad diversos coloratos radios pertinentium, ordinem, & numerum, ac vires, & velocitates punctorum singulorum; tum mediorum constitutionem suam in singulis, ac satis Geometria, satis imaginationis haberemus, & mentis ad omnia ejusmodi solvenda problemata; liceret a priori determinare intervallorum longitudines varias, & eorundem mutationes pro tribus illis diversis circumstantiis exhibere. Sed quoniam longe citra eum locum consistimus, debemus illas tantummodo colligere per observationes, quod summa dexteritate Newtonus præstitit, qui determinatis per observationem singulis, mira inde consecutaria deduxit, & Naturæ phenomena explicavit, uti multo luculentius videre est in illa ipsa Benvenutiana Dissertatione. Illud unum ex proportionibus a Newtono inventis haud difficulter colligitur, ea discrimina non pendere a sola particularum celeritate; nam celeritatum proportionibus novi-

mus per finium rationem; & facile itidem deducitur ex Theoria, quod etiam multo facilius inferitur partim ex Theoria, & partim ex observatione, radium, qui post quoruncumque vel reflexiones, vel refractiones regulares devenit ad idem medium, eandem in eo velocitatem habere semper; nam velocitates in reflexione manent, & in mutatione mediorum sunt in ratione reciproca sinus incidentiæ ad sinum anguli refracti; ac tam Theoria, quam observatio facile ostendit, ubi planis parallelis dirimantur media quoruncumque, & radius in data inclinatione ingressus e primo abeat ad ultimum, eundem fore refractionis angulum in ultimo medio, qui esset, si a primo immediate in ultimum transivisset. Sed hæc innuisse sit satis.

CCCCXCVI. Illud etiam inquam tantummodo, quod Newtonus in Opticis Quæstionibus exponit, esse miram quandam crystalli Islandicæ proprietatem, quæ radium quemvis, dum refringit, discerpit in duos, & alium usitato modo refringit, alium inusitato quodam, ubi & certæ quædam observantur leges, quarum explicationes ipse ibidem insinuat haberi posse per vires diversas in diversis lateribus particularum luminis; ac solum adnotabo illud, ex Num. 418 patere, in mea Theoria nullam esse difficultatem agnoscendi in diversis lateribus ejusdem particulæ diversas dispositiones punctorum, & vires, qua ipsa diversitate usi sumus superius ad explicandam solidorum cohesionem, & organicam formam, ac certas figuras tot corporum, quæ illas vel affectant constanter, vel etiam acquirunt.

CCCCXCVII. Remanet demum diffractio luminis explicanda, quam iridem Num. 467 proposueramus. Ea est quædam velut inchoata reflexio, & refractionis. Dum radius advenit ad eam distantiam a corpore diversæ naturæ ab eo, per quod progreditur, quæ virium inæqualitatem inducit, incurvat viam vel accedendo, vel recedendo, & directionem mutat. Si corporis superficies ibi esset satis ampla, vel reflecteretur ad angulos æquales, vel immergeretur intra novum illud medium, & refringeretur; at quoniam acies ibidem progressum superficiem interrumpit, progreditur quidem radius aciem ipsam evitans, & circa illam prætervolat; sed egressus ex illa distantia directionem conservat postremo loco acquisitam, & cum ea, diversa utique a priore, moveri pergit; ut adeo tota luminis Theoria sibi ubique admodum conformis sit, & cum generali Theoria mea apprimè consentiens, cujus rami quidem sunt bina Newtoni præclarissima comperta virium, quibus cælestia corpora motus peragunt

agunt suos, & quibus particulae luminis reflectuntur, refringuntur, diffringuntur. Sed de luce & coloribus jam satis.

CCCCXCVIII. Post ipsam lucem, quae oculos percellit, & visionem parit, ac ideam colorum excitat, primum est delabi ad sensus ceteros, in quibus multo minus immorabimur, cum circa eos multo minora habeamus comperta, quae determinatam physicam explictionem ferant. Saporis sensus excitatur in palato a salibus. De angulosa illorum forma jam diximus Num. 459, quae ad diversum excitandum motum in papillis palati abunde sufficit; licet etiam dum dissolvuntur, vires varias pro varia punctorum dispositione exercere debeant, quae saporum discrimen inducent. Odor est quidam tenuis vapor ex odoriferis corporibus emissus, cujus rei indicia sunt sane multa, nec omnino assentiri possum illi, qui odorem etiam, ut sonum, in tremore mediis cujusdam interpositi censet consistere. Porro quae evaporationum sit causa, explicavimus abunde Num. 198. Illud unum hic innuam, errare illos, ut pluribus ostendi in prima parte meae Dissertationis *de Lumine*, qui multi sane sunt, & praestantes Physici, qui odoribus etiam tribuunt proprietatem luminis debitam, ut nimirum eorum densitas minuat in ratione reciproca duplicata distantiarum a corpore odorifero. Ea proprietas non convenit omnibus iis, quae a dato puncto diffunduntur in sphaeram, sed quae diffunduntur cum uniformi celeritate, ut lumen. Si enim concipiantur orbis concentrici tenuissimi datae crassitudinis, ii erunt ut superficies, adeoque ut quadrata distantiarum a communi centro, ac densitas materiae erit in ratione ipsorum reciproca, si massa sit eadem, quae ut in ulterioribus orbibus sit eadem ac in ceterioribus, oportet sane, ut tota materia, quae erat in ceterioribus ipsis, progrediatur ad ultteriores orbis motu uniformi, quo fiet, ut appellente ad ceteriorem superficiem orbis ultterioris particula, quae ad ceteriorem ceterioris appulerat, appellat simul ad ulttorem ultterioris, quae appulerat simul ad ulttorem ceterioris, materia tota ex orbe ceteriore in ulttorem accurate translata; quod nisi fiat, vel nisi loco uniformis progressus habeatur accurata compensatio velocitatis imminutae, & impeditae a progressu partis vaporum, quae compensatio accurata est admodum improbabilis, non habebitur densitas reciproce proportionalis orbibus, sive eorum superficiebus, vel distantiarum quadratis.

CCCCXCIX. Sonus Geometricas determinationes admittit plures, & quod pertinet ad vibrationes chordae elasticae, vel Campani

pani æris, vel motum impressum aeri per tibias, & tubas, id quidem in Mechanica locum habet, & mihi commune est cum communibus Theoriis. Quod autem pertinet ad progressum soni per aerem usque ad aures, ubi delatus ad tympanum excitat eum motum, a quo ad cerebrum propagato idea soni excitatur, res est multo operosior, & pendet plurimum ab ipsa mediū constitutione; ac si accurate solvi debeat problema, quo quærat̄ur ex data mediū fluidi elasticitate propagatio undarum, & ratio inter oscillationum celeritates, a qua multipliciter variata pendent omnes toni, & consonantiæ, ac dissonantiæ & omnis Ars Musica, ac tempus, quo unda ex dato loco ad datam distantiam propagatur, res est admodum ardua, si sine subsidiariis principiis, & gratuitis hypothesebus tractari debeat, & determinationi resistentiæ fluidorum est admodum affinis, cum qua motum in fluido propagatum communem habet. Exhibebo hic tantummodo simplicissimi casus undas, ut appareat, qua via ineundam censeam in mea Theoria ejusmodi investigationem.

D. Sit in recta linea disposita series punctorum ad data intervalla æqualia a se invicem distantium, quorum bina quæque sibi proxima se repellant viribus, quæ crescant imminutis distantis, & dentur ipsæ. Concipiatur autem ea series ex utraque parte in infinitum producta, & uni ex ejus punctis concipiatur externa vi celerissime agente in ipsum multo magis, quam agent puncta in se invicem, brevissimo tempusculo impressa velocitas quædam finita in ejusdem rectæ directione versus alteram plagam, ut dexteram, ac reliquorum punctorum motus consideretur. Utcunque exiguum accipiatur tempusculum post primam systematis perturbationem, debent illo tempusculo habuisse motum omnia puncta. Nam in momento quovis ejus tempusculi punctum illud debet accessisse ad punctum secundum post se dexterum, & recessisse a sinistro, velocitate nimirum in eo genita majore, quam generent vires mutuæ, quæ statim agent in utrumque proximum punctum, aucta distantia a sinistro, & imminuta a dextero, qua fiet, ut sinistrum urgeatur minus ab ipso, quam a sibi proximo secundo ex illa parte, & dexterum ab ipso magis, quam a posteriore ipsi proximo, & differentia virium producet illico motum aliquem, qui quidem initio, ob differentiam virium tempusculo infinitesimo infinitesimam, erit infinities minor motu puncti impulsu, sed erit aliquis; eodem pacto tertium punctum utraque ex parte debet illo tempusculo infinitesimo

habere motum aliquem, qui erit infinitesimus respectu secundi, & ita porro. Post tempusculum utcumque exiguum omnia puncta æquilibrium amittent, & motum habebunt aliquem. Interea cessante actione vis impellentis punctum primum incipiet ipsum retardari vi repulsiva secundi dexteri prævalente supra vim secundi sinistri, sed adhuc progredietur, & accedet ad secundum, ac ipsum accelerabit; verum post aliquod tempus retardatio continua puncti impulsivi, & acceleratio secundi reducent illa ad velocitatem eandem, tum vero non ultra accedent ad se invicem, sed recedent, quo recessu incipiet retardari etiam punctum primum dexterum, ac paullo post extinguetur tota velocitas puncti impulsivi, quod incipiet regredi: aliquanto post incipiet regredi & punctum secundum dexterum, & aliquanto post tertium, ac ita porro aliud post aliud. Sed interea punctum impulsivum, dum regreditur, incipiet urgeri magis a primo sinistro, & acceleratio minuetur; tum habebitur retardatio, tum motus iterum reflexus. Dum id punctum iterum incipit regredi versus dexteram, erit aliquod e dexteris, quod tunc primo incipiet regredi versus sinistram, & dum per easdem vices punctum impulsivum iterum reflexit motum versus sinistram, aliud dexterum remotius incipiet regredi versus ipsam sinistram, ac ita porro motus semper progreditur ad dexteram major, & incipient regredi nova puncta alia post alia. Undæ amplitudinem determinabit distantia duorum punctorum, quæ simul eunt, & simul redeunt; ac celeritatem propagationis soni tempus, quod requiritur ad unam oscillationem puncti impulsivi, & distantia a se invicem punctorum, quæ simul cum eo eunt, & redeunt; & quod ad dexteram accidit, idem accidit ad sinistram. Sed & ea perquisitio est longe altioris indaginis, quam ut hic institui debeat; & ad veras soni undas elasticas referendas non sufficit una series punctorum jacentium in directum, sed congeries punctorum, vel particularum circumquaque dispersorum, & se repellentium.

DI. Interea illud unum adjiciam, in mea Theoria admodum facile solvi difficultatem, quam Eulerus objecit Mairatio, explicanti propagationem diversorum sonorum, a quibus diversi soni pendunt, per diversa genera particularum elasticarum, quæ habentur in aere, quorum sinuata singulis sonis inserviant, ut diversi sunt colorari radii cum diverso constanti refrangibilitatis gradu, & colore. Eulerus illud objecit, uti tam multa sunt sonorum genera, quæ ad nostras, & aliorum aures simul possint deferri, ita debere haberi con-

tinuam

tinuam feriem particularum omnium generum ad ea deferenda, quod haberi omnino non possit, cum circa globum quemvis in eodem plano non nisi sex tantummodi alii globi in gyrum possint consistere. Difficultas in mea Theoria nulla est, cum particulae aliae in alias non agant per immediatum contactum, sed in aliqua distantia, quae diametro globorum potest esse major in ratione quacunque utcumque magna. Cum igitur certi globuli in iisdem distantis possint esse inertes respectu certorum, & activi respectu aliorum, patet, posse multos diversorum generum globulos esse permixtos ita, ut actionem aliorum sentiant alii. Quin immo licet activi sint globuli, fieri debet, ut alii habeant motus conformes tum eos, qui pendent a viribus mutuis inter duos globulos, a quibus proveniunt undae, tum eos, qui pendent ab interna distributione punctorum, a qua proveniunt singularum particularum interni vibratorii motus, & qui itidem ad diversum sonorum genus plurimum conficere possint, & dissimilium globorum oscillationes se mutuo turbent, similitum perpetuo post primas actiones actionibus aliis conformibus augeantur, quemadmodum in consonantibus instrumentorum chordis cernimus, quarum una percussa sonant & reliquae. Ubique libertas motuum, & dispositionis, quae sublato immediato impulsu, & accurata continuitate in corporum textu, acquiritur ad explicandam naturam, est perquam idonea, & opportuna.

DII. Quod pertinet ad tactiles proprietates, quid sit solidum, fluidum, rigidum, molle, elasticum, flexile, fragile, grave, abunde explicavimus. Quid laevigatum, quid asperum, per se patet. Caloris causam in motu vehementi intestino particularum igneae, vel sulphureae substantiae fermentescentis potissimum cum particulis luminis, & qua ratione id fieri possit, exposuimus. Frigus haberi potest per ipsum defectum ejusmodi substantiae, vel defectum motus in ipsa. Haberi possunt etiam particulae, quae frigus cieant actione sua, ut nitrosae, per hoc, quod ejusmodi particularum motum sistant, & eas attractione mutuas ipsarum vires vincente, ad se rapiant, ac sibi affundant quodammodo, veluti alligatas. Potest autem generari frigus admodum intensum in corpore calido per solum etiam accessum corporis frige facti per solum ejusmodi substantiae defectum. Ea enim, dum fermentat, & in suo naturali volatilitatis statu permanet, niritur elasticitate sua ipsa ad expansionem, per quam, si in aliquo medio conclusa sit, utcumque inerte respectu ipsius, ad aequilibrium per ipsum diffunditur; unde fit, ut si uno

in loco dematur aliqua ejus pars, statim illuc ex aliis tantum devolet, quantum ad illam æqualitatem requiritur. Hinc nimirum, si in aere libero cesset fermentantis ejusmodi substantiæ quantitas, vel per imminutam continuationem impulsuum ad continuandum motum, ut imminuta radiorum solis copia per hyemem, ac in locis remotioribus ab Æquatore, vel per accessum ingentis copię particularum sistentium ejusdem substantiæ motum, unde fit, ut in climatis etiam non multum ab Æquatore distantibus ingentia pluribus in locis habeantur frigora, & glacies per nitrosorum effluviolum copiam; e corporibus omnibus expositis aeri perpetuo erumpet magna copia ejusdem fermentescentis ibi adhuc, & elastice materiæ igneæ; & ea corpora remanebunt admodum frigida per solam imminutionem ejus materiæ; quibus si manum admoveamus, ingens illico ex ipsa manu particularum earundem multitudo avolabit, ut res ad æqualitatem reducat, & tam ipsa cessatio illius intestini motus, qua immutabitur status fibrarum organici corporis, quam ipse rapidus ejus substantiæ in aliam irrumpentis torrens, eam poterit, quam adeo molestam experimur, frigoris sensationem excitare.

DIII. Torrentis ejusmodi ideam habemus in ipso velocissimo aeris motu, qui si in aliqua spatii parte repente ad fixitatem reducatur in magna copia, ex aliis omnibus advolat celerrime, & horrendos aliquando celeritate sua effectus parit. Sic ubi turbo vorticosus, & aerem inferne exuens prope domum conclusam transseat, aer internus expansiva sua vi omnia evertit; avolant tecta, diffringuntur fenestræ, & tabulata, ac omnes portæ, quæ cubiculorum mutuam communicationem impediunt, repente dissiliunt, & ipsi parietes nonnunquam evertuntur, ac corruunt, quemadmodum Romæ ante aliquot observavimus annos, & in Dissertatione *de Turbine* superius memorata, quam tum edidi, pluribus exposui.

DIV. Verum hæc sola substantiæ hujusce fermentantis expansiva vis non est satis ad rem explicandam, sed requiritur etiam certa vis mutua, qua ejusmodi substantia in alias quasdam attrahatur magis, in alias minus, quod qui fieri possit, vidimus, ubi de Dissolutione; & Præcipitatione egimus; & ejusmodi attractio potest esse ita valida, ut motum ipsum intestinum prorsus impediatur appensione ipsa, ac fixationem ejus substantiæ inducat, quæ si minor sit, permittet quidem motus fermentatorii continuationem, sed a se totam massam divelli non permittet, nisi accedente corpore, quod

majorẽm exerceat vim, & ipsam sibi rapiat. Hic autem raptus fieri potest ob duplicem causam; primo quidem, quod altera substantia majorem absolutam vim habeat in ejusmodi substantiam igneam, quam alia, pari etiam particularum numero; deinde quod licet ea æque, vel etiam minus trahat, adhuc tamen cum utraque in minoribus distantis trahat plus, in majoribus minus, illa habeat ejus substantiæ multo minus etiam pro ratione attractionis suæ, quam altera: nam in hoc secundo casu, adhuc ab hac posteriore avellerentur particulae affusæ ipsius particulis ad distantias aliquanto majores, & affunderentur particulis prioris substantiæ, donec in utraque substantia haberetur æqualis saturitas, si ejus partes inter se conferantur, & æqualis itidem attractiva vis particularum substantiæ igneæ maxime remotarum a particulis utriusque substantiæ, quibus ea affunditur; sed copia ipsius substantiæ igneæ possit adhuc esse in iis binis substantiis in quacunque ratione diversa inter se; cum possit in altera ob vim longius pertinentem certa vis haberi in distantia majore, quam in altera; adeoque altitudo ejusmodi veluti marium in altera esse major, minor in altera, & in iisdem distantis possit in altera haberi ob vim majorem densitas major substantiæ ipsius igneæ affusæ, quam in altera. Ex hisce quidem principiis, ac diversis combinationibus, mirum sane, quam multa deduci possint ad explicationem Naturæ perquam idonea.

DV. Sic etiam ex hac diffusionẽ ad ejusmodi æqualitatem eandem inter diversas ejusdem substantiæ partes, sed admodum diversam inter substantias diversas, facile intelligitur, qui fiat, ut manus in hyeme exposita libero aeri minus sentiat frigoris, quam solido cuiquam satis denso corpori, quod ante ipsi aeri frigido diu fuerit expositum, ut marmorì, & inter ipsa corpora solida, multo majus frigus ab altero sentiat, quam ab altero, ac ab aere humido multo plus, quam a sicco; rapta nimirum in diversis ejusmodi circumstantiis eodem tempore admodum diversa copia igneæ substantiæ, quæ calorem in manu fovebat. Atque hic quidem & analogiæ sunt quædam cum iis, quæ de refractione diximus; nam plerumque corpora, quæ plus habent materiæ, nisi oleosa, & sulphureosa sint, majorem habent vim refractivam, pro ratione densitatis suæ; & corpora itidem communiter, quo densiora sunt, eo citius manum admotam calore spoliant, quæ idcirco si lineam telam libero expositam aeri contingat in hyeme, multo minus frigescit, quam si lignum, si marmora, si metalla. Fieri itidem potest, ut aliqua sub-

stantia ejusmodi substantiam igneam repellat etiam, sed ob aliam substantiam admixtam sibi magis attrahentem, adhuc aliquid surripiat magis, vel minus, prout ejus admixtæ substantiæ plus habet, vel minus. Sic fieri posset, ut aer ejusmodi substantiam igneam respueret, sed ob heterogenea corpora, quæ sustinet, inter quæ imprimis est aqua in vapores elevata, surripiat non nihil; ubi autem in ipso volitantes particulae, quæ ad fixitatem adducunt, vel expellunt ejusmodi substantiam igneam, accedant ad alias, ut aqueas, fieri potest, ut repente habeantur & concretiones, atque congelationes, ac inde nives, & grandines. A diffusionem vero ad æqualitatem intra idem corpus fieri utique debet, ut ubi altius infra terræ superficiem descensum sit, permanens habeatur caloris gradus, ut in fodinis, ad exiguam profunditatem pertinente effectu vicissitudinem, quas habemus in superficie ex tot substantiarum permutationibus continuis, & accessu, ac recessu solarium radiorum, quæ omnia se mutuo compensant saltem intra annum, antequam sensibilis differentia haberi possit in profundioribus locis; ac in diversa vi, quam diversæ substantiæ exercent in ejusmodi substantiam igneam, provenire debet & illud, quod experimenta evincunt, ut nimirum nec eodem tempore aque frigescant diversæ substantiæ aeri libero expositæ, nec caloris imminutio certam densitatum rationem sectetur, sed varietur admodum independenter ab ipsa. Eodem autem pacto & alia innumera ex iisdem principiis, ubique sane conformibus admodum facile explicantur.

DVI. Patet autem ex iisdem principiis repeti posse explicationem etiam præcipuorum omnium ex Electricitatis phænomenis, quorum Theoriam a Franklino mira sane sagacitate inventam in America & exornavit plurimum, & confirmavit, ac promovit Taurini P. Beccaria vir doctissimus opere egregio ea de re edito ante hos aliquot annos. Juxta ejusmodi Theoriam huc omnia reducuntur: esse quoddam fluidum electricum, quod in aliis substantiis & per superficiem, & per interna ipsarum viscera possit pervadere; per alias motum non habeat, licet saltem harum aliquæ ingentem continent ejusdem substantiæ copiam sibi firmissime adhærentem, nec sine frictione & motu intestino effundendam: quarum priora sint per commixtionem electrica, posteriora vero electrica natura sua: in prioribus illis diffundi statim id fluidum ad æqualitatem in singulis, licet alia majorem, alia minorem ceteris paribus copiam ejusdem possint ad quandam sibi veluti connaturalem saturitatem: hinc e
duo-

duobus ejusmodi corporibus, quæ respectu naturæ suæ non eundem habeant saturitatis gradum, esse alterum respectu alterius electricum per excessum, & alterum per defectum; quæ ubi admoveantur ad eam distantiam, in qua particulae circa ipsa corpora diffusæ, & iis utcumque adherentes ad modum atmospherarum quarundam, possint agere aliæ in alias, e corpore eléctrico per excessum fluere illico ejusmodi fluidum in corpus eléctrico per defectum, donec ad respectivam æqualitatem devenit sit, in quo effluxu & substantiæ ipsæ, quæ fluidum dant, & recipiunt, simul ad se invicem accedant, si satis leves sint, vel libere pendant, & si motus coæscivatae matriciæ sit vehemens, explosiones habeantur, & scintillæ, & vero etiam fulgurationes, tonitrua, & fulmina. Hinc nimirum facile repetuntur omnia consueta electricitatis phænomena, præter Batavicum experimentum phialæ, quod multo generalius est, & in Frankliniano plano æque habet locum: id enim phænomenum ad aliud principium reducitur; nimirum ubi corpora natura sua electrica exiguam habent crassitudinem, ut tenuis vitrea lamella, posse in altera superficie congeri multo majorem ejus fluidi copiam, cummodo ex altera ipsi ex adverso respondente æqualis copia fluidi ejusdem extrahatur recepta in alterum corpus per communicationem electricam; quod ut per satis amplam superficiem fieri possit, non excurrente fluido per ejusmodi superficies, aqua affunditur superficiem alteri, & ad alteram manus tota apprimitur, vel auro inducitur superficies utraque, quod sit tanquam vehiculum, per quod ipsum fluidum possit inferri, & efferri; quod tamen non debet usque ad marginem deduci, ut citior inauratio cum ulteriore conjungatur, vel ad illam satis accedat; si enim id fiat, transfuso statim fluido ex altera superficie in alteram, obrinetur æqualitas, & omnia cessant electrica signa.

DVII. Hujusmodi Theoriæ ea pars, quæ continet respectivam illam saturitatem, conspirat cum iis, quæ diximus de ignea substantia, ubi ipsam respectivam saturitatem abunde explicavimus. Dum autem fluidum vi mutua agente abit ex altera substantia in alteram, facile patet, debere ipsa etiam ea corpora, quorum particulae ipsum fluidum, quanquam viribus inæqualibus, ad se trahunt, ad se invicem accedere; ac facile itidem patet, cur aer humidus, in quo ob admixtas aquæ particulas vidimus citius manum frigescere, electricis phænomenis contrarius sit, vaporibus abripiantibus illico, quod in catena a globi sibi proximi frictione in ipso excitatum,

rum, & avulsum congeritur. Secunda pars, ex qua Batavicum experimentum pendet, & successus plani Frankliniani, aliquanto difficilior, explicatione tamen sua non caret. Fieri utique potest, ut in certis corporibus ingens sit ejus substantiæ copia ob attractionem ingentem, & ad exiguas distantias pertinentem, congesta, quæ in aliquanto majore distantia in repulsionem transeat, sed attractioni non prævalentem. Hæc repulsio cum illa copia materiæ potest esse in causa, ne per ejusmodi substantias transire possit is vapor, & ne per ipsam superficiem excurrat, nec vero ad eam accedat satis, nisi alterius substantiæ adjunctæ actio simul superveniat, & adjuvet. Tum vero ubi lamina sit tenuis, potest repulsio, quam exercent particule fluidi prope alteram superficiem siti, agere in particulas sitas circa superficiem alteram; sed adhuc fieri potest, ut ea non possit satis ad vincendam attractionem, qua hærent particulis sibi proximis; verum si ea adjuvetur ex una parte ab attractione corporis adnoti per communicationem electrici, & ex altera crescat accessu novi fluidi advecti ad superficiem oppositam, quod vim ipsam repulsivam intendat, tum vero ipsa prævaleat. Ipsa autem prævalente, effluet ex ulteriore superficie ejus fluidi pars novum illud corpus adnotum ingressa, ac ex ejus partis remotione, cessante parte vis repulsivæ, quam nimirum id, quod effluit, exercebat in particulas ceterioris superficiæ, ipsi ceteriori superficiæ adhæreat jam idcirco major copia fluidi electrici admota per aquam, vel aurum, donec tamen communicatione extrorsum restituta per seriem corporum sola communicatione electricorum defluxus ex altera superficie pateat per alteram. Porro explicationem hujusmodi & illud confirmat, quod experimentum in lamina nimis crassa non succedit. Quod autem per substantiam natura sua electricam non permeet, ut æqualitatem acquirat, id ipsum provenire posset ab exigua distantia, ad quam extendatur ingens ejus attractiva vis in illam substantiam fluidam, & aliquanto majore distantia suarum particularum a se invicem. Nam in eo casu altera particula substantiæ per se electricæ, ut ut spoliata magna parte sui fluidi, non poterit rapere partem satis magnam fluidi alteri parti affusi, & appressi.

DVIII. Hæc quidem an eo modo se habeant, definire non fecer, nisi & illud ostendatur simul, rem aliter se habere non posse. Sed illud iam patet, Theoriam meam, servato semper eodem agendi modo, suggerere ideam earum etiam dispositionum materiæ, quæ possint maxime omnium ardua, & composita explicare naturæ phænome-

nomena, ac corporum discrimina. Illud unum hic addam; quoniam & ingens inter igneam substantiam, & electricum fluidum analogia deprehenditur, & habetur itidem discrimen aliquod, fieri etiam posse, ut inter se in eo tantummodo discrepent, quod altera sit cum actuali fermentatione, & intestino motu, quamobrem etiam comburat, & calefaciat, & dilatet, ac rarefaciat substantias; altera ad fermentescendum apta sit, sed sine illa, saltem tanta, agitatione, quantam fermentatio inducit orta ex collisione ingenti mutua, vel ex aliarum admixtione substantiarum, quæ sint ad fermentandum idoneæ.

DIX. Quod ad magneticam vim pertinet, adnotabo illud tantummodo, ejus phænomena omnia reduci ad solam attractionem certarum substantiarum ad se invicem. Nam directio, ad quam & inclinatio, & declinatio reducitur, repeti utique potest ab attractione ipsa sola. Videmus aciem magneticam inclinari statim prope fodinas ferri, intra quas idcirco nullus est pyxidæ magneticæ usus. Si ingens adesset in ipsis polis, & in iis solis, massa ferrea, omnes acus magneticæ dirigerentur ad polos ipsos; sed quoniam ubique terrarum fodinæ ferreæ habentur, si circa polos eadem sint in multo majore copia, quam alibi, dirigentur utique acus polos versus, sed cum aliqua deviatione in reliquas massas per totam Tellurem dispersas, quæ poterit nunquam certum superare graduum numerum, nisi plus æquo ad fodinam aliquam accedatur. Declinatio ejusmodi diversa erit in diversis locis, ob diversam eorum locorum positionem ad omnes ejusmodi massas, & vero etiam variabitur, cum fodinæ ferri & destruantur in dies novæ, & generentur, ac augeantur, & minuantur in horas. Variatio intra unum diem exigua erit, cum eæ mutationes in fodinis intra unum diem exiguæ sint; procedente tempore evadet major, eritque omnino irregularis, si mutationes, quæ in fodinis accidunt, sint etiam ipsæ irregulares.

DX. Quod autem ad attractionem pertinet, eam in particulis haberi posse patet, & ab earum textu debere pendere; plurima autem sunt magnetismi phænomena, quæ ostendant, mutata dispositione particularum generari magneticam vim, vel destrui, & multo frequentius intendi, vel remitti, cujus rei exempla passim occurrunt apud eos, qui de Magneticis agunt. Poli autem ex altera parte attractivi, ex altera repulsivi, qui habentur in magnetismo itidem, cohærent cum Theoria; cum virium summa ex altera

parte possit esse major, quam ex altera. Difficultatem aliquam majorem parit distantia ingens, ad quam ejusmodi vis extenditur; at fieri utique id ipsum potest per aliquod effluviarum intermedium genus, quod tenuitate sua effugerit huc usque observantium oculos, & quod per intermedias vires suas connectat etiam massas remotas, si forte ex sola diversa combinatione punctorum habentium vires ab eadem illa mea curva expressas id etiam phenomenon provenire non possit. Sed hæc omnia singulares tractatus, & longas perquisitiones requirerent; hic mihi satis est indicasse ingentem Theoriæ meæ fecunditatem, & usum in difficillimis quibuscumque Physicæ etiam particularis partibus pertractandis.

DXI. Superest, ut postremo loco dicamus hic aliquid de alterationibus, & transformationibus corporum. Pro materia mihi sunt puncta indivisibilia, inextensa, prædita vi inertiae, & viribus mutuis expressis per simplicem continuam curvam habentem determinatas illas proprietates, quas expressi a Num. 116, & quæ per æquationem quoque algebraicam definiri potest. An hæc virium lex sit intrinseca, & essentialis ipsis indivisibilibus punctis; an sit quiddam substantiale, vel accidentale ipsis superadditum, quemadmodum fuerant Peripateticorum formæ substantiales, vel accidentales; an sit libera lex Auctoris Naturæ, qui motus ipsos secundum legem a se pro arbitrio constitutam dirigat, illud non quaero; nec vero inveniri potest per phaenomena, quæ eadem sunt in omnibus iis sententiis. Tertia est causarum occasionalium ad gustum Cartesianorum, secunda Peripateticis inservire potest, qui in quovis puncto possunt agnoscere materiam, tum formam substantialem exigentem accidens, quod sit formalis lex virium, ut etiam, si velint, destructa substantia remanere eadem accidentia in individuo, possint conservare individuum istud accidens; ex quo sensibilitas remanebit prorsus eadem, & quæ pro diversa combinatione ejusmodi accidentium pertinentium ad diversa puncta, erit diversa. Prima sententia videtur esse plurimorum e Recentioribus, qui impenetrabilitatem, & activas vires, quas admittunt Leibnitiani, & Newtoniani passim, videntur agnoscere pro primariis materiæ proprietatibus in ipsa eius essentia sitis. Potest utique hæc mea Theoria adhiberi in omnibus hisce Philosophandi generibus, & suo cujusque peculiari cogitandi modo aptari potest.

DXII. Hæc materia mihi est prorsus homogœna, quod pertinet ad legem virium, & argumenta, quæ habeo pro homogœ-
nei-

neitate, exposui Num. 91. Si quæ occurrent Naturæ phænomena, quæ per unicum materiæ genus explicari non possent, possent adhiberi plura genera punctorum cum pluribus legibus inter se diversis, atque id ita, ut tot leges sint, quot sunt binaria generum, & præterea, quot sunt ipsa genera, ut illarum singulæ expriment vires mutuas inter puncta pertinentia ad bina singulorum binariorum genera, & harum singulæ vires mutuas inter puncta pertinentia ad idem genus, singulæ pro generibus singulis. Porro inde mirum sane, quanto major combinationum numerus oriretur, & quanto facilius explicarentur omnia phænomena. Possent autem illæ leges exponi per curvas quasdam, quarum aliquæ haberent aliquid commune, ut asymptoticum impenetrabilitatis arcum, & arcum gravitatis, ac aliæ ab aliis possent distare magis, ut habeantur quædam genera, & quædam differentiæ, quæ corporum elementa in certas classes distribuerent; & hic Peripateticis, si velint, occasio daretur admittendi materiam ubique homogeam, ac formas substantiales diversas, quæ accidentalem virium formam diversam exigant, & vero etiam plures accidentales formas, quæ diversas determinent vires, ex quibus componatur vis totalis unius elementi respectu sui similibus, vel respectu aliorum.

DXIII. Posset autem admitti vis in quibusdam generibus nulla, & tunc substantia unius ex iis generibus liberrime permearet per substantiam alterius sine ullo occurfu, qui in numero finito punctorum indivisibilium nullus haberetur, adeoque transiret cum impenetrabilitate reali, & compenetracione apparente; ac posset unum genus esse colligatum cum alio per legem virium, quam habeant cum tertio, sine ulla lege virium mutua inter ipsa, vel possent ea duo genera nullum habere nexum cum ullo tertio; atque in hoc posteriore casu haberi possent plurimi mundi materiales & sensibiles in eodem spatio ita inter se disparati, ut nullum alter cum altero haberet commercium, nec alter ullam alterius notitiam posset unquam acquirere. Mirum sane, quam multæ aliæ in casibus illius nexus cuspisiam duorum generum cum tertio combinationes haberi possint ad explicanda naturæ phænomena; sed argumenta, quæ pro homogeneitate protuli, locum habent pro omnibus punctis, cum quibus nos commercium aliquod habere possumus, pro quibus solis inductio locum habere potest. An autem sint alia punctorum genera vel hic in nostro spatio, vel alibi in distantia quavis, vel si id ipsum non repugnat, in aliquo alio spatii genere, quod nullam

habeat relationem cum nostro spatio, in quo possint esse puncta sine ulla relatione distantiae a punctis in nostro spatio existentibus, nos prorsus ignoramus, nihil enim eo pertinens omnino ex naturæ phaenomenis colligere possumus, & nimis est audax, qui eorum omnium, quæ condidit Divinus Naturæ Fabricator limitem ponat suam sentiendi, & vero etiam cogitandi vim.

DXIV. Sed redeundo ad mean homogeneous elementorum Theoriam, singulares corporum formæ erunt combinatio punctorum homogeneous, quæ habetur a distantis, & positionibus, ac præter solam combinationem velocitas, & directio motus punctorum singulorum: pro individuis vero corporum massis accedit punctorum numerus. Dato numero & dispositione punctorum in data massa, datur radix omnium proprietatum, quas habet eadem massa in se, & omnium relationum, quas eadem habere debet cum aliis massis, quas nimirum determinabunt numeri, & combinationes, ac motus earum; & datur radix omnium mutationum, quæ ipsi possunt accidere. Quoniam vero sunt quedam combinationes peculiare, quæ exhibent quasdam peculiare proprietates constantes, quas determinavimus, & exposuimus, nimirum suæ pro cohaesione, & variis solidi atum gradibus, suæ pro fluiditate, suæ pro elasticitate, suæ pro mollitie, suæ pro certis acquirendis figuris, suæ pro certis habendis oscillationibus, quæ & per se, & per vires sibi affixas diversos sapes pariant, & diversos odores, & colorum diversas constantes proprietates exhibeant; sunt autem aliæ combinationes, quæ inducunt motus, & mutationes non permanentes, uti est omne fermentationum genus; possunt a primis illis constantium proprietatum combinationibus desumi specificæ corporum formæ, & differenriæ, & per hasce posteriores habebuntur alterationes, & transformationes.

DXV. Inter illas autem proprietates constantes possunt seligi quedam, quæ magis constantes sint, & quæ non pendeant a permutatione aliarum particularum, vel etiam, quæ si amittantur, facile & prompte acquirantur, & illæ haberi pro essentialibus illi speciei; quibus constanter mutatis habeatur transformatio; iisdem vero manentibus, habeatur tantummodo alteratio. Sic si fluidi particulæ alligentur per alias, ut motum circa se invicem habere non possint, sed illarum textus, & virium genus maneat idem, conglaciatum illud fluidum diceretur tantummodo alteratum, non vero etiam mutatum specificæ. Ita alterabitur etiam, & non specificæ mutabitur

tur corpus, si aucta quantitate materiae igneae, quam in poris continet, vel aucto motu ejusdem, vel etiam aucta aliqua suarum partium oscillatione, dicetur calefactione nova alteratum tantummodo; & aquae massa, quae post ebullitionem redit ad priorem formam, erit per ipsam ebullitionem alterata, non transformata: figurae itidem mutatio, ubi ex cera, vel metallo diversa fiunt opera, alterationem quandam inducet. At ubi mutatur ille textus, qui habebatur in particulis, atque id mutatione constanti, & quae longe alia phenomena praebeat; tum vero dicetur corrumpi, & transformari corpus. Sic ubi e solidis corporibus generetur permanens aer elasticus, & vapores elastici ex aqua; ubi aqua in terram concresecat, ubi commixtis substantiis pluribus arcte inter se cohaereant novo nexu earum particulae, & novum mixtum efforment; ubi mixti particulae separatae per solutionem nexus ipsius, quod accidit in putrefactione, & in fermentationibus plurimis, novam singulae constitutionem acquirant, habebitur transformatio.

DXVI. Si possemus inspicere intimam particularum constitutionem, & textum, ac distinguere a se invicem particulas ordinum gradatim altiorum a punctis elementaribus ad haec nostra corpora; fortasse inveniremus aliqua particularum genera ita suae formae renacia, ut in omnibus permutationibus ea nunquam corrumpantur, sed mutentur quorundam altiorum ordinum particulae per solam mutationem compositionis, quam habent a diversa dispositione particularum constantium ordinis inferioris; liceret multo certius dividere corpora in suas species, & distinguere elementa quaedam, quae haberi possent pro simplicibus, & inalterabilibus vi naturae, tum compositiones mixtorum specificas, & essentielles ab accidentalibus proprietariis discernere. Sed quoniam in intimum ejusmodi textum penetrare nondum licet, eas proprietates debemus diligenter notare, quae ab illo intimo textu proveniunt, & nostris sensibus sunt perviae, quae quidem omnes consistunt in viribus, motu, & mutatione dispositionis massularum grandiuscularum, quae sensibus se nostris obiciunt; & constanter habitas, vel facile, & brevi recuperatas distinguere a transitoriis, vel facile, & constanter amissas, & ex illarum aggregato distinguere species, haec vero habere pro accidentalibus.

DXVII. Verum quod ad omne hoc argumentum pertinet, non erit abs re, si postremo loco huc transferam ex *Stayno Recentiore Philosophia*, ac meis in eam adnotationibus, illud, quod habeo ad versum 547 Lib. I: „ Quamvis intrinsecam corporum naturam

„ intueri non liceat, non esse abjiciendum, affirmat, Naturæ in-
 „ vestigandæ studium: posse ex externis illis proprietatibus plures
 „ detegi in dies; id ipsum summæ laudi esse: ideam sane, quam
 „ habemus confusam substantiæ eas habentis proprietates, proprie-
 „ tatibus ipsis auctis extendimus. Rem illustrat aptissimo exem-
 „ plo ejus substantiæ, quam aurum appellamus, ac seriem prop-
 „ rietatum eo ordine proponit, quo ipsas detectas esse verosimi-
 „ liter arbitratur: colorem fulvum, pondus gravissimum, ductili-
 „ tatem, fusilitatem, quod in fusione nihil amittat, quod rubigi-
 „ nem non contrahat. Diu his tantummodo proprietatibus auri
 „ substantiam contineri est creditum; sero additum, solvi per il-
 „ lam, quam dicunt aquam regiam, & præcipitari immisso sale.
 „ Porro & aliæ supererunt plurimæ ejusmodi proprietates olim
 „ fortasse detegende: quo plures detegimus, eo plus ad confu-
 „ sam illam naturæ auri cognitionem accedimus; a clara, atque in-
 „ tima ipsius naturæ contemplatione adhuc absumus. Idem, quod
 „ in hoc vidimus peculiari corpore, de corporis in genere natura
 „ affirmat. Investigandas proprietates, quibus detectis illum in-
 „ timum proprietatum fontem attingi nunquam posse: nil nisi ina-
 „ nia proferri vocabula, ubi intime proprietates investigantur.

DXVIII. Hæc ego quidem ex illo; tum meam hanc ipsam
 Theoriam respiciens, quam & ipse Libro 10 exposuit nondum edi-
 to, sic persequor: „ Quid autem si partim observatione, partim
 „ ratiocinatione adhibita, constaret demum, materiam homogeneam
 „ esse, ac omne discrimen inter corpora provenire a forma, nexu,
 „ viribus, & motibus particularum, quæ sint intima origo
 „ sensibilibus omnium proprietatum. Ea nostros sensus non alia
 „ effugiunt ratione, nisi ob nimis exiguam particularum molem; nec
 „ nostræ mentis vim, nisi ob ingentem ipsarum multitudinem, & sub-
 „ limissimam, ut ut communem, virium legem; quibus fit, ut
 „ ad intimam singularum specierum compositionem cognoscendam
 „ aspirare non possimus. At generalium corporis proprietatum,
 „ & generalium discriminum explicationem Lib. 10 ex intimis iis
 „ principis petitam, exhibebimus fortasse non infelicitè; peculiari-
 „ um corporum rerum olim cognosci, difficillimum quidem esse
 „ arbitror; prorsus impossibile, æstimare non ausim.

DXIX. Demum ibidem illud addo, quod pertinet ad genera-
 & species: „ Interea specificas naturas æstimamus, & distinguimus
 „ a collectione illa externarum proprietatum, in quo plurimum

„ confert ordo, quo deteguntur. Si quædam collectio, quæ sola
 „ innotuerat, inveniatur simul cum nova quadam proprietate con-
 „ juncta, in aliis fere æquali numero cum alia diverſa; eam, quam
 „ pro ſpecie infima habebamus, pro genere quodam habemus con-
 „ tinente ſub ſe illas ſpecies, & nomen, quod prius habuerant,
 „ pro utraque retinemus. Si diu invenimus conjunctam ubique
 „ cum aliqua nova, deinde vero alicubi multo poſterius inveniatur
 „ ſine illa nova; tum, nova illa jam in naturæ ideam admiſſa,
 „ hanc ſubſtantiam ea carentem ab ejuſmodi natura arceamus, nec
 „ ipſi id nomen tribuimus. Si nunc inveniretur maſſa, quæ ce-
 „ teras omnes enumeratas auri proprietates haberet, ſed aqua regia
 „ non ſolveretur, eam non eſſe aurum diceremus. Si initio com-
 „ pertum eſſet, alias ejuſmodi maſſas ſolvi, alias non ſolvi per
 „ aquam regiam, ſed per alium liquorem, & utrumque in æquali
 „ fere earum maſſarum numero notatum eſſet, putatum fuiſſet,
 „ binas eſſe auri ſpecies, quarum altera alterius liquoris ope ſol-
 „ veretur.

Hac ego ibi; unde adhuc magis patet, quid ſpecificæ formæ
 ſint, & inde, quid ſit transformatio. Sed ſed de his
 omnibus jam ſatis.



APPENDIX

Ad Metaphysicam pertinens

DE

ANIMA, & DEO.

DXX. **Q**uae pertinent ad discrimen animæ a materia, & ad modum, quo anima in corpus agit, rejecta Leibnitianorum harmonia præstabilita, persecutus jam sum in parte prima a Num. 152. Hic primum & id ipsum discrimen evolvam magis, & addam de ipsius animæ, & ejus actuum vi, ac natura, non nulla, quæ cum eodem operis argumento arctissime connectuntur; tum ad eum colligendum, qui semper maximus esse debet omnium Philosophicarum meditationum fructus, nimirum ad ipsum potentissimum, ac sapientissimum Auctorem Naturæ conscendam.

DXXI. Inprimis hic iterum patet, quantum discrimen sit inter corpus, & animam, ac inter ea, quæ corporeæ materiæ tribuimus, & quæ in nostra spiritali substantia experimur. Ibi omnia perfecimus tantummodo per distantias locales, & motus, ac per vires, quæ nihil aliud sint, nisi determinationes ad motus locales, sive ad mutandas, vel conservandas locales distantias certa lege necessaria, & a nulla materiæ ipsius libera determinatione pendente. Nec vero ullas ego repræsentativas vires in ipsâ materia agnosco, quarum nomine haud scio, an ii ipsi, qui utuntur, satis norint, quid intelligant; nec ullum aliud genus virium, aut actionum ipsi tribuo, præter illud unum, quod respicit localem motum, & accessus mutuos, ac recessus.

DXXII. At in ea nostra substantia, qua vivimus, nos quidem intimo sensu, & reflexione, duplex aliud operationum genus experimur, & agnoscimus, quarum alterum dicimus sensationem, alterum cogitationem & volitionem. Profecto idea, quam de illis habemus intimam, & prorsus experimentalem, est longe diversa ab idea, quam habemus, localis distantie, & motus. Et quidem illud mihi, ut in prima parte intui, omnino persuasum est, inesse animis nostris vim quandam, qua ipsi nostras ideas, & illos, non locales, sed animasticos motus, quos in nobis ipsis inspicimus, intime cognoscamus, & non solum similes a dissimilibus possimus dis-

cernere, quod omnino facimus, cum post equi visi ideam, se nobis idea piscis objicit, & hunc dicimus non esse equum; vel cum in primis principiis ideas conformes affirmando jungimus, difformes vero separamus negando; verum etiam ipsorum non localium motuum, & idearum naturam immediate videamus, atque originem; ut idcirco nobis evidenter constet per se se, alias oriri in nobis a substantia aliqua externa ipsi animo, & admodum discrepante ab ipso, ut ut etiam ipsi conjuncta, quam corpus dicimus; alias earum occasione in ipso animo exurgere, atque enasci per longe aliam vim; ac primi generis esse sensationes ipsas, & directas ideas, posterioris autem omne reflexionum genus, judicia, discursus, ac voluntatis actus tam varios; qua interna evidentia, & conscientia sua illi etiam, qui de corporum, de aliorum extra se objectorum existentia dubitare vellent, ac idealismum, & egoismum affectant, coguntur vel inviti internum ejusmodi ineptissimis dubitationibus assensum negare, & quotiescunque directe, & vero etiam reflexe, ac serio cogitant, & loquuntur, aut agunt, ita agere, loqui, cogitare, ut alia etiam extra se posita sibi similia, & spiritualia, & materialia entia agnoscant: neque enim libros conscriberent, & ederent, & suam rationibus confirmare sententiam niterentur, nisi illis omnino persuasum esset, existere extra ipsos, qui, quæ scripserint, & typis vulgaverint, perlegant, qui eorum rationes voce expressas aure excipiant, & victi demum se dedant.

DXXIII. Et vero ex motibus quibusdam localibus in nostro corpore factis per impulsum ab externis corporibus, vel per se etiam eo modo, quo ab externis fierent, ac delatis ad cerebrum (in eo enim alicubi debet esse animæ sedes, ad quam nimirum tot nervorum fibræ pertingunt idcirco, ut impulsiones propagatæ, vel per succum volatilem, vel per rigidas fibras quaqua versus deferri possint, & inde imperium in universum exerceri corpus) exurgunt motus quidam non locales in animo, nec vero liberi, & ideæ coloris, saporis, odoris, soni, & vero etiam doloris, qui oriuntur quidem ex motibus illis localibus, sed intima conscientia teste, qua ipsorum naturam, & originem intuemur, longe aliud sunt, quam motus ipsi locales: sunt nimirum vitales actus, ut ut non liberi. Præter ipsos aurem in nobis ipsis illud aliud etiam operationum genus perspicimus cogitandi, ac volendi, quod alii & brutis iridem attribuunt, cum quibus illud primum operationum genus commune nobis esse censent jam omnes, præter Cartesianos paucos, Philoso-

phi; nam & Leibnitiani brutis ipsis animam tribuunt, quanquam non immediate agentem in corpus; sed ex iis, qui ipsam cogitandi, & volendi vim brutis attribuunt, in iis agnoscunt passim omnes, qui sapiunt, nostra inferiorem longe, & ita a materia pendentem, ut sine illa nec vivere possint, nec agere; dum nostras animas etiam a corpore separatas credimus posse eosdem æque cogitationis, & volitionis actus exercere.

DXXIV. Porro ex his, qui cogitationem, & voluntatem brutis attribuunt, alii utrique generi applicant nomen spiritus, sed distinguunt diversa spirituum genera; alii vocem spiritualis substantiæ tribuunt illis solis, quæ cogitare, & velle possint etiam sine ullo nexu cum corpore, & sine ulla materiæ organica dispositione, & motu, qui necessarius est brutis, ut vivant. Atque id quidem admodum facile revocari potest ad litem de nomine, & ad ideam, quæ affigatur huic voci *spiritus*, vel *spiritualis*, cujus vocis latina vis originaria non nisi tenuem flatum significat; nec magna erit in vocum usurpatione difficultas, dummodo bene distinguantur a se invicem materia expers omni & sentiendi, & cogitandi, ac volendi vi, a viventibus sensu præditis; & in viventibus ipsis anima immortalis, ac per se ipsam etiam extra omne organicum corpus capax cogitationis, & voluntatis, a brutis longe imperfectioribus, vel quia solum sentiendi vim habeant omnis cogitationis & voluntatis expertia, vel quia, si cogitent, & velint, longe imperfectiores habeant ejusmodi operationes, ac dissoluto per organici corporis corruptionem nexu cum ipso corpore, prorsus dispereant.

DXXV. Ceterum longe aliud profecto est & tenuitas lamellæ, quæ determinat hunc potius, quam illum coloratum radium ad reflexionem, ut ad oculos nostros deveniat, in quo sensu adhibet coloris nomen vulgus, & opifices; & dispositio punctorum componentium particulam luminis, quæ certum ipsi conciliat refrangibilitatis gradum, certum in certis circumstantiis intervallum vicium facilioris reflexionis, & facilioris transmissus, unde fit, ut certam in oculi fibris impressionem faciat, in quo sensu nomen coloris adhibent Optici; & impressio ipsa facta in oculo, & propagata ad cerebrum, in quo sensu coloris nomen Anatomici usurpare possunt; & longe aliud quid, & diversum ab iis omnibus, ac ne analogum quidem illis, saltem satis arcto analogiæ, & omnimodæ similitudinis genere, est idea illa, quæ nobis excitatur in animo, & quam demum a prioribus illis localibus moribus determinatam in-

tuemur in nobis ipsis, ac intima nostra conscientia, & animi vis, de cujus vera in nobis ipsis existentia dubitare omnino non possumus, evidentissima voce admonent ea de re, & certos nos reddunt.

DXXVI. Porro commercium illud inter animam & corpus, quod unionem appellamus, tria habet inter se diversa legum genera, quarum bina sunt prorsus diversa ab ea etiam, quæ habetur inter materiæ puncta; tertium accedit ad ipsam, quanquam etiam ab eadem in multis discrepat. Priores sunt in ordine ad motus locales organici nostri corporis; vel potius ejus partis, sive ea sit fluidum quoddam tenuissimum, sive sint solidæ fibræ; & ad motus non locales, sed animasticos nostri animi, nimirum ad excitationem idearum, & ad voluntatis actus. Utroque legum genere ad quosdam motus corporis excitantur quidam animi actus, & vice versa, & utrumque requirit inter cetera positionem certam in partibus corporis ad se invicem, & certam animæ positionem ad ipsas: ubi enim læsione quadam satis magna organici corporis ea mutua positio partium satis turbatur, ejusmodi legum observantia cessat: nec vero ea locum habere potest, si anima procul distet a corpore extra ipsum sita.

DXXVII. Sunt autem ejusmodi legum duo genera: alterum genus est illud, cujus nexus est necessarius; alterum, cujus nexus est liber: habemus enim & liberos, & necessarios motus, & sæpe fit, ut aliquis apoplexia ictus amittat omnem, saltem respectu aliquorum membrorum, facultatem liberi motus; at necessarios, non eos tantum, qui ad nutritionem pertinent, & a sola machina pendent, sed & eos, quibus excitantur sensationes, retineat. Unde apparet & illud, diversa esse instrumenta, quibus ad ea duo diversa motuum genera utimur. Quanquam & in hoc secundo legum genere fieri posset, ut nexus ibi quidem aliquis necessarius habeatur, sed non mutuus. Ut nimirum tota libertas nostra consistat in excitandis actibus voluntatis, & eorum ope etiam ideis mentis, quibus semel libero animastico motu intrinseco excitatis, per legem hujus secundi generis debeant illico certi locales motus exoriri in ea corporis nostri parte, quæ est primum instrumentum liberorum motuum; nullæ autem sint motus locales partis ullius nostri corporis, nullæ ideæ nostræ mentis, quæ animum certa lege determinent ad hunc potius, quam illum voluntatis liberum actum; licet fieri possit, ut certa lege ad id inclinent, & actus alios aliis faciliores reddant, manente tamen semper in animo, in ipsa illa ejus facultate,

te, quam dicimus voluntatem, potestate liberrima eligendi illud etiam, contra quod inclinatur, & efficiendi, ut ex mera sua determinatione præponderet etiam illud, quod independenter ab ea minorem habet vim. In eodem autem genere nexus quidam necessarii erunt itidem inter motus locales corporis, ac ideas mentis, cum quibusdam indeliberatis animi affectionibus; quæ leges, quam multæ sint, quam variæ, & an singula genera ad unicam aliquam satis generalem reduci possint, id vero nobis quidem saltem huc usque est penitus inaccessum.

DXXVIII. Tertium legum genus magis affine legi mutuæ punctorum materiæ est illud, quod ad motum localem pertinet animæ ipsius, ac certam ejus positionem ad corpus, & ad certam organorum dispositionem. Durante nimirum dispositione, a qua pendet vita, anima necessario debet mutare locum, dum locum mutat corpus; atque id ipsum quodam necessario nexu, non libero; si enim præceps gravitate sua corpus ruit, si ab alio repente impellitur, si vehitur navi, si ex ipsius animæ voluntate progreditur, moveri utique cum ipso debet necessario & anima, ac illam eandem respectivam sedem tenere, & corpus comitari ubique. Dissoluto autem eo nexu organicorum instrumentorum, abit illico, & a corpore, jam suis inepto usibus, discedit. At in eo hæc virium lex localem motum animæ respiciens plurimum differt a viribus materiæ, quod nec in infinitum protenditur, sed ad certam quandam satis exiguam distantiam, nec illam habet tantam reciprocationem determinationis ad accessum, & recessum cum tot illis limitibus, vel saltem nullum earum rerum habemus indicium. Fortasse nec in minimis distantis a quovis materiæ puncto determinationem ullam habet ad recessum, cum potius ipsa compenetrari cum materia posse videatur: nam ex phænomenis nec illud certo colligi posse arbitror, an cum ullo materiæ puncto compenetraretur. Deinde nec hujusmodi vires habet perennes, & immutabiles; pereunt enim destructa organizatione corporis, nec eas habet, cum suis similibus, nimirum cum aliis animabus, cum quibus idcirco nec impenetrabilitatem habet, nec illos nexus cohæsionum, ex quibus materiæ sensibilitas oritur.

DXXIX. Ubi sit animæ sedes ex phænomenis utique nosse non possumus; an nimirum ea sit præsens certo cuidam punctorum numero, & toti spatio intermedio, habens virtualem illam extensionem, quam Num. 82 in primis materiæ elementis rejecimus;

an compenetretur cum uno aliquo puncto materiae, cui unita se- cum ferat necessarios illos, & liberos nexus, ut vel illud punctum cum aliis etiam legibus agat in alia puncta quaedam, vel ut enatis certis quibusdam in ipso motibus cetera fiant per virium legem toti materiae communem; an ipsa punctum spatii occupet a nullo materiae puncto occupatum, sed adhuc corporis dicatur forma, & anima per nexum, quem cum certis habeat punctis, respectu quo- rum omnes habeat illas motuum localium, & animalicorum leges, quas diximus; id sane ex puris naturae phaenomenis, & vero etiam, ut arbitror, ex reflexione, & meditatione quavis nunquam nobis innotescet. Illud unum haberi credo in omnibus hisce legibus, quod est observationibus conforme, quod Num. 74 innui, nunquam ab anima produci motum in uno materiae puncto, quin in alio aliquo aequalis motus in partem contrariam producat; unde fit, ut nec liberi, nec necessarii materiae motus ab animabus nostris orti per- turbent actionis, & reactionis aequalitatem, conservationem ejus- dem status centri communis gravitatis, & conservationem ejusdem quantitatis motus in mundo in eandem plagam computati.

DXXX. Hac quidem de anima; jam quod pertinet ad ipsum Divinum Naturae Opificem, in hac Theoria elucet maxime & ne- cessitas ipsum omnino admittendi, & summa ipsius, atque infinita potentia, sapientia, Providentia, quae venerationem a nobis demis- sissimam, & simul gratum animum, atque amorem exposcant: ac vanissima illorum somnia corruunt penitus, qui Mundum vel casu quodam fortuito putant, vel fatali quadam necessitate potuisse con- di, vel per se ipsum existere ab aeterno suis necessariis legibus con- sistentem.

DXXXI. Et primo quidem quod ad casum pertinet, sic ra- tiocinantur: finiti terminorum numeri combinationes numero fini- tas habent; combinationes autem per totam infinitam aeternitatem debent exstitisse numero infinitae, etiamsi nomine combinationum assumamus totam seriem pertinentem ad quotcunque milles annos. Quamobrem in fortuita atomorum agitatione si omnia se aequaliter habuerint, ut in longa fortuatorum serie semper accidit, debuit quae- vis ex ipsis redire infinitis vicibus, adeoque infinities major est pro- babilitas pro reditu hujus individuae combinationis, quam habemus, quocumque finito numero vicium redeuntis mero casu, quam pro non reditu. Hi quidem inprimis in eo errant, quod putent esse aliquid, quod in se ipso revera fortuitum sit; cum omnia determi-

natas habeant in natura causas, ex quibus profluunt, & idcirco a nobis fortuita dicuntur quædam, quia causas, a quibus eorum existentia determinatur ignoramus.

DXXXII. Sed eo omisso, falsissimum est, numerum combinationum esse finitum in terminis numero finitis, si omnia, quæ ad mundi constitutionem necessaria sunt, perpendantur. Est quidem finitus numerus combinationum, si nomine combinationis assumatur tantummodo ordo quidam, quo alii termini post alios jacent: hinc ultro agnosco illud, si omnes litteræ, quæ Virgillii poema componunt, versentur temere in sacco aliquo, tum extrahantur, & ordinentur omnes litteræ, alie post alias, atque ejusmodi operatio continetur in infinitum, redituram & ipsam combinationem Virgilianam numero vicium quævis determinatum numerum superante. At ad mundi constitutionem habetur inprimis dispositio punctorum materiæ in spatio parente in longum, latum, & profundum: porro rectæ in uno plano sunt infinitæ, plana in spatio sunt infinita, & pro quavis recta in quovis plano infinita sunt curvarum genera, quæ cum eadem ex dato puncto directionis oriuntur, in quarum singularum classibus infinites plures sunt, quæ per datum punctorum numerum non transeant. Quare ubi seligenda sit curva, quæ transeat per omnia materiæ puncta, jam habemus infinitum saltem ordinis tertii. Præterea determinata ejusmodi curva potest variari in infinitum distantia puncti cujusvis a sibi proximo; quamobrem numerus dispositionum possibilium pro quovis puncto materiæ adhuc ceteris manentibus est infinitus, adeoque is numerus ex omnium mutationibus possibilibus est infinitus ordinis expositi a numero punctorum aucto saltem ternario. Iterum velocitas, quam habet dato tempore punctum quodvis, potest variari in infinitum, & directio motus potest variari in infinitum ordinis secundi ob directiones infinitas in eodem plano, & plana infinita in spatio. Quare cum constitutio mundi, & sequentium phaenomenorum series pendeat ab ipsa velocitate, & directione motus, numerus, qui exprimit gradum infiniti, ad quem assurgit numerus casuum diversorum, debet multiplicari ter per numerum punctorum materiæ.

DXXXIII. Est igitur numerus casuum diversorum non finitus, sed infinitus ordinis expositi a quarta potentia numeri punctorum aucta saltem ternario, atque id etiam determinata curva virium, quæ potest itidem infinitis modis variari. Quamobrem numerus

com-

combinationum relativarum ad Mundi constitutionem non est finitus pro dato quovis momento temporis, sed infinitus ordinis altissimi, respectu infiniti ejus generis, cujus generis est infinitum numeri punctorum spatii in recta quapiam, quæ concipiatur utrinque in infinitum producta. At huic infinito est analogum infinitum momentorum temporis in tota utraque æternitate, cum unicam dimensionem habeat tempus. Igitur numerus combinationum est infinitus ordinis in immensum altioris ordine infiniti momentorum temporis; adeoque non solum non omnes combinationes non debent redire infinities, sed ratio numeri earum, quæ non redeunt, est infinita ordinis altissimi, quam nimirum exponit quarta potentia numeri punctorum aucta saltem binario; vel si libeat variare virium leges, saltem ternario. Quamobrem ruit futile ejusmodi, atque inane argumentum.

DXXXIV. Sed inde etiam illud eruitur, in immenso isto combinationum numero infinities esse plures pro quovis genere combinationes inordinatas, quæ exhibeant incertum chaos, & massam temere volitantium punctorum, quam quæ exhibeant mundum ordinatum, & certis constantem perpetuis legibus. Sic ex. gr. ad efformandas particulas, quæ constanter suam formam retineant, requiritur collocatio in punctis illis, in quibus sunt limites, & quorum numerus debet esse infinities minor, quam numerus punctorum sitorum extra ipsos; nam intersectiones curvæ cum axe debent fieri in certis punctis, & inter ipsa debent intercedere segmenta axis continua, habentia puncta spatii infinira. Quamobrem nisi sit aliquis, qui ex omnibus æque per se possibilibus seligat unam ex ordinatis, infinities probabilius est, infinitate ordinis admodum elevati, obventuram inordinatam combinationum seriem, & chaos, non ordinatam, & Mundum, quem cernimus, & admiramur. Atque ad vincendam determinate eam infinitam improbabilitatem, requiritur infinita vis Conditoris Supremi seligentis unam ex iis infinitis.

DXXXV. Nec vero illud obijci potest, etiam hominem, qui struam aliquam effingar, finita vi eligere illam individuum formam, quam illi dat, inter infiniras, quæ haberi possunt. Nam inprimis ille eam individuum non eligit, sed determinat modo admodum confuso figuram quandam, & individua illa oritur ex naturæ legibus, & Mundi constitutione illa individua, quam naturæ Opifex Infinitus infinitam indeterminationem superans determinavit, per quam ab ejus voluntatis actu oriuntur illi certi motus in ejus brachiis,

chiis, & ab hisce motus instrumentorum. Quin etiam in genere idcirco tam multi Philosophi determinationem ad individuum, & determinationem ad omnes illos gradus, ad quos cognitio creati determinantis non pertingit, rejecerunt in DEUM infinita cognoscendi, & discernendi vi prædictum, necessaria ad determinandum unum individuum casum ex infinitis ad idem genus pertinentibus; cum creatæ mentis cognitio ad finitum tantummodo graduum diversorum numerum distincte percipiendum extendi possit; sine ullo autem determinante ex casibus infinitis, & quidem tanto infinitatis gradu, individuus unus præ aliis per se, aut per fortuitam eventualitatem prodire omnino non potest.

DXXXVI. Sed nec dici potest, hunc ipsum ordinem necessarium esse, & æternum, ac per se subsistere, casu quovis sequente determinato a proxime præcedente, & a lege virium intrinseca, & necessaria iis individuis punctis, & non aliis. Nam contra hoc ipsum miserum sane effugium quamplurima sunt, quæ opponi possunt. Inprimis admodum difficile est, ut homo sibi serio persuadeat, hanc unam virium legem, quam habet hoc individuum punctum respectu hujus individui puncti, fuisse possibilem, & necessariam, ut nimirum in hac individua distantia se potius attrahant, quam repellant, & se attrahant tanta potius attractione, quam alia. Nulla apparet sane connexio inter distantiam tantam, & tantam talis speciei vim, ut ibi non potuerit esse alia quævis, & ut hanc potius, quam aliam pro hisce punctis non selegerit arbitrium entis habentis infinitam determinativam potentiam, vel pro hisce punctis id, si libeat, ex natura sua petentibus, non posuerit alia puncta illam aliam petentibus ex sua iidem natura.

DXXXVII. Præterea cum & infinitum, & infinite parvum in se determinatum, & in se tale, sit impossibile; quod de infinito in extensione demonstravi (b) pluribus in locis, nec una tantum de-

Fig. 71. (b) *En unam ex eorummodi demonstrationibus. Sit in Fig. 71 spatium a C versus AB infinitum, & in eo angulus retilineus ACE bisariam sectus per rectam CD. Sit autem GH parallela CA, qua occurrat CD in H, ac producatum ita ut HF fiat dupla GH, ducaturque CF, & omnes CA, CB, CD, CE in infinitum producantur. Inprimis totum spatium infinitum ECD debet esse æquale infinito ACD; nam ob angulum ACE bisariam sectum sibi invicem congruent. Deinde triangulum HCF est duplum HCG, ob FH duplam HG. Eodem pacto ductis aliis ghf ipsi parallelis, hCF erit duplum hCg, adeoque & area FHhf dupla hCggh. Quare & summa omnium FHhf dupla summe omnium HG*

HG

demonstratione, ut in *Dissertatione de Natura, & usu infinitorum, & infinite parvorum*, ac in *Dissertatione adjecta meis Sectionum conicarum elementis*, Element. tom. 3; finitus est numerus punctorum materiæ, vel saltem in communi etiam sententia finita est materiæ existentis massa, quæ finitum spatium occupare debet, & non in infinitum protendi. Porro cur hic sit potius numerus punctorum, hæc potius massæ quantitas in natura, quam alia, nulla sane ratio esse potest, nisi arbitrium entis infinita determinativa potentia præditi; & nemo sanus sibi facile serio persuadebit, in quodam determinato numero punctorum haberi necessitatem existentia potius, quam in alio quovis.

DXXXVIII. Accedit illud, quod si mundus cum hisce legibus fuisset ab æterno, exitissent jam motus æterni, & lineæ a singulis punctis descriptæ debuissent fuisse jam in infinitum productæ; nam in se ipsas non redeunt sine arbitrio entis infinitam improbabilitatem vincens, cum demonstraverim supra pluribus in locis, infinities improbabilius esse, aliquod punctum redire aliquando ad locum, quem alio temporis momento occupaverit, quam nullum redire unquam. Porro infinitum in extensione impossibile prorsus esse, ego quidem demonstravi, uti monui, & illa impossibilitas pertinere debet ad omne genus linearum, quæ in infinitum productæ sint. Potest utique motus continuari in infinitum per æternitatem futuram, quia si aliquando cæpit, nunquam habebitur momentum temporis, in quo jam fuerit existentia infinitæ lineæ: secus vero, si per æternitatem præcedentem jam extiterit: nec in eo futuram æternitatem cum præterita prorsus analogam esse censeo, ut illud indefinitum futuræ non sit verum quoddam infinitum præteritæ. Quod si linea infinita non fuerit, & quies est infinities adhuc improbabilior, quam regressus pro unico temporis momento ad idem spatii punctum, ac multo magis æter-

o o

na

HGgh, nimirum tota area infinita BCD dupla infinita DCE, adeoque dupla ACD, nimirum pars dupla totius, quod est absurdum. Porro absurdum oritur ab ipsa infinitate, si enim sint arcus circulares GMi, gm i centro C, sector GCM erit equalis MCI, & triangulum FCH duplum HCG. Donec sumus in quantitatibus finitis, res bene procedit, quia FCH non est pars MCI, sicut BCD est pars DCA, nec MCG, & HCG sunt unum, & idem, ut DCE est unicum infinitum absolutum contentum cruribus CD, CE. Absurdum oritur tantummodo, ubi sublatis prorsus limitibus, a quibus oriuntur discrimina spatiorum inclusorum iisdem angulis ad C, sit suppositio infiniti absoluti, quæ contradictionem involvit.

na quies; utique nec motum habuit æternum materia, nec existere potuit ab æterno, cum sine & quiete, & motu existere non poterit, adeoque creatione, & creatore fuit opus, qui idcirco infinitam haberet effectivam potentiam, ut omnem creare posset materiam, ac infinitam determinativam potentiam, ut libero arbitrio suo utens ex omnibus infinitis possibilibus momentis totius æternitatis in utramque partem indefinitæ illud posset seligere individuum momentum, in quo materiam crearet, ac ex omnibus infinitis illis possibilibus statibus, & quidem tam sublimi infinitatis gradu, seligere illum individuum statum, complectentem unum ex illis curvis per omnia puncta dato ordine accepta transeuntibus, ac in eâ determinatas illas distantias, ac determinatas motuum velocitates, & directiones.

DXXXIX. Verum hisce omnibus etiam omissis, est illud a determinatione itidem necessaria repetitum, & in quavis Theoria validissimum, sed adhuc magis in mea, in qua omnia phenomena pendent a curva virium, & inertie vi. Nimirum materia licet ponatur ejusmodi, ut habeat necessariam, & sibi essentialem vim inertie, & virium activarum legem; adhuc ut quovis dato tempore posteriore habeat determinatum statum, quem habet, debet determinari ad ipsum a statu præcedenti, qui si fuisset diversus, diversus esset & subsequens; neque enim lapis, qui sequenti tempore est in Tellure, ibi esset, si immediate antecedenti fuisset in luna. Quare status ille, qui habetur tempore sequenti, nec a se ipso, nec a materia, nec ab ullo ente materiali tum existente, habet determinationem ad existendum, & proprietates, quas habet materia perennes, indifferentiam per se continent, nec ullam determinationem inducunt. Determinationem igitur, quam habet ille status ad existendum, accipit a statu præcedenti. Porro status præcedens non potest determinare sequentem, nisi quatenus ipse determinate existit. Ipse autem nullam itidem in se habet determinationem ad existendum, sed illam accipit a præcedente. Ergo nihil habemus adhuc in ipso secundum se considerato determinationis ad existendum postremo illi statui. Quod de secundo diximus, dicendum de tertio præcedente, qui determinationem debet accipere a quarto, adeoque in se nullam habet determinationem pro existentia sui, nec idcirco ullam pro existentia postremi. Verum eodem pacto progrediendo in infinitum, habemus infinitam seriem statuum, in quorum singulis habemus merum nihil in ordine ad determinatam exist-

stentiam postremi status. Summa autem omnium nihilorum utcumque numero infinitorum est nihil; jam diu enim constitit, illum Guidonis Grandi, ut ut summi Geometræ, paralogismum fuisse, quo ex expressione seriei parallelæ ortæ per divisionem $\frac{1}{1}$ intulit sum-

$1 + 1$

nam infinitorum zero esse; revera æqualem dimidio. Non potest igitur illa series per se determinare existentiam cujuscunque certi sui termini, adeoque nec tota ipsa potest determinate existere, nisi ab ente extra ipsam posito determinetur.

DXL. Hoc quidem argumento jam annis multis uti soleo, quod & cum aliis pluribus communicavi; neque ab usitato argumento, quo rejicitur series contingentium infinita sine ente extrinsecò dante existentiam seriei toti, in alio differt, nisi in eo, quod a contingentia res ad determinationem est translata, & a defectu determinationis pro sua cujusque existentia res est translata ad defectum determinationis pro existentia unius determinati status assumpti pro postremo; id autem præstiti, ne eludatur argumentum dicendo, in tota serie haberi determinationem ad ipsam totam, cum pro quovis termino habeatur determinatio intra eandem seriem, nimirum in termino præcedente. Illa reductione ad determinationem existentia postremi quæsitam per omnem seriem, devenitur ad seriem nihilorum respectu ipsius, quorum summa adhuc est nihilum.

DXLI. Jam vero hoc ens extrinsecum seriei ipsi, quod hanc seriem elegit præ seriebus aliis infinitis ejusdem generis, infinitam habere debet determinationem, & electivam vim, ut unam illam ex infinitis seligat. Idem autem & cognitionem habere debuit, & sapientiam, ut hanc seriem ordinatam inter inordinatas selegerit; si enim sine cognitione, & electione egisset, infinities probabilius fuisset, ab illo determinari aliquam ex inordinatis, quam unam ex ordinatis, ut hanc; cum nimirum ratio inordinatarum ad ordinatas sit infinita, & quidem ordinis altissimi; adeoque & excessus probabilitatis pro cognitione & sapientia, ac libera electione supra probabilitatem pro cæco agendi modo, fatalismo, & necessitate, sit infinitus, qui idcirco certitudinem inducit.

DXLII. Atque hic norandum & illud, pro quovis individuo statu respondente cuivis momento temporis, & multo magis pro quavis individua serie respondente cuivis continuo temporis, improbabilitas determinatæ ipsius existentia est infinita, & nos debere-

mus esse certi de ejus non existentia, nisi determinaretur ab infinito determinante, & nisi ejus determinationis notitiam nos haberemus. Sic si in urna sint nomina centum & unum, & agatur de uno determinato, an extractum inde prodietit, centuplo major est improbabilitas ipsi contraria; si mille & unum, millicupla; si numerus sit infinitus, improbabilitas erit infinita, quæ in certitudinem transit: sed si quis viderit extractionem, & nobis nunciet, tota improbabilitas illa repente corrui. Verum & in hoc exemplo individua illa determinatio a creato agente non habebitur inter infinitas possibles, nisi ex legibus ab infinito determinante jam determinatis in natura, & ab ejusdem determinatione ad individuum, uti paullo ante dicebamus de individua figuræ electione pro statua.

DXLIII. Porro qui aliquanto diligentius perpenderit vel illa pauca, quæ adnotavimus necessaria in distributione punctorum ad efformanda diversa particularum genera, quæ exhibeant diversa corpora; videbit sane, quanta sapientia, & potentia sit opus ad ea omnia perspicienda, eligenda, præstanda. Quid vero, ubi cogitet, quanta altissimorum Problematum indereterminatio occurrat in infinito illo combinationum possibilium numero, & quanta cognitione opus fuerit ad eligendas illas potissimum, quæ necessariæ erant ad hanc usque adeo inter se connexorum phaenomenorum seriem exhibendam? Cogitet, quid una lux præstare debeat, ut se propaget sine occursum, ut diversam pro diversis coloribus refrangibilitatem habeat, & diversa vicium intervalla, ut calorem, & igneas fermentationes excitet. Interea vero aptandus fuit corporum textus, & laminarum crassitudo ad ea potissimum emittenda radiorum genera, quæ illos determinatos colores exhiberent sine ceterarum & alterationum, & transformationum jactura; disponendæ oculorum partes, ut imago pingeretur in fundo, & propagaretur ad cerebrum, ac simul nutritioni daretur locus, ac alia ejusmodi præstanda sexcenta. Quid unus aer, qui simul pro sono, pro respiratione, & vero etiam nutritione animalium, pro diurni caloris conservatione per noctem, pro ventis ad navigationem, pro vaporibus continendis ad pluvias, pro innumeris aliis usibus est conditus? Quid gravitas, qua perennes fiunt Planetarum motus, & Cometarum, qua omnia compacta, & coadunata in ipsorum globis, qua una suis maria continentur littoribus, & currunt fluvii, imber in terram decedit, & eam irrigat, ac fecundat, sua mole ædificia consistunt, temporis mensuram exhibent pendulorum oscillationes? si ea repente deficeret, quo no-
ster

ster incessus, quo situs viscerum, quo aer ipse sua elasticitate diffiliens? homo hominem arreptum a tellure, & utcumque exigua impulsus vi, vel uno etiam oris flatu impetitus, ab hominum omnium commercio in infinitum expelleret, nunquam per totam æternitatem rediturum.

DXLIV. Sed quid ego hæc singularia persequor? quanta Geometria opus ad eas combinationes inveniendas, quæ tot organica nobis corpora exhiberent, tot arbores, & flores educerent, tot brutis animantibus, & hominibus tam multa vitæ instrumenta subministrarent? Pro fronde unica efformanda quanta cognitione opus fuit, & providentia, ut motus omnes per tot sæcula perdurantes, & cum omnibus aliis motibus tam arte connexi illas individuas materię particulas eo adducerent, ut illam demum, illo determinato tempore frondem illius determinatæ curvaturæ producerent? quid autem hoc ipsum respectu eorum, ad quæ nulli nostri sensus pervadunt, quæ longissime supra telescopiorum, & infra microscopiorum potestatem latent? Quid respectu eorum, quæ nulla possumus contemplatione assequi, quorum nobis nullam omnino licet, ne levissimam quidem conjecturam adipisci, de quibus idcirco, ut phrasi utar, quam alibi ad aliquid ejusdem generis exprimendum adhibui, de quibus, inquam, hoc ipsum, ignorari ea a nobis, ignoramus? Ille profecto unus immensam Divini Creatoris potentiam, sapientiam, providentiam humanæ mentis captum omnem longissime superantes, ignorare potest, qui penitus mente cæcutit, vel sibi ipsi oculos eruit, & omnem mentis obtundit vim, qui Naturæ altissimis undique inclamante vocibus aures occludit sibi, ne quid audiat, vel potius (nam occludere non est satis) & cochleam, & tympanum, & quidquid ad auditum utcumque confert, proscindit, dilacerat, eruit, ac a se longissime projectum amovet.

DXLV. Sed in hac tanta eligentis, ac omnia providentis Supremei Conditoris sapientia, atque exequentis potentia, quam admirari debemus perpetuo, & venerari, illud adhuc magis cogitandum est nobis, quantum inde in nostros etiam usus promanarit, quos utique respexit ille, qui videt omnia, & fines sibi istos omnes constituit, qui per ea omnia & nostræ ipsi existentie viam stravit, ac nos præ infinitis aliis hominibus, qui existere utique poterant, elegit ab ipso Mundi exordio motus omnes, ad horum, quibus utimur, organorum formationem disposuit, præter ea tam multa, quæ ad tuendam, & conservandam hanc vitam, ad tot commoda,

& vero etiam voluptates conducerent. Nam illud omnino credendum firmissime, non solum ea omnia vidisse unico intuitu Auctorem Naturæ, sed omnes eos animo sibi constitutos habuisse fines, ad quos conducunt media, quæ videmus adhibita.

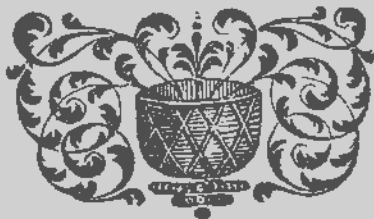
DXLVI. Haud ego quidem Leibnitianis, & aliis quibuscunque Optimismi defensoribus assentior, qui Mundum hunc, in quo vivimus, & cujus pars sumus, omnium perfectissimum esse arbitrantur, ac DEUM faciunt natura sua determinatum ad id creandum, quod perfectissimum sit, ac eo ordine, qui perfectissimus sit. Id sane nec fieri posse arbitror; cum nimirum in quovis possibilium genere seriem agnoscam finitorum tantummodo, quanquam in infinitum productam, ut Num. 89 exposui, in qua, ut in distantius duorum punctorum nulla est minima, nulla maxima; ita ibidem nulla sit perfectionis maximæ, nulla minimæ, sed quavis finita perfectione utcunque magna, vel parva, sit alia perfectio major, vel minor: unde fit, ut quamcunque seligat Naturæ Auctor, necessario debeat alias majores omittere; nec vero ejus potentia illud officit, quod creare non possit optimum, aut maximum; ut nec officit, quod non possit simul creare totum, quodcunque creare potest; nam id eo evadit, ut non possit se in eum statum redigere, in quo nihil melius, aut majus, vel absolute nihil aliud creare possit; nec officit aut sapientiæ, aut bonitati infinitæ, quod optimum non seligat, ubi optimum est nullum.

DLXVII. Ex alia parte determinatio illa ad optimum & libertatem Divinam tollit, & contingentiam rerum omnium, cum, quæ existunt, necessaria fiant; quæ non existunt, evadant impossibilia, ac præterea nobis quodammodo in illa hypothesi debemus, quod existimus, non illi. Qui enim potuit non existere id, quod habuit pro sua existentia rationem prævalentem, quam Naturæ Auctor cum viderit, non potuerit non sequi, nec vero potuerit non videre? Qui existere potuit id, quod eandem habuit non existendi necessitatem? quid vero illi pro nostra existentia debeamus, qui nos condidit idcirco, quia in nobis invenit meritum majus, quam in iis, quos omisit, & a sua ipsius natura necessario determinatus fuit, & adactus ad obsequendum ipsi huic nostro intrinseco, & essentiali merito prævalenti. Distinguendum est inter hæc duo: unum esse alio melius; & esse melius creare potius unum, quam aliud. Illud primum habetur ubique; hoc secundum nusquam, sed æque bonum est creare, vel non creare quodcunque,
quod

quod physicam bonitatem quamcunque habeat, utcunque majorem, vel minorem alio quovis omisso; solum enim Divinae libertatis exercitium infinitis perfectius est quavis perfectione creata, quæ idcirco nullum potest offerre Divinae libertati meritum determinativum ad se creandum.

DXLVIII. Cum ea infinita libertate Divina componitur tamen illud, quod ad sapientiam pertinet, ut ad eos fines, quos sibi pro liberrimo suo arbitrio præfixit DEUS, media semper apta debeat seligere, quæ finem propositum frustrari non sinant. Porro hæc media etiam in nostrum bonum selegit plurima, dum totam naturam conderet, quod quem a nobis exigit beneficiorum memoriam, & gratum animum, quem etiam tantæ beneficentiæ respondentem amorem cum ingenti illa admiratione, & veneratione conjunctum, nemo non videt.

DXLIX. Superest & illud innuendum, neminem sanæ mentis hominem dubitare posse, quin, qui tantam in ordinanda Natura providentiam ostendit, tantam erga nos in nobis seligendis, in consulendo nostris & indigentis, & commodis beneficentiam, illud etiam præstare voluerit, ut cum adeo imbecilla sit, & hebes mens nostra, & ad ipsius cognitionem per se se vix quidquam possit, se ipse nobis per aliquam revelationem voluerit multo uberius præbere cognoscendum, colendum, amandum; quo ubi devenerimus, quæ inter tam multas falso jactatas absurdissimas revelationes, unica vera sit, perspiciemus utique admodum facile. Sed ea jam Philosophiæ Naturalis fines excedunt, cujus in hoc opere Theoriam meam exposui, & ex qua uberes hosce, & solidos demum fructus percepi.



SUPPLEMENTA.

§. I.

Solutio analytica Problematis determinantis naturam legis virium, ex Dissertatione de Lege Virium in natura existentium a Num. 77.

I. **U**T hasce condiciones impleamus, formulam inveniemus algebraicam, quæ ipsam continebit legem nostram, sed hic elementa communia vulgaris Cartesianæ algebrae supponemus ut nota, sine quibus res omnino confici nequaquam potest. Dicatur autem ordinata y , abscissa x , ac ponatur $xx = z$. Capiantur omnium AE , AG , AI &c valores cum signo negativo, & summa quadratorum omnium ejusmodi valorum dicatur a , summa productorum e binis quibusque quadratis b , summa productorum e ternis c , & ita porro; productum autem ex omnibus dicatur f . Numerus eorundem valorum dicatur m . His positis ponatur

Fig. 1.
$$z + az^{\frac{m-1}{2}} + bz^{\frac{m-2}{2}} + cz^{\frac{m-3}{2}} \&c. \dots + f = P.$$
 Si ponatur $P = 0$, patet æquationis ejus omnes radices fore reales, & positivas, nimirum sola illa quadrata quantitarum AE , AG , AI &c, qui erunt valores ipsius z ; adeoque cum ob $xx = z$, sit $x = +\sqrt{z}$, patet, valores x fore tam AE , AG , AI positivas, quam \overline{AE} , \overline{AG} &c negativas.

II. Deinde sumatur quæcunque quantitas data per z , & constantes quomodocunque, dummodo non habeat ullum divisorem communem cum P , & evanescente z , eadem evanescat, ac facta x infinitesima ordinis primi, evadat infinitesima ordinis ejusdem, vel inferioris, ut erit quæcunque formula $z + gz^{\frac{r-1}{2}} + hz^{\frac{r-2}{2}} \&c + l$, quæ posita $= 0$ habeat radices quocunque imaginarias, & quocunque, & quascunque reales, (dummodo earum nulla sit ex iis AE , AG , AI &c, sive positiva, sive negativa) si deinde tota multiplicetur per z . Ea dicatur Q .

III. Si jam fiat $P - Qy = 0$, dico hanc æquationem satisfacere reliquis omnibus hujus curvæ conditionibus, & rite determinato valore Q , posse infinitis modis satisfieri etiam postremæ conditioni expositæ sexto loco.

IV. Nam inprimis, quoniam valores P , & Q positi $= 0$ nullam habent radicem communem, nullum habebunt diviso rem communem. Hinc haec aequatio non potest per divisionem reduci ad binas, adeoque non est composita ex binis aequationibus, sed simplex; & proinde simplicem quandam curvam continuam exhibet, quae ex aliis non componitur. Quod erat primum.

V. Deinde curva hujusmodi secabit axem CAC in iis omnibus, & solis punctis, E, G, I &c. E, G , &c. Nam ea secabit axem CA solum in iis punctis, in quibus $y=0$, & secabit in omnibus. Porro ubi fuerit $y=0$, erit & $Qy=0$, adeoque ob $P-Qy=0$; erit $P=0$. Id autem continget solum in iis punctis, in quibus x fuerit una e radicibus aequationis $P=0$, nimirum, ut supra vidimus, in punctis E, G, I , vel E, G &c. Quare solum in his punctis evanescet y , & curva axem secabit. Secaturam autem in his omnibus patet ex eo, quod in his omnibus punctis erit $P=0$. Quare erit etiam $Qy=0$. Non erit autem $Q=0$, cum nulla sit radix communis aequationum $P=0$ & $Q=0$, Quare erit $y=0$, & curva axem secabit. Quod erat secundum.

VI. Praeterea cum sit $P-Qx=0$, erit $y = \frac{P}{Q}$; determinata autem utcumque abscissa x , habebitur determinata quaedam z , adeoque & P, Q erunt unicae, & determinatae. Erit igitur etiam y unica, & determinata; ac proinde respondebunt singulis abscissis x singulae tantum ordinatae y . Quod erat tertium.

VII. Rursus sive x assumatur positiva, sive negativa, dummodo ejusdem longitudinis sit, semper valor $z = xx$ erit idem; ac proinde valores tam P , quam Q erunt semper iidem. Quare semper eadem y . Sumptis igitur abscissis x aequalibus hinc, & inde ab A , altera positiva, altera negativa, respondebunt ordinatae aequales. Quod erat quartum.

VIII. Si autem x minuatur in infinitum, sive ea positiva sit, sive negativa, semper z minuetur in infinitum, & evadet infinitesima ordinis secundi. Quare in valore P decrescent in infinitum omnes termini praeter y , quia omnes praeter eum multiplicantur per z , adeoque valor P erit adhuc finitus. Valor autem Q , qui habet formulam ductam in z totam, minuetur in infinitum, eritque infinitesimus ordinis secundi. Igitur $\frac{P}{Q} = y$ augebitur in infinitum,

ita ut evadat infinita ordinis secundi. Quare curva habebit pro asymptoto rectam AB, & area BAED excrescet in infinitum, & si ordinatæ y positivæ assumantur ad partes AB, & expriment vires repulsivas, arcus asymptoticus ED jacebit ad partes ipsas AB. Quod erat quintum.

IX. Patet igitur, utcumque assumpto Q cum datis conditionibus, satisfieri primis quinque conditionibus curvæ. Jam vero potest valor Q variari infinitis modis ita, ut adhuc impleat semper conditiones, cum quibus assumptus est. Ac proinde arcus curvæ intercepti intersectionibus poterunt infinitis modis variari ita, ut primæ quinque ipsius curvæ conditiones impleantur; unde fit, ut possint etiam variari ita, ut sextam conditionem impleant.

X. Si enim dentur quotcumque, & quicumque arcus, quarumcunque curvarum, modo sint ejusmodi, ut ab asymptoto AB perpetuo recedant, adeoque nulla recta ipsi asymptoto parallela eos arcus fecerit in pluribus, quam in unico puncto, & in iis assumantur puncta quotcumque, utcumque inter se proxima, poterit admodum facile assumi valor P ita, ut curva per omnia ejusmodi puncta transeat, & idem poterit infinitis modis variari ita, ut adhuc semper curva transeat per eadem illa puncta.

XI. Sit enim numerus punctorum assumptorum quicumque $=r$, & a singulis ejusmodi punctis demittantur rectæ parallelæ AB usque ad axem CAC, quæ debent esse ordinatæ curvæ quæsitæ, & singulæ abscissæ ab A usque ad ejusmodi ordinatas dicantur M_1, M_2, M_3 &c. singulæ autem ordinatæ $N_1; N_2, N_3$

&c. Assumatur autem quædam quantitas $Az + Bz^2 + Cz^3 + \dots + Gz^r$, quæ ponatur $=R$. Tum alia assumatur quantitas T ejusmodi, ut evanescente z evanescat quivis eius terminus, & ut nullus sit divisor communis valoris P, & valoris $R + T$; quod facile fiet, cum innotescant omnes divisores quantitat' P. Ponatur autem $Q = R + T$: & jam æquatio ad curvam erit $P - R.y - T.y = 0$. Ponantur in hac æquatione successive M_1, M_2, M_3 pro x , & N_1, N_2, N_3 &c. pro y . Habebuntur æquationes numero r , quæ singulæ continebunt valores A, B, C, G, unius tantum dimensionis singulos, numero pariter r , & præterea datos valores M_1, M_2, M_3 &c., N_1, N_2, N_3 &c., ac valores arbitrarios, qui in T sunt coefficientes ipsius z .

XII. Per illas æquationes numero r admodum facile determinabuntur illi valores A, B, C, \dots, G , qui sunt pariter numero r , assumendo in prima æquatione, juxta methodos notissimas, & elementares valorem A , & eum substituendo in æquationibus omnibus sequentibus, quo pacto habebuntur æquationes $r-1$. Hæ autem ejecto valore B reducuntur ad $r-2$, & ita porro, donec ad unicam ventum fuerit, in qua determinato valore Q , per ipsum ordine retrogrado determinabuntur valores omnes præcedentes, singuli in singulis æquationibus.

XIII. Determinatis hoc pacto valoribus A, B, C, \dots, G in æquatione $P-Ry-Ty=0$, sive $P-Qy=0$, patet positis successive pro x valoribus M_1, M_2, M_3 &c, debere valores ordinariæ y esse successive N_1, N_2, N_3 &c; ac proinde debere curvam transire per data illa puncta in datis illis curvis; & tamen valor Q adhuc habebit omnes conditiones præcedentes. Nam imminuta z ultra quoscunque limites, minuentur singuli ejus termini ultra quoscunque limites, cum minuantur termini singuli valoris T , qui ita assumpti sunt, & minuantur pariter termini valoris R , qui omnes sunt ducti in z ; & præterea nullus erit communis divisor quantitatum P & Q , cum nullus sit quantitatum P , & $R+T$.

XIV. Porro si bina proxima ex punctis assumptis in arcibus curvarum ad eandem axis partem concipiantur accedere ad se invicem ultra quoscunque limites, & tandem congruere, factis nimirum binis M aequalibus, & pariter aequalibus binis N ; jam curva quasita ibidem tanget arcum curvæ datæ; & si tria ejusmodi puncta congruant, eam osculabitur; quin immo illud præstari poterit, ut coeant quot libuerit puncta, ubi libuerit, & habeantur oscula ordinis cujus libuerit, & ut libuerit sibi invicem proxima; arcu curvæ datæ accedente, ut libuerit, & in quibus libuerit distantis ad arcus, quos libuerit curvarum, quarum libuerit, & tamen ipsa curva servante omnes illas 6 conditiones requisitas ad exponendam legem illam virium repulsivarum, ac attractivarum, & datos limites.

XV. Cum vero adhuc infinitis modis variari possit valor T , infinitis modis idem præstari poterit; ac proinde infinitis modis inveniri poterit curva simplex datis conditionibus satisfaciens. Q. E. F.

XVI. *Coroll. 1.* Curva poterit contingere axem CAC in quot libuerit punctis, & contingere simul, ac secare in iisdem, ac proinde eum osculari quocunque osculi genere. Nam si binæ quævis e distantis limitum fiant æquales, curva continget rectam CA ,

evanescente arcu inter binos limites; ut si punctum I abiret in L , evanescente arcu IKL , haberetur contactus in L , repulsio per arcum HI perpetuo decrederet, & in ipso contactu IL evanesceret, tum non transfret in attractionem, sed iterum cresceret repulsio ipsa per arcum LM . Idem autem accideret attractioni, si coeuntibus punctis LN , evanesceret arcus repulsivus LMN .

XVII. Si autem tria puncta coirent, ut LNP curva coningeret simul axem CAC , & ab eodem simul secaretur, ac proinde haberet in eodem puncto contactus flexum contrarium. Haberet autem ibidem transitus ab attractione ad repulsionem, vel vice versa, adeoque verus limes.

XVIII. Eodem pacto possunt congruere puncta 4, 5, quoruncunque; & si congruat numerus punctorum par, habebitur contactus; si impar, contactus simul, & sectio. Sed quo plura puncta coibunt; eo magis curva accedet ad axem CAC in ipso limite, eumque osculabitur osculo arctiore.

XIX. *Coroll. 2.* In iis limitibus, in quibus curva secat axem CAC , potest ipsa curva secare eundem in quibuscunque angulis ita tamen, ut angulus, quem efficit ad partes A arcus curvae in perpetuo recessu ab asymptoto appellens ad axem CAC non sit major recto; & ibidem potest aut axem, aut rectam axi perpendiculararem contingere, aut osculari, quocunque contactus, aut osculi genere: nimirum habendo in utrolibet casu radium osculi magnitudinis cuiuscunque, & vel utcunque evanescentem, vel utcunque abeuntem in infinitum.

XX. Nam pro illis punctis datis in arcubus curvarum quarumcunque, quas curva inventa potest vel contingere, vel osculari quocunque osculi genere, ex quibus definitus est valor R , possunt assumi arcus curvarum quarumcunque secantium axem CAC , in angulis quibuscunque: solum quoniam semper arcus curvae, ut s Nb debet ab asymptoto recedere, non poterit punctum ullum s praecedens limitem N jacere ultra rectam axi perpendiculararem erectam ex N , vel punctum b sequens ipsum N jacere citra; ac proinde non poterit angulus ANs , quem efficit ad partes A arcus sH in perpetuo recessu ab asymptoto appellens ad axem CAC esse major recto.

XXI. Possunt autem arcus curvarum assumptarum in iisdem punctis aut axem, aut rectam axi perpendiculararem contingere, aut osculari, quocunque contactus aut osculi genere, ut nimirum sit

radius osculi magnitudinis cujuscunque, & vel utcunque evanescens, vel utcunque abiens in infinitum. Quare idem accidere poterit, ut innuimus, & arcui curvæ inventæ, quæ ad eos arcus potest accedere, quantum libuerit, & eos contingere, vel osculari quocunque osculi genere in iis ipsis punctis.

XXII. Solum si curva inventa tetigerit in ipso limite rectam axi CAC perpendicularem, debet simul ibidem eandem secare; cum debeat semper recedere ab asymptoto, adeoque debet ibidem habere flexum contrarium.

XXIII. *Scholium 1.* Corollarium 1 est casus particularis hujus corollarii secundi, ut patet: sed libuit ipsum seorsum diversa methodo & faciliore prius eruere.

XXIV. *Coroll. 3.* Arcus curvæ etiam extra limites potest habere tangentem in quovis angulo inclinam ad axem vel ei parallelam vel perpendicularem cum iisdem contactuum, & osculorum conditionibus, quæ habentur in corollario 2.

XXV. Demonstratio est prorsus eadem: nam arcus curvarum dati, ad quos arcus curvæ inventæ potest accedere ubicunque, quantum libuerit, possunt habere ejusmodi condiciones.

XXVI. *Coroll. 4.* Mutata abscissa per quodcunque interval- lum datum, potest ordinata mutari per aliud quodcunque datum utcunque minus, vel majus ipsa mutatione abscissæ, & utcunque majus quantitate quacunque data: ac si differentia abscissæ sit infinitesima, & dicatur ordinis primi; poterit differentia ordinatæ esse ordinis cujuscunque, vel utcunque inferioris, vel intermedii, inter quantitates finitas, & quantitates ordinis primi.

XXVII. Patet primum ex eo, quod, ubi determinatur valor R , potest curva transire per quocunque & quæcunque puncta, adeoque per puncta ex quibus ductæ ordinatæ sint utcunque inter se proximæ, & utcunque inæquales.

XXVIII. Patet secundum: quia in curvis, ad quas accedit arcus curvæ inventæ, vel quas osculatur quocunque osculi genere, potest differentia abscissæ ad differentiam ordinatæ esse pro diversa curvarum natura in datis earum punctis in quavis ratione, quantitatis infinitesimæ ordinis cujuscunque ad infinitesimam cujuscunque alterius.

XXIX. *Scholium 2.* Illud notandum, ubicunque fuerit tangens curvæ inventæ inclinata in angulo finito ad axem, fore differentiam abscissæ ejusdem ordinis, ac est differentia ordinatæ: ubi

tangens fuerit parallela axi, fore differentiam ordinatæ ordinis infinitæ, quam fit differentia abscissæ, & vice versâ, ubi tangens fuerit perpendicularis axi.

XXX. Præterea notandum: si abscissa fuerit ipsa distantia limitis, quæ vel augeatur, vel minuatur utrunque; differentia ordinatæ erit ipsa ordinata integra: cum nimirum in limite ordinata sit nihilo equalis.

XXXI. *Coroll. 5.* Arcus repulsionum, vel attractionum intercepti binis limitibus quibuscunque, possunt recedere ab axe, quantum libuerit, adeoque fieri potest, ut alii propiores asymptoto recedant minus, quam alii remotiores, vel ut quodam ordine eo minus recedant ab axe, quo sunt remotiores ab asymptoto, vel ut post aliquot arcus minus recedentes aliquis arcus longissime recedat.

XXXII. Omnia manifesto consequuntur ex eo, quod curva possit transire per quævis data puncta.

XXXIII. *Coroll. 6.* Potest curva ipsum axem CAC habere pro asymptoto ad partes C , & C ita, ut arcus asymptoticus sit vel repulsivus vel attractivus; & potest arcus quivis binis limitibus quibuscunque interceptus abire in infinitum, ac habere pro asymptoto rectam axi perpendicularem, utrunque proximam utrilibet limiti, vel ab eo remotam.

XXXIV. Nam si bini postremi limites concipiuntur coire, abeuntibus binis intersectionibus in contactum, tunc ipsa distantia contactus concipiatur excrecere in infinitum; jam axis æquivalens rectæ curvam tangenti in puncto infinite remoto, adeoque evadit asymptotus: & si arcus evanescens inter postremos duos limites coeuntes fuerit arcus repulsionis; postremus arcus asymptoticus erit arcus attractionis. Contra vero, si arcus evanescens fuerit arcus attractionis.

XXXV. Eodem pacto si quævis ordinata respondens puncto cuilibet, per quod debet transire curva, concipiatur abire in infinitum; jam arcus curvæ abibit in infinitum, & erit ejus asymptotus illa ipsa ordinata in infinitum excrecens.

§. II.

Contra vires in minimis distantis attractivas, & excrecentes in infinitum. Ex eadem Dissert. a Num. 59.

XXXVI. **A**T præterea contra solam attractionem plures habentur difficultates, quæ per gradus crescunt. Nam inprimis

mis si ex imminutis utcumque distantis agant, augent velocitatem usque ad contactum, ad quem ubi deventum est, incrementum velocitatis ibi per saltum abruptitur, & ubi maxima est, ibi perpetuo incallum nituntur partes ad ulteriorem effectum habendum, & necessario irritos conatus edunt.

XXXVII. Quod si in infinitum imminuta distantia, crescant in aliqua ratione distantiarum reciproca, multæ itidem difficultates habentur, quæ nostram oppositam sententiam confirmant. Inprimis in ea hypotheli virium deveniri potest ad contactum, in quo vis, sublata omni distantia, debet augeri in infinitum magis, quam esset in aliqua distantia. Porro nos putamus accurate demonstrari, nullas quantitates existere posse, quæ in se infinitæ sint, aut infinite parvæ. Hinc autem statim habemus absurdum, quod nimirum si vires in aliqua distantia aliquid sunt, in contactu debeant esse absolute infinitæ.

XXXVIII. Augetur difficultas, si debeat ratio reciproca esse major, quam simplex (ut ad gravitatem requiritur reciproca duplicata, ad cohesionem adhuc major) & ad bina puncta pertineat. Nam illa puncta in ipso congressu devenient ad velocitatem absolute infinitam. Velocitas autem absolute infinita est impossibilis, cum ea requirat spatium finitum percursum momento temporis, adeoque replicationem, sive extensionem simultaneam per spatium finitum divisibile, & quovis finito tempore requirat spatium infinitum, quod cum inter bina puncta interjacere non possit, requiret ex natura sua, ut punctum ejusmodi velocitatem adeptum nusquam esset.

XXXIX. Accedunt plurima absurda, ad quæ ejusmodi leges non deducunt. Tendat punctum aliquod in Fig. 72 in centrum F in ratione reciproca duplicata distantiarum, & ex A projiciatur directione AB perpendiculari ad AF, cum velocitate satis exigua: describet Ellipsim ACDE, cujus focus erit F, & semper regredietur ad A. Decrescat velocitas AB per gradus, donec demum evanescat. Semper magis arctatur Ellipsis, & vertex D accedit ad focum F, in quem demum recidit abeunte Ellipsi in rectam AF. Videtur igitur id punctum sibi relictum debere descendere ad F, tum post acquisitam ibi infinitam velocitatem, eam sine ulla contraria vi convertere in oppositam, & retro regredi. At si id punctum tendat in omnia puncta superficiæ sphericæ, vel globi E GCH in eadem illa ratione, demonstratum est a Newtono debere per

Fig. 72.

per AG descendere motu accelerato eodem modo, quo acceleraretur, si omnia ejusmodi puncta superficiei vel sphaerae compenetrarentur in F. At abrupta lege accelerationis in G, debere per GH ferri motu aequabili, viribus omnibus per contrarias actiones elisis, tum per HI tantundem procurrere motu retardato, adeoque perpetuam oscillationem peragere, velocitatis mutatione bis in singulis oscillationibus per saltum interrupta.

XL. In eo jam absurdum quoddam videtur esse, sed id quidem multo magis crescit, si consideretur, quid debeat accidere, ubi tota sphaerica superficies, vel tota sphaera abeat in unicum punctum F. Tum itidem corpus sibi relictum, deveniet ad centrum cum infinita velocitate, sed procurret ulterius usque ad I, dum prius, ubi Ellipsis evanescebat, debebat redire retro. Nos quidem pluribus in locis alibi demonstravimus, in prima determinatione latere errorem, cum Ellipsi evanescente, nullae jam adsint omnes vires, quae agunt per arcum situm ultra F ad partes D, quae priorem velocitatem debebant extinguere, & novam producere ipsi aequallem. Verum adhuc habetur saltus quidam, cui & natura & geometria ubique repugnat. Nam donec utcumque parva est velocitas, habetur semper regressus ad A cum procurso FD eo minore, quo velocitas est minor; facta autem velocitate nulla, procursum immediate evadit FI, quin ulli intermedii minores adfuerint. Quod si quis ejus priorem determinationem tueri velit, ut punctum quod agatur in centrum vi, quae sit in ratione reciproca duplicata distantiarum, debeat e centro regredi retro; tum saltus habetur similis, ubi prius in sphaericam superficiem, vel sphaeram tendat, quae paulatim abeat in centrum. Donec enim aderit superficies illa, vel sphaera; habebitur semper is procursum, qui abruptetur in illo appulsu totius superficiei ad centrum, quin habeantur prius minores procursum.

XLI. Haec quidem in ratione reciproca duplicata distantiarum; in reciproca triplicata habentur etiam gravioa. Nam si cum debita quadam velocitate projiciatur per rectam AB Fig. 73 continentem angulum acutum cum AP, mobile, quod urgeatur in P vi crescente in ratione reciproca triplicata distantiarum, demonstratur in Mechanica, ipsum debere percurrere curvam ACDEFGH, quae vocatur spiralis logarithmica, quae hanc habet proprietatem, ut quavis recta, ut PF, ducta ad quodvis ejus punctum, contineat cum recta ipsam ibidem tangente angulum aequalem angulo PAB; unde illud

Fig. 73.

illud consequitur, ut ea quidem ex una parte infinitis spiris circumvolvatur circa punctum P, nec tamen in ipsum unquam desinat: si autem ducatur ex P recta perpendicularis ad AP, quæ tangenti AB occurrat in B, tota spiralis ACDEFGH in infinitum continuata, ad mensuram longitudinis AB accedat ultra quoscunque limites, nec unquam ei æqualis fiat; velocitas autem in ejusmodi curva in continuo accessu ad centrum virium P perpetuo crescat. Quare finito tempore, & sane brevior, quam sit illud, quo velocitate initiali percurreret AB, deberet id mobile devenire ad centrum P; in quo bina gravissima absurda habentur. Primo quidem, quod haberetur tota illa spiralis, quæ in centrum desineret, contra id, quod ex ejus natura deducitur, cum nimirum in centrum cadere nunquam possit: deinde vero, quod elapso eo finito tempore mobile illud nusquam esse deberet. Nam ea curva, ubi etiam in infinitum continuata intelligitur, nullum habet egressum e P. Et quidem formulæ analyticæ exhibent ejus locum post id tempus impossibilem, sive, ut dicimus, imaginarium; quo quidem argumento Eulerus in sua Mechanica affirmavit illud, debere id mobile in appulsu ad centrum virium annihilari. Quanto satius fuisset inferre, eam legem virium impossibilem esse?

XLII. Quanto autem majora absurda in ulterioribus potentiis, quibus vires alligatæ sint, consequentur? Sit globus Fig. 74 A BE, & intra ipsum alius A b e, qui priorem contingat in A, ac in omnia utriusque puncta agant vires decrescentes in ratione reciproca quadruplicata distantiarum, vel majore, & quaeratur ratio vis puncti constituti in concursu A utriusque superficiæ. Concipiatur uterque resolutus in pyramides infinite arctas, quæ prodeant ex communi puncto A, ut BAD, bAd. In singulis autem pyramidulis divisæ in partes totis proportionales sint particule MN, mn similes, & similiter positæ. Quantitas materiæ in MN, ad quantitatem in mn erit, ut massa totius globi majoris ad rotum minorem, nimirum, ut cubus radii majoris ad cubum minoris. Cum igitur vis, qua trahitur punctum A, sit, ut quantitas materiæ directe, & ut quarta potestas distantiarum reciproce, quæ iridem distantia sunt, ut radii sphaerarum, erit vis in partem MN, ad vim in partem mn directe, ut tertia potestas radii majoris ad minorem, & reciproce, ut quarta potestas ipsius. Quare manebit ratio simplex reciproca radiorum.

Fig. 74.

XLIII. Minor erit igitur actio singularum particularum homologarum MN quam $m n$, in ipsa ratione radiorum, adeoque punctum A minus trahetur a tota sphaera ABE, quam a sphaera A *de*, quod est absurdum, cum attractio in eam sphaeram minorem debeat esse pars attractionis in sphaeram majorem, quae continet minorem, cum magna materiae parte sita extra ipsam usque ad superficiem sphaerae majoris; unde concluditur esse partem majorem toto, maximum nimirum absurdum. Et quidem in altioribus potentiis multo major

est is error; nam generaliter, si vis sit reciproce, ut R^m, posito R pro radio, & m pro quovis numero ternarium superante, erit

attractio sphaerae eodem argumento reciproce, ut R^{m-3}, quae eo majorem indicat vim in sphaeram minorem respectu majoris ipsam continentis, quo numerus m est major.

XLIV. Hoc quidem pacto inveniuntur plurima absurda in variis generibus attractionum, quae si repulsiones, in minimis distantis habeantur pares extinguendae velocitati cuilibet utcumque magnae, cessant illico omnia, cum eae repulsiones mutuam accessum ac concursum penitus impediunt. Inde autem manifesto iterum consequitur, repulsiones in minimis distantis praefereudas potius esse attractioni, ex quarum variis generibus tam multa absurda consequuntur.

§. III.

De Spatio ac Tempore. Ex Supplementis in L. I. Stay. §. VI.

XLV. **E**GO materiae extensionem prorsus continuum non admitto, sed eam constituo punctis prorsus indivisibilibus, & inextensis a se invicem disjunctis aliquo intervallo, & connexis per vires quasdam jam attractivas jam repulsivas penderes a mutuis ipsorum distantis. Videndum hic, quid mihi sit in hac sententia spatium, ac tempus, quomodo utrumque dici possit continuum, divisibile in infinitum, aeternum, immensum, immobile, necessarium, licet neutrum, ut in ipsa nota ostendi, suam habeat naturam realem ejusmodi proprietatibus praeditam.

XLVI. Inprimis illud mihi videtur evidens, tam eos, qui spatium admittunt absolutum, natura sua reali, continuum, aeternum,

num, immensum, tam eos, qui cum Leibnitianis & Cartesians po-
nunt spatium ipsum in ordine, quem habent inter se res, quæ
existunt, præter ipsas res, quæ existunt, debere admittere modum
aliquem non pure imaginarium, sed realem existendi, per quem
ibi sint, ubi sunt, & qui existat tum, cum ibi sunt, pereat cum
ibi esse desierint, ubi erant. Nam admissio etiam in prima senten-
tia spatio illo, si hoc, quod est, esse rem aliquam in ea parte spa-
tium, haberetur tantummodo per rem, & spatium, quotiescunque
existeret res, & spatium, haberetur hoc quod est rem illam in ea
spatii parte collocari. Rursus si in posteriore sententia ordo ille,
qui locum constituit, haberetur per ipsas tantummodo res, quæ
ordinem illum habent, quotiescunque res illæ existerent, eodem
semper existerent ordine illo, nec proinde unquam locum muta-
rent. Atque id, quod de loco dixi, dicendum pariter de tempore.

XLVII. Necessario igitur admittendus est realis aliquis existendi
modus, per quem res est ibi, ubi est, & tum, cum est. Sive is
modus dicatur res, sive modus rei, sive aliquid, sive nonnihil; is
extra nostram imaginationem esse debet, & res ipsum mutare pot-
est, habens jam alium ejusmodi existendi modum, jam alium.

XLVIII. Ego igitur pro singulis materiæ punctis, ut de his
loquar, e quibus ad res etiam immateriales eadem omnia facile
transferri possunt, admitto bina realia modorum existendi genera,
quorum alii ad locum pertineant, alii ad tempus, & illi locales, hi
dicantur temporarii. Quodlibet punctum habet modum realem
existendi, per quem est ibi, ubi est, & alium, per quem est tum,
cum est. Hi reales existendi modi sunt mihi reale tempus, & spa-
tium, horum possibilitas a nobis indefinite cognita est mihi spatium
vacuum, & tempus itidem, ut ita dicam, vacuum, sive etiam spa-
tium imaginarium, & tempus imaginarium.

XLIX. Modi illi reales singuli & oriuntur, ac pereunt, &
indivisibiles prorsus mihi sunt, ac inextensi & immobiles, ac in suo
ordine immutabiles. Si & sua ipsorum loca sunt realia, ac tempo-
ra, & punctorum, ad quæ pertinent. Fundamentum præbent
realis relationis distantiae, sive localis inter duo puncta, sive tem-
porariæ inter duo evenia. Nec aliud est in se, quod illam deter-
minatam distantiam habeant illa duo materiæ puncta, quam quod
illos determinatos habeant existendi modos, quos necessario mutant,
ubi eam mutant distantiam. Eos modos, qui in ordine ad locum
sunt, dico puncta loci realia, qui in ordine ad tempus, momenta,

quæ partibus carent singula, ac omni illa quidem extensione, hæc duratione, utraque divisibilitate destituuntur.

I. Porro punctum materiæ prorsus indivisibile & inextensum, alteri puncto materiæ contiguum esse non potest, sed, si nullam habent distantiam, prorsus coeunt, si non coeunt penitus, distantiam aliquam habent. Neque enim, cum nullum habeant partium genus, possunt ex parte coire tantummodo, & ex parte altera se contingere, ex altera mutuo averfari. Præjudicium est quoddam ab infantia, & ideis ortum per sensus acquisitis, ac debita reflexione destitutis, qui nimirum nobis massas semper ex partibus a se invicem distantibus compositas exhibuerunt, cum videmur nobis puncta etiam indivisibilia, & inextensa posse punctis adjungere ita, ut se contingant, & oblongam quandam seriem constituent. Globulos nobis confingimus, nec abstrahimus animum ab extensione illa, & partibus, quas voce, & ore secludimus.

LI. Porro ubi bina materiæ puncta a se invicem distant, semper aliud materiæ punctum potest collocari in directum ultra utrumque ad eandem distantiam, & alterum ultra hoc, & ita porro, ut pater, sine ullo fine. Potest itidem inter utrumque collocari in medio aliud punctum, quod neutrum contingeret. Si enim alterum contingeret, utrumque contingeret, adeoque cum utroque congrueret, & illa etiam congruerent, non distarent, contra hypothesein. Dividi igitur poterit illud intervallum in partes duas, ac eodem argumento illa itidem duo in alias quatuor, & ita porro sine ullo fine. Quamobrem, utcumque ingens fuerit binorum punctorum intervallum, semper aliud haberi poterit majus, utcumque id fuerit parvum, semper aliud haberi poterit minus, sine ullo limite, & fine.

LII. Hinc ultra, & inter bina loci puncta realia quæcumque alia loci puncta realia possibilia sunt, quæ ab iis recedant, vel ad ipsa accedant sine ullo limite determinato, & divisibilitas realis intervalli inter duo puncta in infinitum est, ut ita dicam, interscribilitas punctorum realium sine ullo fine. Quotiescunque illa puncta loci realia interposita fuerint, interpositis punctis materiæ realibus, finitus erit eorum numerus, finitus intervallorum numerus illo priore interceptorum, & ipsi simul æqualium; ac numerus eiusmodi partium possibilium finem habebit nullum. Illorum singulorum magnitudo certa erit, ac finita; horum magnitudo minuetur ultra quoscunque limites, sine ullo determinato hiatu, qui adjectis

novis intermediis punctis imminui adhuc non possit, licet nec possit actuali divisione, sive interpositione exhaustiri.

LIII. Hinc vero dum concipimus possibilια hæc loci puncta, spatii infinitatem, & continuitatem habemus, cum divisibilitate in infinitum. In existentibus limes est semper certus, certus punctorum numerus, certus intervallorum. In possibilibus nullus est finis. Possibilium abstracta cognitio excludens litem a possibili argumento intervalli, & diminutione, ahiatu infinitatem lineæ imaginariæ & continuitatem constituit, quæ partes actu existentes non habet, sed tantummodo possibiles. Cumque ea possibilitas & æterna sit, & necessaria, ab æterno enim, & necessario verum fuit, posse illa puncta cum illis modis existere; spatium hujusmodi imaginarium continuum, infinitum, simul etiam æternum fuit, & necessarium, sed non est aliquid existens, sed aliquid tantummodo potens existere, & a nobis indefinite conceptum: immobilitas autem ipsius spatii a singulorum punctorum immobilitate orietur.

LIV. Arque hæc omnia, quæ hucusque de loci punctis sunt dicta, ad temporis momenta eodem modo admodum facile transferuntur, inter quæ ingens quædam habetur analogia. Nam & punctum a puncto, & momentum a momento quovis determinato certam distantiam habet, nisi coeunt, qua major, & minor haberi alia potest sine ullo limite. In quovis intervallo spatii imaginarii, ac temporis adest primum punctum, vel momentum, & ultimum, secundum vero, & penultimum habetur nullum, quovis enim assumpto pro secundo, vel penultimo, cum non coeat cum primo, vel ultimo, dehet ab eo distare, & in eo intervallo alia itidem possibilia puncta vel momenta interjacent. Nec punctum continuæ lineæ, nec momentum continui temporis, pars est, sed limes & terminus. Linea continua, & tempus continuum generari intelliguntur non repetitione puncti, vel momenti, sed ductu continuo, in quo intervalla alia aliorum sint partes, non ipsa puncta, vel momenta, quæ continuo ducuntur. Illud unicum erit discrimen, quod hic ductus in spatio fieri poterit, non in unica directione tantum per lineam, sed in infinitis per planum, quod concipietur ductu continuo in latus lineæ jam conceptæ, & iterum in infinitis per solidum, quod concipietur ductu continuo plani jam concepti, in tempore autem unicus ductus durationis habebitur, quod idcirco soli lineæ erit analogum, & dum spatii imaginarii extensio habetur triplex in longum, latum & profundum, temporis habetur unica

in longum, vel diuturnum tantummodo. In triplici tamen spatii, & unico temporis genere, punctum, ac momentum erit principium quoddam, a quo ductu illo suo hæc ipsa generata intelligentur.

LV. Illud jam hic diligenter notandum: non solum ubi duo puncta materiae existunt, & aliquam distantiam habent, existere duos modos, qui relationis illius distantie fundamentum præbeant, & sint bina diversa puncta loci realia, quorum possibilitas a nobis concepta exhibeat bina puncta spatii imaginarii, adeoque infinitis numero possibilibus materiae punctis respondere infinitos numero possibiles existendi modos; sed cuivis puncto materiae respondere itidem infinitos possibiles existendi modos, qui sint omnia ipsius puncti possibilis loca. Hæc omnia satis sunt ad totum spatium imaginarium habendum, & quodvis materiae punctum suum habet spatium imaginarium immobile, infinitum, continuum, quæ tamen omnia spatia pertinentia ad omnia puncta sibi invicem congruunt, & habentur pro unico. Nam si assumatur unum punctum reale loci ad unum materiae punctum pertinens, & conferatur cum omnibus punctis realibus loci pertinentibus ad aliud punctum materiae; est unum inter hæc posteriora, quod si cum illo priore coexistat, relationem inducet distantie nullius, quam compenetracionem appellamus. Unde patet punctorum, quæ existunt, distantiam nullam non esse nihil, sed relationem inductam a binis quibusdam existendi modis. Reliquorum quivis cum illo eodem priore induceret relationem aliam, quam dicimus cujusdam determinatæ distantie, & positionis. Porro illa loci puncta, quæ nullius distantie relationem inducunt, pro eodem accipimus, & quemvis ex infinitis hujusmodi punctis ad infinita puncta materiae pertinentibus pro eodem accipimus, ac ejusdem loci nomine intelligimus. Ea autem haberi debere pro quovis punctorum binario, sic patet. Si tertium punctum ubicunque collocetur, habebit aliquam distantiam, & positionem respectu primi. Summoto primo, poterit secundum collocari ita, ut habeat eandem illam distantiam, & positionem, respectu tertii, quam habebat primum. Igitur modus hic, quo existit, pro eodem habetur, ac modus, quo existebat illud primum, & si hi bini modi simul existerent, nullius distantie relationem inducerent inter primum, ac secundum; & hæc pariter, quæ hic de spatii punctis dicta sunt, æque temporis momentis conveniunt.

LVI. An autem possint simul existere, id vero pertinet ad relationem, quam habent puncta loci cum momentis temporis, si-

ve spectetur unicum materiae punctum, sive plura. Inprimis plura momenta ejusdem puncti materiae coexistere non possunt, sed alia necessario post alia, sic itidem bina puncta localia ejusdem puncti materiae conjungi non possunt, sed alia jacere debent extra alia, atque id ipsum ex eorum natura, &, ut ajunt, essentia.

LVII. Deinde considerentur conjunctiones variae punctorum loci, & momentorum. Quodvis punctum materiae, si existit, conjungit aliquod punctum spatii cum aliquo momento temporis. Nam necessario alicubi existit, & aliquando existit; ac si solum etiam existat, semper suum habet, & localem, & temporarium existendi modum, per quod, si aliud quodpiam existat, quod suos itidem habebit modos, distantiae & localis, & temporariae relationem ad ipsum acquirat. Id saltem omnino accidit, si omnium, quae existunt, vel existere possunt, commune est spatium, ut puncta localia unius, punctis localibus alterius perfecte congruant, singula singulis. Quid enim, si alia sint rerum genera, vel a nostris dissimilium, vel nostris etiam prorsus similium, quae aliud, ut ita dicam infinitum spatium habeant, quod a nostro itidem infinito non per intervallum quoddam finitum, vel infinitum distet, sed ita alienum sit, ita, ut ita dicam, alibi positum, ut nullum cum hoc nostro commercium habeat, nullam relationem distantiae inducat. Atque id ipsum de tempore etiam dici posset extra omne nostrum aeternum tempus collocato. At id menti, ipsum conanti concipere, vim summam infert, ac a cogitatione directa admitti vel nullo modo potest, vel saltem vix potest. Quamobrem iis rebus, vel rerum spatiis, & temporibus, quae ad nos nihil pertinere possent, prorsus omissis, agamus de nostris hisce. Si igitur primo idem punctum materiae jungat idem punctum spatii, cum pluribus momentis temporis aliquo a se invicem intervallo disjunctis, habebitur regressus ad eundem locum; si secundo id jungat cum serie continua momentorum temporis continui, habebitur quies, quae requirit tempus aliquod continuum cum eodem loci puncto, sine qua conjunctione habetur continuus motus, succedentibus sibi aliis, atque aliis loci punctis, pro aliis, atque aliis momentis temporis. Si tertio idem punctum materiae jungat idem momentum temporis cum pluribus punctis loci a se invicem distantibus aliquo intervallo, habebitur illa, quam dicimus replicationem. Si quarto id jungat cum serie continua punctorum loci aliquo intervallo continuo contentorum, habebitur quaedam, quam plures Peripatetici

tici admiserunt, virtuales appellantes extensionem, qua indivisibilis, & partibus omnino destituta materiae particula spatium divisibile occuparet. Sunt aliae quatuor combinationes, ubi plura materiae puncta considerentur; nimirum quinto si jungantur idem momentum temporis cum pluribus punctis loci, in quo sita est coexistentia; sexto si jungantur idem punctum spatii cum diversis momentis temporis, quod fieret in successivo appulsu diversorum punctorum materiae ad eundem locum; septimo si jungantur idem momentum temporis cum eodem puncto spatii, in quo sita esset penetratio; octavo si nec momentum ullum, nec punctum spatii commune habeant, quod haberetur, si nec coexisterent, nec ea loca occuparent, quae ab aliis occupata fuissent aliquando.

LVIII. Ex hisce octo casibus primo respondet tertius, secundo quartus, quinto sextus, septimo octavus. Tertium casum, nimirum replicationem, communiter censent naturaliter haberi non posse. Quartum censent multi habere animam rationalem, quam putant esse in spatio aliquo divisibili, ut plures Peripatetici in toto corpore, alii Philosophi in quadam cerebri parte, vel in aliquo nervorum succo ita, ut cum indivisibilis sit, tota sit in toto spatio, & tota in quavis spatii parte, quemadmodum eadem indivisibilis Divina Natura est tota in toto spatio, & tota in qualibet spatii parte, ubique necessario praesens, & omnibus creaturarum rerum realibus locis coexistens, ac adsans. Eundem alii casum in materia admittunt, cujus particulas eodem pacto extendi putant, ut diximus, licet simplices sint, licet partibus expertes, non modo actu separatis, sed etiam distinctis, ac tantummodo separabilibus. Eam sententiam amplectendam esse non censo idcirco, quod ubicunque materiam loca distincta occupantem sensu percipimus, separabilem etiam, ingenti saltem adhibita vi, videmus, sejunctis partibus, quae distabant; nec vero alio ullo argumento excludimus a natura replicationem, nisi quia nullam materiae partem, quantum sensu percipere possumus, videmus, bina simul occupare loca. Virtualis illa extensio materiae infinites ulterius progreditur ultra simplicem replicationem.

LIX. Si secundus casus quietis, & primus casus regressus ad eundem locum naturaliter haberi possent, esset is quidem defectus quidam analogiae inter spatium, & tempus. At mihi videor probare illud posse, neutrum unquam in natura contingere, adeoque naturaliter haberi non posse. Id autem evinco hoc argumento. Sit punctum materiae quodam momento in quodam spatii puncto, & pro quo-

quovis alio momento ignorantes, ubi sit, quaeramus, quanto probabilius sit, ipsum alibi esse, quam ibidem. Tanto erit probabilius illud, quam hoc, quanto plura sunt alia spatii puncta, quam illud unicum. Haec in quavis linea sunt infinita, infinitus in quovis plano linearum numerus, infinitus in toto spatio planorum numerus. Quare numerus aliorum punctorum est infinitus tertii generis, adeoque illa probabilitas major infinities tertii generis infinitate, ubi de quovis alio determinato momento agitur. Agatur jam indefinite de omnibus momentis temporis infiniti, decrescet prior probabilitas in ea ratione, qua momenta crescunt, in quorum aliquo saltem posset ibidem esse punctum. Sunt autem momenta numero infinita infinitate ejusdem generis, cujus puncta possibilia in linea infinita. Igitur adhuc agendo de omnibus momentis infiniti temporis indefinite, est infinities infinite improbabilius, quod punctum in eodem illo prior sit loco, quam quod sit alibi. Consideretur jam non unicum punctum loci determinato unico momento occupatum, sed quodvis punctum loci, quovis indefinite momento occupatum, & adhuc probabilitas regressus ad aliquod ex iis crescet, ut crescit horum loci punctorum numerus, qui infinito etiam tempore est infinitus ejusdem ordinis, cujus est numerus linearum, in quovis plano. Quare improbabilitas casus, quo determinatum quodpiam materiae punctum redcat, quovis indefinite momento temporis, ad quodvis indefinite punctum loci, in quo alio quovis fuit momento temporis indefinite sumpto, remanet infinita primi ordinis. Eadem autem pro omnibus materiae punctis, quae numero finita sunt, decrescit in ratione finita ejus numeri ad unitatem (quod secus accidit in communi sententia, in qua punctorum materiae numerus est infinitus ordinis tertii). Quare adhuc remanet infinita improbabilitas regressus puncti materiae cujusvis indefinite, ad punctum loci quodvis, occupatum quovis momento praecedenti indefinite, regressus inquam, habendi quovis indefinite momento sequenti temporis, qui regressus idcirco sine ullo erroris metu debet excludi, cum infinita improbabilitas in relativam quandam impossibilitatem migrare censenda sit. Quae quidem Theoria communi sententiae applicari non potest. Quamobrem eo pacto, patet, in mea materiae punctorum Theoria e natura tolli & quierem, quam etiam supra exclusimus, & vero etiam regressum ad idem loci punctum, in quo semel ipsum punctum materiae extitit. Unde fit, ut omnes illi primi 4 casus excludantur ex natura, & in iis accurata temporis, & spatii servetur analogia.

LX. Quin imo si quaratur, an aliquod materiæ punctum occupare debeat quopiam momento punctum loci, quod alio momento aliquo aliud materiæ punctum occupavit, adhuc improbabilitas erit infinites infinita. Nam numerus punctorum materiæ existentium est finitus, adeoque si pro regressu puncti cujusvis ad puncta loci a se occupata adhibeatur regressus ad puncta occupata a quovis alio, numerus casuum crescit in ratione unitatis ad numerum punctorum finitum utique, nimirum in ratione finita tantummodo. Hinc improbabilitas appulsius alicujus puncti materiæ indefinite sumpti ad punctum spatii aliquando ab alio quovis puncto occupari adhuc est infinita, & ipse appulsus habendus pro impossibili; quo quidem pacto excluditur & sextus casus, qui in eo ipso situs erat regressu, & multo magis septimus, qui binorum punctorum materiæ simultaneum appulsium continet ad idem aliquod loci punctum, sive compenetrationem. Octavus autem pro materia excluditur, cum tota simul creata perpetuo duret tota, adeoque semper idem momentum habeat commune. Solus quintus casus, quo plura materiæ puncta idem momentum temporis cum diversis punctis loci conjungant, non modo possibilis est, sed etiam necessarius pro omnibus materiæ punctis, coexistentibus nimirum; fieri enim non potest, ut septimus, & octavus excludantur, nisi continuo ob id ipsam includatur quintus ille, ut consideranti patebit facile. Quamobrem in ea analogia deficit, quod possint plura materiæ puncta conjungere diversa puncta spatii cum eodem momento temporis, qui est hic casus quintus, non autem possit idem punctum spatii, cum pluribus momentis temporis, qui est casus tertius, quem defectum necessario inducit exclusio septimi, & octavi, quorum altero incluso, excludi possit hic quintus, ut si possent materiæ puncta, quæ simul creata sunt, nec pereunt, non coexistere, tum enim idem momentum cum diversis loci punctis nequaquam conjungeretur.

LXI. Ex illis 7 casibus videntur omnino saltem 6 per Divinam Omnipotentiam possibiles, dempta nimirum virtuali illa materiæ extensione, de qua dubium esse poterit, quia deberet simul existere numerus absolute infinitus punctorum illorum loci realium, quod impossibile est, si infinitum numero actu existens repugnat in modis ipsis. Quoniam autem possunt omnia existere alia post alia puncta loci in quavis linea constituta, in motu nimirum continuo, & possunt iidem momenta omnia temporis continui, alia iidem post alia in rei cujusvis duratione; ambigi poterit, an possint & omnia

omnia simul ipsa loci puncta, quam questionem definire non aulam. Illud unum moneo, sententiam hanc meam de spatii natura, & continuitate precipuas omnes difficultates, quibus premuntur reliquæ, penitus evitare, & ad omnia, quæ huc pertinent, explicanda commodissimam esse. Tum illud addo, excluso appulsu puncti cujusvis materie ad punctum loci, ad quod punctum quodvis materie quovis momento appellit, & inde compenetracione, veram impenetrabilitatem materie necessario consequi, quod in decimo nobis libro plurimum proderit. Nimirum nisi vires repulsivæ prohiberent, liberrime massa quævis per quamvis aliam massam permearet, sine ullo periculo occurfus ullius puncti cum alio quovis, ubi haberetur apparens quædam compenetracione similis penetracioni luminis per crystallas, olei per ligna, & marmora, sine ulla reali compenetracione punctorum. In massis crassioribus, & minori celeritate præditis vires repulsivæ motum ulteriorem plerumque impediunt sine ullo impactu, & sensibilem etiam illam, ac apparentem compenetracionem excludunt; in tenuissimis & celerissimis, ut in luminis radiis per homogeneas substantias, vel per alios radios propagatis, evitatur per celeritatem ipsam, actionum exigua inæqualitas, ex circumjacentium punctorum inæquali distantia orta, ac liberrimus habetur progressus in omnes plagas sine ullo occurfus periculo, quod summam, & unicam difficultatem propagacionis luminis per substantiam emissam, & progredientem, penitus amovet. Sed de his jam satis.

§. IV.

De Spatio, & Tempore, ut a nobis cognoscuntur.

Ex Supplementis in L. I. Stat. §. VII.

LXII. **D**iximus in superiore Supplemento de spatio, ac tempore, ut sunt in se ipsis; superest, ut illud attingam, quod pertinet ad ipsa, ut cognoscuntur. Nos nequaquam immediate cognoscimus per sensus illos existendi modos reales, nec discernere possumus alios ab aliis. Sentimus quidem a discrimine idearum, quæ per sensus excitantur in animo, relationem determinatam distantie, & positionis, quæ e binis quibusque localibus existendi modis exoritur, sed eadem idea oriri potest ex innumeris modorum, sive punctorum realium loci binariis, quæ inducant relationes æqualium

distantiarum, & similiarum positionum tam inter se, quam ad nostra organa, & ad reliqua circumjacentia corpora. Nam bina materiæ puncta, quæ alicubi datam habent distantiam, & positionem indutam a binis quibusdam existendi modis, alibi possunt per alios binos existendi modos habere relationem distantie æqualis, & positionis similis, distantis nimirum ipsis existentibus parallelis. Si illa puncta, & nos, & omnia circumjacentia corpora mutant loca realia, ita tamen, ut omnes distantie æquales maneat, & prioribus parallele; nos easdem prorsus habebimus ideas, quin imo easdem ideas habebimus, si manentibus distantiarum magnitudinibus, directiones omnes in æquali angulo converterentur, adeoque æque ad se invicem inclinarentur, ac prius. Et si minuerentur etiam distantie illæ omnes, manentibus angulis, & manente illarum ratione ad se invicem, vires autem ex ea distantiarum mutatione non mutarentur, rite mutata virium scala illa, nimirum curva illa linea, per cuius ordinatas ipsæ vires exprimentur, nullam nos in nostris ideis mutationem haberemus.

LXIII. Hinc autem consequitur illud; si totus hic mundus nobis conspicuus motu parallelo promoveatur in plagam quamvis, & simul in quovis angulo convertatur, nos illum motum, & conversionem sentire non posse. Sic si cubiculi, in quo sumus, & camporum, ac montium tractus omnis motu aliquo telluris communi ad sensum simul convertatur; motum ejusmodi sentire non possumus; ideæ enim eadem ad sensum excitantur in animo. Fieri autem posset, ut totus itidem mundus nobis conspicuus in dies contraheretur, vel produceretur, scala virium tantundem contracta, vel producta; quod si fieret, nulla in animo nostro idearum mutatio haberetur, adeoque nullus ejusmodi mutationis sensus.

LXIV. Ubi vel objecta externa, vel nostra organa mutant illos suos existendi modos ita, ut prior illa æqualitas, vel similitudo non maneat, tum vero mutantur ideæ, & mutationis habetur sensus, sed ideæ eadem omnino sunt, sive objecta externa mutationem subeant, sive nostra organa, sive utrumque inæqualiter. Semper ideæ nostræ differentiam novi status a priore referent, non absolutam mutationem, quæ sub sensu non cadit. Sic sive astræ circa terram moveantur, sive terra motu contrario circa se ipsam nobiscum, eadem sunt ideæ, idem sensus. Mutationes absolutas nunquam sentire possumus, discrimen a priori forma sentimus. Cum autem nihil adest, quod nos de nostrorum organorum muta-

tio-

tione commoneat; tum vero nos ipsos pro immotis habemus communi præjudicio habendi pro nullis in se, quæ nulla sunt in nostra mente, cum non cognoscantur, & mutationem omnem objectis extra nos sitis tribuimus. Sic errat, qui in navi clausus se immotum censet, littora autem, & montes, ac ipsam undam moveri arbitratur.

LXV. Illud autem notandum imprimis ex hoc principio immutabilitatis eorum, quorum mutationem per sensum non cognoscimus, oriri etiam methodum, quam adhibemus in comparandis intervallorum magnitudinibus inter se, ubi id, quod pro mensura assumimus, habemus pro immutabili. Utimur autem hoc principio, *quæ sunt æqualia eidem, sunt æqualia inter se*, ex quo deducitur hoc aliud, ad ipsum pertinens, *quæ sunt æque multipla, vel submultipla alterius, sunt inter se æqualia*, & hoc alio, *quæ congruunt, æqualia sunt*. Assumimus ligneam, vel ferream decempedam, quam uni intervallo semel, vel centies applicatam si inveniamus congruentem, tum alteri intervallo applicatam itidem semel, vel centies itidem congruentem, illa intervalla æqualia dicimus. Porro illam ligneam, vel ferream decempedam habemus pro eodem comparationis termino post translationem. Si ea constaret ex materia prorsus continua, & solida, haberi posset pro eodem comparationis termino; at in mea punctorum a se invicem distantium sententia, omnia illius decempedæ puncta, dum transferuntur, perpetuo distantiam revera mutant. Distantia enim constituitur per illos reales existendi modos, qui mutantur perpetuo. Si mutantur ita, ut qui modi succedunt, fundent reales æqualium distantiarum relationes; terminus comparationis non erit idem, adhuc tamen æqualis erit, & æqualitas mensuratorum intervallorum rite colligetur. Longitudinem decempedæ in priore situ per illos priores reales modos constitutæ, cum longitudine in posteriore situ constituta per hosce posteriores, immediate inter se conferre nihilo magis possumus, quam illa ipsa intervalla, quæ mensurando conferimus. Sed quia nullam in translatione mutationem sentimus, quæ longitudinis relationem nobis ostendat, idcirco pro eadem habemus longitudinem ipsam. At ea revera semper in ipsa translatione non nihil mutabitur. Fieri posset, ut ingentem etiam mutationem aliquam subiret & ipsa, & nostri sensus, quam nos non sentiremus, & ad priorem restituta locum ad priori æqualem, vel similem statum rediret. Exigua tamen ali-

qua mutatio habetur omnino idcirco, quod vires, quæ illa materie puncta inter se nectunt, mutata positione ad omnia reliquarum mundi partium puncta, non nihil immutantur. Idem autem & in communi sententia accidit. Nullum enim corpus spatiolis vacat interjectis, & omnis penitus compressionis, ac dilatationis est incapax, quæ quidem dilatatio, & compressio saltem exigua in omni translatione omnino habetur: Nos tamen mensuram illam pro eadem habemus, cum, ut monui, nullam mutationem sentiamus.

LXVI. Ex his omnibus consequitur, nos absolutas distantias nec immediate cognoscere omnino posse, nec per terminum communem inter se comparare, sed æstimare magnitudines ab ideis, per quas eas cognoscimus, & mensuras habere pro communibus terminis, in quibus nullam mutationem factam esse vulgus censet. Philosophi autem mutationem quidem debent agnoscere, sed cum nullam violatæ notabili mutatione æqualitatis causam agnoscant, mutationem ipsam pro æqualiter facta habent.

LXVII. Porro licet, ubi puncta materie locum mutant, ut in decempeda translata, mutetur revera distantia, mutatis iis modis realibus, quæ ipsam constituunt; tamen si mutatio ita fiat, ut posterior illa distantia æqualis prorsus priori sit, ipsam appellabimus eandem, & nihil mutatam ita, ut eorundem terminorum æquales distantie dicantur distantia eadem, & magnitudo dicatur eadem, quæ per eas æquales distantias definitur, ut itidem ejusdem directionis nomine intelligantur binæ etiam directiones parallelæ; nec mutari distantiam, vel directionem dicemus in sequentibus, nisi distantie magnitudo, vel parallelismus mutetur.

LXVIII. Quæ de spatii mensura diximus, haud difficulter ad tempus transferentur, in quo itidem nullam habemus certam, & constantem mensuram. Desumimus a motu illam, quam possumus, sed nullum habemus motum prorsus æquabilem. Multa, quæ huc pertinent, & quæ ad idearum ipsarum naturam & successionem spectant, diximus in notis. Unum hic addo, in mensura temporis, ne vulgus quidem censere ab uno tempore ad aliud tempus eandem temporis mensuram transferri. Videt aliam esse, sed æqualem supponit ob motum suppositum æqualem. In mensura locali æque in mea sententia, ac in mensura temporaria impossibile est certam longitudinem, ut certam durationem e sua sede abducere in aliterius sedem, ut binorum comparatio habeatur per

tertium. Utrobique alia longitudo, ut alia duratio substituitur, quæ priori illi æqualis censetur, nimirum nova realia punctorum ejusdem decempedæ loca novam distantiam constituentia, ut novus ejusdem styli circuitus, sive nova temporaria distantia inter bina initia, & binos fines. In mea Theoria eadem prorsus utrobique habetur analogia spatii, & temporis. Vulgus tantummodo in mensura locali eundem haberi putat comparationis terminum, Philosophi ceteri fere omnes eundem saltem haberi posse per mensuram perfecte solidam & continuam; in tempore tantummodo æqualem; ego vero utrobique æqualem tantum agnosco, nusquam eandem.

§. V.

De æquilibrio binarum massarum connexarum invicem per bina alia puncta. Ex Synopsi Physicæ Generalis
P. Caroli Benvenuti a Num. 146.

LXIX. **C**ontinetur autem, quod pertinet ad momentum in veste, & ad æquilibrium, sequentis problematis solutione. Sit in Fig. 75 quivis numerus punctorum materiæ in A, qui dicatur A, in D quivis alius, qui dicatur D, & puncta ea omnia secundum directiones AZ, DX parallelas rectæ datæ CF sollicitentur simul viribus, quæ sint æquales inter omnia puncta sita in A, iidem inter omnia sita in D, licet vires in A sint utcumque diversæ a viribus in D. Sint autem in C & B bina puncta, quæ in se invicem, & in illa puncta sita in A & D mutuo agant, ac ejusmodi mutuis actionibus impediri debeat omnis actio virium illarum in A & D, & omnis motus puncti B; motus autem puncti C impediri debeat actione contraria fulcri cujusdam, in quod ipsum agat secundum directionem compositam ex actionibus omnium virium, quas habet; quaeritur ratio, quam habere debent summæ virium A & D ad hoc, ut habeatur id æquilibrium, & quantitas, ac directio vis, qua fulcrum urgeri debet a puncto C.

LXX. Exprimant AZ, DX vires illas parallelas singulorum punctorum positorum in A & D. Ut ipsæ elidantur, debebunt in iis haberi vires AG, DK contrariæ & æquales ipsis AZ, DX. Quoniam eæ debent oriri a solis actionibus punctorum C & B agentium in A secundum rectas AC, AB, & in D secundum re-
ctas

etas DC, DB, ductis ex G rectis GI, GH parallelis BA, AC usque ad rectas AC, BA, & ex K rectis KM, KL parallelis BD, DC, usque ad rectas DC, BD, patet, in A vim AG debere componi ex viribus AI, AH, quarum prima quodvis punctum in A repellat a C, secunda attrahat ad B; & in D vim DK componi itidem ex viribus DM, DL, quarum prima quodvis punctum situm in D repellat a C, secunda attrahat ad B. Hinc ob actionem reactioni æqualem debet punctum C repelli a quovis puncto sito in A secundum directionem AC vi æquali IA, & a quovis puncto sito in D secundum directionem DC vi æquali MD; punctum vero B debet attrahi a quovis puncto sito in A secundum directionem BA vi æquali HA, & a quovis puncto sito in D vi æquali LD. Habebit igitur punctum C ex actione punctorum in A & D binas vires, quarum altera aget secundum directionem AC, & erit æqualis IA ductæ in A, altera aget secundum directionem DC, & erit æqualis MD ductæ in D. Punctum vero B itidem binas, quarum altera aget secundum directionem BA, & erit æqualis HA ductæ in A, altera aget secundum directionem BD, & erit æqualis LD ductæ in D.

LXXI. Porro vis composita ex illis binis, quibus urgetur punctum B, elidi debet ab actione mutua inter ipsam, & C; quare debet habere directionem rectæ BC in casu, quem exhibet figura, in quo C jacet in angulo ABD; nam si angulus ABD hiatum obverteret ad partes oppositas, ut C jaceret extra angulum, ea haberet directionem CB, & reliqua omnis demonstratio rediret eodem. Punctum autem C ob actionem & reactionem æquales debet habere vim æqualem, & contrariam illi, quam exercet B, adeoque vim æqualem, & ejusdem directionis cum vi, quam e prioribus illis binis compositam habet punctum B; nempe debet habere binas vires æquales, & directionis ejusdem cum viribus illam componentibus, nimirum vim secundum directionem parallelam BA æqualem ipsi HA ductæ in A, & vim secundum directionem parallelam BD æqualem ipsi LD ductæ in D. Habebit igitur quodvis punctum A binas vires AI, AH; quodvis punctum D binas vires DM, DL; punctum B binas vires, quarum altera dirigitur ad A, & æquabitur HA ductæ in A, altera dirigitur ad D, & æquabitur LD ductæ in D, ex quibus componi debet vis agens secundum rectam BC; & demum habebit punctum C vires quatuor, quarum prima dirigitur ad partes AC, & erit æqualis

IA ductæ in A; secunda ad partes DC, & erit æqualis MD ductæ in D, tertia habebit directionem parallelam BA, & erit æqualis HA ductæ in A; quarta habebit directionem BD, & erit æqualis LD ductæ in D; ac ipsum punctum C urgebit fulcrum vi composita ex illis quatuor, quæ omnia, si habeatur ratio directionis rectorum secundum ordinem, quo enunciuntur per literas, hæc reducuntur:

Quodvis punctum A habebit vires binas - - - AI, AH
 Quodvis punctum D vires binas - - - DM, DL
 Punctum B binas - - - A×AH, D×LD
 Punctum C quatuor - - A×IA, D×MD, A×HA, D×LD.

LXXII. Exprimat jam recta BC magnitudinem vis compositæ e binis CN, CR parallelis DB, AB; expriment BN, BR magnitudinem virium illarum componentium, cum expriment earum directiones, adeoque RC, NC ipsis æquales & parallele expriment vires illas tertiam & quartam puncti C. Producantur autem DC, AC, donec occurrant in O & T rectis ex N & R parallelis ipsi CF, sive ipsis GAZ, KDX, & demittantur AF, DE, NQ, RS perpendiculara in ipsam FC productam, qua opus est, quæ occurrat rectis AB, DB in V, P.

LXXIII. In primis ob singula latera singulis lateribus parallela erunt similia triangula IAG, CTR, & triangula MDK, CON. Quare erit ut IG sive AH, ad CR, sive NB, vel A×AH, nimirum ut 1 ad A, ita AG ad TR, & ita AI ad TC. Erit igitur TR æqualis GA, sive AZ ductæ in A; & CT æqualis IA ductæ in A, adeoque illa exprimet summam omnium virium AZ omnium punctorum in A; hæc vim illam primam puncti C, nimirum A×IA. Eodem profus argumento, cum sit MK, sive DL ad CN, sive RB, vel D×DL, nimirum 1 ad D, ita DK ad ON, & ita DM ad OC, erit NO æqualis KD, sive DX ductæ in D, & OC æqualis MD ductæ in D; adeoque illa exprimet summam omnium virium DX omnium punctorum in D, hæc vim illam secundam puncti C, nimirum D×DM. Quare jam erunt

Summa virium parallelarum in A - - - TR
 Summa virium parallelarum in D - - - NO
 Binæ vires in B - - - BN, BR
 Quatuor vires in C - - - CT, OC, RC, NC

LXXIV. Jam vero patet, ex tertia RC, & prima CT componi vim RT æqualem summæ virium parallelarum A; & ex quarta NC,

NC, ac secunda OC componi vim NO æqualem summæ virium parallelarum in D. Quare patet, ab unico puncto C fulcrum urgeri vi, quæ eandem directionem habeat, quam habent vires parallelæ in A & D, & æquatur earum summæ, nimirum urgeri eodem modo, quo urgetur, si omnia illa puncta, quæ sunt in D & A, cum his viribus essent in C, & fulcrum per se ipsa immediate urgerent.

LXXV. Præterea ob parallelismum itidem omnium laterum similia erunt triangula 1^{mo} CNO, DPC; 2^{do} CNQ, PDE; 3^{to} CPR, VCN; 4^o CRS, VNQ; 5^{to} CVA, TCR; 6^{to} XAF, CRS. Ea exhibent sequentes sex proportiones, quarum binæ singulis versibus continentur

$$ON . CP :: NC . PD :: NQ . DE$$

$$CP . CV :: CR . NV :: RS . NQ$$

$$CV . RT :: VA . RC :: AF . RS$$

Porro ex iis componendo primas, & postremas, ac demendo in illis CP, CV; in his QN, RS communes tam antecedentibus, quam consequentibus, fit ex æqualitate nimirum perturbata ON . RT :: AF . DE. Nempe summa omnium virium parallelarum in D, cui æquatur ON, ad summam omnium in A, cui æquatur RT; ut e contrario distantia harum perpendicularis AF a recta CF ducta per fulcrum directioni virium earundem parallela, ad illarum perpendicularem distantiam ab eadem. Quare habetur determinatio eorum omnium, quæ quærebantur.

Porro applicatio ad vectem est similis illi, quæ habetur hic post æquilibrium trium massarum.



I N D E X.

P A R S I.

	Pag.	Num.
Introductio	1	1
Expositio Theoriæ	4	7
Occasio inveniendæ, & ordo, ac analytica deductio inventæ Theoriæ	8	16
Lex continuitatis quid sit	15	32
Ejus probatio ab inductione: vis inductionis	17	32
Ejusdem probatio metaphysica	24	48
Ejus applicatio ad excludendum immediatum contactum	31	63
Deductio legis virium, & determinatio curvæ eam exprimentis	37	73
Primorum elementorum materiæ indivisibilitas, & inextensio	41	81
Eorundem homogeneitas	46	90
Objectiones contra vires in genere, & contra hanc virium legem	50	99
Objectiones contra hanc constitutionem primorum elementorum materiæ	66	130

P A R S II.

Applicatio Theoriæ ad Mechanicam.

Argumentum hujus partis	86	
Consideratio curvæ virium	86	165
De arcibus	86	167
De arcibus	89	172
De appulsibus ad axem, & recessibus in infinitum, ubi de limi- tibus virium	92	178
De combinationibus punctorum, & primo quidem de systemate punctorum 2	96	188
De systemate punctorum 3	103	203
De systemate punctorum 4	124	237
De massis, & primo quidem de centro gravitatis, ubi etiam de viribus quotcumque generaliter componendis	125	239
De æqualitate actionis, ac reactionis	140	264
De collisionibus corporum & incurfu in planum immobile	140	265
Exclusio veræ virium resolutionis	148	278
De compositione, & imaginaria resolutione virium, ubi aliquid etiam de Viribus vivis	153	288
De continuate servata in variis motibus, ubi quædam de colli- sionibus, de reflexionibus, & refractionibus motuum	155	295
De systemate trium massarum	160	306
Theoremata pertinentia ad directiones virium compositarum in singulis	160	307
Theoremata pertinentia ad ipsarum virium magnitudines	163	312
Centrum æquilibrî, & vis in fulcrum inde	166	320
Momenta pro machinis, & omnia vestium genera inde itidem	168	324
Centrum itidem oscillationis	170	327
Centrum etiam percussionis	176	343
Multa huic Theoriæ communia cum aliis hic tantummodo indicata	177	346
De fluidorum pressione	178	347
De velocitate fluidi erumpentis	181	353

I N D E X.

P A R S III.

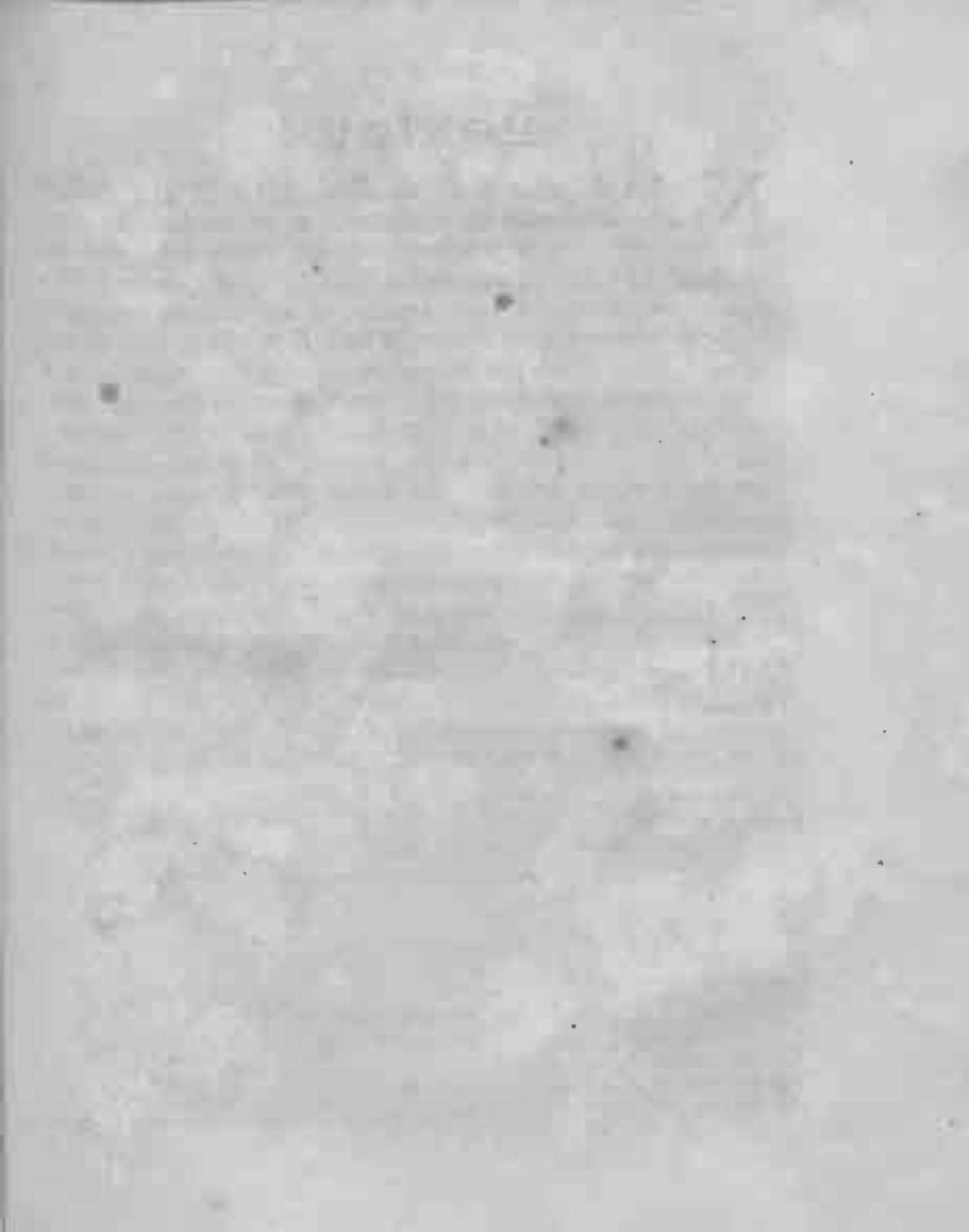
	<i>Applicatio Theoria ad Physicam.</i>	<i>Pag.</i>	<i>184</i>	<i>Num.</i>
Argumentum hujus partis	-	-	-	-
Impenetrabilitas	-	-	184	357
Extensio ejusmodi sit in hac Theoria, ubi de Geometria	-	-	184	359
Figurabilitas, ubi de mole, massa, densitate	-	-	189	366
Mobilitas, & continuïtas motuum	-	-	192	370
Æqualitas actionis, & reactionis	-	-	197	376
Divisibilitas quæ sit: componibilitas æquivalens divisibilitati in infinitum	-	-	200	384
Immutabilitas primorum materiæ elementorum	-	-	201	386
Gravitas	-	-	203	393
Cohesio	-	-	204	394
Discrimina inter particulas	-	-	208	401
Soliditas, & fluiditas	-	-	215	414
Virgæ rigidæ, flexiles, elasticæ, fragiles	-	-	218	421
Viscositas	-	-	224	431
Certæ quorundam corporum figuræ	-	-	225	433
De fluidorum resistentia	-	-	225	434
De elasticis, & mollibus	-	-	228	437
Ductilitas, & Malleabilitas	-	-	230	441
Densitas indifferens ad omnes proprietates	-	-	231	443
Vulgaria, & elementa quid sint	-	-	232	444
De operationibus chemicis singillatim	-	-	232	444
De natura ignis	-	-	233	446
De lumine, ubi de omnibus ejus proprietatibus, ac de Phosphoris	-	-	242	462
De sapore, & odore	-	-	244	466
De sono	-	-	264	498
De tactu, ubi de frigore, & calore	-	-	264	499
De electricitate, ubi de analogia, & differentia materiæ electricæ, & igneæ	-	-	267	502
De Magnetismo	-	-	270	506
Quid sit materia, forma, corruptio, alteratio	-	-	273	509
	-	-	274	511

APPENDIX.

	<i>Ad Metaphysicam pertinens</i>	280	520
De Anima	-	280	521
De DEO	-	285	530

SUPPLEMENTA.

§. I. Solutio analytica Problematis determinantis naturam legis virium	-	-	296	1
§. II. Contra vires in minimis distantibus attractivas, & excrecentes in infinitum	-	-	302	36
§. III. De Spatio & Tempore	-	-	306	45
§. IV. De Spatio & Tempore ut a nobis cognoscuntur	-	-	315	62
§. V. De Æquilibrio binarum massarum connexarum invicem per bina alia puncta	-	-	319	69



MONITUM.

NOtandum diligenter illud: ubi Num. 361, & 414 quatuor puncta disponuntur in quadratum, ac ex quadratorum serie sit velum, ex cuborum serie murus quidam omnino impenetrabilis; ac Num. 435 ex cuborum itidem serie particula quævis solida, figuræ tenacissima, ac impenetrabilis; ut res accurate procedat, requiruntur præter binas asymptotos inter se proximas, quæ ab initio abscissarum distent per intervallum æquale lateri quadrati, aliæ binæ ejusmodi, quæ distent per intervallum æquale diametro ejusdem quadrati; potest enim aliter quadratum abire in rhombum, non mutata laterum magnitudinis, adeoque potest cum solis hinc asymptotis mutari figura. Per unicum tamen binarium asymptotorum res æque bene perfici potest, adhibendo in plano seriem triangulorum æquilaterorum pro velo, & aliud velum ejusmodi pro muro ponendo ita parallelum priori, ut singula prioris puncta sint vertices pyramidum regularium, habentium basin in totidem triangulis posterioris; ac eodem pacto per triangula solidissimæ fieri possunt particule. Velum etiam constans quadratis, & murus cubis, erit fortissimus, si extrema puncta angulorum immota sint; neque enim quadrata possunt abire in rhombos, nisi velum contrahatur. Sed hæc ad accuratiorem determinationem inuisse sit satis.

EPISTOLA

P. ROGERII JOS. BOSCOVICH

SOCIETATIS JESU

AD

P. CAROLUM SCHERFFER

EJUSDEM SOCIETATIS.

Reverende in Christo Pater!

IN meo discessu Vienna reliqui apud Reverentiam vestram imprimendum opus, cujus conscribendi occasionem præbuit Systema trium massarum, quarum vires mutue Theoremata exhibuerunt, & elegantia, & fecunda, pertinentia tam ad directionem, quam ad rationem virium compositarum e binis in massis singulis. Ex iis Theorematis evolvi nonnulla, quæ in ipso primo inventionis actu, & scriptionis fervore quodam, atque impetu se se obtulerunt. Sunt autem & alia, potissimum nonnulla ad centrum percussionis pertinentia ibi attactum potius, quam pertractatum, quæ mihi deinde occurrerunt & in itinere, & hic in Hetruria, ubi me negotia mihi commissa detinuerunt hucusque, quæ quidem ad Reverentiam vestram transmittenda censui, ut si forte satis mature advenerint, ad calcem operis addi possint; pertinent enim ad complementum eorum, quæ ibidem exposui, & ad alias sublimiores, ac utilissimas perquisitiones viam sternunt.

Inprimis ego quidem ibi consideravi directiones virium in eodem illo plano, in quo jacent tres massæ, & idcirco ubi Theoremata applicavi ad centrum æquilibrii, & oscillationis pro pluribus etiam massis, restrinxi Theoriam ad casum, in quo omnes massæ jaceant in eodem plano perpendiculari ad axem conversionis. In nonnullis Scholiis tantummodo innui, posse rem transferri ad massas, utcumque dispersas, si eæ reducantur ad id planum per rectas perpendiculares plano eidem; sed ejus applicationis per ejusmodi redu-

tionem nullam exhibui demonstrationem, & affirmavi, requiri systema quatuor massarum ad rem generaliter pertractandam.

At admodum facile demonstratur ejusmodi reductionem rite fieri, & sine nova peculiari Theoria massarum quatuor generalis habetur applicatio tenui extensione Theoriæ massarum trium. Nimirum si concipiatur planum quodvis, & vires singulæ resolvantur in duas, alteram perpendicuarem plano ipsi, alteram parallelam; priorum summa elidetur, cum orientur e viribus mutuis contrariis, & æqualibus, quæ ad quamcunque datam directionem redactæ æquales itidem remanent, & contrariæ, evanescente summa; posteriores autem componentur eodem prorsus pacto, quo componerentur, si massæ per illas perpendiculares vires reducerentur ad illud planum, & in eo essent, ibique vires haberent æquales redactas ad directionem ejusdem plani, quarum oppositio & æqualitas redderet eandem figuram, & eadem Theorematia, quæ in opere demonstrata sunt pro viribus jacentibus in eodem plano, in quo sunt massæ. Porro hæc consideratio extendet Theoriam æquilibrii, & centri oscillationis ad omnes casus, in quibus systema quodvis concipitur connexum cum unico puncto axis rotationis, ut ubi globus vel systema quocunque massarum invicem connexarum oscillat suspensum per punctum unicum.

Quod si sint quatuor massæ, & concipiatur planum perpendiculare rectæ transeunti per binas ex iis, ac fiat resolutio eadem, quæ superius; res iterum eodem recidet; nam illæ binæ massæ ita in illud planum projectæ, coalescent in massam unicam, & vires ad reliquas binas massas pertinentes habebunt ad se invicem eas rationes, quæ pro systemate trium massarum deductæ sunt. Hinc ubi systema massarum utcumque dispersarum converti debet circa axem aliquem, sive de æquilibrii centro agatur, sive de centro oscillationis, sive de centro percussionis, licebit considerare massas singulas connexas cum binis punctis utcumque assumptis in axe, & cum alio puncto, vel massa quavis utcumque assumpta, vel concepta intra idem systema, & habebitur omnium massarum nexus mutuis, ac applicatio ad omnia ejusmodi centra habebitur eadem, concipiendo tantummodo massas singulas redactas ad planum perpendiculare per rectas ipsi axi parallelas.

Sic ex. gr. ubi agitur de centro oscillationis, quæ pro massis existentibus in unico plano perpendiculari ad axem rotationis proposui ac demonstravi respectu puncti suspensionis, & centri gravitatis, traducentur ad massas quascunque, utcunque dispersas respectu axis, & respectu rectæ parallelæ axi ductæ per centrum gravitatis, quam rectam Hugenius appellat axem gravitatis. Nimirum centrum oscillationis jacebit in recta perpendiculari axi rotationis transeunte per centrum gravitatis, ac ad habendam ejus distantiam ab axe eodem, sive longitudinem penduli isochroni, satis erit ducere massas singulas in quadrata suarum distantiarum perpendicularium ab eodem axe, & productorum summam dividere per factum ex summa massarum, & distantia perpendiculari centri gravitatis communis ab ipso axe. Rectangulum autem sub binis distantis centri gravitatis ab axe conversionis, & a centro oscillationis erit æquale summæ omnium productorum, quæ habentur, si massæ singulæ ducantur in quadrata suarum distantiarum perpendicularium ab axe gravitatis, divisæ per summam massarum. Si enim omnes massæ reducantur ad unicum planum perpendicularare axi conversionis, abit is totus axis in punctum suspensionis, totus axis gravitatis in centrum gravitatis, & singulæ distantie perpendicularares ab iis axibus evadunt distantie ab iis punctis; unde patet generalem Theoriam reddi omnem per solam applicationem systematis massarum trium rite adhibitam.

Quod ad centrum oscillationis pertinet, erui potest aliud Corollarium, præter illa, quæ proposui, quod summo sæpe usui esse potest; est autem ejusmodi. Si plurium partium systematis compositarum ex massis quotcumque, utcunque dispersis inventa fuerint seorsim centra gravitatis, & centra oscillationis respondentia dato puncto suspensionis, vel dato axi conversionis, inveniri poterit centrum oscillationis commune, ducendo singulæ partium massas in distantias perpendicularares sui cujusque centri gravitatis ab axe conversionis, & centri oscillationis cujusvis ab eodem, & dividendo productorum summam per massam totius systematis ductam in distantiam centri gravitatis communis ab eodem axe. Hoc Corollarium deducitur ex formula generali eruta in ipso opere pro centro oscillationis, quæ respondet Figuræ 63 exprimenti unicam massam A ex pluribus quotcumque, quæ concipi possint ubicunque: exprimit autem ibidem P punctum suspensionis, vel axem conversionis, G centrum gravitatis, Q centrum oscillationis, M summam massarum A+B+C &c, & formula est $PQ = \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{M \times GP}$.

Nam ex ejusmodi formula est $M \times GP \times PQ = A \times AP^2 + B \times BP^2$ &c. Quare si singularum partium massæ M ducantur in suas binas distantias GP , PQ ; habetur in singulis summa omnium $A \times AP^2 + B \times BP^2$ &c. Summa autem omnium ejusmodi summarum debet esse numerator pro formula pertinente ad totum systema, cum oporteat singulas totius systematis massas ducere in sua cujusque quadrata distantiarum ab axe. Igitur patet numeratorem ipsum rite haberi per summam productorum $M \times GP \times PQ$ pertinentium ad singulas systematis partes, uti in hoc novo Corollario enunciatur.

Ufus hujus Corollarii facile patebit. Pendeat ex. gr. globus aliquis suspensus per filum quoddam. Pro globo jam constat centrum gravitatis esse in ipso centro globi, & constat itidem, ac e superioribus etiam Theorematis facile deducitur, centrum oscillationis jacere infra centrum globi per $\frac{2}{3}$ tertiæ proportionalis post distantiam puncti suspensionis a centro globi, & radius; pro filo autem considerato ut recta quadam habetur centrum gravitatis in medio ipso filo, & centrum oscillationis, suspensione facta per fili extremum, est in fine secundi trientis longitudinis ejusdem fili, quod itidem ex formula generali facillime deducitur. Inde centrum oscillationis commune globi & fili nullo negotio definietur per Corollarium superius.

Sit Longitudo fili a , massa seu pondus b , radius globi r , massa seu pondus p , distantia centri gravitatis fili ab axe conversionis erit $\frac{1}{2} a$: Distantia centri oscillationis ejusdem $\frac{2}{3} a$. Quare productum illud pertinens ad filum erit $\frac{1}{3} a^2 b$. Pro globo erit distantia centri gravitatis $a+r$, quæ ponatur $=m$; Distantia centri oscillationis erit $m + \frac{2}{3} \times \frac{r^2}{m}$. Quare productum pertinens ad globum erit $m^2 p + \frac{2}{3} r^2$. Horum summa est $m^2 p + \frac{2}{3} r^2 + \frac{1}{3} a^2 b$. Porro cum centra gravitatis fili, & globi jaceant in directum cum puncto suspensionis, ad habendam distantiam centri gravitatis communis ductam in summam massarum satis erit ducere singularum partium massas in suorum centrorum distantias, ac habebitur $mp + \frac{1}{2} a b$. Quare formula pro centro oscillationis utriusque simul, erit

$$\frac{m^2 p + \frac{2}{3} r^2 + \frac{1}{3} a^2 b}{mp + \frac{1}{2} a b}.$$

Hic autem notandum illud, ad centrum oscillationis commune habendum non licere singularum partium massas concipere, ut collectas in suis singulas aut centris oscillationis, aut centris gravitatis. In primo casu numerator colligeretur ex summa omnium productorum, quæ fierent ducendo singulas massas in quadrata distantiarum centri oscillationis sui; in secundo in quadrata distantiarum sui centri gravitatis. In illo nimirum haberetur plus justo, in hoc minus. Sed nec possunt concipi ut collectæ in aliquo puncto intermedio, cujus distantia sit media continue proportionalis inter illas distantias; nam in eo casu numerator maneret idem, at denominator non esset idem, qui ut idem perseveraret, oporteret concipere massas singulas collectas in suis centris gravitatis, non ultra ipsa. Inde autem patet, non semper licere concipere massas ingentes in suo gravitatis centro, & idcirco, ubi in Theoria centri oscillationis, vel percussionis dico massam existentem in quodam puncto, intelligi debet, ut monui in ipso opere, tota massa ibi compenetrata, vel concipi massula extensionis infinitesimæ, ut massæ compenetratæ in unico sup puncto æquivalet.

Quod attinet ad centrum percussionis, id attingi tantummodo determinando punctum systematis massarum jacentium in recta quadam, & libere gyrantis, cujus puncti impedito motu sistitur motus totius systematis. Porro æque facile determinatur centrum percussionis in eo sensu acceptum pro quovis systemate massarum utcumque dispositarum, & res itidem facile perficitur, si aliæ diversæ etiam centri percussionis ideæ adhibeantur. Rem hic paullo diligentius persequar.

Inprimis ut agamus de eadem centri percussionis notione, moveatur libere systema quodcumque ita inter se connexum, ut ejus partes mutare non possint distantias a se invicem. Centrum gravitatis totius systematis vel quiescet, vel movebitur uniformiter in directum, cum per theorema inventum a Newtono, & a me demonstratum in ipso opere, actiones mutuae non turbent statum ipsius: systema autem totum sibi relictum vel movebitur motu eodem parallelo, vel convertetur motu æquali circa axem datum transeuntem per ipsum centrum gravitatis, & vel quiescentem cum ipso centro vel ejusdem uniformi motu parallelo delatum simul, quod itidem demonstrari potest haud difficulter.

Inde autem colligitur illud, in motu totius systematis composito ex motu uniformi in directum, & ex rotatione circulari, circa axem itidem translatum haberi semper rectam quandam pertinentem ad systema, nimirum cum eo connexam, pro quovis tempusculo suam, quæ illo tempusculo maneat immota, & circa quam, ut circa quendam axem immotum convertatur eo tempusculo totum systema. Concipiatur enim planum quodvis transiens per axem rotationis circularis, & in eo plano sit recta quævis axi parallela; ea convertetur circa axem velocitate eo majore, quo magis ab ipso distat. Erit igitur aliqua distantia ejus rectæ ejusmodi, ut velocitas conversionis æquetur ibi velocitati, quam habet centrum gravitatis cum axe translato; & in altero e binis appulsibus ipsius rectæ parallelæ gyrantis cum systemate ad planum perpendiculare ei plano, quod axis uniformiter progrediens describit, ejus rectæ motus circularis fiet contrarius motui axis ipsius, adeoque motui, quo ipsa axem comitatur, cui cum ibi & æqualis sit, motu altero per alterum eliso, ea recta quiescet illo tempusculo, & systema totum motu composito gyraabit circa ipsam. Nec erit difficile dato motu centri gravitatis, & binarum massarum non jacentium in eodem plano transeunte per axem rotationis, invenire positionem axis, & hujus rectæ immotæ pro quovis dato momento temporis.

Quæraturn jam in ejusmodi systemate punctum aliquod, cujus motus, si per externam vim impediatur, debeat mutuis actionibus sisti motus totius systematis, quod punctum, si uspiam fuerit, dicatur centrum percussiois. Concipiantur autem massæ omnes translatae per rectas parallelas rectæ illi manenti immotæ tempusculo, quo motus sistitur, quam rectam hic appellabimus axem rotationis, in planum ipsi perpendiculare transiens per centrum gravitatis, & in Figura 64 exprimaturn id planum ipso plano schematis; sit autem ibidem P centrum rotationis, per quod transeat axis ille, sit G centrum gravitatis, & A una ex massis. Consideretur quoddam punctum Q assumptum in ipsa recta PQ, & aliud extra ipsam, ac singularum massarum motus concipiatur resolutus in duos, alterum perpendicularem rectæ PG agentem directione Aa, alterum ipsi parallelum agentem directione PG, ac velocitas absoluta puncti Q dicatur V.

Erit $PQ. PA :: V. \frac{PA \times V}{PQ}$, quæ erit velocitas absoluta massæ A .

Erit autem $PA. Pa :: \frac{PA}{QA} \times V. \frac{Pa}{QA} \times V$, quæ erit velocitas secundum directionem Aa , & $PA. Aa :: \frac{PA}{PQ} \times V. \frac{Aa}{PQ} \times V$, quæ erit

velocitas secundum directionem PG . Nam in compositione & resolutione motuum, si rectæ perpendiculares directionibus motus compositi, & binorum componentium, sunt velocitates ut latera ejus trianguli ipsis respondentia, velocitas autem absoluta est perpendicularis ad AP . Inde vero bini motus secundum eas duas directiones erunt $\frac{Pa}{PQ} \times A \times V$, & $\frac{Aa}{PQ} \times A \times V$.

Jam vero summa omnium $\frac{Aa}{PQ} \times A \times V$ est zero, cum ob naturam centri gravitatis summa omnium $Aa \times A$ sit æqualis zero, & $\frac{V}{PQ}$ sit

quantitas data. Quare si per vim externam applicatam cuidam puncto Q , & mutuas actiones sistatur summa omnium motuum $\frac{Pa}{PQ}$

$\times A \times V$, sistetur totus systematis motus, reliqua summa elisa per solas vires mutuas, quarum nimirum summa est itidem zero.

Ut habeatur id ipsum punctum Q , concipiatur quævis massa A connexa cum eo, & cum puncto P , vel cum massis ibidem conceptis, & summa omnium motuum, qui ex nexu derivantur in Q , dum extinguitur is motus in omnibus A , debet elidi per vim externam; summa vero omnium provenientium in P , ubi nulla vis externa agit, debet elidi per se se. Hæc igitur posterior summa erit investiganda, & ponenda = 0.

Porro posito radio = 1 est ex Theoremate trium massarum ut $P \times PQ \times 1$ ad $A \times AQ \times \sin QAa$, sive ut $P \times PQ$ ad $A \times Qa$, ita actio in A secundum directionem perpendicularem ad $PQ = \frac{Pa}{PQ}$

$\times V$ ad actionem in P secundum eandem directionem, quæ evadit $A \times$

$\frac{A \times Q A \times P a}{P \times P Q^2} \times V$, nimirum ob $Q a = P Q - P a$, erit actio in $P =$

$\frac{A \times P Q \times P a - A \times P a^2}{P \times P Q^2} \times V$. Cum harum summa debeat æquari

zero demptis communibus $\frac{V}{P \times P Q^2}$, æquabuntur positiva negativis,

nimirum posita f pro characteristica summæ, habebitur $f. A \times P Q$
 $\times P a = f. A \times P a^2$, sive $P Q = f. \frac{A + P a^2}{f. A \times P a}$ vel ob $f. A \times P a$

$= M \times P G$, posito ut prius M pro summa massarum, fiet $P Q =$
 $\frac{f. A \times P a^2}{M \times P G}$, qui valor datur ob datas omnes massas A , datas omnes

rectas $P a$, ac datam $P G$. *Q. E. F.*

Corollarium I. Quoniam $a P$ æquatur distantie perpendiculari $A a$ a plano transeunte per P perpendiculari ad rectam $P G$, habebitur hujusmodi Theorema. *Distantia centri percussionis ab axe rotationis in recta ipsi axi perpendiculari transeunte per centrum gravitatis habebitur duccendo singulas massas in quadrata fuerunt distantiarum perpendicularium a plano perpendiculari eidem rectæ transeunte per axem ipsum rotationis, ac dividendo summam omnium ejusmodi productorum per factum ex summa massarum in distantiam perpendicularem centri gravitatis communis ab eodem plano.*

Corollarium II. Si massæ jaceant in eodem unico plano quovis transeunte per axem; A & a congruunt, adeoque distantie $P a$ sunt ipsæ distantie ab axe. Quamobrem in hoc casu formula hæc inventa pro centro percussionis congruit prorsus cum formula inventa pro centro oscillationis, & ea duo centra sunt idem punctum, si axis rotationis sit idem, adeoque in eo casu transferenda sunt ad centrum percussionis, quæcunque pro centro oscillationis sunt demonstrata.

Corollarium III. Si aliqua massa jaceat extra ejusmodi planum pertinens ad aliam quampiam, erit ibi $P a$ minor, quam $P A$, adeoque centrum percussionis distabit minus ab axe rotationis, quam distet centrum oscillationis.

Corollarium IV. In formula generali $PG = \int \frac{A \times Pa^2}{M \times GP}$

habetur $Pa^2 = PG^2 + Ga^2 - 2PQ \times Ga$. Porro $\int \frac{A \times 2PG \times Ga}{M \times PG}$ evanescit ob evanescentem $\int \frac{A \times Ga^2}{M \times PG}$ est PG .

Quare fit $PQ = PG + \int \frac{A \times Ga^2}{M \times PG}$ & $GQ = \int \frac{A \times Ga^2}{M + PG}$. Inde

autem deducuntur sequentia Theoremata affinia similibus pertinentibus ad centrum oscillationis deductis in ipso opere.

Si impressio ad sistendum motum fiat in recta perpendiculari axi rotationis transeunte per centrum gravitatis, centrum gravitatis jacet inter centrum percussionis, & axem rotationis. Nam PQ evasit major quam PG .

Productum sub binis distantis illius ab his est constans, ubi axis rotationis sit in eodem plano quovis transeunte per centrum gravitatis cum eadem directione in quacunque distantia ab ipso centro gravitatis. Nam ob $GQ = \int \frac{A \times Ga^2}{M \times PG}$, erit $GQ \times PG = \int \frac{A \times Ga^2}{M}$.

In eo casu punctum axis pertinens ad id planum, & centrum percussionis reciprocantur; cum nimirum productum sub binis eorum distantis a constanti centro gravitatis sit constans.

Abeunte axe rotationis in infinitum, ubi nimirum totum systema moveretur tantummodo motu parallelo, centrum percussionis abit in centrum gravitatis. Nam altera e binis distantis excrecente in infinitum, debet altera evanescere. Porro is casus accidit semper etiam, ubi omnes massae abeunt in unum punctum, quod erit tum ipsum gravitatis centrum totius systematis, & progredietur sine rotatione ante percussionem.

Abeunte axe rotationis in centrum gravitatis, nimirum quiescente ipso gravitatis centro, centrum percussionis abit in infinitum, nec ulla percussione applicata unico puncto motus sisti potest. Nam e contrario altera distantia evanescente, altera abit in infinitum.

Corollarium V. Centrum percussionis debet jacere in recta perpendiculari ad axem rotationis transeunte per centrum gravitatis. Id evincitur per quartum e superioribus Theorematis. Solutio problematis adhibita exhibet solam distantiam centri percussio-

nis ab axe illo rotationis. Nam demonstratio manet eadem, ad quodcumque planum perpendiculare axi reducantur per rectas ipsi axi parallelas & massæ omnes, & ipsum centrum gravitatis commune, adeoque inde non haberetur unicum centrum percussio- nis, sed series eorum continua parallela axi ipsi, quæ abeunte axe rotationis ejus directionis in infinitum, nimirum cessante conver- sione respectu ejus directionis, transit per centrum gravitatis juxta id Theorema. Porro si concipiatur planum quodvis perpen- diculare axi rotationis, omnes massæ respectu rectarum perpen- dicularium axi priori in eo jacentium rotationem nullam habent, cum distantiam ab eo plano non mutant, sed ferantur secundum ejus directionem, adeoque respectu omnium directionum priori axi perpendicularem jacentium in eo plano res eodem modo se habet, ac si axis rotationis cujusdam ipsas respicientis in infinitum distet ab earum singulis, & proinde respectu ipsarum debet cen- trum percussio- nis abire ad distantiam, in qua est centrum gravita- tis, nimirum jacere in eo planorum parallelorum omnes ejusmodi directiones continentium, quod transit per ipsum centrum gravi- tatis; adeoque ad sistendum penitus omnem motum, & ne pars altera procurrat ultra alteram, & eam vincat, debet centrum percus- sio- nis jacere in plano perpendiculari ad axem transeunte per centrum gravitatis, & debent in solutione problematis omnes massæ reduci ad id ipsum planum, ut præstitimus, non ad aliud quodpiam ipsi pa- rallelum; ac eo pacto habebitur æquilibrium massarum, hinc & inde positarum, quarum ductarum in suas distantias ab eodem plano sum- ma hinc & inde acceptæ æquabuntur inter se. Porro eo plano ad solutionem adhibito, patet ex ipsa solutione, centrum percussio- nis ja- cere in recta perpendiculari axi ducta per centrum gravitatis; jacet enim in recta, quæ a centro gravitatis ducitur ad illud punctum, in quo axis id planum secat, quæ recta ipsi axi perpendiculari toti illi plano perpendicularis esse debet.

Corollarium VI. Impactus in centro percussio- nis in corpus ex- terna vi ejus motum sistens est idem, qui esset, si singulæ massæ incurrerent in ipsum cum suis velocitatibus respectivis redactis ad directionem perpendicularem plano transeunti per axem rotationis, & centrum gravitatis, sive si massarum summa in ipsum incurreret directione, & velocitate motus, qua fertur centrum gravitatis.

Patet primum, quia debet in Q haberi vis contraria direc- tione illius motus perpendicularis plano transeunti per axem, & PG, par extinguendis omnibus omnium massarum velocitatibus ad eam di-

directionem redactis, quæ vis iridem requireretur, si omnes massæ eo immediate devenirent cum ejusmodi velocitatibus.

Pater secundum ex eo, quod velocitas illa pro massa A sit $\frac{P a}{P Q}$

$\times V$, adeoque motus $\frac{A \times P a}{P Q} \times V$, quorum motuum summa est

$\frac{M \times P G}{P Q} \times V$. Est autem $\frac{P G}{P Q} \times V$ velocitas puncti G, quod

punctum movetur solo motu perpendiculari ad PG, adeoque si massa totalis M incurrat in Q cum directione, & celeritate, qua fertur centrum gravitatis G, faciet impressionem eandem.

Corollarium VII. Potest motus sibi impressione facta etiam extra rectam PG, seu extra planum transiens per axem rotationis, & centrum gravitatis, nimirum si impressio fiat in quodvis punctum rectæ eidem plano perpendicularis, & transeuntis per Q directione rectæ ipsius. Nam per nexum inter id punctum, & Q statim impressio per eam rectam transfertur ab eo puncto ad ipsum Q.

Corollarium VIII. Contra vero si imprimatur dato cuidam puncto systematis quiescentis vis quadam motrix, invenietur facile motus inde communicandus ipsi systemati. Nam ejusmodi motus erit is, qui contrario æquali impactu sisteretur. Determinatio autem regressu facto per ipsam problematis solutionem erit hujusmodi. Centrum gravitatis commune movebitur directione, qua egit vis, & velocitate, quam ea potest imprimere massæ totius systematis, quæ ad eam, quam potest imprimere massæ cuivis, est ut hæc posterior massa ad illam priorem, & si vis ipsa applicata fuerit ad centrum gravitatis, vel immediate, vel per rectam tendentem ad ipsum, systema sine ulla rotatione movebitur eadem velocitate; sin autem applicetur ad aliud punctum quodvis directione non tendente ad ipsum centrum gravitatis, præterea habebitur conversio, cujus axis, & celeritas sic invenietur. Per centrum gravitatis G agatur planum perpendiculare rectæ, secundum quam fit impactus, & notetur punctum Q, in quo eidem plano occurrit eadem recta. Per ipsum punctum G ducatur in eo plano recta perpendicularis ad QG, quæ erit axis quærens. Per punctum Q concipiatur alterum planum perpendiculare rectæ GQ, capiantur omnes distantie perpendiculares omnium massarum A ab ejusmodi plano, æquales ni-

mirum suis aQ : singularum quadrata ducantur in suas massas, & factorum summa dividatur per summam massarum, tum in recta GQ producta capiatur GP aequalis ei quoto diviso per ipsam QG , & celeritas puncti P revolventis circa axem inventum in circulo, cujus radius GP , erit aequalis celeritati inventae centri gravitatis, directio autem motus contraria eidem. Unde habetur directio, & celeritas motus punctorum reliquorum systematis.

Pater constructio ex eo, quod ita motu composito movebitur systema circa axem immotum transeuntem per P , qui motus regressu facto a constructione tradita ad inventionem praemissam centri percussio- nis susteretur impressione contraria & aequali impressioni datae.

Scholium. Hoc postremo Corollario definitur motus vi externa impressus systemati quiescenti. Quodsi jam systema habuerit aliquem motum progressivum, & circularem, novus motus externa vi inductus juxta Corollarium ipsum componendus erit cum priore, quod, quo pacto fieri debeat, hic non inquiram, ubi centrum percussio- nis persequor tantummodo. Ea perquisitio ex iisdem principiis perfici potest, & ejus ope patet aperiri aditum ad inquirendas etiam mutationes, quae ab inaequali actione solis & lunae in partes supra globi formam extantes inducuntur in diurnum motum; adeoque ad definiendam ex genuinis principiis praecessio- nem aequinoctiorum, & nutationem axis; sed ea investigatio peculiarem tractationem requirit.

Interea gradum hic faciam ad aliam notionem quandam centri percussio- nis, nihilo minus, imo etiam magis aptam ipsi nomini. Ad eam perquisitionem sic progrediar.

Problema. Si systema datum gyrans data velocitate circa axem datum externa vi immotum incurrat in dato suo puncto in massam datam, delatam velocitate data in directione motus puncti ejusdem, quam massam debeat abripere secum; quaeritur velocitas, quam ei massae imprimet, & ipsum systema retinebit post impactum.

Concipiatur rotum systema projectum in planum perpendicu- lare axi rotationis transiens per centrum gravitatis G , in quo plano punctum conversionis sit P , massa autem in recta PG in Q . Ve- locitas puncti cujusvis systematis, quod distet ab axe per interval- lum $= 1$ ante incursum sit $= a$, velocitas ab eodem amissa sit $= x$.

$=x$, adeoque velocitas post impactum $= a - x$, velocitas autem massæ Q ante impactum sit $= PQ \times b$. Erit ut 1 ad AP , ita x ad velocitatem amissam a massa A , quæ erit $AP \times x$. Erit autem ut 1 ad $a - x$ ita PQ ad velocitatem residuam in puncto systematis Q , quæ fiet $PQ \times (a - x)$, & ea erit itidem velocitas massæ Q post impactum, adeoque massa Q acquireret velocitatem $PQ \times \frac{a - b - x}{a - b - x}$ sive posito $a - b = c$, habebitur $PQ \times (c - x)$. Porro ex mutuo nexu massæ A cum P & Q erit $Q \times PQ$ ad $A \times AP$, ut effectus ad velocitatem pertinens in $A = AP \times x$ ad effectum in Q $\frac{A \times AP^2}{Q \times QP} \times x$. Summa horum effectuum provenientium e massis

omnibus erit æqualis velocitati acquisitæ in Q . Nimirum $\int \frac{A \times AP^2}{Q \times QP} \times x = QP \times c - QP \times x$, sive $\int \frac{A \times AP^2 + Q \times QP^2}{Q \times QP} \times x = QP \times c$, & $x = \frac{Q \times QP^2}{\int A \times AP^2 + Q \times QP^2} \times c$. Dato autem x datur $a - x$,

& is valor ductus in distantiam puncti cujusvis systematis, vel etiam massæ Q , exhibebit velocitatem quæsitam $Q. E. F.$

Scholium. Formula habet locum etiam pro casu, quo massa Q quiescat, vel quo feratur contra motum systematis, dummodo in primo casu fiat $b = 0$, & $c = a$, ac in secundo valor b mutetur in negativum, adeoque sit $c = a + b$. Possent etiam facile applicari ad casum, quo in conflictu ageret elasticas perfecta vel imperfecta. Determinatio tradita exhiberet partem effectus in collisione facti tempore amissæ figuræ, ex quo effectus debitus tempori totius collisionis usque ad finem recuperatæ figuræ colligitur facile, duplicando priorem, vel augendo in ratione data, uti sit in collisionibus.

Idem locum habet pro casu, quo massa nova non jaceat in Q in recta PG , sed in quovis alio puncto plani perpendicularis axi transeuntis per G ; ex quo si intelligatur perpendicularum in PG ei occurrens in Q , idem profus erit impactus ibi, qui esset in Q , translata actione per illam systematis rectam. Quin imo si Q non jaceat in eo plano perpendiculari ad axem, quod transit per centrum gravitatis, sed ubivis extra, res eodem redit, dummodo per id

punctum concipiatur planum perpendiculare axi illi immoto per vim externam ad quod planum reducatnr centrum gravitatis, & quavis massa A; vel si ipsa massa Q cum reliquis reducatnr ad quodvis aliud planum perpendiculare axi. Omnia eodem recidunt ob id ipsum, quod axis externa vi immotus sit. Sed jam ex generali solutione problematis deducemus plura Corollaria.

Corollarium I. Ei distantia centri oscillationis totius systematis ab axe P dicatur R, distantia centri gravitatis G, massa tota M, habebitur $x = \frac{Q \times P Q^2}{M \times G \times R + Q \times P Q^2} \times c$, & $\frac{c}{x} = \frac{M \times G \times R}{Q \times P Q^2} + 1$. Patet

ex eo, quod ex natura centri oscillationis habetur $R = \int \frac{A \times AP^2}{M \times G}$,

adeoque $\int A \times AP^2 = M \times G \times R$.

Corollarium II. Velocitas acquisita a massa Q erit $\frac{M \times G \times R \times P Q}{M \times G \times R + Q \times P Q^2} \times c$. Est enim ea velocitas $P Q \times \frac{c - x}{c}$ sive $P Q \times (c - \frac{Q \times P Q^2}{M \times G \times R + Q \times P Q^2} \times c)$, quod reductum ad eundem denominatorem elisis terminis contrariis eo redit.

Corollarium III. Si manente velocitate circulari systematis tota ejus massa concipiatur collecta in unico puncto jacente inter centra gravitatis, & oscillationis, cujus distantia a puncto conversionis sit media geometrica proportionalis inter distantias reliquorum punctorum, vel in eadem distantia ex parte opposita, velocitas eadem imprimeretur novae massae in quovis puncto sitae. Tunc enim abiret in illud punctum utrumque centrum, & valor $G \times R$ esset idem, ac prius, nimirum aequalis quadrato ejus distantiae ab axe, quod quadratum est positivum etiam, si distantia accepta ex parte opposita fiat negativa.

Corollarium IV. Si capiatur hinc vel inde in PG segmentum, quod ad distantiam ejus puncti ab axe sit in subduplicata ratione massae totius systematis ad massam Q; ipsa massa Q in quatuor distantis ab axe, binis hinc, & binis inde, quarum binarum producta aequentur singula quadrato ejus segmenti, acquireret velocitatem in omnibus eandem magnitudine, licet in binis directionis contrariae,

riæ, quæ fiet maxima, ubi ipsa massa fit in fine ejus segmenti ex parte axis ultralibet. Erit enim velocitas acquisita directe ut

$$\frac{M \times G \times R \times P Q}{M \times G \times R + Q \times P Q^2} \times c, \text{ vel dividendo per constantem } \frac{M \times G \times R}{Q}$$

$\times c$, & ponendo illud segmentum $= + T$, cujus quadratum T^2 debet esse $= \frac{M}{Q} \times G \times R$, erit directe ut $\frac{P Q}{T^2 + P Q^2}$, adeoque reciproce

ut $\frac{T^2}{P Q} + P Q$. Is autem valor manet idem, si pro $P Q$ ponantur bini

valores, quorum productum æquetur T^2 , migrante tantummodo altera binomii parte in alteram. Si enim alter valor sit m , erit alter $\frac{T^2}{m}$; & posito illo pro $P Q$ habetur $\frac{T^2}{m} + m$; posito hoc habetur

$\frac{T^2 m}{T^2} + \frac{T^2}{m}$, sive $m + \frac{T^2}{m}$. Sed cum eæ distantie abeunt ad partes

oppositas, fiunt $-m$, & $\frac{T^2}{m}$, migrante in negativum etiam valore

formule, quod ostendit directionem motus contrariam priori, systemate nimirum hinc, & inde ab axe in partibus oppositis habente directiones motuum oppositas.

Quoniam autem assumpto quovis valore finito pro $P Q$, formula $\frac{T^2}{P Q} + P Q$ est finita, & evadit infinita facto $P Q$ tam infinito,

quam $= 0$; patet in hisce postremis duobus casibus velocitatem e contrario evanescere, in reliquis esse finitam, adeoque alicubi debere esse maximam. Non potest autem esse maxima, nisi ubi ad eandem magnitudinem redit, quod accidit in transitu $P Q$ per utrumvis valorem $+T$, circa quem hinc & inde valores æquales sunt. Ibi igitur id habetur maximum.

Scholium 2^{dom}. Libuit sine calculo differentiali invenire illud maximum, quod ope calculi ipsius admodum facile definitur. Ponatur $T = t$, & $P Q = z$. Fiet formula $\frac{t^2}{z} + z$, & differentiando

$-t^2 \frac{dz}{z^2} + dz = 0$, five $-t^2 + z^2 = 0$, vel $z^2 = t^2$, & $z = \pm t$, five

$PQ+T$, ut in Corollario 4to inventum est. Licebit autem jam ex postremis duobus Corollariis deducere alias duas notiones centri percussionis, cum suis eorundem determinationibus. Potest primo appellari centrum percussionis illud punctum, in quo tota systematis massa collecta eandem velocitatem imprimeret massæ eidem incurrendo in eam eodem suo puncto cum eadem velocitate, quæ videtur omnium aptissima centri percussionis notio. Centrum percussionis in ea acceptione determinatur admodum eleganter ope Corollarii 3tiii; jacet nimirum inter centrum gravitatis, & centrum oscillationis ita, ut ejus distantia ab axe rotationis sit media geometricè proportionalis inter illorum distantias, vel ubivis in recta axi parallela ducta per punctum ita inventum. Potest secundo appellari centrum percussionis illud punctum, per quod si fiat percussio, imprimitur velocitas omnium maxima massæ, in quam incurritur. In hac acceptione centrum percussionis itidem eleganter determinatur per Corollarium quartum, mutando eam distantiam in ratione subduplicata massæ, in quam incurritur, ad massam totius systematis.

In hoc secundo sensu acceptum, & investigatum esse centrum percussionis a summo Geometra Celeberrimo Pisano Professore Perrello, nuper mihi significavit Vir itidem Doctissimus, & Geometra insignis Eques Mozzius, qui & suam mihi ejus centri determinationem exhibuit pro casu systematis continentis unicam massam in retilinea virga inflexili.

Libuit rem longe alia methodo hic erutam generaliter, & cum superioribus omnibus conspirantem, ac ex iis sponte propemodum profluentem proponere, ut innotescat mira sane fecunditas Theorematis simplicissimi pertinentis ad rationem virium compositarum in systemate massarum trium. Sed de his omnibus jam satis.

Dabam Florentiæ 17. Junii 1758.

UNIVERSITÀ CATTOLICA S. CECILIA

S. I. A.

= BIBLIOTECA =

numero 98963

dono

cambio

data

fig. 1.

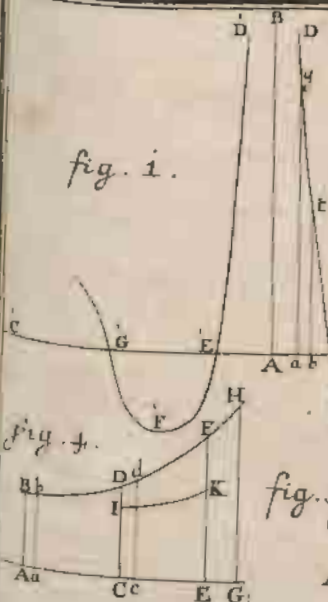


fig. 2.

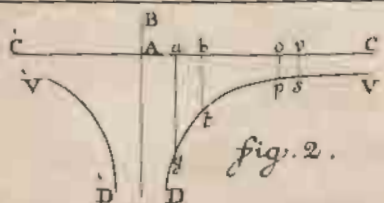


fig. 3.

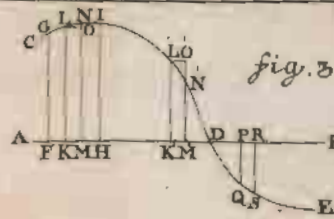


fig. 4.

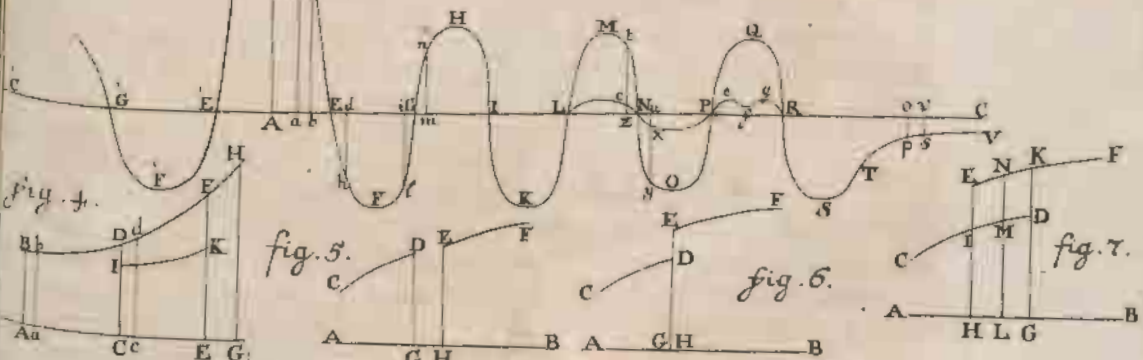


fig. 5.

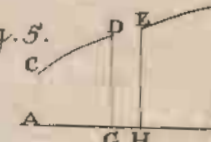


fig. 6.

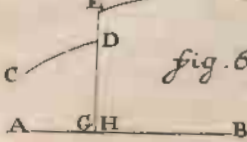


fig. 7.

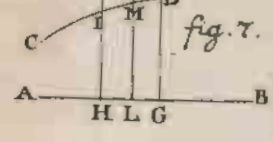


fig. 8.



fig. 9.

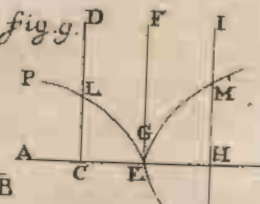


fig. 10.

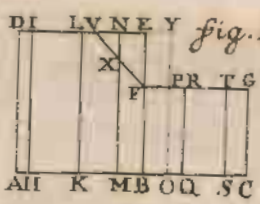


Fig. 11.

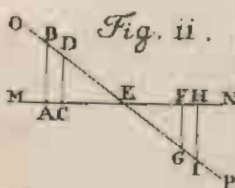


fig. 13.

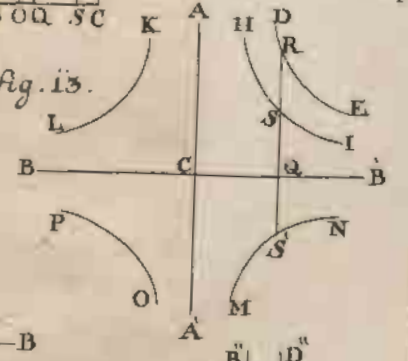


fig. 12.

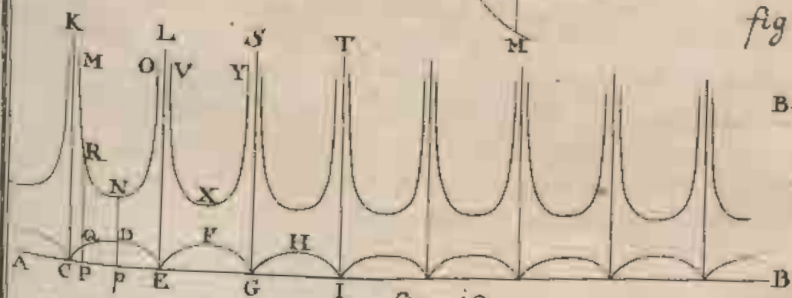
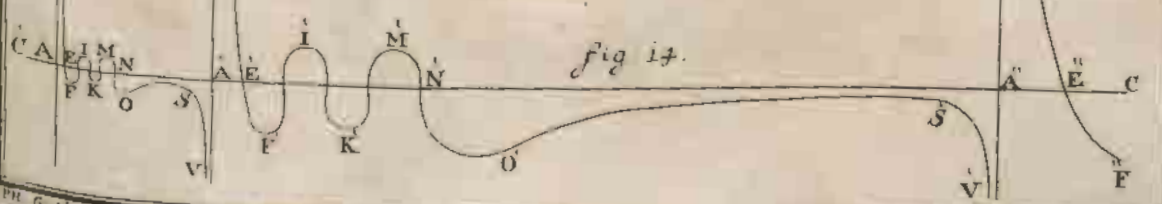
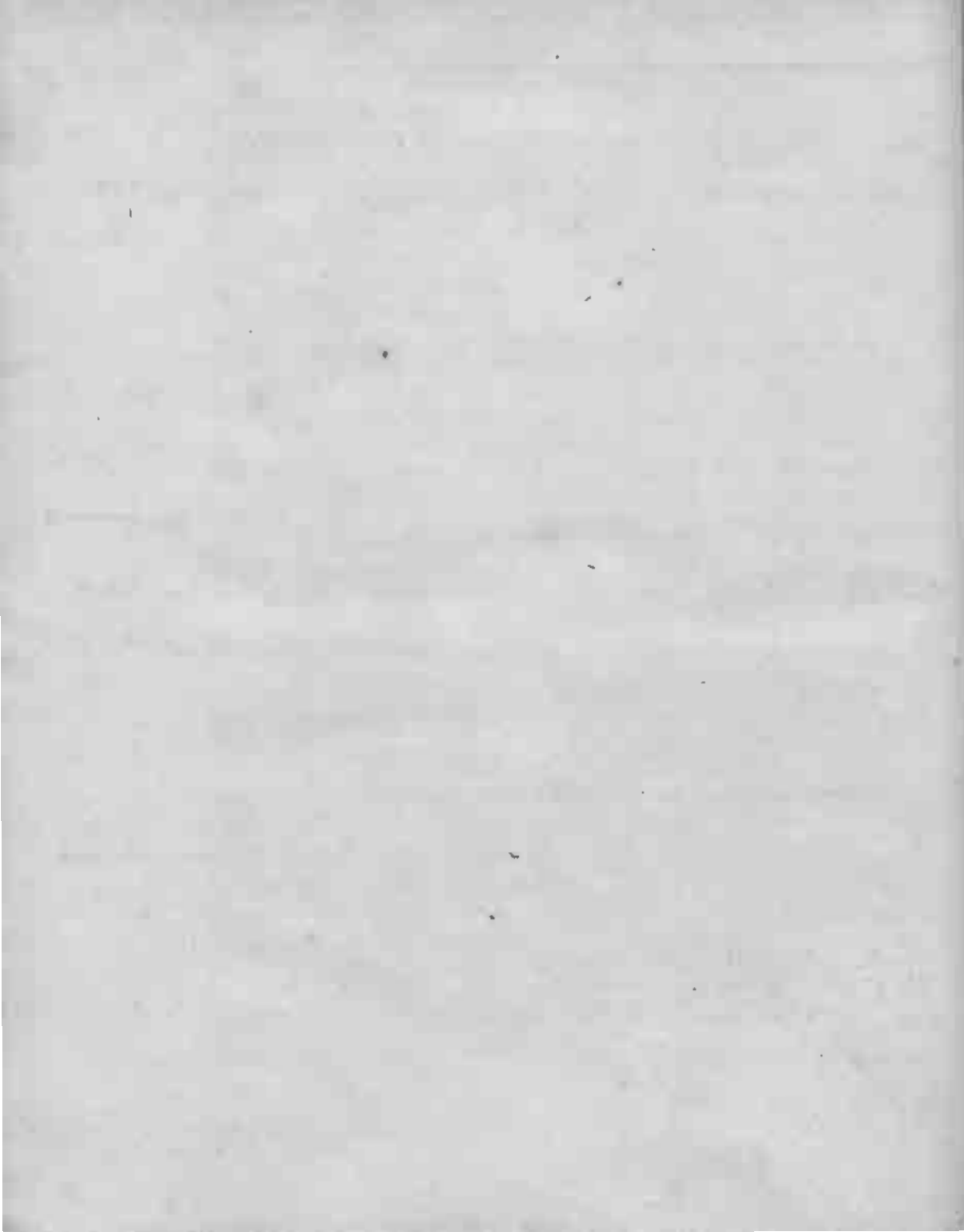
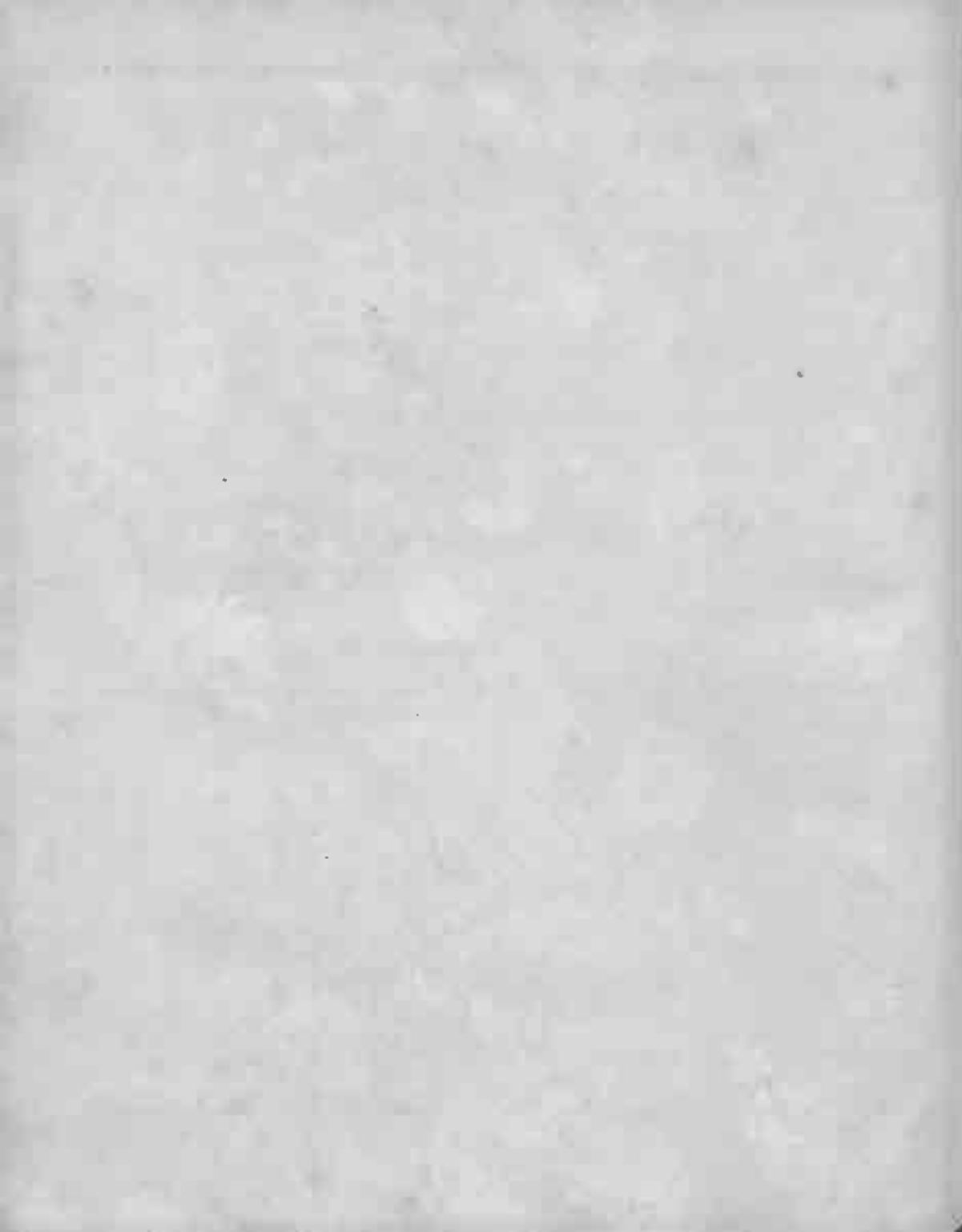


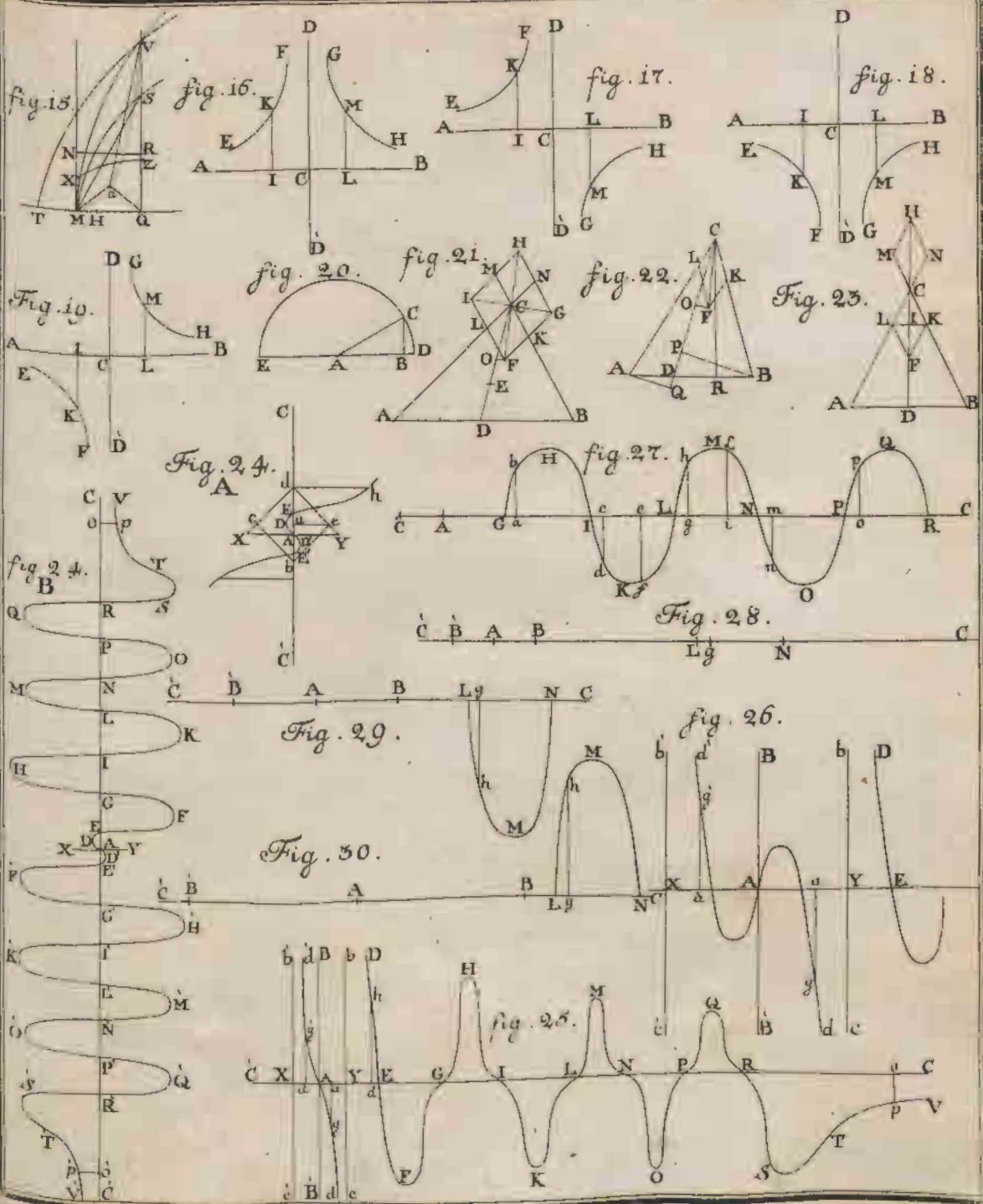
fig. 17.

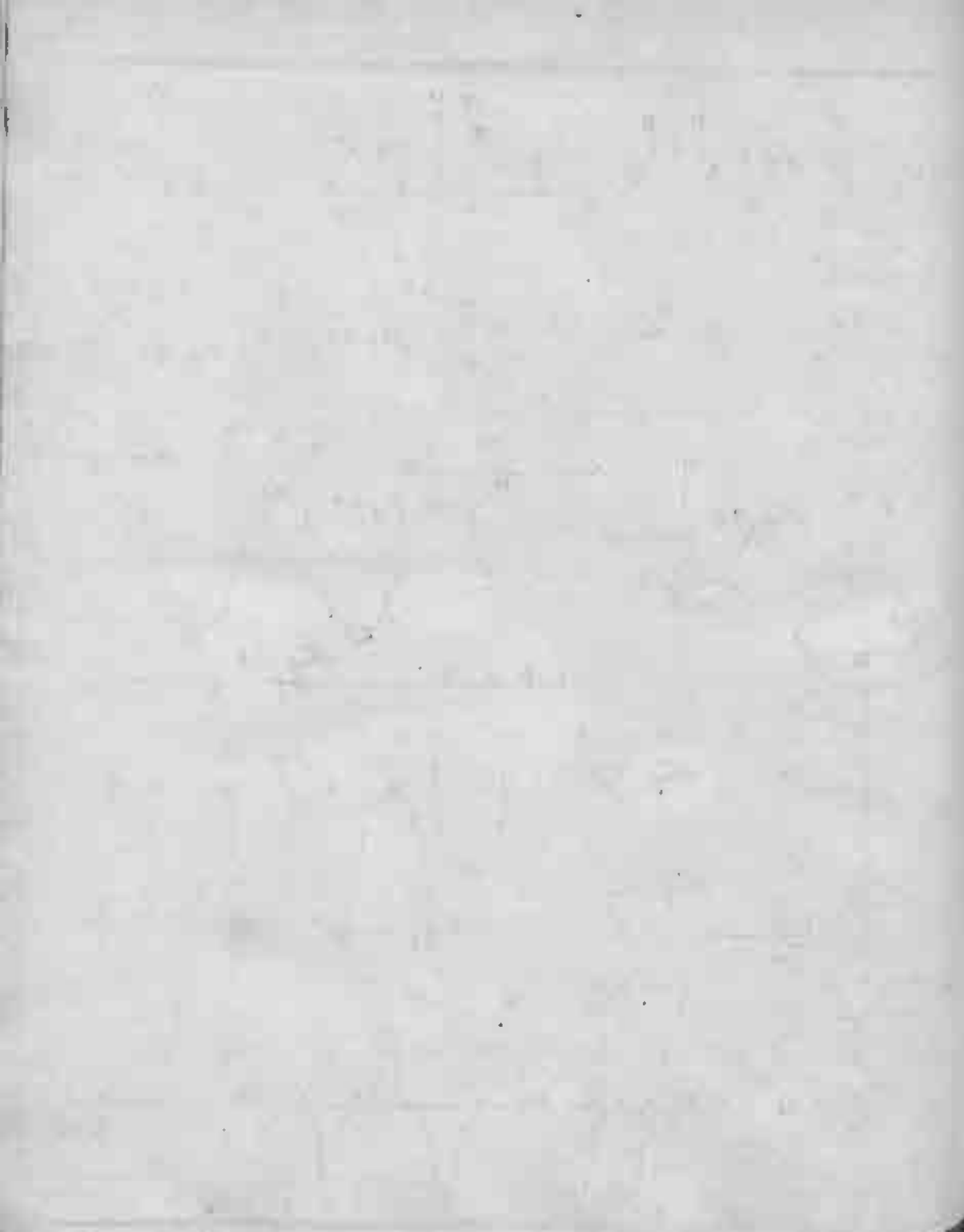


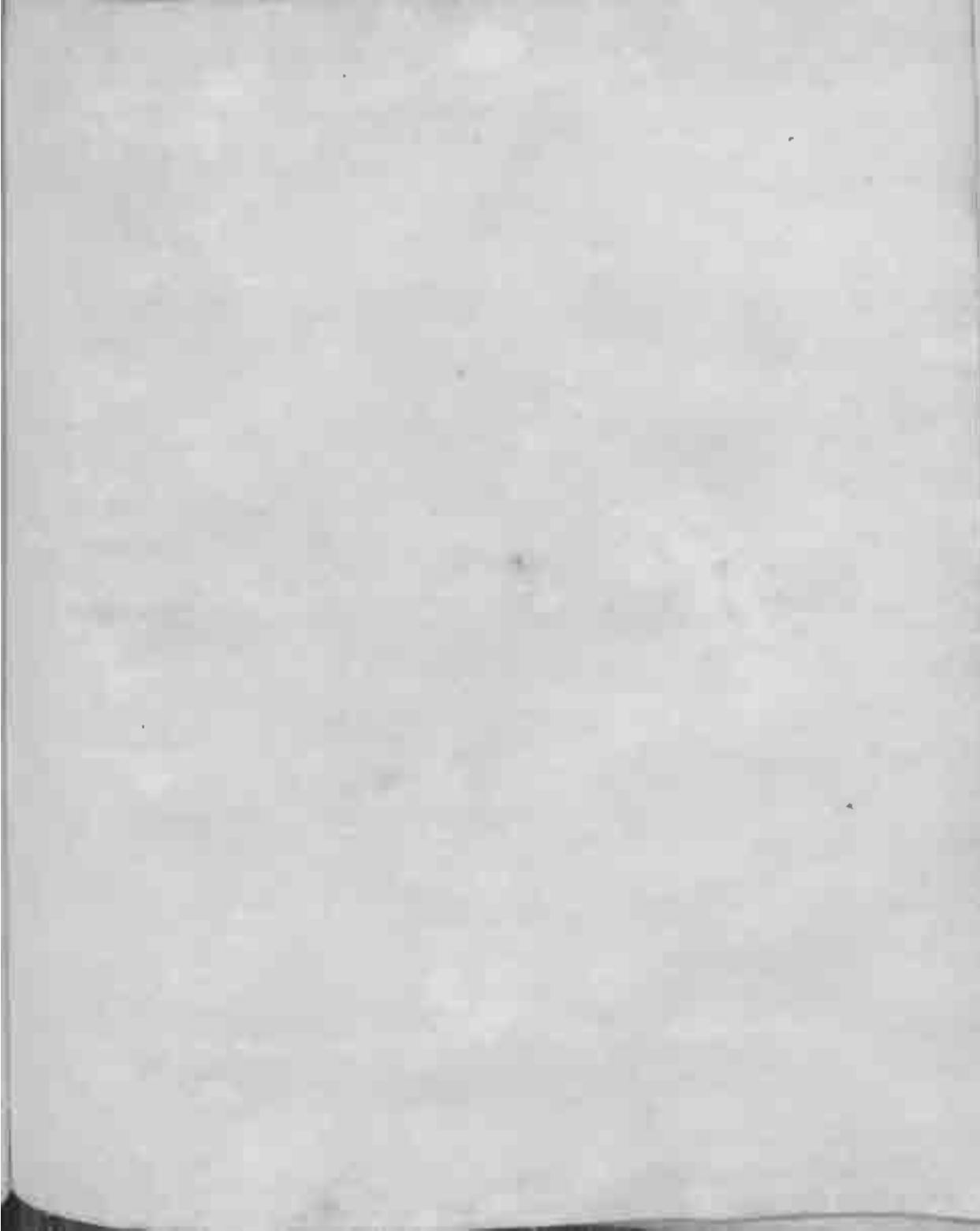


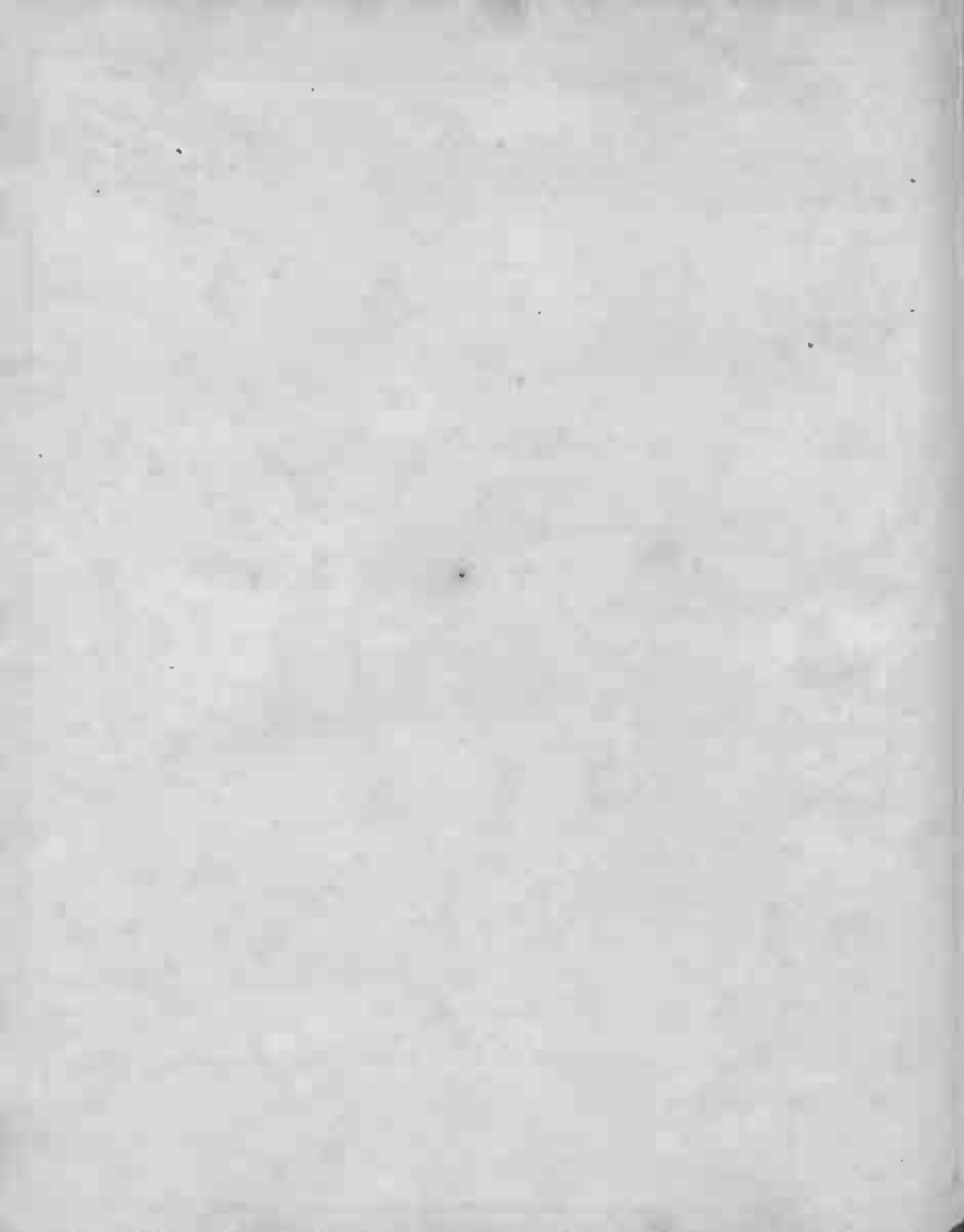


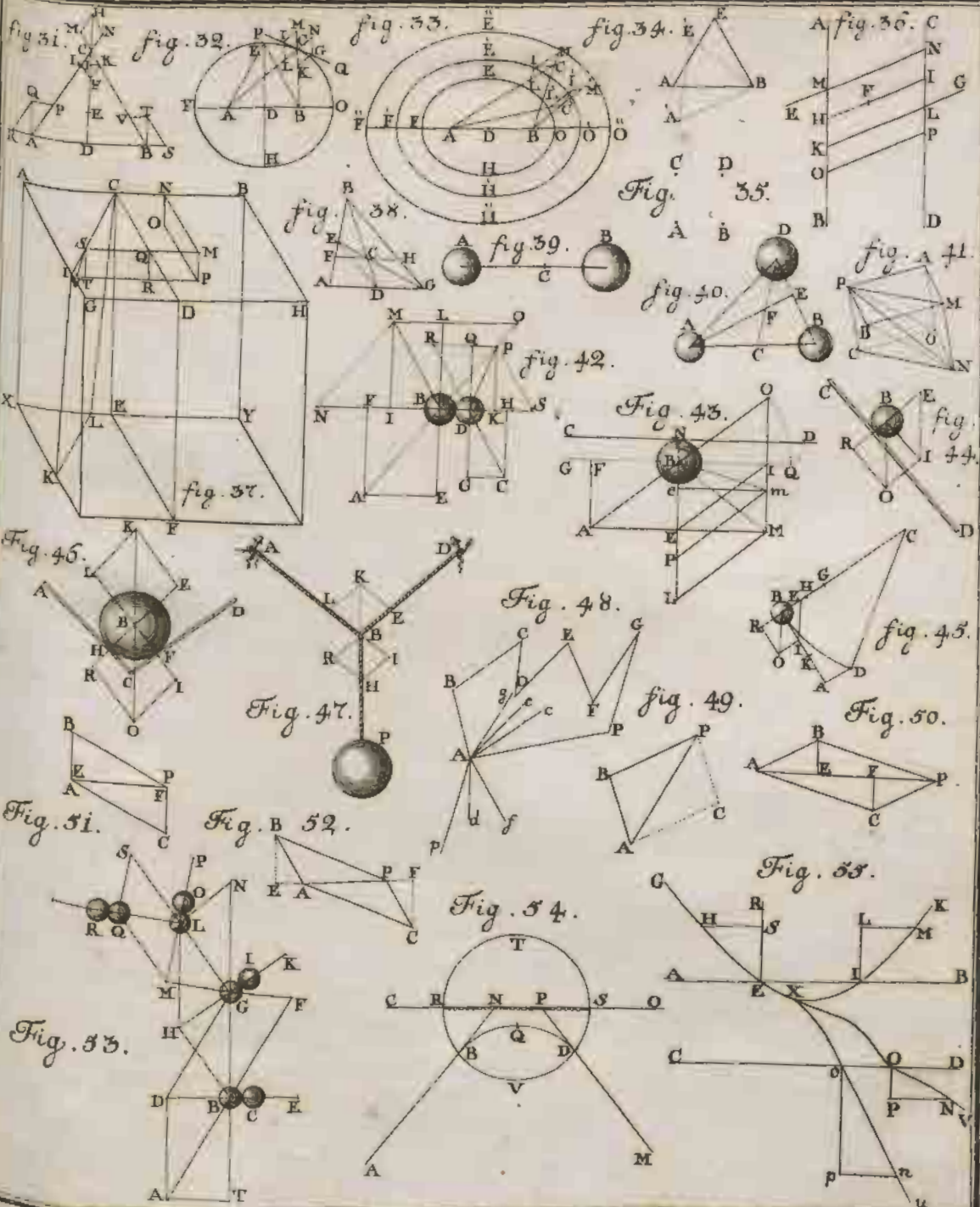


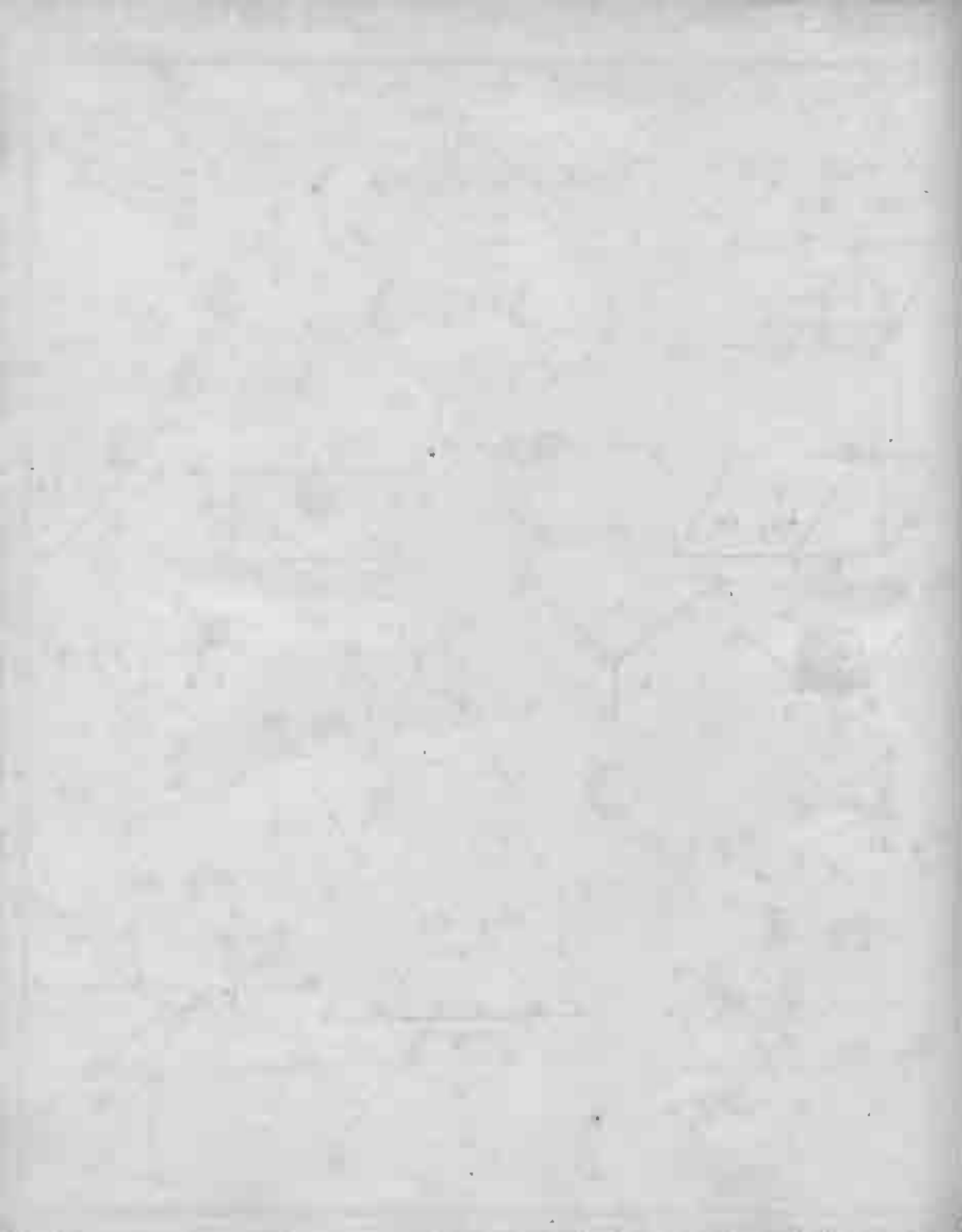












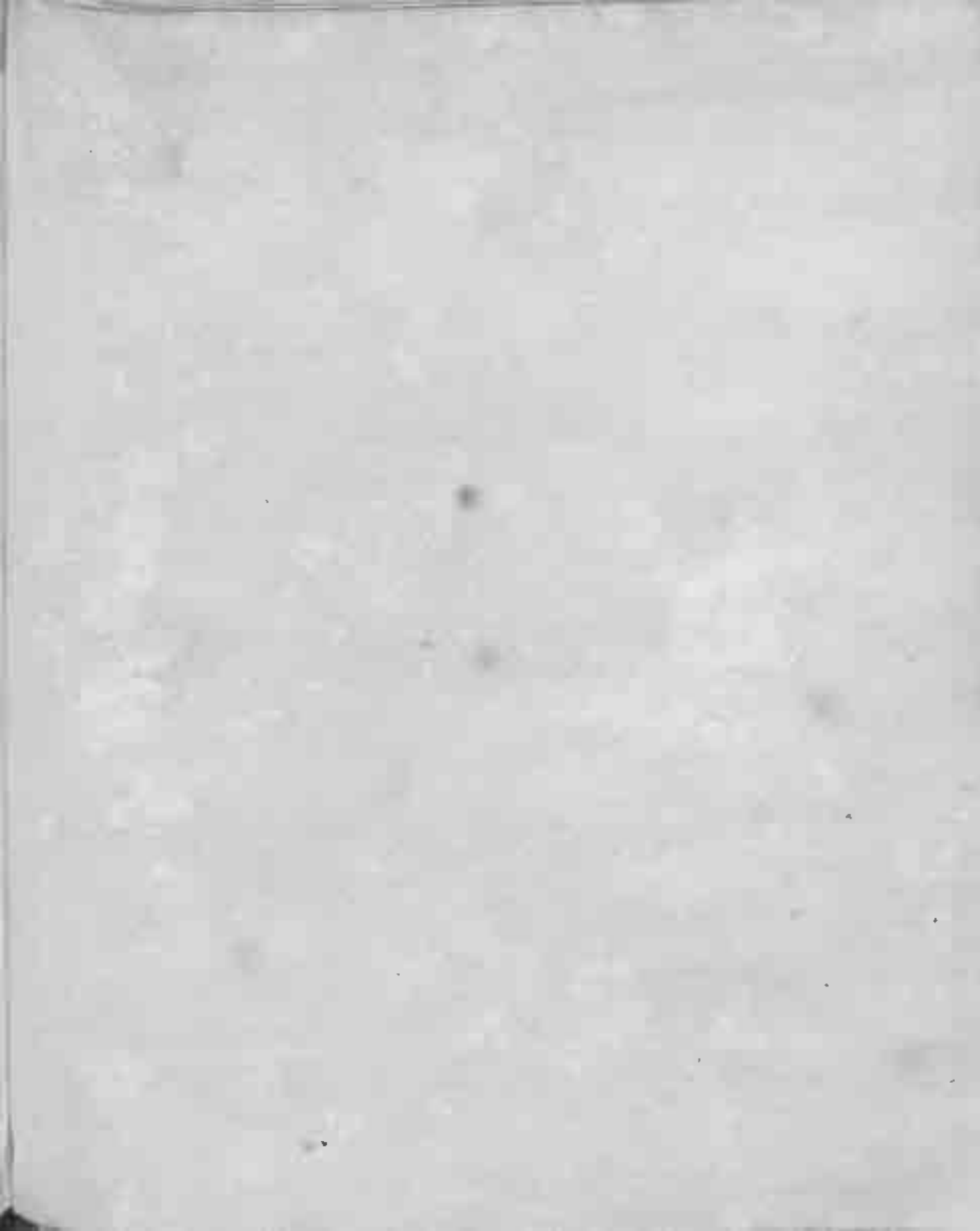




Fig. 56.

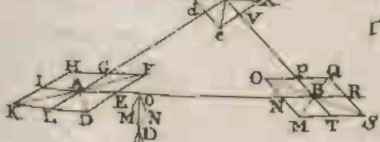


Fig. 57.

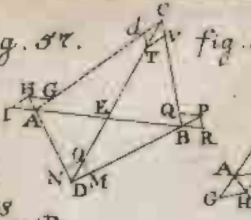


Fig. 58.

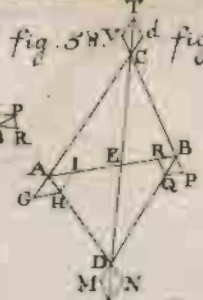


Fig. 59.

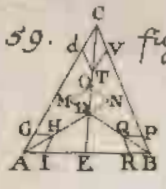


Fig. 60.



Fig. 61.

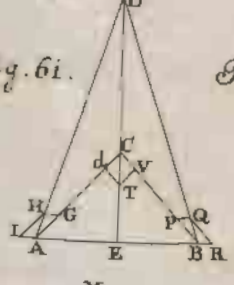


Fig. 62.

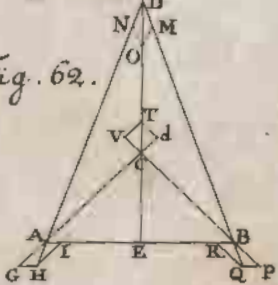


Fig. 63.

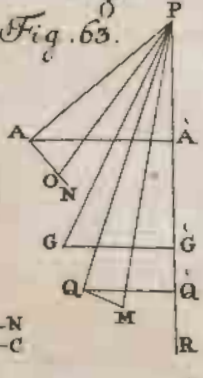


Fig. 66.

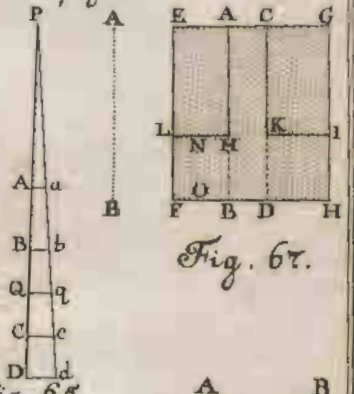


Fig. 68.

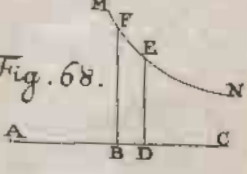


Fig. 69.

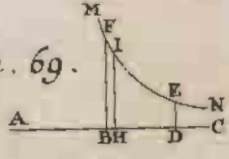


Fig. 64.

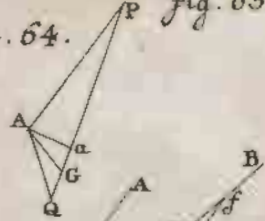


Fig. 65.

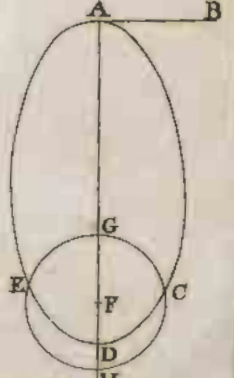


Fig. 70.

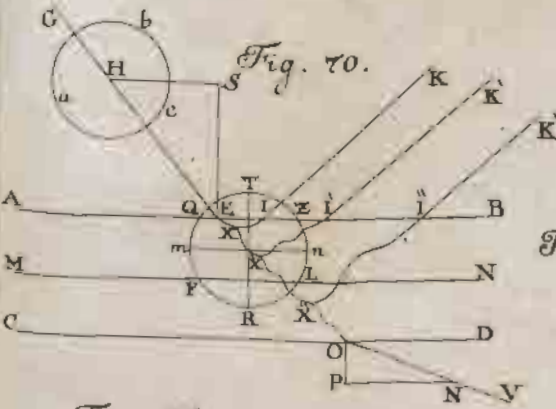


Fig. 71.

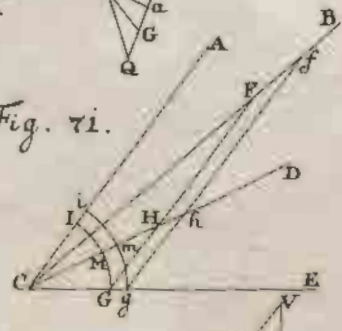


Fig. 72.

Fig. 73.

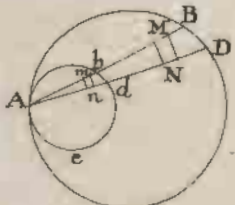
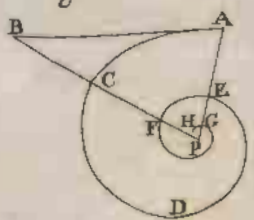


Fig. 74.

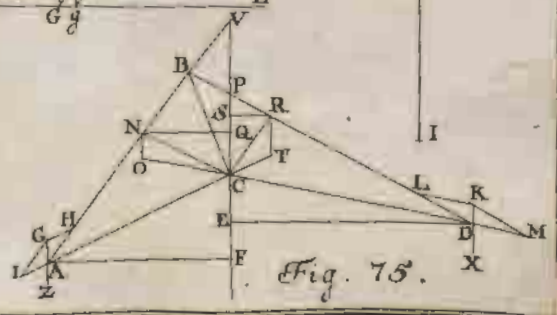
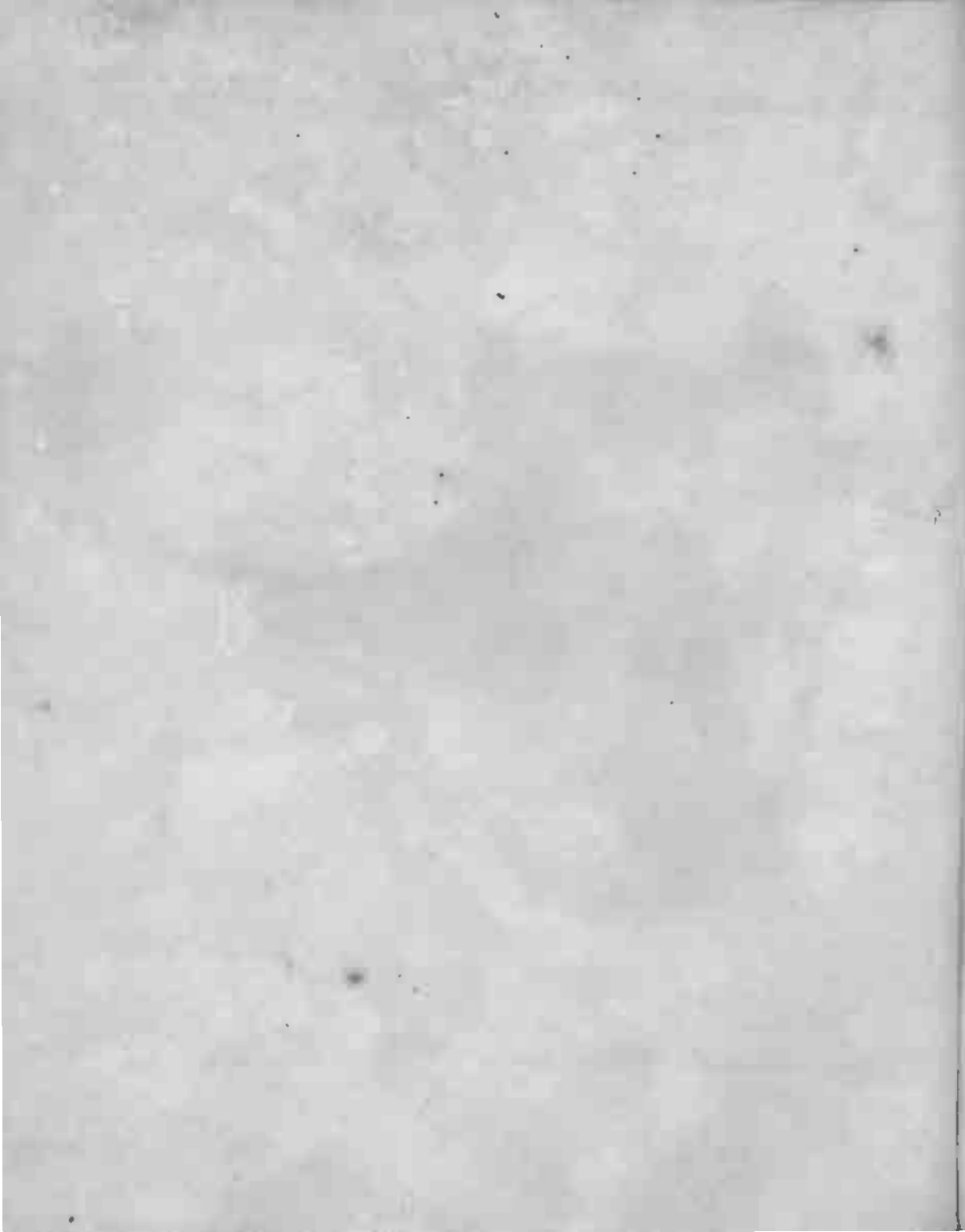


Fig. 75.











113

113

23 VI

9

INDICE DEI NOMI

Avvertenza. Nei seguenti indici dei nomi e delle opere si è scelto, ove possibile, di rinviare al *numerus* (qui indicato come paragrafo e abbreviato con il segno §) anziché alla pagina. Per la brevità che solitamente caratterizza i paragrafi, ciò facilita l'identificazione e la contestualizzazione del nome. Nella *Theoria* dell'edizione 1758, però, le prime pagine non sono numerate e sono prive di paragrafi, mentre la numerazione dei paragrafi nei supplementi riprende da 1 e continua seguendo il loro ordine; nell'Epistola a Scherffer, che chiude l'opera, la numerazione delle pagine riprende da 1 e i paragrafi non sono numerati; infine, alcuni nomi ricorrono nelle note a piè di pagina, indicate da una lettera minuscola dell'alfabeto fra parentesi. Perciò si sono utilizzati i seguenti accorgimenti e abbreviazioni: si sono numerate le prime pagine, sicché *p* seguita da numero romano indica la pagina delle prefazioni e della *Synopsis*; § seguito da numero arabo indica il paragrafo; *S* seguita da numero romano indica il supplemento, e il numero arabo che segue a sua volta indica il paragrafo; *E p.* seguita da numero arabo indica la pagina dell'Epistola a Scherffer; se il nome o l'opera vengono citati in nota, al numero del paragrafo segue l'indicazione della nota. Per brevità i paragrafi sono dati con numero arabo anziché con quello romano.

Per utile chiarimento ecco alcuni esempi. Nel caso di Newton:

- p. XI* significa che Newton è citato a pagina XI
§ 386 significa che Newton è citato al paragrafo CCCLXXXVI
S II-39 significa che Newton è citato al Supplemento II, paragrafo XXXIX
E p.5 significa che Newton è citato nell'Epistola a Scherffer, pagina 5

Nel caso della *Dissertatio de maris aestu* di Boscovich:

- § 8(a)* significa che l'opera è citata alla nota (a), paragrafo VIII

Nella composizione dell'Indice dei nomi si sono tenute presenti anche le forme aggettivali dei nomi di persona, assai frequenti in latino (p. es. *newtoniano*, *-a*; *leibniziano*, *-a*; *cartesiano*, *-a*; ecc.). Per la loro rilevanza, rappresentando gruppi più o meno omogenei, si sono dedicati lemmi specifici a *Cartesiani*, *Leibniziani*, *Newtoniani*, *Peripatetici*, *Scolastici*, *Zenonisti*.

Alembert, Jean-Baptiste Le Rond d', § 346	Aristotele, § 48
Apollonio di Perga, § 351	Beccaria, Giovanni Battista, § 506
Archimede, § 92, 128	Benvenuti, Carlo, § 5, 12, 38, 342(q), 467, 492, 495

- Bernoulli, Johann, § 401
 Bouguer, Pierre, § 487
 Boyle, Robert, § 91
 Bradley, James, § 363
 Cartesiani, § 401, 511, 523; *S* III-46
 Clairaut, Alexis de, § 122, 346
 Descartes, René, § 381
 Euclide, § 135, 376
 Euler, Leonhard, § 122, 128, 346, 501
 Franklin, Benjamin, *p* XXVIII; § 506, 507
 Galilei, Galileo, § 128, 300, 398, 413
 Gassendi, Pierre, § 435
 Grandi, Guido, § 543
 Hales, Stephen, § 351, 374, 453
 Huygens, Christiaan, § 128, 265, 327, 398, 466; *E* p.3
 Kepler, Johannes, § 78
 Leibniz, Gottfried Wilhelm, *p* VI, XIII, XVII, XIX; § 1, 2, 3, 16, 137, 401
 Leibniziani, § 29, 93, 94, 124, 138, 367, 381, 511, 520, 523, 546; *S* III-46
 MacLaurin, Colin, *p* XIV; § 30, 346
 Mairan, Jean Jacques D. de, § 501
 Maupertuis, Pierre-Louis Moreau de, § 30, 32, 123
 Mozzi, Giulio Giuseppe, *E* p.16
 Musschenbroek, Pieter van, § 413
 Newton, Isaac, *p* VI, XI, XII, XIII, XXII, XXIV, XXVII; § 1, 2, 4, 9, 15, 20, 30, 78, 85, 102, 120, 121, 123, 125, 126, 127, 128, 144, 146, 199, 201, 238, 259, 264, 265, 301, 306, 351, 386, 399, 401, 404, 408, 440, 467, 478, 479, 482, 490, 495, 496; *S* II-39; *E* p.5
 Newtoniani, *p* XIV, XXIV; § 120, 126, 394, 395, 398, 408, 511
 Noceti, Carlo, § 395
 Rømer, Ole Christensen, § 363
 Peripatetici, § 82, 105, 387, 511, 512; *S* III-57, III-58
 Perrelli, Tommaso, *E* p.16
 Scherffer, Karl, § 6; *E* p.1
 Scolastici, § 64, 82
 Stay, Benedetto, § 5, 8(a), 64, 85, 92, 115, 141, 175, 199, 327, 360, 373, 517; *S* III, IV
 Virgilio, § 532
 Wallis, John, § 265
 Wolff, Christian, § 128
 Wren, Christopher, § § 265
 Zenone di Elea, § 3, 137
 Zenonisti, § 138, 367

INDICE DELLE OPERE CITATE

Per i criteri e le abbreviazioni utilizzate nel seguente indice si veda l'*Avvertenza* all'Indice dei nomi.

BENVENUTI, CARLO

Synopsis physicae generalis [de Rubeis, Roma 1754], § 5, 12, 38; *S V*.

Dissertatio physica de lumine [de Rubeis, Roma 1754], § 467, 492, 495.

BOSCOVICH, RUGGIERO GIUSEPPE

De natura, et usu infinitorum, et infinite parvorum, [Komarek, Roma 1741], § 89, 389, 537.

De viribus vivis dissertatio [Komarek, Roma 1745], § 5, 12, 16, 64, 91, 175, 292.

De cometis dissertatio [Komarek, Roma 1746], § 482.

Dissertatio de maris aestu [Komarek, Roma 1747], § 8(a), 115.

Dissertazione della tenuità della Luce solare [«Giornale de' Letterati», Roma, gennaio 1747, Articoli II-III], § 483.

Note a *Caroli Noceti De iride et aurora boreali carmina. Cum notis Josephi Rogerii Boscovich* [Pagliarini, Roma 1747], § 395.

Dissertationis de lumine. Pars secunda, [Komarek, Roma 1748], § 5, 12, 102, 147, 466, 488, 490.

Sopra il turbine che la notte tra gli XI e XII giugno del MDCCXLIX damagiò gran parte di Roma [Pagliarini, Roma 1749], § 453.

De centro gravitatis dissertatio [Komarek, Roma 1751], § 5, 201.

De continuitatis lege et ejus consecrariis pertinentibus ad prima materiae elementa eorumque vires [Salomoni, Roma 1754], § 5, 37, 39, 40, 48, 56, 89, 104, 110, 167(i).

De transformatione locorum geometricorum, ubi de continuitatis lege, ac de quibusdam Infiniti mysteriis [In *Elementorum universae matheseos tomus III. Continens sectionum conicarum elementa*, Salomoni, Roma 1754, pp. 297-468], § 37, 167(i), 309, 537.

Elementorum universae matheseos tomus II. Continens algebram finitam [Salomoni, Roma 1754], § 37.

De lege virium in natura existentium [Salomoni, Roma 1755], § 5, 12, 53, 115(c), 125; S I, II.

De litteraria expeditione per pontificiam ditionem ad dimetiendos duos meridiani gradus et corrigendam mappam geographicam [Pagliarini, Roma 1755], § 125, 370.

Note a *Philosophiae recentioris a Benedicto Stay versibus traditae libri X, cum adnotationibus, et supplementis P. Rogerii Josephi Boscovich*, Tomus I [Roma 1755], § 517.

Supplementi a *Philosophiae recentioris a Benedicto Stay versibus traditae libri X, cum adnotationibus, et supplementis P. Rogerii Josephi Boscovich*, Tomus I [Roma 1755], § 5, 8(a), 64, 85, 92, 115, 141, 175, 199, 327, 360, 373; S III, IV.

De materiae divisibilitate et principiis corporum [«Memorie sopra la Fisica e Istoria Naturale», IV, Lucca 1757], § 5, 138, 160.

De figura telluris determinanda ex aequilibrio, et ex mensura graduum [«De Bononiensi Scientiarum et Artium instituto atque academia commentarii», IV, Bologna 1757], § 370.

BOUGUER, PIERRE

Sur les moyens de mesurer la Lumière, avec quelques applications de ces moyens [lu à l'Académie le 12 Nov. 1757, «Histoire de l'Académie royale des sciences. Année MDCCLVII. Avec les mémoires de mathématique & de physique», Mémoires de mathématique & de physique, Paris 1762, pp. 1-23], § 487.

CLAIRAUT, ALEXIS DE

Du systeme du monde dans les principes de la gravitation universelle [lu a l'Assemblée publique du 15 Nov. 1747, «Histoire de l'Académie royale des sciences. Année MDCCXLV. Avec les mémoires de mathématique & de physique», Mémoires de mathématique & de physique, Paris 1749, pp. 329-364], § 122.

EULER, LEONHARD

Recherches sur la question des inégalités du mouvement de Saturne et de Jupiter, sujet proposé pour le prix de l'année 1748, par l'Académie Royale des Sciences de Paris [In *Pièce qui a remporté le prix de l'Académie Royale des Sciences en MDCCXLVIII sur les inégalités du mouvement de Saturne et de Jupiter*, Martin, Coignard & Gurein, Paris 1749, 1-123], § 122.

NEWTON, ISAAC

Philosophiae naturalis principia mathematica [Londra 1687], § 265, 346, 351.

Optice: sive de reflexionibus, refractionibus, inflexionibus & coloribus lucis libri tres [Londra 1706], p XI; § 2, 4, 146, 238, 404, 446, 479, 490, 496.

NOCETI, CARLO

De iride et aurora boreali carmina. Cum notis Josephi Rogerii Boscovich [Palearini, Roma 1747]. Vedi BOSCOVICH, R.G., Note a *Caroli Noceti De iride et aurora boreali carmina*.

STAY, BENEDETTO

Philosophiae recentioris [...] versibus traditae libri X, cum adnotationibus, et supplementis P. Rogerii Josephi Boscovich, Tomus I [Roma 1755]. Vedi BOSCOVICH, R.G., Note a *Philosophiae recentioris...*; Supplementi a *Philosophiae recentioris...*

THEORIA
PHILOSOPHIAE NATURALIS
REDACTA
AD UNICAM LEGEM VIRIUM IN NATURA EXISTENTIUM

Venezia 1763

di Berra

M

~~V. 4. 20~~

A. 4. 2. 6.

102

INVENTARIO 1951
Num. 507

T H E O R I A
PHILOSOPHIÆ NATURALIS

**REDACTA AD UNICAM LEGEM VIRIUM
IN NATURA EXISTENTIUM.**

A U C T O R E

P. ROGERIO JOSEPHO BOSCOVICH

SOCIETATIS JESU,

NUNC AB IPSO PERPOLITA, ET AUCTA,

Ac a plurimis præcedentium editionum
mendis expurgata.

EDITIO VENETA PRIMA

IPSO AUCTORE PRÆSENTE, ET CORRIGENTE.



B4268

V E N E T I I S,

M D C C L X I I I.

EX TYPOGRAPHIA REMONDINIANA.

SUPERIORUM PERMISSU, ac PRIVILEGIO.

THE FLORIDA

PHILOSOPHICAL NATURALISTS

AND THE FLORIDA ACADEMY OF SCIENCES

AND THE FLORIDA GEOLOGICAL SURVEY

AND THE FLORIDA BOTANICAL GARDEN

AND THE FLORIDA ZOOLOGICAL MUSEUM

AND THE FLORIDA ENTOMOLOGICAL SOCIETY

AND THE FLORIDA AGRICULTURAL EXPERIMENT STATION

AND THE FLORIDA FOREST SERVICE

AND THE FLORIDA DEPARTMENT OF AGRICULTURE

AND THE FLORIDA DEPARTMENT OF NATURAL RESOURCES



FLORIDA GEOLOGICAL SURVEY

AND THE FLORIDA DEPARTMENT OF AGRICULTURE
AND THE FLORIDA DEPARTMENT OF NATURAL RESOURCES

TYPOGRAPHUS

V E N E T U S

L E C T O R I .



Opus, quod tibi offero, jam ab annis quinque Viennæ editum, quo plausu exceptum sit per Europam, noveris sane, si Diaria publica perlegeris, inter quæ si, ut omittam cætera, consulas ea, quæ in Bernensi pertinent ad initium anni 1761; videbis sane quo id loco haberi debeat. Systema continet Naturalis Philosophiæ omnino novum, quod jam ab ipso Auctore suo vulgo *Boscovichianum* appellant. Id quidem in pluribus Academiis jam passim publice traditur, nec tantum in annuis thesibus, vel dissertationibus impressis, ac propugnatis exponitur, sed & in pluribus elementaribus libris pro juventute instituenda editis adhibetur, exponitur, & a pluribus habetur pro archetypo. Verum qui omnem systematis compagem, arctissimum partium nexum mutuum, fecunditatem summam, ac usum amplissimum ad omnem, quam late patet, Naturam ex unica simplici lege virium derivandam intimius velit inspicere, ac contemplari, hoc Opus consulat, necesse est.

Hæc omnia me permoverant jam ab initio, ut novam Operis editionem curarem: accedebat illud, quod Viennensia exemplaria non ita facile extra Germaniam itura videbam, & quidem nunc etiam in reliquis omnibus Europæ partibus, utut expetita, aut nusquam venalia prostant, aut vix usquam: systema vero in Italia natum, ac ab Auctore suo pluribus hic apud nos jam dissertationibus adumbratum, & casu quodam Viennæ, quo se ad breve tempus contulerat, diggestum, ac editum, Italicis potissimum typis, censebam, per universam Europam disseminandum. Et quidem editionem ipsam e Viennensi exemplari jam tum inchoaveram; cum illud mihi constitit, Viennensem editionem ipsi Auctori, post cujus discessum suscepta ibi fuerat, summopere displicere: innumera obrepisse typorum menda: esse autem multa, inprimis ea, quæ Algebraicas formulas continent, admodum inordinata, & corrupta: ipsum eorum omnium correctionem meditari, cum nonnullis mutationibus, quibus Opus perpolitum redderetur magis, & vero etiam additamentis.

Illud ergo summopere desideravi, ut exemplar acquirerem ab ipso correctum, & auctum, ac ipsum editioni præsentem haberem, & curantem omnia per sese: At id quidem per hosce annos obtinere non licuit, eo universam fere Europam peragrante; donec demum ex tam longa peregrinatione redux huc nuper se contulit, & toto adstitit editionis tempore, ac præter correctores nostros omnem ipse etiam in corrigendo diligens.

gentiam adhibuit; quanquam is ipse haud quidem sibi ita fidit, ut nihil omnino effugisse censeat, cum ea sit humanæ mentis conditio, ut in eadem re diu satis intente defigi non possit.

Hæc idcirco ut prima quædam, atque originaria editio haberi debet, quam qui cum Viennensi contulerit, videbit sane discrimen. E minoribus mutatiunculis multæ pertinent ad expolienda, & declaranda plura loca; sunt tamen etiam nonnulla potissimum in paginarum sine exigua additamenta, vel mutatiunculæ exiguæ factæ post typographicam constructionem idcirco tantummodo, ut lacunulæ implerentur quæ aliquando idcirco supererant, quod plures phyliræ a diversis compositoribus simul adornabantur, & quatuor simul præla sudabant; quod quidem ipso præsentē fieri facile potuit, sine ulla perturbatione sententiarum, & ordinis.

Inter mutationes occurret ordo numerorum mutatus in paragraphis: nam numerus 82 de novo accessit totus: deinde is, qui fuerat 261 discerptus est in 5: demum in Appendice post num. 534 factæ sunt & mutatiunculæ nonnullæ, & additamenta plura in iis, quæ pertinent ad sedem animæ.

Supplementorum ordo mutatus est itidem; quæ enim fuerant 3, & 4, jam sunt 1, & 2: nam eorum usus in ipso Opere ante alia occurrit. Illi autem, quod prius fuerat primum, nunc autem est tertium, accessit in fine scholium tertium, quod pluribus numeris completitur dissertatiunculam integram de argumento, quod

ante

ante aliquot annos in Parisiensi Academia controversiæ occasionem exhibuit in Encyclopedico etiam dictionario attacktum, in qua dissertatiuncula demonstrat Auctor non esse, cur ad vim exprimendam potentia quæpiam distantia adhibeatur potius, quam functio.

Accesserunt per totum Opus notulæ marginales, in quibus eorum, quæ pertractantur argumenta exponuntur brevissima, quorum ope unico obtutu videri possint omnia, & in memoriam facile revocari.

Postremo loco ad calcem Operis additus est superior catalogus eorum omnium, quæ huc usque ab ipso Auctore sunt edita, quorum collectionem omnem expolitam, & correctam, ac eorum, quæ nondum absoluta sunt, continuationem meditatatur, aggressurus illico post suum regressum in Urbem Romam, quo properat. Hic catalogus impressus fuit Venetiis ante hosce duos annos in reimpressione ejus poematis de Solis ac Lunæ defectibus. Porro eam omnium suorum Operum Collectionem, ubi ipse adornaverit, typis ego meis excudendam suscipiam, quam magnificentissime poterò.

Hæc erant, quæ te monendum censui: tu laboribus nostris frære, & vive felix.



EPISTOLA AUCTORIS DEDICATORIA

PRIMÆ EDITIONIS VIENNENSIS

AD CELSISSIMUM TUNC PRINCIPEM ARCHIEPISCOPUM VIENNENSEM,
NUNC PRÆTEREA ET CARDINALEM EMINENTISSIMUM,
ET EPISCOPUM VACCIENSEM

CHRISTOPHORUM E COMITIBUS

DE MIGAZZI.



Abis veniam, Princeps Celsissime, si forte inter assiduas sacri regiminis curas importunus interpellator advenio, & libellum Tibi offero mole tenuem, nec arcana Religionis mysteria, quam in isto tanto constitutus fastigio administras, sed Naturalis Philosophiæ principia continentem. Novi ego quidem, quam totus in eo sis, ut, quam geris, personam sustineas, ac vigilantissimi sacrorum Antistitis partes agas. Videt utique Imperialis hæc Aula, videt universa Regalis Urbs, & ingenti admiratione defixa obstupescit, qua diligentia, quo labore tanti Sacerdotii munus obire pergas. Vetus nimirum illud celeberrimum *age, quod agis*, quod ab ipsa Tibi juventute, cum primum, ut Te Romæ dantem operam studiis cognoscerem, mihi fors obtigit, altissime jam infederat animo, id in omni reliquo amplissimorum munerum Tibi commissorum cursu hæsit firmissime, atque

atque idipsum inprimis adjectum tam multis & dotibus, quas a Natura uberrime congestas habes, & virtutibus, quas tute diuturna Tibi exercitatione, atque assiduo labore comparasti, sanctissime observatum inter tam varias forenses, Aulicas, Sacerdotales occupationes, istos Tibi tam celeres dignitatum gradus quodammodo veluti coacervavit, & omnium una tam populorum, quam Principum admirationem excitavit ubique, conciliavit amorem; unde illud est factum, ut ab aliis alia Te, sublimiora semper, atque honorificentiora munera quodammodo velut avulsum, atque abstractum rapuerint. Dum Romæ in celeberrimo illo, quod Auditorum Rotæ appellant, collegio toti Christiano orbi jus dices, accesserat Hetrusca Imperialis Legatio apud Romanum Pontificem exercenda; cum repente Mechliniensi Archiepiscopo in amplissima illa administranda Ecclesia Adjutor datus, & destinatus Successor, possessione præstantissimi muneris vixdum capta, ad Hispanicum Regem ab Augustissima Romanorum Imperatrice ad gravissima tractanda negotia Legatus es missus, in quibus cum summa utriusque Aulæ approbatione versatum per annos quinque ditissima Vacciensis Ecclesia adeptus est; atque ibi dum post tantos Aularum strepitus ea, qua Christianum Antistitem decet, & animi moderatione, & demissione quadam, atque in omne hominum genus charitate, & singulari cura, ac diligentia Religionem administras, & sacrorum exerces curam; non ea tantum urbs, atque ditio, sed universum Hungariæ Regnum, quanquam exterum hominem, non ut civem suum tantummodo, sed ut Parentem amantissimum habuit, quem adhuc ereptum sibi dolet, & angitur; dum scilicet minore, quam unius anni intervallo ab Ipsa Augustissima Imperatrice ad Regalem hanc Urbem, tot Imperatorum sedem, ac Austriacæ Dominationis caput, dignum tantis dotibus explicandis theatrum, evocatum videt, atque in hac Celsissima Archiepiscopali Sede, accedente Romani Pontificis Auctori-

ritate collocatum; in qua Tu quidem personam itidem, quam agis, diligentissime sustinens, totus es in gravissimis Sacerdotii Tui expediendis negotiis, in iis omnibus, quæ ad sacra pertinent, curandis vel per Te ipsum usque adeo, ut sæpe, raro admodum per hæc nostra tempora exemplo, & publice operatum, ac ipsa etiam Sacramenta administrantem videamus in templis, & Tua ipsius voce populos, e superiore loco docentem audiamus, atque ad omne virtutum genus inflammantem.

Novi ego quidem hæc omnia; novi hanc indolem, hanc animi constitutionem; nec sum tamen inde absterritus, ne, inter gravissimas istas Tuas Sacerdotales curas, Philosophicas hæc meditationes meas, Tibi sifterem, ac tantulæ libellum molis homini ad tantum culmen evecto porrigerem, ac Tuo vellem Nomine insignitum. Quod enim ad primum pertinet caput, non Theologicas tantum, sed Philosophicas etiam perquisitiones Christiano Antistite ego quidem dignissimas esse censeo, & universam Naturæ contemplationem omnino arbitror cum Sacerdotii sanctitate penitus consentire. Mirum enim, quam belle ab ipsa consideratione Naturæ ad cælestium rerum contemplationem disponitur animus, & ad ipsum Divinum tantæ molis Conditorem assurgit, infinitam ejus Potentiam, Sapientiam, Providentiam admiratus, quæ erumpunt undique, & ubique se produnt.

Est autem & illud, quod ad supremi sacrorum Moderatoris curam pertinet providere, ne in prima ingenuæ juventutis institutione, quæ semper a naturalibus studiis exordium ducit, prava teneris mentibus irrepant, ac perniciosâ principia, quæ sensim Religionem corrumpant, & vero etiam evertant penitus, ac eruant a fundamentis; quod quidem jam dudum tristi quodam Europæ fato passim evenire cernimus, gliscente in dies malo, ut fucatis quibusdam, profecto perniciosissimis, imbuti principiis juvenes, tum demum sibi

sapere videantur, cum & omnem animo religionem, & Deum ipsum sapientissimum Mundi Fabricatorem, atque Moderatorem sibi mente excusserint. Quamobrem qui veluti ad tribunal tanti Sacerdotum Principis Universæ Physicæ Theoriam, & novam potissimum Theoriam sistat, rem is quidem præstet æquissimam, nec alienum quidpiam ab ejus munere Sacerdotali offerat, sed cum eodem apprime consentiens.

Nec vero exigua libelli moles deterrere me debuit, ne cum eo ad tantum Principem accederem. Est ille quidem satis tenuis libellus, at non & tenuem quoque rem continet. Argumentum pertractat sublime admodum, & nobile, in quo illustrando omnem ego quidem industriam collocavi, ubi si quid præstitero, si minus infeliciter me gesserō, nemo sane me impudentiæ arguat, quasi vilem aliquam, & tanto indignam fastigio rem offeram. Habetur in eo novum quoddam Universæ Naturalis Philosophiæ genus a receptis huc usque, usitatisque plurimum discrepans, quanquam etiam ex iis, quæ maxime omnium per hæc tempora celebrantur, casu quodam præcipua quæque mirum sane in modum compacta, atque inter se veluti coagmentata conjunguntur ibidem, uti sunt simplicia atque inextensa Leibnitianorum elementa, cum Newtoni viribus inducentibus in aliis distantis accessum mutuum, in aliis mutuum recessum, quas vulgo attractiones, & repulsionem appellant: casu, inquam: neque enim ego conciliandi studio hinc, & inde decerpsi quædam ad arbitrium selecta, quæ utcumque inter se componerem, atque compaginarem: sed omni præjudicio seposito, a principiis exorsus inconcussis, & vero etiam receptis communiter, legitima ratiocinatione usus, & continuo conclusionum nexu deveni ad legem virium in Natura existentium unicam, simplicem, continuam, quæ mihi & constitutionem elementorum materiæ, & Mechanicæ leges, & generales materiæ ipsius proprietates, & præcipua corporum discrimina, sua
ap-

applicatione ita exhibuit, ut eadem in iis omnibus ubique se prodat uniformis agendi ratio, non ex arbitrariis hypothesibus, & fictitiis commentationibus, sed ex sola continua ratiocinatione deducta. Ejusmodi autem est omnis, ut eas ubique vel definiat, vel adumbret combinationes elementorum, quæ ad diversa præstanda phænomena sunt adhibendæ, ad quas combinationes Conditoris Supremi consilium, & immensa Mentis Divinæ vis ubique requiritur, quæ infinitos casus perspiciat, & ad rem aptissimos seligat, ac in Naturam inducat.

Id mihi quidem argumentum est operis, in quo Theoriam meam expono, comprobo, vindico: tum ad Mechanicam primum, deinde ad Physicam applico, & uberri- mos usus expono, ubi brevi quidem libello, sed admodum diuturnas annorum jam tredecim meditationes complector meas, eo plerumque tantummodo rem deducens, ubi demum cum communibus Philosophorum consentio placitis, & ubi ea, quæ habemus jam pro compertis, ex meis etiam deductionibus sponte fluunt, quod usque adeo voluminis molem contraxit. Dederam ego quidem dispersa dissertatiunculis variis Theoriæ meæ quædam velut specimina, quæ inde & in Italia Professores publicos nonnullos ad stipulatores est nacta, & jam ad exter- as quoque gentes pervasit: sed ea nunc primum tota in unum compacta, & vero etiam plusquam duplo aucta, prodit in publicum, quem laborem postremo hoc mense, molestioribus negotiis, quæ me Viennam adduxerant, & curis omnibus exsolutus suscepi, dum in Italiam rediturus opportunum itineri tempus inter assiduas nives opperior, sed omnem in eodem adornando, & ad communem mediocrium etiam Philosophorum captum accommodando diligentiam adhibui.

Inde vero jam facile intelliges, cur ipsum laborem meum ad Te deferre, & Tuo nuncupare Nomini non dubitaverim. Ratio ex iis, quæ proposui, est duplex: primo quidem ipsum argumenti genus, quod Christianum Antistitem non modo non dedecet, sed etiam appri-

me decet: tum ipsius argumenti vis, atque dignitas; quæ nimirum confirmat, & erigit nimium fortasse impares, sed quantum fieri per me potuit, intentos conatus meos; nam quidquid eo in genere meditando assequi possum, totum ibidem adhibui, ut idcirco nihil arbitrer a mea tenuitate proferri posse te minus indignum, cui ut aliquem offerrem laborum meorum fructum quantumcunque, exposcebat sane, ac ingenti clamore quodam efflagitabat tanta erga me humanitas Tua, qua jam olim immerentem complexus Romæ, hic etiam fovere pergis, nec in tanto dedignatus fastigio, omni benevolentia significatione prosequeris! Accedit autem & illud, quod in hisce terris vix adhuc nota, vel etiam ignota penitus Theoria mea Patrocinio indiget, quod, si Tuo Nomine insignita prodeat in publicum, obtinebit sane validissimum, & secura vagabitur: Tu enim illam, parente velut hic orbatam suo, in dies nimirum discessuro, & quodammodo veluti posthumam post ipsum ejus discessum typis impressam, & in publicum prodeuntem tueberis, fovebisque.

Hæc sunt, quæ meum Tibi consilium probent, Princeps Celsissime: Tu, qua soles humanitate auctorem excipere, opus excipe, & si forte adhuc consilium ipsum Tibi visum fuerit improbandum; animum saltem æquus respice obsequentissimum Tibi, ac devinctissimum. Vale.

*Dabam Viennæ in Collegio Academico Soc. JESU Idibus Febr.
CICICCLVIII.*

AD LECTOREM

EX EDITIONE VIENNENSIS.



*H*abes, amice Lector, Philosophiæ Naturalis Theoriam ex unica lege virium deductam, quam & ubi jam olim adumbraverim, vel etiam ex parte explicaverim, & qua occasione nunc uberius pertractandam, atque augendam etiam, susceperim, invenies in ipso primæ partis exordio. Libuit autem hoc opus dividere in partes tres, quarum prima continet explicationem Theoriæ ipsius, ac ejus analyticam deductionem, & vindicationem; secunda applicationem satis uberem ad Mechanicam; tertia applicationem ad Physicam.

Porro illud inprimis curandum duxi, ut omnia, quam liceret, dilucide exponerentur, nec sublimiore Geometria, aut Calculo indigerent. Et quidem in prima, ac tertia parte non tantum nullæ analyticæ, sed nec geometricæ demonstrationes occurrunt, paucissimis quibusdam, quibus indigeo, rejectis in adnotatiunculas, quas in fine paginarum quarundam invenies. Quædam autem admodum pauca, quæ majorem Algebrae, & Geometriæ cognitionem requirebant, vel erant complicatiora aliquanto, & alibi a me jam edita, in fine operis apposui, quæ Supplementorum appellavi nomine, ubi & ea addidi, quæ sentio de spatio, ac tempore, Theoriæ meæ consentanea, ac edita itidem jam alibi. In secunda parte, ubi ad Mechanicam applicatur Theoria, a geometricis, & aliquando etiam ab algebraicis demonstrationibus abstinere omnino non potui; sed eæ ejusmodi sunt, ut vix unquam requirant aliud, quam Euclidean Geometriam, & primas Trigonometriæ notiones maxime simplices, ac simplicem algorithmum.

In prima quidem parte occurrunt Figure geometricæ complures, quæ prima fronte videbuntur etiam complicatæ rem ipsam intimius non perscrutanti; verum eæ nihil aliud exhibent, nisi imaginem quandam rerum, quæ ipsis oculis per ejusmodi figuras sistuntur contemplandæ. Ejusmodi est ipsa illa curva, quæ legem virium exhibet. Invenio ego quidem inter
omnia

omnia materiae puncta vim quandam mutuam, quae a distantis pendet, & mutatis distantis mutatur ita, ut in aliis attractiva sit, in aliis repulsiva, sed certa quadam, & continua lege. Leges ejusmodi variationis binarum quantitatum a se invicem pendentium, uti hic sunt distantia, & vis, exprimi possunt vel per analyticam formulam, vel per geometricam curvam; sed illa prior expressio & multo plures cognitiones requirit ad Algebram pertinentes, & imaginationem non ita adjuvat, ut haec posterior, qua idcirco sum usus in ipsa prima operis parte, rejecta in Supplementa formula analytica, quae & curvam, & legem virium ab illa expressam exhibeat.

Porro hac res omnis reducitur. Habetur in recta indefinita, quae axis dicitur, punctum quoddam, a quo abscissa ipsius rectae segmenta referunt distantias. Curva linea protenditur secundum rectam ipsam, circa quam etiam serpit, & eandem in pluribus secat punctis: rectae a fine segmentorum erectae perpendiculariter usque ad curvam, exprimunt vires, quae majores sunt, vel minores, prout ejusmodi rectae sunt itidem majores, vel minores; ac eadem ex attractivis migrant in repulsivas, vel vice versa, ubi illae ipsae perpendiculares rectae directionem mutant, curva ab altera axis indefiniti plaga migrante ad alteram. Id quidem nullas requirit geometricas demonstrationes, sed meram cognitionem vocum quarundam, quae vel ad prima pertinent Geometriae elementa, & notissima sunt, vel ibi explicantur, ubi adhibentur. Notissima autem est significatio vocis Asymptotus, unde & crux asymptoticum curvae appellatur: dicitur nimirum recta asymptotus cruris cujuscumque curvae, cum ipsa recta in infinitum producta, ita ad curvilineum arcum productum itidem in infinitum semper accedit magis, ut distantia minuatur in infinitum, sed nusquam penitus evanescat, illis idcirco nunquam invicem convenientibus.

Consideratio porro attentae curvae propositae in fig. 1, & rationis, quae per illam exprimitur nexus inter vires, & distantias, est utique admodum necessaria ad intelligendam Theoriam ipsam, cujus ea est praecipua quaedam veluti clavis, sine qua omnino incassum tentarentur cetera: sed & ejusmodi est, ut tironum, & sane etiam mediocrium, immo etiam longe infra mediocritatem collocatorum, captum non excedat, potissimum si viva accedat Professoris vox mediocriter etiam versati in Mechanica, cujus ope, pro certo habeo, rem ita patentem omnibus reddi posse, ut ii etiam, qui Geometriae penitus ignari sunt, paucorum admodum explicatio-

ne vocabularum accedente, eam ipsis oculis intueantur omnino perspicuam.

In tertia parte supponuntur utique nonnulla, quæ demonstrantur in secunda; sed ea ipsa sunt admodum pauca, & iis, qui geometricas demonstrationes fastidiunt, facile admodum exponi possunt res ipsæ ita, ut penitus etiam sine ullo Geometriæ adjumento percipiantur, quanquam sine iis ipsa demonstratio haberi non poterit; ut idcirco in eo differre debeat is, qui secundam partem attente legerit, & Geometriam calleat, ab eo, qui eam omittat, quod ille primus veritates in tertia parte adhibitas, ac ex secunda erutas, ad explicationem Physicæ, intuebitur per evidentiam ex ipsis demonstrationibus haustam, hic secundus easdem quodammodo per fidem Geometris adhibitam credet. Hujusmodi inprimis est illud, particulam compositam ex punctis etiam homogeneis, præditi lege virium proposita, posse per solam diversam ipsorum punctorum dispositionem aliam particulam per certum intervallum vel perpetuo attrahere, vel perpetuo repellere, vel nihil in eam agere, atque id ipsum viribus admodum diversis, & quæ respectu diversarum particularum diversæ sint, & diversæ respectu partium diversarum ejusdem particulæ, ac aliam particulam alicubi etiam urgeant in latus, unde plurium phenomenorum explicatio in Physica sponte fluit.

Verum qui omnem Theoriæ, & deductionum compagem aliquanto altius inspexerit, ac diligentius perpenderit, videbit, ut spero, me in hoc perquisitionis genere multo ulterius progressum esse, quam olim Newtonus ipse desideraverit. Is enim in postrema Opticæ questione prolatis iis, quæ per vim attractivam, & vim repulsivam, mutata distantia ipsi attractivæ succedentem, explicari poterant, hæc addidit: „ Atque hæc quidem omnia si ita sint, jam Natura universa valde erit simplex, & consimilis sui, perficiens nimirum magnos omnes corporum cælestium motus attractione gravitatis, quæ est mutua inter corpora illa omnia, & minores fere omnes particularum suarum motus alia aliqua vi attrahente, & repellente, quæ est inter particulas illas mutua. „ Aliquanto autem inferius de primigeniis particulis agens sic habet: „ Porro videntur mihi hæc particule primigeniæ non modo in se vim inertie habere, motusque leges passivas illas, quæ ex vi ista necessario oriuntur; verum etiam motum perpetuo accipere a certis principiis actuosis, qualia nimirum sunt gravitas, & causa fermentationis, & coherentia corporum. Atque hæc quidem principia considero non ut occultas
„ qua-

„ qualitates, quæ ex specificis rerum formis oriri fingantur, sed ut uni-
 „ versales Nature leges, quibus res ipsæ sunt formatae. Nam principia
 „ quidem talia revera existere ostendunt phaenomena Nature, licet ipso-
 „ rum causæ quæ sint, nondum fuerit explicatum. Affirmare, singulas
 „ rerum species specificis preditas esse qualitatibus occultis, per quas eæ
 „ vim certam in agendo habent, hoc utique est nihil dicere: at ex pha-
 „ nomenis Nature duo, vel tria derivare generalia motus principia, &
 „ deinde explicare, quemadmodum proprietates, & actiones rerum corpo-
 „ rearum omnium ex istis principiis consequantur, id vero magnus esset
 „ factus in Philosophia progressus, etiamsi principiorum istorum causæ
 „ nondum essent cognite. Quare motus principia supradicta proponere non
 „ dubito, cum per Naturam universam latissime pateant. „

Hæc ibi Newtonus, ubi is quidem magnos in Philosophia progressus
 facturum arbitratus est cum, qui ad duo, vel tria generalia motus prin-
 cipia ex Nature phaenomenis derivata phaenomenorum explicationem redu-
 xerit, & sua principia protulit, ex quibus inter se diversis eorum aliqua
 tantummodo explicari posse censuit. Quid igitur, ubi & ea ipsa tria, &
 alia præcipua quæque, ut ipsa etiam impenetrabilitas, & impulsio redu-
 cantur ad principium unicum legitima ratiocinatione deductum? At id per
 meam unicam, & simplicem virium legem præstari, patebit sane consi-
 deranti operis totius Synopsim quandam, quam hic subjicio; sed multo
 magis opus ipsum diligentius pervolventi,



XVII

SYNOPSIS

TOTIUS OPERIS:

EX EDITIONE VIENNENSI

P A R S I.



Rimis sex numeris exhibeo, quan- (A)
do, & qua occasione Theoriam meam
invenerim, ac ubi hucusque de ea
egerim in dissertationibus jam edi-
tis, quid ea commune habeat cum
Leibnitiana, quid cum Newtoniana
Theoria, in quo ab utraque discre-
pet, & vero etiam utrique præstet: addo, quid ali-
bi promiserim pertinens ad æquilibrium, & oscil-
lationis centrum, & quemadmodum iis nunc inven-
tis, ac ex unico simplicissimo, ac elegantissimo theo-
remate profluentibus omnino sponte, cum disserta-
tiunculam brevem meditarer, jam eo consilio rem
aggressus; repente mihi in opus integrum justæ
molis evaserit tractatio.

Tum usque ad num. ii expono Theoriam i- 7
psam: materiam constantem punctis prorsus sim-
plicibus, indivisibilibus, & inextensis, ac a se in-
vicem distantibus, quæ puncta habeant singula
vim inertiae, & præterea vim activam mutuan-
pendentem a distantis, ut nimirum, data distan-
tia, detur & magnitudo, & directio vis ipsius,
mutata autem distantia, mutetur vis ipsa, quæ,
imminuta distantia in infinitum, sit repulsiva, &
quidem excrescens in infinitum: aucta autem di-
stantia, minuatur, evanescat, mutetur in attracti-
vam crescentem primo, tum decrescentem, eva-
nescentem, abeuntem iterum in repulsivam, idque
c per

(A) Series numerorum, quibus tractari incipiunt, quæ sunt in textu.

per multas vices, donec demum in majoribus distantibus abeat in attractivam decrefcentem ad sensum in ratione reciproca duplicata distantiarum: quem nexum virium cum distantibus, & vero etiam earum transitum a positivis ad negativas, sive a repulsivis ad attractivas, vel vice versa, oculis ipsis propono in vi, qua binæ elastri cuspides conantur ad se invicem accedere, vel a se invicem recedere, prout sunt plus justo distractæ, vel contractæ.

- 11 Inde ad num. 16 ostendo, quo pacto id non sit aggregatum quoddam virium temere coalescentium, sed per unicam curvam continuam exponatur ope abscissarum experimentium distantias, & ordinatarum experimentium vires, cujus curvæ ductum, & naturam expono, ac ostendo, in quo differat ab hyperbola illa gradus tertii, quæ Newtonianam gravitatem exprimit: ac demum ibidem & argumentum, & divisionem propono operis totius.

- Hisce expositis gradum facio ad exponendam totam illam analysim, qua ego ad ejusmodi Theoriam deveni, & ex qua ipsam arbitror directâ, & solidissima ratiocinatione deduci totam. Contendo nimirum usque ad numerum 19 illud, in collisione corporum debere vel haberi compenetracionem, vel violari legem continuitatis, velocitate mutata per saltum, si cum inæqualibus velocitatibus deveniant ad immediatum contactum, quæ continuitatis lex cum (ut evinco) debeat omnino observari, illud infero, antequam ad contactum deveniant corpora, debere mutari eorum velocitates per vim quandam, quæ sit par extinguendæ velocitati, vel velocitatum differentiæ, cuiusvis utcunque magnæ.

- 19 A num. 19 ad 28 expendo effugium, quo ad eludendam argumenti mei vim utuntur ii, qui negant corpora dura, qua quidem responsione uti non possunt Newtoniani, & Corpusculares generaliter, qui

qui elementares corporum particulas assumunt prorsus duras : qui autem omnes utcunque parvas corporum particulas molles admittunt, vel elasticas, difficultatem non effugiunt, sed transferunt ad primas superficies, vel puncta, in quibus committeretur omnino saltus, & lex continuitatis violaretur: ibidem quendam verborum lusum evolvo, frustra adhibitum ad eludendam argumenti mei vim.

Sequentibus num. 28 & 29 binas alias responsiones rejicio aliorum, quarum altera, ut mei argumenti vis elidatur, affirmat quispiam, primæ materiæ elementa compenetrari, altera dicuntur materiæ puncta adhuc moveri ad se invicem, ubi localiter omnino quiescunt, & contra primum effugium evinco impenetrabilitatem ex inductione: contra secundum expono æquivocationem quandam in significatione vocis *motus*, cui æquivocationi totum innititur. 28

Hinc num. 30, & 31 ostendo, in quo a Mac-Laurino dissentiam, qui considerata eadem, quam ego contemplatus sum, collisione corporum, conclusit, continuitatis legem violari, cum ego eandem illæsam esse debere ratus ad totam devenerim Theoriam meam. 30

Hic igitur, ut meæ deductionis vim exponam, in ipsam continuitatis legem inquirō, ac a num. 32 ad 38 expono, quid ipsa sit, quid mutatio continua per gradus omnes intermedios, quæ nimirum excludat omnem saltum ab una magnitudine ad aliam sine transitu per intermedias, ac Geometriam etiam ad explicationem rei in subsidium advoco: tum eam probō primum ex inductione, ac in ipsum inductionis principium inquirens usque ad num. 44, exhibeo, unde habeatur ejusdem principii vis, ac ubi id adhiberi possit, rem ipsam illustrans exemplo impenetrabilitatis erutæ passim per inductionem, donec demum ejus vim applicem ad legem continuitatis demonstrandam: ac sequentibus numeris 39 43

meris casus evolvo quosdam binarum classium, in quibus continuitatis lex videtur lædi, nec tamen læditur.

- 48 Post probationem principii continuitatis petitam ab inductione, aliam num. 48 ejus probationem aggreddior metaphysicam quandam, ex necessitate utriusque limitis in quantitatibus realibus, vel seriebus quantitarum realium finitis, quæ nimirum nec suo principio, nec suo fine carere possunt. Ejus rationis vim ostendo in motu locali, & in Geometria
- 52 sequentibus duobus numeris: tum num. 52 expono difficultatem quandam, quæ petitur ex eo, quod in momento temporis, in quo transitur a *non esse* ad *esse*, videatur juxta ejusmodi Theoriam debere simul haberi ipsum *esse*, & *non esse*, quorum alterum ad finem præcedentis seriei statuum pertinet, alterum ad sequentis initium, ac solutionem ipsius fuse evolvo, Geometria etiam ad rem oculari ipsi sistendam vocata in auxilium.
- 63 Num. 63, post epilogum eorum omnium, quæ de lege continuitatis sunt dicta, id principium applico ad excludendum saltum immediatum ab una velocitate ad aliam, sine transitu per intermedias, quod & inductionem læderet pro continuitate amplissimam, & induceret pro ipso momento temporis, in quo fieret saltus, binas velocitates, ultimam nimirum seriei præcedentis, & primam novæ, cum tamen duas simul velocitates idem mobile habere omnino non possit. Id autem ut illustrem, & evincam, usque ad num. 72 considero velocitatem ipsam, ubi potentialem quandam, ut appello, velocitatem ab actuali secerno, & multa, quæ ad ipsarum naturam, ac mutationes pertinent, diligenter evolvo, nonnullis etiam, quæ inde contra meæ Theoriæ probationem objici possunt, dissolutis.

His expositis concludo jam illud ex ipsa continuitate, ubi corpus quodpiam velocius movetur
post

post aliud lentius, ad contactum immediatum cum illa velocitatum inæqualitate deveniri non posse, in quo scilicet contactu primo mutaretur vel utriusque velocitas, vel alterius, per saltum, sed debere mutationem velocitatis incipere ante contactum ipsum. Hinc num. 73 infero, debere haberi 73 mutationis causam, quæ appelletur vis: tum num. 74 hanc vim debere esse mutuam, & agere in 74 partes contrarias, quod per inductionem evinco, & inde infero num. 75, appellari posse repulsi- 75 vam ejusmodi vim mutuam, ac ejus legem exquirendam propono. In ejusmodi autem perquisitione usque ad num. 80 invenio illud, debere vim ipsam imminutis distantiiis crescere in infinitum ita, ut par sit extinguendæ velocitati utcunque magnæ; tum & illud, imminutis in infinitum etiam distantiiis, debere in infinitum augeri, in maximis autem debere esse e contrario attractivam, uti est gravitas: inde vero colligo limitem inter attractionem, & repulsionem: tum sensim plures, ac etiam plurimos ejusmodi limites invenio, sive transitus ab attractione ad repulsionem, & vice versa, ac formam totius curvæ per ordinatas suas experimentis virium legem determino.

Eo usque virium legem deduco, ac definio; tum 81 num. 81 eruo ex ipsa lege constitutionem elementorum materiæ, quæ debent esse simplicia, ob repulsionem in minimis distantiiis in immensum auctam; nam ea, si forte ipsa elementa partibus constarent, nexum omnem dissolveret. Usque ad num. 88 inquirō in illud, an hæc elementa, ut simplicia esse debent, ita etiam inextensa esse debeant, ac exposita illa, quam virtualementem extensionem appellant, eandem excludo inductionis principio, & difficultatem evolvo tum eam, quæ peti possit ab exemplo ejus generis extensionis, quam in anima indivisibili, & simplice per aliquam corporis partem

tem divisibilem, & extensam passim admittunt; vel omnipræsentiæ Dei: tum eam, quæ peti possit ab analogia cum quiete, in qua nimirum conjungi debeat unicum spatii punctum cum serie continua momentorum temporis, uti in extensione virtuali unicum momentum temporis cum serie continua punctorum spatii conjungeretur, ubi ostendo, nec quietem omnimodam in Natura haberi usquam, nec adesse semper omnimodam inter tempus, 88 & spatium analogiam. Hic autem ingentem colligo ejusmodi determinationis fructum, ostendens usque ad num. 91, quantum proficit simplicitas, indivisibilitas, inextensio elementorum materiæ, ob summotum transitum a vacuo continuo per saltum ad materiam continuam, ac ob sublatum limitem densitatis, quæ in ejusmodi Theoria ut minui in infinitum potest, ita potest in infinitum etiam augeri, dum in communi, ubi ad contactum deventum est, augeri ultra densitas nequaquam potest, potissimum vero ob sublatum omne continuum coexistens, quo sublato & gravissimæ difficultates plurimæ evanescent, & infinitum actu existens habetur nullum, sed in possibilibus tantummodo remanet series finitorum in infinitum producta.

91 His definitis, inquirō usque ad num. 99 in illud, an ejusmodi elementa sint censenda homogenea, an heterogenea: ac primo quidem argumentum pro homogeneitate saltem in eo, quod pertinet ad totam virium legem, invenio in homogeneitate tanta primi curis repulsi in minimis distantis, ex quo pendet impenetrabilitas, & postremi attractivi, quo gravitas exhibetur, in quibus omnis materia est penitus homogenea. Ostendo autem, nihil contra ejusmodi homogeneitatem evinci ex principio Leibnitiano indiscernibilium, nihil ex inductione, & ostendo, unde tantum proveniat discrimen in compositis massulis, ut in frondibus, & fo-

foliis; ac per inductionem, & analogiam demon-
stro, naturam nos ad homogeneitatem elemento-
rum, non ad heterogeneitatem deducere.

Ea ad probationem Theoriæ pertinent; qua ab-
soluta, antequam inde fructus colligantur multi-
plices, gradum hic facio ad evolvendas difficulta- 100
tes, quæ vel objectæ jam sunt, vel objici posse vi-
dentur mihi, primo quidem contra vires in genere,
tum contra meam hanc expositam, comprobata-
que virium legem, ac demum contra puncta illa
indivisibilia, & inextensa, quæ ex ipsa ejusmodi
virium lege deducuntur.

Primo quidem, ut iis etiam faciam fatis, qui 101
inani vocabulorum quorundam sono perturbantur,
a num. 101 ad 104 ostendo, vires hæc non esse
quoddam occultarum qualitatum genus, sed paten-
tem sane Mechanismum, cum & idea earum sit
admodum distincta, & existentia, ac lex positive
comprobata; ad Mechanicam veropertineat omnis
tractatio de Motibus, qui a datis viribus etiam sine
immediato impulsu oriuntur. A num. 104 ad 106
ostendo, nullum committi saltum in transitu a re-
pulsionibus ad attractiones, & vice versa, cum ni-
mirum per omnes intermedias quantitates istransi-
tus fiat. Inde vero ad objectiones gradum facio, 106
quæ totam curvæ formam impetunt. Ostendo ni-
mirum usque ad num. 116, non posse omnes re-
pulsiones a minore attractione desumi; repulsiones
ejusdem esse seriei cum attractionibus, a quibus
differant tantummodo ut minus a majore, sive ut
negativum a positivo; ex ipsa curvarum natura,
quæ, quo altioris sunt gradus, eo in pluribus pun-
ctis rectam secare possunt, & eo in immensum plu-
res sunt numero; haberi potius, ubi curva quæ-
ritur, quæ vires exprimat, indicium pro curva e-
jus naturæ, ut rectam in plurimis punctis secet,
adeoque plurimos secum afferat virium transitus
a re-

a repulsivis ad attractivas, quam pro curva, quæ nusquam axem secans attractiones solas, vel solas pro distantis omnibus repulsiones exhibeat: sed vires repulsivas, & multipliciter transituum esse positive probatam, & deductam totam curvæ formam, quam itidem ostendo, non esse ex arcibus natura diversis temere coalescentem, sed omnino simplicem, atque eam ipsam simplicitatem in Supplementis evidentissime demonstro, exhibens methodum, qua deveniri possit ad æquationem ejusmodi curvæ simplicem, & uniformem; licet, ut hic ostendo, ipsa illa lex virium possit mente resolvi in plures, quæ per plures curvas exponantur, a quibus tamen omnibus illa reapse unica lex, per unicam illam continuam, & in se simplicem curvam componatur.

- 121 A num. 121 refello, quæ objici possunt a lege gravitatis decrescentis in ratione reciproca duplicata distantiarum, quæ nimirum in minimis distantis attractionem requirit crescentem in infinitum. Ostendo autem, ipsam non esse usquam accurate in ejusmodi ratione, nisi imaginarias resolutiones exhibeamus; nec vero ex Astronomia deduci ejusmodi legem prorsus accurate servatam in ipsis Planetarum, & Cometarum distantis, sed ad summum ita proxime, ut differentia ab ea lege sit perquam exigua: ac a num. 124 expendo argumentum, quod pro ejusmodi lege desumi possit ex eo, quod cuiusvis visa sit omnium optima, & idcirco electa ab Auctore Naturæ, ubi ipsum Optimismi principium ad trutinam revoco, ac excludo, & vero illud etiam evinco, non esse, cur omnium optima ejusmodi lex censeatur: in Supplementis vero ostendo, ad quæ potius absurda deducet ejusmodi lex, & vero etiam leges aliæ plures attractionis, quæ imminutis in infinitum distantis excrescat in infinitum.

Num. 131 a viribus transeo ad elementa, & primum ostendo, cur punctorum inextensorum ideam non habeamus, quod nimirum eam haurire non possumus per sensus, quos solæ massæ, & quidem grandiores, afficiunt, atque idcirco eandem nos ipsi debemus per reflexionem efformare, quod quidem facile possumus. Ceterum illud ostendo, me non inducere primum in Physicam puncta indivisibilia, & inextensa, cum eo etiam Leibnitianæ monades recidant, sed sublata extensione continua difficultatem auferre illam omnem, quæ jam olim contra Zenonicos objecta, nunquam est satis soluta, qua fit, ut extensio continua ab inextensis effici omnino non possit.

Num. 140 ostendo, inductionis principium contra ipsa nullam habere vim, ipsorum autem existentiam vel inde probari, quod continuitas se se ipsam destruat, & ex ea assumpta probetur argumentis a me institutis hoc ipsum, prima elementa esse indivisibilia, & inextensa, nec ullum haberi extensum continuum. A num. 143 ostendo, ubi continuitatem admittam, nimirum in solis motibus; ac illud explico, quid mihi sit spatium, quid tempus, quorum naturam in Supplementis multo uberius expono. Porro continuitatem ipsam ostendo a natura in solis motibus obtineri accurate, in reliquis affectari quodammodo; ubi & exempla quædam evolvo continuitatis primo aspectu violatæ, in quibusdam proprietatibus luminis, ac in aliis quibusdam casibus, in quibus quædam crescunt per additionem partium, non (ut ajunt) per intussumptionem.

A num. 153 ostendo, quantum hæc mea puncta a spiritibus differant; ac illud etiam evolvo, unde fiat, ut in ipsa idea corporis videatur includi extensio continua, ubi in ipsam idearum nostrarum originem inquiri, & quæ inde præjudicia profluant, expono. Postremo autem loco num. 165 innuo, qui fieri possit,

d

ut

ut puncta inextensa, & a se invicem distantia, in massam coalescant, quantum libet, cohærentem, & iis proprietatibus præditam, quas in corporibus experimur, quod tamen ad tertiam partem pertinet, ibi multo uberius pertractandum: ac ibi quidem primam hanc partem absolvo.

P A R S I I.

- 166 **N**Um. 166. hujus partis argumentum propono; sequenti vero 167, quæ potissimum in curva virium consideranda sint, enuncio. Eorum consi-
 168 derationem aggressus, primo quidem usque ad num. 172 in ipsos arcus inquirō, quorum alii attractivi, alii repulsivi, alii asymptotici, ubi casuum occurrit mira multitudo, & in quibusdam consecutaria notatu digna, ut & illud, cum ejus formæ curva plurium asymptotorum esse possit, Mundorum prorsus similium seriem posse oriri, quorum alter respectu alterius vices agat unius, & indif-
 172 solubilis elementi. Ad num. 179 areas contemplor arcibus clausas, quæ respondententes segmento axis cuicumque, esse possunt magnitudine ut-
 179 tum. Ad num. 189 inquirō in appulsus curvæ ad axem, sive is ibi secetur ab eadem (quo casu habentur transitus vel a repulsione ad attractionem, vel ab attractione ad repulsionem, quos dico limites, & quorum maximus est in tota mea Theoria usus), sive tangatur, & curva retro redeat, ubi etiam pro appulsibus considero recessus in infinitum per arcus asymptoticos, & qui transitus, sive limites, orientur inde, vel in Natura admitti possint, evolvo.
- 189 Num. 189 a consideratione curvæ ad punctorum combinationem gradum facio, ac primo quidem usque

usque ad num. 204 ago de systemate duorum punctorum, ea pertractans, quæ pertinent ad eorum vires mutuas, & motus, sive sibi relinquuntur, sive projiciantur utcunque, ubi & conjunctione ipsorum exposita in distantis limitum, & oscillationibus variis, sive nullam externam punctorum aliorum actionem sentiant, sive perturbentur ab eadem, illud innuo in antecessum, quanto id usui futurum sit in parte tertia ad exponenda cohæsionis varia genera, fermentationes, conflagrationes, emissiones vaporum, proprietates luminis, elasticitatem, mollitiem.

Succedit a Num. 204 ad 239 multo uberior con- 204
sideratio trium punctorum, quorum vires generaliter facile definiuntur data ipsorum positione quacunque: verum utcunque data positione, & celeritate, nondum a Geometris inventi sunt motus ita, ut generaliter pro casibus omnibus absolvi calculus possit. Vires igitur, & variationem ingentem, quam diversæ pariunt combinationes punctorum, utut tantummodo numero trium, persequor usque ad num. 209. Hinc usque ad num. 214 quædam evol- 209
vo, quæ pertinent ad vires ortas in singulis ex actione composita reliquorum duorum, & quæ tertium punctum non ad accessum urgeant, vel recessum tantummodo respectu eorundem, sed & in latus, ubi & soliditatis imago prodit, & ingens sane discrimen in distantis particularum perquam exiguis, ac summa in maximis, in quibus gravitas agit, conformitas, quod quanto itidem ad Naturæ explicationem futurum sit usui, significo. Usque ad num. 221 ipsis etiam oculis con- 214
templandum propono ingens discrimen in legibus virium, quibus bina puncta agunt in tertium, sive id jaceat in recta, qua junguntur, sive in recta ipsi perpendiculari, & eorum intervallum secante bifariam, constructis ex data primigenia curva curvis vires compositas exhibentibus: tum sequentibus 221

- binis numeris casum evolvo notatu dignissimum, in quo mutata sola positione binorum punctorum, punctum tertium per idem quoddam intervallum, situm in eadem distantia a medio eorum intervallo, vel perpetuo attrahitur, vel perpetuo repellitur, vel nec attrahitur, nec repellitur; cujusmodi discrimen cum in massis haberi debeat multo ma-
- 222 jus, illud indico num. 222, quantus inde itidem in Physicam usus proveniat.
- 223 Hic jam num. 223 a viribus binorum punctorum transeo ad considerandum totum ipsorum systema, & usque ad num. 228 contemplor tria puncta in directum sita, ex quorum mutuis viribus relationes quaedam exurgunt, quæ multo generaliores redduntur inferius, ubi in tribus etiam punctis tantummodo adumbrantur, quæ pertinent ad virgas rigidas, flexiles, elasticas, ac ad vectem, & ad alia
- 228 plura, quæ itidem inferius, ubi de massis, multo generaliora fiunt. Demum usque ad num. 238 contemplor tria puncta posita non in directum, sive in æquilibrio sint, sive in perimetro ellipsium quarundam, vel curvarum aliarum; in quibus mira occurrit analogia limitum quorundam cum limitibus, quos habent bina puncta in axe curvæ primigeniæ ad se invicem, atque ibidem multo major varietas casuum indicatur pro massis, & specimen applicationis exhibetur ad soliditatem, & liquationem per celerem intestinum motum punctis
- 238 impressum. Sequentibus autem binis numeris generalia quaedam expono de systemate punctorum quatuor cum applicatione ad virgas solidas, rigidas, flexiles, ac ordines particularum varios exhibeo per pyramides, quarum infimæ ex punctis quatuor, superiores ex quatuor pyramidibus singulæ coalescant.
- 240 A num. 240 ad massas gradu facto usque a num. 264 considero, quæ ad centrum gravitatis pertinent,
- ac

ac demonstro generaliter, in quavis massa esse aliquod, & esse unicum: ostendo, quo pacto determinari generaliter possit, & quid in methodo, quæ communiter adhibetur, desit ad habendam demonstrationis vim, luculenter expono, & suppleo, ac exemplum prefero quoddam ejusdem generis, quod ad numerorum pertinet multiplicationem, & ad virium compositionem per parallelogramma, quam alia methodo generaliore exhibeo analogia illi ipsi, qua generaliter in centrum gravitatis inquirō: tum vero ejusdem ope demonstro admodum expedite, & accuratissime celebre illud Newtoni theorema de statu centri gravitatis per mutuas internas vires nunquam turbato.

Ejus tractationis fructus colligo plures · conser- 264
 vationem ejusdem quantitatis motus in Mundo in
 eandem plagam num. 264, æqualitatem actionis, 265
 & reactionis in massis num. 265, collisionem cor- 266
 porum, & communicationem motus in congressibus
 directis cum eorum legibus, inde num. 276 con- 276
 gressus obliquos, quorum Theoriam a resolutione
 motuum reduco ad compositionem num. 277, quod 277
 sequenti numero 278 transfero ad incursum etiam 278
 in planum immobile; ac a num. 279 ad 289 ostendo, 279
 nullam haberi in Natura veram virium, aut motuum
 resolutionem, sed imaginariam tantum modo, ubi
 omnia evolvo, & explico casuum genera, quæ prima
 fronte virium resolutionem requirere videntur.

A num. 289. ad 297 leges expono compositionis 289
 virium, & resolutionis, ubi & illud notissimum,
 quo pacto in compositione decrescat vis, in reso-
 lutione crescat, sed in illa priore conspirantium
 summa semper maneat, contrariis elisis; in hac po-
 steriore concipiantur tantummodo binæ vires con-
 trariæ adjectæ, quæ consideratio nihil turbet phæ-
 nomena; unde fiat, ut nihil inde pro virium viva-
 rum Theoria deduci possit, cum sine iis explicentur
 omnia,

omnia, ubi plura itidem explico ex iis phænomenis, quæ pro ipsis viribus vivis afferri solent.

297 A num. 297 occasione inde arrepta aggredior quædam, quæ ad leges continuitatis pertinent, ubique in motibus sancte servatam, ac ostendo illud, idcirco in collisionibus corporum, ac in motu reflexo, leges vulgo definitas, non nisi proxime tantummodo observari, & usque ad num. 307 relationes varias persequor angulorum incidentiæ, & reflexionis, sive vires constanter in accessu attrahant, vel repellant constanter, sive jam attrahant, jam repellant: ubi & illud considero, quid accidat, si scabrities superficiæ agentis exigua sit, quid, si ingens, ac elementa profero, quæ ad luminis reflexionem, & refractionem explicandam, definiendamque ex Mechanica requiritur, relationem itidem vis absolutæ ad relativam in obliquo gravium descensu, & nonnulla, quæ ad oscillationum accuratorem Theoriam necessaria sunt, prorsus elementaria, diligenter expono.

307 A num. 307 inquirō in trium massarum systema, ubi usque ad num. 313 theoremata evolvo plura, quæ pertinent ad directionem virium in singulis compositarum e binis reliquarum actionibus, ut illud, eas directiones vel esse inter se parallelas, vel, si utrinque indefinite producantur, per quoddam
313 commune punctum transire omnes: tum usque ad 321 theoremata alia plura, quæ pertinent ad earundem compositarum virium rationem ad se invicem, ut illud & simplex, & elegans, binarum massarum vires acceleratrices esse semper in ratione composita ex tribus reciprocis rationibus, distantia ipsarum a massa tertia, sinus anguli, quem singularum directio continet cum sua ejusmodi distantia, & massæ ipsius eam habentis compositam vim, ad distantiam, sinum, massam alteram; vires autem motrices habere tantummodo priores rationes duas elisa tertia.

Eorum

Eorum theorematum fructum colligo deducens inde usque ad num. 328, quæ ad æquilibrium pertinent divergentium utcumque virium, & ipsius æquilibrii centrum, ac nisum centri in fulcrum, & quæ ad præponderantiam, Theoriam extendens ad casum etiam, quo massæ non in se invicem agant mutuo immediate, sed per intermedias alias, quæ nexum concilient, & virgarum necessitium suppleant vices, ac ad massas etiam quotcunque, quarum singulas cum centro conversionis, & alia quavis assumpta massa connexas concipio, unde principium momenti deduco pro machinis omnibus: tum omnium vectium genera evolvo, ut & illud, facta suspensione per centrum gravitatis haberi æquilibrium, sed in ipso centro debere sentiri vim a fulcro, vel sustinente puncto, æqualem summæ ponderum totius systematis, unde demum pateat ejus ratio, quod passim sine demonstratione assumitur, nimirum systemate quiescente, & impedito omni partium motu per æquilibrium, totam massam concipi posse ut in centro gravitatis collectam.

A num. 328 ad 347 deduco ex iisdem theorematis, quæ pertinent ad centrum oscillationis quotcunque massarum, sive sint in eadem recta, sive in plano perpendiculari ad axem rotationis ubicunque, quæ Theoria per systema quatuor massarum, excolendum aliquanto diligentius, uberius promoveri deberet & extendi ad generalem habendum solidorum nexum, qua re indicata, centrum itidem percussionis inde evolvo, & ejus analogiam cum centro oscillationis exhibeo.

Collecto ejusmodi fructu ex theorematis pertinentibus ad massas tres, innuo num. 347, quæ mihi communia sint cum ceteris omnibus, & cum Newtonianis potissimum, pertinentia ad summas virium, quas habet punctum, vel massa attracta, vel repulsa a punctis singulis alterius massæ; tum a num.

a num. 348 ad finem hujus partis, sive ad num. 358, expono quædam, quæ pertinent ad fluidorum Theoriam, & primo quidem ad pressionem, ubi illud innuo demonstratum a Newtono, si compressio fluidi sit proportionalis vi comprimenti, vires repulsivas punctorum esse in ratione reciproca distantiarum, ac vice versa: ostendo autem illud, si eadem vis sit insensibilis, rem, præter alias curvas, exponi posse per Logisticam, & in fluidis gravitate nostra terrestri præditis pressiones haberi debere ut altitudines; deinde vero attingo illa etiam, quæ pertinent ad velocitatem fluidi erumpentis e vase, & expono, quid requiratur, ut ea sit æqualis velocitati, quæ acquireretur cadendo per altitudinem ipsam, quemadmodum videtur res obtinere in aquæ effluxu: quibus partim expositis, partim indicatis, hanc secundam partem concludo.

P A R S I I I.

358 **N**Um. 358 propono argumentum hujus tertiæ partis, in qua omnes e Theoria mea generales materiæ proprietates deduco, & particulares
 360 plerasque: tum usque ad num. 371 ago aliquanto fusius de impenetrabilitate, quam duplicis generis agnosco in meis punctorum inextensorum massis, ubi etiam de ea apparenti quadam compenetratione ago, ac de luminis transitu per substantias intimas sine vera compenetracione, & mira quædam phænomena huc pertinentia explico admodum expedite. Inde ad num. 375 de extensione ago, quas
 371 mihi quidem in materia, & corporibus non est continua, sed adhuc eadem præbet phænomenæ sensibus, ac in communi sententia; ubi etiam de Geometria ago, quæ vim suam in mea Theoria retinet omnem: tum ad num. 383 figurabilitatem
 375 persequor, ac molem, massam, densitatem singillatim, in quibus omnibus sunt quædam Theoriæ
 meæ

meæ propria scitu non indigna. De Mobilitate, & 383
 Motuum Continuitate, usque ad num. 388 notatu
 digna continentur: tum usque ad num. 391 ago de 388
 æqualitate actionis, & reactionis, cujus consecta-
 ria vires ipsas, quibus Theoria mea innititur, mi-
 rum in modum confirmant. Succedit usque ad num. 391
 398 divisibilitas, quam ego ita admitto, ut quævis
 massa existens numerum punctorum realium habeat
 finitum tantummodo, sed qui in data quavis mole
 possit esse utcumque magnus; quamobrem divisibi-
 litati in infinitum vulgo admissæ substituo compo-
 nibilitatem in infinitum, ipsi, quod ad Naturæ phæ-
 nomena explicanda pertinet, prorsus æquivalen-
 tem his evolutis addo num. 398 immutabilitatem 398
 primorum materiæ elementorum, quæ cum mihi
 sint simplicia prorsus, & inextensa, sunt utique
 immutabilia, & ad exhibendam perennem phæno-
 menorum seriem aptissima.

A num. 399 ad 406 gravitatem deduco ex mea 399
 virium Theoria, tanquam ramum quendam e com-
 muni trunco, ubi & illud expono, qui fieri possit,
 ut fixæ in unicam massam non coalescant, quod gra-
 vitas generalis requirere videretur. Inde ad num. 406
 419 ago de cohæsiōe, qui est itidem veluti alter
 quidam ramus, quam ostendo, nec in quiete con-
 sistere, nec in motu conspirante, nec in pressione
 fluidi cujuscumque, nec in attractione maxima in
 contactu, sed in limitibus inter repulsionem, &
 attractionem; ubi & problema generale propono
 quoddam huc pertinens, & illud explico, cur mas-
 sa fracta non iterum coalescat, cur fibræ ante
 fractionem distendantur, vel contrahantur, & in-
 nuo, quæ ad cohæsiōem pertinentia mihi cum re-
 liquis Philosophis communia sint.

A cohæsiōe gradum facio num. 419 ad particu- 419
 las, quæ ex punctis cohærentibus efformantur,
 de quibus ago usque ad num. 426, & varia per-
 e sequor

sequor earum discrimina : ostendo nimirum, quo pacto varias induere possint figuras quascunque, quarum tenacissimæ sint; possint autem data quavis figura discrepare plurimum in numero, & distributione punctorum, unde & oriantur admodum inter se diversæ vires unius particulæ in aliam, ac itidem diversæ in diversis partibus ejusdem particulæ respectu diversarum partium, vel etiam respectu ejusdem partis particulæ alterius, cum a solo numero, & distributione punctorum pendeat illud, ut data particula datam aliam in datis earum distantis, & superficierum locis, vel attrahat, vel repellat, vel respectu ipsius sit prorsus iners: tum illud addo, particulas eo difficilius dissolubiles esse, quo minores sint; debere autem in gravitate esse penitus uniformes, quæcunque punctorum dispositio habeatur, & in aliis proprietatibus plerisque debere esse admodum (uti observamus) diversas, quæ diversitas multo major in majoribus massis esse debeat.

426 A num. 426 ad 446 de solidis, & fluidis, quod discrimen itidem pertinet ad varia cohæsionum genera; & discrimen inter solida, & fluida diligenter expono, horum naturam potissimum repetens ex motu faciliori particularum in gyrum circa alias, atque id ipsum ex viribus circumquaque æqualibus; illorum vero ex inæqualitate virium, & viribus quibusdam in latus, quibus certam positionem ad se invicem servare debeant. Varia autem distinguo fluidorum genera, & discrimen profero inter virgas rigidas, flexiles, elasticas, fragiles, ut & de viscositate, & humiditate ago, ac de organicis, & ad certas figuras determinatis corporibus, quorum efformatio nullam habet difficultatem, ubi una particula unam aliam possit in certis tantummodo superficierum partibus attrahere, & proinde cogere ad certam quandam positionem acquirendam
respe-

respectu ipsius, & retinendam. Demonstro autem & illud, posse admodum facile ex certis particularum figuris, quarum ipsæ tenacissimæ sint, totum etiam Atomistarum, & Corpuscularium systema a mea Theoria repeti ita, ut id nihil sit aliud, nisi unicus itidem hujus veluti trunci fœcundissimi ramus e diversa cohæisionis ratione prorumpens. Demum ostendo, cur non quævis massa, utut constans ex homogeneis punctis, & circa se maxime in gyrum mobilibus, fluida sit; & fluidorum resistentiam quoque attingo, in ejus leges inquirens.

A num. 446 ad 450 ago de iis, quæ itidem ad 446 diversa pertinent soliditatis genera, nimirum de elasticis, & mollibus, illa repetens a magna inter limites proximos distantia, qua fiat, ut puncta longe dimota a locis suis, idem ubique genus virium sentiant, & proinde se ad priorem restituant locum; hæc a limitum frequentia, atque ingenti vicinia, qua fiat, ut ex uno ad alium delata limitem puncta, ibi quiescant itidem respective, ut prius. Tum vero de ductilibus, & malleabilibus ago, ostendens, in quo a fragilibus discrepent: ostendo autem, hæc omnia discrimina a densitate nullo modo pendere, ut nimirum corpus, quod multo sit altero densius, possit tam multo majorem, quam multo minorem soliditatem, & cohæisionem habere, & quævis ex proprietatibus expositis æque possit cum quavis vel majore, vel minore densitate componi.

Num. 450 inquirō in vulgaria quatuor elementa; 450 tum a num. 451 ad num. 467 persequor chemicas 452 operationes; num. 452 explicans dissolutionem, 453 præcipitationem, 454, & 455 commixtionem plurium substantiarum in unam: tum num. 456, & 457 liquationem binis methodis, 458 volatilizationem, & effervescentiam, 461 emissionem effluvi- rum, quæ e massa constanti debeat esse ad sensum constans, 462 ebullitionem cum variis evaporatio-

num generibus ; 463 deflagrationem , & generationem aeris ; 464 crystallizationem cum certis figuris ; ac demum ostendo illud num. 465 , quo pacto possit fermentatio desinere ; & num. 466 , quo pacto non omnia fermentescant cum omnibus .

- 467 A fermentatione num. 467 gradum facio ad ignem , qui mihi est fermentatio quædam substantiæ lucis cum sulphurea quadam substantia , ac plura
- 471 inde consecutaria deduco usque ad num. 471 ; tum
- 472 ab igne ad lumen ibidem transeo , cujus proprietates præcipuas , ex quibus omnia lucis phænomena oriuntur , propono num. 472 , ac singulas a Theoria mea deduco , & fuscè explico usque ad num. 503 , nimirum emissionem num. 473 , celeritatem 474 , propagationem rectilineam per media homogenea , & apparentem tantummodo compenetratiorem a num. 475 ad 483 , pelluciditatem , & opacitatem num. 483 , reflexionem ad angulos æquales inde ad 484 , refractionem ad 487 , tenuitatem num. 487 , calorem , & ingentes intestinos motus allapsu tenuissimæ lucis genitos , num. 488 , actionem majorem corporum oleosorum , & sulphurosorum in lumen num. 489 : tum num. 490 ostendo , nullam resistantiam veram pati , ac num. 491 explico , unde sunt phosphora , num. 492 cur lumen cum majore obliquitate incidens reflectatur magis , num. 493 & 494 unde diversa refrangibilitas ortum ducat , ac num. 495 , & 496 deduco duas diversas dispositiones ad æqualia redeuntes intervalla , unde num. 497 vices illas a Newtono detectas facilioris reflexionis , & facilioris transmissus eruo , & num. 498 illud , radios alios debere reflecti , alios transmitti in appulsu ad novum medium , & eo plures reflecti , quo obliquitas incidentiæ sit major , ac num. 499 & 500 expono , unde discrimen in intervallis vicium , ex quo uno omnis naturalium colorum pendet Newtoniana Theoria . Demum num. 501 miram

ram attingo cryſtalli Islandicæ proprietatem, & ejuſdem cauſam, ac num. 502 diffractionem expono, quæ eſt quædam inchoata refractio, ſive reflexio.

Post lucem ex igne derivatam, quæ ad oculos pertinet, ago breviffime num. 503 de ſapore, & 503 odore, ac ſequentibus tribus numeris de ſono: 504 tum aliis quatuor de tactu, ubi etiam de frigo- 507 re, & calore: deinde vero uſque ad num. 514 de 511 electricitate, ubi totam Franklinianam Theoriam ex meis principiis explico, eandem ad bina tantummodo reducens principia, quæ ex mea generali virium Theoria eodem fere pacto deducuntur, quo præcipitationes, atque diſſolutiones. Demum num. 514, ac 515 magnetiſmum perſequor, 514 tam directionem explicans, quam attractionem magneticam.

Hiſce expoſitis, quæ ad particulares etiam proprietates pertinent, iterum a num. 516 ad finem 516 uſque generalem corporum complector naturam, & quid materia ſit, quid forma, quæ cenſeri debeant eſſentialia, quæ accidentalia attributa, adeoque quid transformatio ſit, quid alteratio, ſingillatim perſequor, & partem hanc tertiam Theoriæ meæ abſolvo.

De Appendice ad Metaphyſicam pertinente innuam hic illud tantummodo, me ibi exponere de anima illud inprimis, quantum ſpiritus a materia differat, quem nexum anima habeat cum corpore, & quomodo in ipſum agat: tum de DEO, ipſius & eſſentiam me pluribus evincere, quæ nexum habeant cum ipſa Theoria mea, & Sapientiam inprimis, ac Providentiam, ex qua gradum ad revelationem faciendum innuo tantummodo. Sed hæc in anteaſſum veluti deliſſe ſit ſatis.

I N D E X.

P A R S I.

	<i>Pag.</i>	<i>Num.</i>
Introductio - - - - -	1	1
Expositio Theoriæ - - - - -	4	7
Occasio inveniendæ, & ordo, ac analytica deductio inventæ Theoriæ - - - - -	8	16
Lex continuitatis quid sit - - - - -	13	32
Ejus probatio ab inductione: vis inductionis - - - - -	16	39
Ejusdem probatio metaphysica - - - - -	22	48
Ejus applicatio ad excludendum immediatum contactum	28	63
Deductio legis virium, & determinatio curvæ eam ex- primentis - - - - -	33	73
Primorum elementorum materiæ indivisibilitas, & inex- tensio - - - - -	37	81
Eorundem homogeneitas - - - - -	41	91
Objectiones contra vires in genere, & contra hanc vi- rium legem - - - - -	45	100
Objectiones contra hanc constitutionem primorum ele- mentorum materiæ - - - - -	59	131

P A R S II.

Applicatio Theoriæ ad Mechanicam. 77

Argumentum hujus partis - - - - -	77	166
Consideratio curvæ virium - - - - -	77	167
De arcibus - - - - -	77	168
De areis - - - - -	79	172
De appulsibus ad axem, & recessibus in infinitum, ubi de limitibus virium - - - - -	82	179
De combinationibus punctorum, & primo quidem de systemate punctorum duorum - - - - -	86	189
De systemate punctorum trium - - - - -	92	204
De systemate punctorum quatuor - - - - -	110	238
De massis, & primo quidem de centro gravitatis, ubi etiam de viribus quotcunque generaliter com- ponendis - - - - -	111	240
De æqualitate actionis, ac reactionis - - - - -	124	265
De collisionibus corporum, & incurfu in planum im- mobile - - - - -	125	266
Exclusio veræ virium resolutionis - - - - -	132	279
De compositione, & imaginaria resolutione virium, ubi aliquid etiam de Viribus vivis - - - - -	136	289
De continuitate servata in variis motibus, ubi quædam de		

I N D E X.

XXXIX

de collisionibus, de reflexionibus, & refractionibus motuum	139	297
De systemate trium massarum	143	307
Theoremata pertinentia ad directiones virium compositarum in singulis	143	308
Theoremata pertinentia ad ipsarum virium magnitudines	145	313
Centrum æquilibræ, & vis in fulcrum inde	148	321
Momenta pro machinis, & omnia vectorum genera inde itidem	150	325
Centrum itidem oscillationis	152	328
Centrum etiam percussionis	157	344
Multa huic Theoriæ communia cum aliis hic tantummodo indicata	158	347
De fluidorum pressione	159	348
De velocitate fluidi erumpentis	162	354

P A R S III.

Applicatio Theoriæ ad Physicam. Pag. 164 Num.

Argumentum hujus partis	164	358
Impenetrabilitas	164	360
Extensio cujusmodi sit in hac Theoria, ubi de Geometria	169	371
Figurabilitas, ubi de mole, massa, densitate	172	375
Mobilitas, & continuitas motuum	175	383
Æqualitas actionis, & reactionis	178	388
Divisibilitas quæ sit: componibilitas æquivalens divisibilitati in infinitum	179	391
Immutabilitas primorum materiæ elementorum	181	398
Gravitas	182	399
Cohæsió	185	406
Discrimina inter particulas	191	419
Soliditas, & fluiditas	194	426
Virgæ rigidæ, flexiles, elasticæ, fragiles	199	436
Viscositas	200	438
Certi quorundam corporum figuræ	200	439
De fluidorum resistentia	203	442
De elasticis, & mollibus	204	446
Ductilitas, & Malleabilitas	205	448
Densitas indifferens ad omnes proprietates	206	449
Vulgaria 4 elementa quid sint	206	450
De operationibus chemicis singillatim	207	451
De natura ignis	215	467
De lumine, ubi de omnibus ejus proprietatibus, ac de Phosphoris	217	472
De sapore, & odore	234	503

De

De sono	- - - - -	235	504
De tactu, ubi de frigore, & calore	- - - - -	237	507
De electricitate, ubi de analogia, & differentia materie electricæ, & igneæ	- - - - -	239	511
De Magnetismo	- - - - -	242	514
Quid sit materia, forma, corruptio, alteratio	- - - - -	243	516

A P P E N D I X.

	<i>Ad Metaphysicam pertinens</i>	248	525
De Anima	- - - - -	248	526
De DEO	- - - - -	254	539

S U P P L E M E N T A.

§. I. De Spatio, & Tempore.	- - - - -	264	1
§. II. De Spatio, ac Tempore, ut a nobis cognoscuntur	- - - - -	273	18
§. III. Solutio analytica Problematis determinantis naturam legis virium	- - - - -	277	25
§. IV. Contra vires in minimis distantis attractivas, & excrecentes in infinitum	- - - - -	289	77
§. V. De Æquilibrio binarum massarum connexarum invicem per bina alia puncta	- - - - -	293	86
§. VI. Epistola ad P. Scherffer	- - - - -	297	93

N O I R I F O R M A T O R I

Dello Studio di Padova.

A Vendo veduto per la Fede di Revisione, ed Approvazione del P. F. Gio. Paolo Zapparella Inquisitor Generale del Santo Officio di Venezia nel Libro intitolato *Philosophie Naturalis Theoria redacta ad unam legem virium in natura existentium Auctore P. Rogerio Josepho Boscovich &c.* non v'esser cosa alcuna contro la Santa Fede Cattolica, e parimente per attestato del Segretario Nostro, niente contro Principi, e buoni costumi concediamo licenza a Giambattista Remondini Stampator di Venezia, che possa essere stampato, osservando gli ordini in materia di stampe, e presentando le solite Copie alle Pubbliche Librerie di Venezia, e di Padova.

) Dat. li 7. Settembre 1758.

(Gio. Emo Procurator Rif.

(Z. Alvise Mocenigo Rif.

(

Registrato in Libro a carte 47. al num. 383.

Gio. Girolamo Zuccato Segretario.

Adi 18. Settembre 1758.

Registrato nel Magistr. Eccellentiss. degli Esec. contro la Bestemmia

Gio. Pietro Dolfin Segretario.

PHI-



PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
THEORIA.

P A R S I.

*Theoriæ expositio, analytica deductio, &
vindictio.*

1.



Varium mutuarum Theoria, in quam inci-
di jam ab Anno 1745, dum e notiffi-
mis principiis alia ex aliis confectaria
eruerem, & ex qua ipsam simplicium ma-
teriæ elementorum constitutionem dedu-
xi, systema exhibet medium inter Leib-
nitianum, & Newtonianum, quod nimi-
rum & ex utroque habet plurimum, &
ab utroque plurimum distidet; at utroque in immensum sim-
plicius, proprietatibus corporum generalibus sane omnibus, &

A

pecu-

Cujusmodi sy-
stema Theoria
exhibeat.

peculiaribus quibusque præcipuis per accuratissimas demonstrationes deducendis est profecto mirum in modum idoneum.

In quo conveniat cum systemate Newtoniano, & Leibnitiano.

2. Habet id quidem ex Leibnitii Theoria elementa prima simplicia, ac prorsus inextensa: habet ex Newtoniano systemate vires mutuas, quæ pro aliis punctorum distantis a se invicem aliæ sint; & quidem ex ipso itidem Newtono non ejusmodi vires tantummodo, quæ ipsa puncta determinant ad accessum, quas vulgo attractiones nominant; sed etiam ejusmodi, quæ determinant ad recessum, & appellantur repulsionem: atque id ipsum ita, ut, ubi attractio desinat, ibi, mutata distantia, incipiat repulsio, & vice versa, quod nimirum Newtonus idem in postrema Opticæ Quæstione proposuit, ac exemplo transitus a positivis ad negativa, qui habetur in algebraicis formulis, illustravit. Illud autem utriusque systemati commune est cum hoc meo, quod quævis particula materiæ cum aliis quibusvis, utcumque remotis, ita connectitur, ut ad mutationem utcumque exiguam in positione unius cujusvis, determinationes ad motum in omnibus reliquis immutentur, & nisi forte elidantur omnes oppositæ, qui casus est infinitesimè improbabilis, motus in iis omnibus aliquis inde ortus habeatur.

In quo differat a Leibnitiano, & ipsi præstet.

3. Distat autem a Leibnitiana Theoria longissime, tum quia nullam extensionem continuam admittit, quæ ex contiguis, & se contingentibus inextensis oriatur: in quo quidem difficultas jam olim contra Zenonem proposita, & nunquam sane aut soluta fatis, aut solvenda, de compenetracione omnimoda inextensorum contiguorum, eandem vim adhuc habet contra Leibnitianum systema: tum quia homogeneitatem admittit in elementis, omni massarum discrimine a sola dispositione, & diversa combinatione derivato, ad quam homogeneitatem in elementis, & discriminis rationem in massis, ipsa nos Naturæ analogia ducit, ac chemicæ resolutiones inprimis, in quibus cum ad adeo pauciora numero, & adeo minus inter se diversa principiorum genera, in compositorum corporum analysi deveniatur, id ipsum indicio est, quo ulterius promoveri possit analysis, eo ad majorem simplicitatem, & homogeneitatem deveniri debere, adeoque in ultima demum resolutione ad homogeneitatem, & simplicitatem summam, contra quam quidem indiscernibilium principium, & principium rationis sufficientis usque adeo a Leibnitianis deprædicata, meo quidem judicio, nihil omnino possunt.

In quo differat a Newtoniano, & ipsi præstet.

4. Distat itidem a Newtoniano systemate quamplurimum, tum in eo, quod ea, quæ Newtonus in ipsa postrema Quæstione Opticæ conatus est explicare per tria principia, gravitatis, cohæisionis, fermentationis, immo & reliqua quamplurima, quæ ab iis tribus principiis omnino non pendent, per unicam explicat legem virium, expressam unicam, & ex pluribus inter se commixtis non composita algebraica formula, vel unica continua geometrica curva: tum in eo, quod in minimis

animis distantis vires admittat non positivas, sive attractivas, uti Newtonus, sed negativas, sive repulsivas, quamvis itidem eo majores in infinitum, quo distantia in infinitum decrevant. Unde illud necessario consequitur, ut nec cohesio a contactu immediato oriatur, quam ego quidem longe aliunde defumo; nec ullus immediatus, & ut illum appellare soleo, mathematicus materiae contactus habeatur, quod simplicitatem, & inextensionem inducit elementorum, quæ ipse variarum figurarum voluit, & partibus a se invicem distinctis composita, quamvis ita coherencia, ut nulla Naturæ vi dissolvi possit compages, & adhesio labefactari, quæ adhesio ipsi, respectu virium nobis cognitarum, est absolute infinita.

5. Quæ ad ejusmodi Theoriam pertinentia hucusque sunt edita, continentur dissertationibus meis, *De viribus vivis*, edita Anno 1745, *De Lumine* A. 1748, *De Lege Continuitatis* A. 1754, *De Lege virium in natura existentium* A. 1755, *De divisibilitate materiae, & principiis corporum* A. 1757, ac in meis *Supplementis* Stayanæ Philosophiæ versibus traditæ, cujus primus Tomus prodiit A. 1755: eandem autem satis dilucide proposuit, & amplissimum ipsius per omnem Physicam demonstravit usum viri e nostra Societate doctissimus Carolus Benvenutus in sua *Physicæ Generalis Synopsi* edita Anno 1754. In ea Synopsi proposuit idem & meam deductionem æquilibrii binarum massarum, viribus parallelis animatarum, quæ ex ipsa mea Theoria per notissimam legem compositionis virium, & æqualitatis inter actionem, & reactionem, fere sponte consequitur, cujus quidem in supplementis illis §. 4. ad lib. 3. mentionem feci, ubi & quæ in dissertatione *De centro Gravitatis* edideram, paucis proposui; & de centro oscillationis agens, protuli aliorum methodos præcipuas quasque, quæ ipsius determinationem a subsidiariis tantummodo principiis quibusdam repetunt. Ibidem autem de æquilibrii centro agens illud affirmavi: *In Natura nullæ sunt rigide virgæ, inflexiles, & omni gravitate, ac inertia carentes, adeoque nec revera ullæ leges pro iis conditæ; & si ad genuina, & simplicissima naturæ principia res exigatur, invenietur, omnia pendere a compositione virium, quibus in se invicem agunt particule materiae; a quibus nimirum viribus omnia Naturæ phenomena proficiuntur.* Ibidem autem exhibitis aliorum methodis ad centrum oscillationis pertinentibus, promisi, me in quarto ejusdem Philosophiæ tomo ex genuinis principiis investigaturum, ut æquilibrii, sic itidem oscillationis centrum.

6. Porro cum nuper occasio se mihi præbisset inquirendi in ipsum oscillationis centrum ex meis principiis, urgente Scherffero nostro viro doctissimo, qui in eodem hoc Academico Societatis Collegio nostros Mathesim docet; casu incidi in theorema simplicissimum sane, & admodum elegans, quo virium massarum in se mutuo agentium comparantur vires,

Ubi de ipsa actum ante; & quid promissum.

Qua occasione hoc de ipsa conscriptum opus.

quod quidem ipsa fortasse tanta sua simplicitate effugit hucusque Mechanicorum oculos; nisi forte ne effugerit quidem, sed alicubi jam ab alio quopiam inventum, & editum, me, quod admodum facile fieri potest, adhuc latuerit, ex quo theoremate & æquilibrium, ac omne vectium genus, & momentorum mensura pro machinis, & oscillationis centrum etiam pro casu, quo oscillatio fit in latus in plano ad axem oscillationis perpendiculari, & centrum percussionis sponte fluunt, & quod ad sublimiores alias perquisitiones viam aperit admodum patentem. Cogitaveram ego quidem initio brevi dissertatiuncula hoc theorema tantummodo edere cum confectariis, ac breve Theoriæ meæ specimen quoddam exponere; sed paullatim excrevit opusculum, ut demum & Theoriam omnem exposuerim ordine suo, & vindicarem, & ad Mechanicam prius, tum ad Physicam ferre universam applicaverim, ubi & quæ maxime notatu digna erant, in memoratis dissertationibus ordine suo digessi omnia, & alia adjeci quamplurima, quæ vel olim animo conceperam, vel modo sese obtulerunt scribenti, & omnem hanc rerum faraginem animo pervolventi.

Prima elementa indivisibilia, inextensa, nec contigua.

7. Prima elementa materiæ mihi sunt puncta prorsus indivisibilia, & inextensa, quæ in immenso vacuo ita dispersa sunt, ut bina quævis a se invicem distent per aliquod intervallum, quod quidem indefinite augeri potest, & minui, sed penitus evanescere non potest, sine compenetracione ipsorum punctorum: eorum enim contiguitatem nullam admitto possibilem; sed illud arbitror omnino certum, si distantia duorum materiæ punctorum sit nulla, idem prorsus spatii vulgo concepti punctum indivisibile occupari ab utroque debere, & haberi veram, ac omnimodam compenetracionem. Quamobrem non vacuum ego quidem admitto disseminatam in materia, sed materiam in vacuo disseminatam, atque innatantem.

Formam inertie vis cujusmodi.

8. In hisce punctis admitto determinationem perseverandi in eodem statu quietis, vel motus uniformis in directum (a) in quo semel sint posita, si seorsum singula in Natura existant; vel si alia alibi existant puncta, componendi per notam, & communem methodum compositionis virium, & motuum, parallelogrammorum ope, præcedentem motum cum motu

(a) Id quidem respectu ejus spatii, in quo continemur nos, & omnia, quæ nostris obversari sensibus possunt, corpora; quod quidem spatium si quiescat, nihil ego in ea re a reliquis differo; si forte moveatur motu quopiam, quem motum ex hujusmodi determinatione sequi debeant ipsæ materiæ puncta; tum hæc mea erit quedam non absoluta, sed respectiva inertie vis, quam ego quidem exposui & in dissertatione De Maris æstu, & in Supplementis Strayanis Lib. 1. §. 13.; ubi etiam illud occurrit, quam ob causam ejusmodi respectivam inertiam excogitarim, & quibus rationibus evinci putem, absolutam omnino demonstrari non posse; sed hæc non pertinent.

tu, quem determinant vires mutuae, quas inter bina quævis puncta agnosco a distantis pendent, & iis mutatis mutatas, juxta generalem quandam omnibus communem legem. In ea determinatione stat illa, quam dicimus, inertia vis, quæ, an a libera pendeat Supremi Conditoris lege, an ab ipsa punctorum natura, an ab aliquo iis adjecto, quodcumque istud sit, ego quidem non quæro; nec vero, si velim quæ-
rere, inveniendi spem habeo; quod idem sane censeo de ea virium lege, ad quam gradum jam facio.

9. Censeo igitur bina quæcunque materia puncta determi-
nari æque in aliis distantis ad mutuam accessum, in aliis ad
recessum mutuam, quam ipsam determinationem appello
vim, in priore casu attractivam, in posteriore repulsivam, Eorundem vi-
res mutue in
aliis distantis
attractivæ, in
aliis repulsivæ:
virium ejusmodi
di exempla.
eo nomine non agendi modum, sed ipsam determinationem
exprimens, undecunque proveniat, cujus vero magnitudo mu-
tatis distantis mutetur & ipsa secundum certam legem quan-
dam, quæ per geometricam lineam curvam, vel algebraicam
formulam exponi possit, & oculis ipsis, uti moris est apud
Mechanicos, repræsentari. Vis mutuae a distantia pendentis,
& ea variata itidem variata, atque ad omnes in immensum
& magnas, & parvas distantias pertinentis, habemus exem-
plum in ipsa Newtoniana generali gravitate mutata in ratio-
ne reciproca duplicata distantiarum, quæ idcirco nunquam e
positiva in negativam migrare potest, adeoque ab attractiva
ad repulsivam, sive a determinatione ad accessum ad deter-
minationem ad recessum nusquam migrat. Verum in elastis
inflexis habemus etiam imaginem ejusmodi vis mutuae variata
secundum distantias, & a determinatione ad recessum migran-
tis in determinationem ad accessum, & vice versa. Ibi enim
si duæ cuspides, compresso elastro, ad se invicem accedant,
acquirunt determinationem ad recessum, eo majorem, quo ma-
gis, compresso elastro, distantia decrescit; aucta distantia
cuspidum, vis ad recessum minuitur, donec in quadam di-
stantia evanescat, & fiat prorsus nulla; tum distantia adhuc
aucta, incipit determinatio ad accessum, quæ perpetuo eo
magis crescit, quo magis cuspides a se invicem recedunt: ac
si e contrario cuspidum distantia minuatur perpetuo; determi-
natio ad accessum itidem minuetur, evanescet, & in determi-
nationem ad recessum mutabitur. Ea determinatio oritur uti-
que non ab immediata cuspidum actione in se invicem, sed
a natura, & forma totius intermediae laminæ plicatae; sed
hic physicam rei causam non moror, & solum persequor ex-
emplum determinationis ad accessum, & recessum, quæ deter-
minatio in aliis distantis alium habeat nisum, & migret et-
iam ab altera in alteram.

10. Lex autem virium est ejusmodi, ut in minimis distan-
tiis sint repulsivæ, atque eo majores in infinitum, quo distan-
tiæ ipsæ minuuntur in infinitum, ita, ut pares sint extinguen-
dæ

Virium ea-
rundem lex.

dæ cuius velocitati utcumque magnæ, cum qua punctum alterum ad alterum possit accedere, antequam eorum distantia evanescat; distantis vero auctis minuuntur ita, ut in quadam distantia perquam exigua evadat vis nulla: tum adhuc, aucta distantia, mutantur in attractivas, primo quidem crescentes, tum decrecentes, evanescentes, abeunt in repulsivas, eodem pacto crescentes, deinde decrecentes, evanescentes, migrantes iterum in attractivas, atque id per vices in distantis plurimis, sed adhuc perquam exiguis, donec, ubi ad aliquanto majores distantias ventum sit, incipiant esse perpetuo attractivæ, & ad sensum reciproce proportionales quadratis distantiarum, atque id vel utcumque augeantur distantia etiam in infinitum, vel saltem donec ad distantias deveniatur omnibus Planetarum, & Cometarum distantis longe majores.

Legis simplicitas exprimitur per continuam curvam.

11. Hujusmodi lex primo aspectu videtur admodum complicata, & ex diversis legibus temere inter se coagmentatis coalescens; at simplicissima, & prorsus incomposita esse potest, expressa videlicet per unicam continuam curvam, vel simplicem Algebraicam formulam, uti innui superius. Hujusmodi curva linea est admodum apta ad sistendam oculis ipsis ejusmodi legem, nec requirit Geometram, ut id præstare possit: satis est, ut quis eam intueatur tantummodo, & in ipsa, ut in imagine quadam solemus intueri depictas res qualescunque, virium illarum indolem contempletur. In ejusmodi curva eæ, quas Geometræ abscissas dicunt, & sunt segmenta axis, ad quem ipsa refertur curva, exprimunt distantias binorum punctorum a se invicem; illæ vero, quæ dicuntur ordinatæ, ac sunt perpendiculares lineæ ab axe ad curvam ductæ, referunt vires; quæ quidem, ubi ad alteram jacent axis partem, exhibent vires attractivas; ubi jacent ad alteram, repulsivas, & prout curva accedit ad axem, vel recedit, minuuntur ipsæ etiam, vel augentur: ubi curva axem secat, & ab altera ejus parte transit ad alteram, mutantibus directionem ordinatis, abeunt ex positivis in negativis, vel vice versa: ubi autem arcus curvæ aliquis ad rectam quampiam axi perpendicularem in infinitum productam semper magis accedit ita ultra quoscumque limites, ut nunquam in eam recidat, quem arcum asymptoticum appellant Geometræ, ibi vires ipsæ in infinitum excrescunt.

Forma curvæ ipsius.

Fig. 1.

12. Ejusmodi curvam exhibui, & exposui in dissertationibus *De Viribus vivis* a Num. 51, *De Lumine* Num. 5, *De Legge virium in Naturam existentium* a Num. 68, & in sua *Synopsi Physicæ Generalis* P. Benvenutus eandem protulit a Num. 108. En brevem quandam ejus ideam. In Fig. 1. Axis CAC habet in puncto A asymptotum curvæ rectilineam AB indefinitam, circa quam habentur bini curvæ rami hinc, & inde æquales, prorsus inter se, & similes, quorum alter DEFGHIKLMNOPQRSTV habet in primis arcum ED asym-

asymptoticum, qui nimirum ad partes BD , si indefinite producatul ultra quoscunqne limites, semper magis accedit ad rectam AB productam ultra quoscunqne limites, quin unquam ad eandem deveniat; hinc vero versus DE perpetuo recedit ab eadem recta, immo etiam perpetuo versus V ab eadem recedunt arcus reliqui omnes, quin uspiam recessus mutetur in accessum. Ad axem CC perpetuo primum accedit, donec ad ipsum deveniat alicubi in E ; tum eodem ibi secto progreditur, & ab ipso perpetuo recedit usque ad quandam distantiam F , post quam recessum in accessum mutat, & iterum ipsum axem secat in G , ac flexibus continuis contorquetur circa ipsum, quem pariter secat in punctis quamplurimis, sed paucas admodum ejusmodi sectiones figura exhibet, uti I, L, N, P, R . Demum is arcus definit in alterum crus $TpsV$, jacens ex parte opposita axis respectu primi cruris, quod alterum crus ipsum habet axem pro asymptoto, & ad ipsum accedit ad sensum ita, ut distantia ab ipso sint in ratione reciproca duplicata distantiarum a recta BA .

13. Si ex quovis axis puncto a, b, d , erigatur usque ad curvam recta ipsi perpendicularis ag, br, db , segmentum axis Aa, Ab, Ad , dicitur abscissa, & refert distantiam duorum materiae punctorum quorumcunqne a se invicem; perpendicularis ag, br, db , dicitur ordinata, & exhibet vim repulsivam, vel attractivam, prout jacet respectu axis ad partes D , vel oppositas.

Abscissae exprimentes distantias, ordinatae exprimentes vires.

14. Patet autem, in ea curvae forma ordinatam ag augeri ultra quoscunqne limites, si abscissa Aa , minuatur pariter ultra quoscunqne limites; quae si augeatur, ut abeat in Ab , ordinata minuetur, & abibit in br , perpetuo imminutam in accessu b ad E , ubi evanescet: tum aucta abscissa in Ad , mutabit ordinata directionem in db , ac ex parte opposita augebitur prius usque ad F , tum decrescet per il usque ad G , ubi evanescet, & iterum mutabit directionem regressa in mn ad illam priorem, donec post evanescentiam, & directionis mutationem factam in omnibus sectionibus I, L, N, P, R , fiant ordinatae op, vs , directionis constantis, & decrescentes ad sensum in ratione reciproca duplicata abscissarum Ao, Av . Quamobrem illud est manifestum, per ejusmodi curvam exprimi eas ipsas vires, initio repulsivas, & imminutas in infinitum distantias auctas in infinitum, auctis imminutas, tum evanescentes, abeuntes, mutata directione, in attractivas, ac iterum evanescentes, mutatasque per vices; donec demum in satis magna distantia evadant attractivae ad sensum in ratione reciproca duplicata distantiarum.

Mutationes ordinarum, & virium iis expressarum.

15. Haec virium lex a Newtoniana gravitate differt in ductu, & progressu curvae eam exprimentis, quae nimirum, ut in fig. 2, apud Newtonum est hyperbola DV gradus tertii, jacens tota citra axem, quem nuspiam secat, jacentibus omni-

Discrimen hujus legis virium a gravitate Newtoniana, ejus usus in Physica: ordo

bus

tractantio-
un.
Fig. 2.

bus ordinatis *vs, op, bt, ag* ex parte attractiva, ut idcirco nulla habeatur mutatio e positivo in negativum, ex attractione in repulsionem, vel vice versa; cæterum utraque per ductum exponitur curvæ continuæ habentis duo crura infinita asymptotica in ramis singulis utrinque in infinitum productis. Ex hujusmodi autem virium lege, & ex solis principiis Mechanicis notissimis, nimirum quod ex pluribus viribus, vel motibus componatur vis, vel motus quidam ope parallelogrammorum, quorum latera exprimant vires, vel motus componentes, & quod vires ejusmodi in punctis singulis, tempusculis singulis æqualibus, inducant velocitates, vel motus proportionales sibi, omnes mihi profluunt generales, & præcipuæ quæque particulares proprietates corporum, uti etiam superius innui, nec ad singulares proprietates derivandas in genere affirmo, eas haberi per diversam combinationem, sed combinationes ipsas evolvo, & geometricè demonstro, quæ e quibus combinationibus phænomena, & corporum species oriri debeant. Verum antequam ea evolvo in parte secunda, & tertia, ostendam in hac prima, qua via, & quibus positivis rationibus ad eam virium legem devenerim, & qua ratione illam elementorum materiæ simplicitatem eruerim, tum, quæ difficultatem aliquam videantur habere posse, dissolvam.

Occasio Inven-
tiendæ Theoriæ
ex consideratio-
ne impulsus.

16. Cum anno 1745 *De Viribus vivis* dissertationem scriberem, & omnia, quæ a viribus vivis repetunt, qui Leibnitianam tuentur sententiam, & vero etiam plerique ex iis, qui per solam velocitatem vires vivas metiuntur, repeterem immediate a sola velocitate genita per potentiarum vires, quæ juxta communem omnium Mechanicorum sententiam velocitates vel generant, vel utcunque inducunt proportionales sibi, & tempusculis, quibus agunt, uti est gravitas, elasticitas, atque aliæ vires ejusmodi; cœpi aliquanto diligentius inquirere in eam productionem velocitatis, quæ per impulsum censetur fieri, ubi tota velocitas momento temporis produci creditur ab iis, qui idcirco percussione vim infinites majorem esse censent viribus omnibus, quæ pressionem solam momenti singulis exercent. Statim illud mihi sese obtulit, alias pro percussione ejusmodi, quæ nimirum momento temporis finitam velocitatem inducant, actionum leges haberi debere.

Origo ejusdem
ex oppositione
impulsus imme-
diati cum lege
Continuitatis.

17. Verum re altius considerata, mihi illud incidit, si resta utamur ratiocinandi methodo, eum agendi modum submovendum esse a Natura, quæ nimirum eandem ubique virium legem, ac eandem agendi rationem adhibeat: impulsus nimirum immediatum alterius corporis in alterum, & immediatam percussione haberi non posse sine illa productione finitæ velocitatis facta momento temporis indivisibili, & hanc sine saltu quodam, & læsione illius, quam legem *Continuitatis* appellant, quam quidem legem in Natura existere, & quidem satis valida

valida ratione evinci posse existimabam. En autem ratiocinationem ipsam, qua tum quidem primo sum usus, ac deinde novis aliis, atque aliis meditationibus illustravi, ac confirmavi.

18. Concipiantur duo corpora æqualia, quæ moveantur in directum versus eandem plagam, & id, quod præcedit, habeat gradus velocitatis 6, id vero, quod ipsum persequitur, gradus 12. Si hoc posterius cum sua illa velocitate illæsa deveniat ad immediatum contactum cum illo priore; oportebit utique, ut ipso momento temporis, quo ad contactum devenerint, illud posterius minuat velocitatem suam, & illud prius suam augeat, utrumque per saltum, abeunte hoc a 12 ad 9, illo a 6 ad 9, sine ullo transitu per intermedios gradus 11, & 7; 10, & 8; $9\frac{1}{2}$, & $8\frac{1}{2}$ &c. Neque enim fieri potest, ut per aliquam utcunque exiguam continui temporis particulam ejusmodi mutatio fiat per intermedios gradus, durante contactu. Si enim aliquando alterum corpus jam habuit 7 gradus velocitatis, & alterum adhuc retinet 11; toto illo tempusculo, quod effluxit ab initio contactus, quando velocitates erant 12, & 6, ad id tempus, quo sunt 11, & 7, corpus secundum debuit moveri cum velocitate majore, quam primum, adeoque plus percurrere spatii, quam illud, & proinde anterior ejus superficies debuit transcurrere ultra illius posteriorem superficiem, & idcirco pars aliqua corporis sequentis cum aliqua antecedentis corporis parte compenetrari debuit, quod cum ob impenetrabilitatem, quam in materia agnoscunt passim omnes Physici, & quam ipsi tribuendam omnino esse, facile evincitur, fieri omnino non possit; oportuit sane, in ipso primo initio contactus, in ipso indivisibili momento temporis, quod, inter tempus continuum præcedens contactum, & subsequens, est indivisibilis limes, ut punctum apud Geometras est limes indivisibilis inter duo continuæ lineæ segmenta, mutatio velocitatum facta fuerit per saltum sine transitu per intermedias, læsa penitus illa continuitatis lege, quæ itum ab una magnitudine ad aliam sine transitu per intermedias omnino vetat. Quod autem in corporibus æqualibus diximus de transitu immediato utriusque ad 9 gradus velocitatis, recurrit utique in iisdem, vel in utcunque inæqualibus de quovis alio transitu ad numeros quosvis. Nimirum ille posterioris corporis excessus graduum 6 momento temporis auferri debet, sive imminuta velocitate in ipso, sive aucta in priore, vel in altero imminuta utcunque, & aucta in altero, quod utique sine saltu, qui omissis infinitis intermediis velocitatibus habeatur, obtineri omnino non poterit.

Lesio legis Continuitatis necessaria, si corpus velocius immediate incurrat in minus velox.

19. Sunt, qui difficultatem omnem submoveri posse censeant, dicendo, id quidem ita se habere debere, si corpora dura habeantur, quæ nimirum nullam compressionem sentiant, nullam mutationem figuræ; & quoniam hæc a multis excluduntur penitus a Natura; dum se duo globi contingunt, introcessione,

Obiectio petita a negatione durorum corporum.

& compressione partium fieri posse, ut in ipsis corporibus velocitas immutetur per omnes intermedios gradus transitu facto, & omnis argumenti vis eludatur.

Ea uti non posse, qui admittunt elementa solida, & dura.

Extensionem continuam requirere primos poros, & parietes solidos, ac duros.

20. At imprimis ea responsione uti non possunt, quicunque cum Newtono, & vero etiam cum plerisque veterum Philosophorum prima elementa materiae omnino dura admittunt, & solida, cum adhaesione infinita, & impossibilitate absoluta mutationis figurae. Nam in primis elementis illis solidis, & duris, quae in anteriore adsunt sequentis corporis parte, & in praecedentis posteriore, quae nimirum se mutuo immediate contingunt, redit omnis argumenti vis prorsus illaesa.

21. Deinde vero illud omnino intelligi sane non potest, quo pacto corpora omnia partes aliquas postremas circa superficiem non habeant penitus solidas, quae idcirco comprimi omnino non possint. In materia quidem, si continua sit, divisibilitas in infinitum haberi potest, & vero etiam debet; at actualis divisio in infinitum difficultates secum trahit sane inextricabiles; quae tamen divisione in infinitum illi indigent, qui nullam in corporibus admittunt particulam utcunque exiguam compressionis omnis expertem penitus, atque incapacem. Illi enim debent admittere, particulam quancunque actu interpositis poris distinctam, divisamque in plures pororum ipsorum velut parietes, poris tamen ipsis iterum distinctos. Illud sane intelligi non potest, qui fiat, ut, ubi e vacuo spatio transitur ad corpus, non aliquis continuus haberi debeat alicujus in se determinatae crassitudinis paries usque ad primum porum, poris utique carens; vel quomodo, quod eodem recidit, nullus sit extremus, & superficiaei externae omnium proximus porus, qui nimirum, si sit aliquis, parietem habeat utique poris expertem, & compressionis incapacem, in quo omnis argumenti superioris vis redit prorsus illaesa.

Limes legis Continuitatis saltem in primis superficiaei bus, vel punctis.

22. At ea etiam, utcunque penitus inintelligibili, sententia admissa, redit omnis eadem argumenti vis in ipsa prima, & ultima corporum se immediate contingentium superficiaei, vel si nullae continuae superficiaei congruant, in lineis, vel punctis. Quidquid enim sit id, in quo contactus fiat, debet utique esse aliquid, quod nimirum impenetrabilitati occasionem praestet, & cogat motum in sequente corpore minui, in praecedente augeri: id, quidquid est, in quo exeritur impenetrabilitatis vis, quo fit immediatus contactus, id sane velocitatem mutare debet per saltum, sine transitu per intermedia, & in eo continuitatis lex abrumpi debet, atque labefactari, si ad ipsum immediatum contactum cum illo velocitatum discrimine deveniatur. Id vero est sane aliquid in quacunque e sententiis omnibus continuam extensionem tribuentibus materiae. Est nimirum realis affectio quaedam corporis, videlicet ejus limes ultimus realis, superficiaei, realis superficiaei limes linea, realis lineae limes punctum, quae affectiones utcunque in iis sententiis sint prorsus inseparabiles ab ipso

ab ipso corpore, sunt tamen non utique intellectu confictæ, sed reales, quæ nimirum reales dimensiones aliquas habent, ut superficies binas, linea unam, ac realem motum, & translationem cum ipso corpore, cujus idcirco in iis sententiis debent esse affectiones quædam, vel modi.

23. Est, qui dicat, nullum in iis committi saltum idcirco, quod censendum sit, nullum habere motum, superficiem, lineam, punctum, quæ massam habeant nullam. Motus, inquit, a Mechanicis habet pro mensura massam in velocitatem ductam; massa autem est superficies baseos ducta in crassitudinem, sive altitudinem, ex. gr. in prismatis. Quo minor est ejusmodi crassitudo, eo minor est massa, & motus, ac ipsa crassitudine evanescente, evanescat oportet & massa, & motus.

Obiectio petita a voce *massæ*, & *motus*, quæ superficiibus, & punctis non conveniant.

24. Verum qui sic ratiocinatur, imprimis ludit in ipsis vocibus. Massam vulgo appellant quantitatem materiæ, & motum corporum metiuntur per massam ejusmodi, ac velocitatem. At quemadmodum in ipsa geometrica quantitate tria genera sunt quantitatum, corpus, vel solidum, quod trinam dimensionem habet, superficies, quæ binas, linea, quæ unicam, quibus accedit lineæ limes punctum, omni dimensione, & extensione carens; sic etiam in Physica habetur in communi sententia corpus tribus extensionis speciebus præditum; superficies, realis extremus corporis limes, prædita binis; linea, limes realis superficiæ, habens unicam; & ejusdem lineæ indivisibilis limes punctum. Utrobique alterum alterius est limes, non pars, & quatuor diversa genera constituunt. Superficies est nihil corporeum, sed non & nihil superficiale, quin immo partes habet, & augeri potest, & minui; & eodem pacto linea in ratione quidem superficiæ est nihil, sed aliquid in ratione lineæ; ac ipsum demum punctum est aliquid in suo genere, licet in ratione lineæ sit nihil.

Responsionis initium: superficiem, lineam, punctum, posita extensione continua, esse aliquid.

25. Hinc autem in iis ipsis massa quædam considerari potest duarum dimensionum, vel unius, vel etiam nullius continuæ dimensionis, sed numeri punctorum tantummodo, uti quantitas ejus generis designetur; quod si pro iis etiam usurpetur nomen massæ generaliter, motus quantitas definiri poterit per productum ex velocitate, & massa; si vero massæ nomen tribuendum sit soli corpori, tum motus quidem corporis mensura erit massa in velocitatem ducta; superficiæ, lineæ, punctorum quotcunque motus pro mensura habeat quantitatem superficiæ, vel lineæ, vel numerum punctorum in velocitatem ducta; sed motus utique iis omnibus speciebus tribuendus erit, eruntque quatuor motuum genera, ut quatuor sunt quantitatum, solidi, superficiæ, lineæ, punctorum; ac ut altera harum erit nihil in alterius ratione, non in sua; ita alterius motus erit nihil in ratione alterius, sed erit sane aliquid in ratione sui, non puram nihil.

Quo pacto nomen *massæ* possit, *motus* debeat convenire superficiibus, lineis, punctis.

Motum passim
tribui punctis :
fore, ut in eo
lædatur Conti-
nuitatis lex.

Fore, ut ea læ-
datur saltem in
velocitate pun-
ctorum.

Obiectio ex
impenetrabili-
tate admitta in
minimis parti-
culis, & ejus
confutatio.

Obiectio a vo-
ce *motus* af-
sumpta pro mu-
tatione : con-
futatio ex rea-
litate motus lo-
calis.

26. Et quidem ipsi Mechanici vulgo motum tribuunt & superficiebus, & lineis, & punctis, ac centri gravitatis motum ubique nominant Physici, quod centrum utique punctum est aliquod, non corpus trina præditum dimensione, quam iste ad motus rationem, & appellationem requirit, ludendo, ut ajebam, in verbis. Porro in ejusmodi motibus extimarum saltem superficierum, vel linearum, vel punctorum, saltus omnino committi debet, si ea ad contactum immediatum deveniant cum illo velocitatum discrimine, & continuitatis lex violari.

27. Verum hac omni disquisitione omissa de notione motus, & massæ, si factum ex velocitate, & massa, evanescente una e tribus dimensionibus, evanescit; remanet utique velocitas reliquarum dimensionum, quæ remanet, si eæ reapse remanent, uti quidem omnino remanent in superficie, & ejus velocitatis mutatio haberi deberet per saltum, ac in ea violari continuitatis lex jam toties memorata.

28. Hæc quidem ita evidentia sunt, ut omnino dubitari non possit, quin continuitatis lex infringi debeat, & saltus in Naturam induci, ubi cum velocitatis discrimine ad se invicem accedant corpora, & ad immediatum contactum deveniant, si modo impenetrabilitas corporibus tribuenda sit, uti revera est. Eam quidem non in integris tantummodo corporibus, sed in minimis etiam quibusque corporum particulis, atque elementis agnoverunt Physici universi. Fuit sane, qui post meam editam Theoriam, ut ipsam vim mei argumenti infringeret, affirmavit, minimas corporum particulas post contactum superficierum compenetrari non nihil, & post ipsam compenetrationem mutari velocitates per gradus. At id ipsum facile demonstrari potest contrarium illi inductioni, & analogiæ, quam unam habemus in Physica investigandis generalibus naturæ legibus idoneam, cujus inductionis vis quæ sit, & quibus in locis usum habeat, quorum locorum unus est hic ipse impenetrabilitatis ad minimas quasque particulas extendendæ, inferius exponam.

29. Fuit itidem e Leibnitianorum familia, qui post evulgatam Theoriam meam censuerit, difficultatem ejusmodi amoveri posse dicendo, duas monades sibi etiam invicem occurrentes cum velocitatibus quibuscunque oppositis æqualibus, post ipsum contactum pergere moveri sine locali progressionem. Eam progressionem, ajebat, revera omnino nihil esse, si a spatio percurso æstimetur, cum spatium sit nihil; motum utique perseverare, & extingui per gradus, quia per gradus extinguatur energia illa, qua in se mutuo agunt, sese premendo invicem. Is itidem ludit in voce *motus*, quam adhibet pro mutatione quacunque, & actione, vel actionis modo. Motus localis, & velocitas motus ipsius, sunt ea, quæ ego quidem adhibeo, & quæ ibi abrumpuntur per saltum. Ea, ut evidentissime constat, erant aliqua ante contactum, & post contactum mo-

men-

mento temporis in eo casu abrumpuntur: nec vero sunt nihil; licet spatium pure imaginarium sit nihil. Sunt realis affectio rei mobilis fundata in ipsis modis localiter existendi, qui modi etiam relationes inducunt distantiarum reales utique. Quod duo corpora magis a se ipsis invicem distent, vel minus; quod localiter celerius moveantur, vel lentius; est aliquid non imaginarie tantummodo, sed realiter diversum: in eo vero per immediatum contactum saltus utique induceretur in eo casu, quo ego superius sum usus.

30. Et sane summus nostri ævi Geometra, & Philosophus Mac-Laurinus, cum etiam ipse collisionem corporum contemplatus vidisset, nihil esse, quod continuitatis legem in collisione corporum facta per immediatum contactum conservare, ac tueri posset, ipsam continuitatis legem deserendam censuit, quam in eo casu omnino violari affirmavit in eo opere, quod de Newtoni Compertis inscripsit, lib. 1, cap. 4. Et sane sunt alii nonnulli, qui ipsam continuitatis legem nequaquam admiserint, quos inter Maupertuisius, vir celeberrimus, ac de Republica Litteraria optime meritus, absurdam etiam censuit, & quodammodo inexplicabilem. Eodem nimirum in nostris de corporum collisione contemplationibus devenimus Mac-Laurinus, & ego, ut videremus in ipsa immediatum contactum, atque impulsionem cum continuitatis lege conciliari non posse. At quoniam de impulsionem, & immediato corporum contactu ille ne dubitari quidem posse arbitratur, (nec vero scio, an alius quisquam omnem omnium corporum immediatum contactum subducere sit ausus antea, utcunque aliqui aeris velum, corporis nimirum alterius, in collisione intermedium retineant) continuitatis legem deseruit, atque infregit.

31. Ast ego cum ipsam continuitatis legem aliquanto diligentius considerarem, & fundamenta, quibus ea innitur, perpenderim, arbitratus sum, ipsam omnino e Natura submoveri non posse, qua proinde retenta contactum ipsum immediatum submovendum censui in collisionibus corporum, ac ea consecutaria persecutus, quæ ex ipsa continuitate servata sponte profuebant, directa ratiocinatione delatus sum ad eam, quam superius exposui, virium mutuarum legem, quæ consecutaria suo quæque ordine proferam, ubi ipsa, quæ ad continuitatis legem retinendam argumenta me movent, attigero.

32. Continuitatis lex, de qua hic agimus, in eo sita est, uti superius innui, ut quævis quantitas, dum ab una magnitudine ad aliam migrat, debeat transire per omnes intermedias ejusdem generis magnitudines. Solet etiam idem exprimi nominando transitum per gradus intermedios, quos quidem gradus Maupertuisius ita accepit, quasi vero quædam exiguæ accessiones fierent momento temporis, in quo quidem is censuit violari jam necessario legem ipsam, quæ utcunque exiguo saltu utique violatur nihilo minus, quam maximo; cum nimirum

Qui Continuitatis legem summovent.

Theoriæ exortus, ea lege, uti fieri debet, retenta.

Lex Continuitatis quid sit: discrimen inter status, & incrementa.

rum magnum, & parvum sint tantummodo respectiva: & jure quidem id censuit; si nomine graduum incrementa magnitudinis cujuscunque momentanea intelligerentur. Verum id ita intelligendum est; ut singulis momentis singuli status respondeant: incrementa, vel decrementsa non nisi continuis tempusculis.

Geometriæ usus ad eam exponendam: momenta punctis, tempora continua lineis expressa.

Fig. 3.

Fluxus ordinatæ transeuntis per magnitudines omnes intermedias.

Idem in quantitate variabili expressa: æquivocatio in voce gradus.

33. Id sane admodum facile concipitur ope Geometriæ. Sit recta quædam AB in fig. 3, ad quam referatur quædam alia linea CDE . Exprimat prior ex iis tempus, uti solet utique in ipsis horologiis circularis peripheria ab indicis cuspede denotata tempus definire. Quemadmodum in Geometria in lineis puncta sunt indivisibiles limites continuarum lineæ partium, non vero partes lineæ ipsius; ita in tempore distinguendæ erunt partes continui temporis respondentes ipsis lineæ partibus, continuæ itidem & ipsæ, a momentis, quæ sunt indivisibiles earum partium limites, & punctis respondent; nec in posterum alio sensu agens de tempore *momenti* nomen adhibebo, quam eo indivisibilis limitis; particulam vero temporis utcunque exiguam, & habitam etiam pro infinitesima, tempusculum appellabo.

34. Si jam a quovis puncto rectæ AB , ut F , H , erigatur ordinata perpendicularis FG , HI , usque ad lineam CD ; ea poterit repræsentare quantitatem quampiam continuo variabilem. Cuiuscunque momento temporis F , H , respondebit sua ejus quantitatis magnitudo FG , HI ; momentis autem intermediis aliis K , M , aliæ magnitudines, KL , MN , respondebunt; ac si a puncto G ad I continua, & finita abeat pars lineæ CDE , facile patet, & accurate demonstrari potest, utcunque eadem contorqueatur, nullum fore punctum K intermedium, cui aliqua ordinata KL non respondeat; & e converso nullam fore ordinatam magnitudinis intermediæ inter FG , HI , quæ alicui puncto inter F , H intermedio non respondeat.

35. Quantitas illa variabilis per hanc variabilem ordinatam expressa mutatur juxta continuitatis legem, quia a magnitudine FG , quam habet momento temporis F , ad magnitudinem HI , quæ respondet momento temporis H , transit per omnes intermedias magnitudines KL , MN , respondentes intermediis momentis K , M , & momento cuivis respondet determinata magnitudo. Quod si assumatur tempusculum quoddam continuum KM utcunque exiguum ita, ut inter puncta L , N arcus ipse LN non mutet recessum a recta AB in accessum; ducta LO ipsi parallela, habebitur quantitas NO , quæ in schemate exhibitio est incrementum magnitudinis ejus quantitatis continuo variatæ. Quo minor est ibi temporis particula KM , eo minus est id incrementum NO , & illa evanescente, ubi congruant momenta K , M , hoc etiam evanescit. Potest quævis magnitudo KL , MN appellari status quidam variabilis illius quantitatis, & gradus nomine deberet potius intelli-

telligi illud incrementum NO , quanquam aliquando etiam ille status, illa magnitudo KL nomine gradus intelligi solet, ubi illud dicitur, quod ab una magnitudine ad aliam per omnes intermedios gradus transeat; quod quidem æquivocationibus omnibus occasionem exhibuit.

36. Sed omissis æquivocationibus ipsis, illud, quod ad rem facit, est accessio incrementorum facta non momento temporis, sed tempusculo continuo, quod est particula continui temporis. Utcunque exiguum sit incrementum ON , ipsi semper respondet tempusculum quoddam KM continuum. Nullum est in linea punctum M ita proximum puncto K , ut sit primum post ipsum; sed vel congruunt, vel intercipiunt lineolam continua bisectione per alia intermedia puncta perpetuo divisibilem in infinitum. Eodem pacto nullum est in tempore momentum ita proximum alteri præcedenti momento, ut sit primum post ipsum, sed vel idem momentum sunt, vel interjacet inter ipsa tempusculum continuum per alia intermedia momenta divisibile in infinitum: ac nullus itidem est quantitatis continuo variabilis status ita proximus præcedenti statui, ut sit primus post ipsum accessu aliquo momentaneo facto: sed differentia, quæ inter ejusmodi status est, debetur intermedio continuo tempusculo; ac data lege variationis, sive natura lineæ ipsam exprimentis, & quacunque utcunque exigua accessione, inveniri potest tempusculum continuum, quo ea accessio advenerit.

37. Atque sic quidem intelligitur, quo pacto fieri possit transitus per intermedias magnitudines omnes, per intermedios status, per gradus intermedios, quin ullus habeatur saltus utcunque exiguus momento temporis factus. Notari illud potest tantummodo, mutationem fieri alicubi per incrementa, ut ubi KL abit, in MN per NO ; alicubi per decremента, ut ubi $K'L'$ abeat in $N'M'$ per $O'N'$; quin immo si linea CDE , quæ legem variationis exhibet, alicubi secet rectam, temporis AB , potest ibidem evanescere magnitudo, ut ordinata $M'N'$, puncto M' allapso ad D , evanesceret, & deinde mutari in negativam PQ, RS , habentem videlicet directionem contrariam, quæ, quo magis ex opposita parte crescit, eo minor censetur in ratione priore, quemadmodum in ratione possessionis, vel divitiarum, pergit perpetuo se habere pejus, qui iis omnibus, quæ habebat, absumptis, æs alienum contrahit perpetuo majus. Et in Geometria quidem habetur a positivo ad negativa transitus, uti etiam in Algebraicis formulis, tam transeundo per nihilum, quam per infinitum, quos ego transitus persecutus sum partim in dissertatione adjecta meis *Sectionibus Conicis*, partim in *Algebra* §. 14. & utrumque simul in dissertatione *De Lege Continuitatis*; sed in Physica, ubi nulla quantitas in infinitum excrescit, is casus locum non habet, & non, nisi transeundo per nihilum, transitus fit a positi-

Status singulos momentis, incrementa vero utcunque parva tempusculis continuis respondere.

Transitus sine saltu, etiam a positivis ad negativa per nihilum, quod tamen non est vere nihilum, sed quidam realis itatus.

vis ad negativa, ac vice versa; quanquam, uti inferius in-
nuam, id ipsum sit non nihilum revera in se ipso, sed realis
quidam status, & habeatur pro nihilo in consideratione quadam
tantummodo, in qua negativa etiam, qui sunt veri status, in se
positivi, ut ut ad priorem seriem pertinentes negativo quodam
modo, negativa appellentur.

Proponitur pro-
banda existen-
tia legis Con-
tinuitatis.

38. Exposita hoc pacto, & vindicata continuitatis lege, eam
in Natura existere plerique Philosophi arbitrantur, contradicen-
tibus nonnullis, uti supra innui. Ego, cum in eam primo in-
quirerem, censui, eandem omitti omnino non posse; si eam,
quam habemus unicam, Naturæ analogiam, & inductionis vim
consultamus, ope cujus inductionis eam demonstrare conatus sum
in pluribus e memoratis dissertationibus, ac eandem probatio-
nem adhibet Benvenutus in sua *Synopsi* Num. 119; in quibus
etiam locis, prout diversis occasionibus conscripta sunt, repe-
tuntur non nulla.

Ejus probatio
ab inductione
fatis ampla.

39. Longum hic esset singula inde excerptere in ordinem re-
ducta: satis erit exscribere dissertationis *De lege Continuitatis*
numerum 138. Post inductionem petitam præcedente numero
a Geometria, quæ nullum usquam habet saltum, atque a motu
locali, in quo nunquam ab uno loco ad alium devenitur, nisi
ductu continuo aliquo, unde consequitur illud, distantiam a
dato loco nunquam mutari in aliam, neque densitatem,
quæ utique a distantis pendet particularum, in aliam, nisi
transeundo per intermedias; fit gradus in eo numero ad mo-
tum velocitates, & ductus, quæ magis hic ad rem faciunt,
nimirum ubi de velocitate agimus non mutanda per saltum in
corporum collisionibus. Sic autem habetur: „ Quin immo in
„ motibus ipsis continuitas servatur etiam in eo, quod motus
„ omnes in lineis continuis fiunt nusquam abruptis. Plurimos
„ ejusmodi motus videmus. Planetæ, & cometæ in lineis con-
„ tinuis cursum peragunt suum, & omnes retrogradationes
„ fiunt paullatim, ac in stationibus semper exiguus quidem mo-
„ tus, sed tamen habetur semper, atque hinc etiam dies paul-
„ latim per auroram venit, per vespertinum crepusculum abit,
„ Solis diameter non per saltum, sed continuo motu supra ho-
„ rizontem ascendit, vel descendit. Gravia itidem oblique pro-
„ jecta in lineis itidem pariter continuis motus exercent suos,
„ nimirum in parabolis, seclusa aeris resistantia, vel, ea consi-
„ derata, in orbibus ad hyperbolas potius accedentibus, & qui-
„ dem semper cum aliqua exigua obliquitate projiciuntur, cum
„ infinities infinitam improbabilitatem habeat motus accurate
„ verticalis inter infinities infinitas inclinationes, licet exi-
„ guas, & sub sensum non cadentes, fortuito obveniens, qui
„ quidem motus in hypothese Telluris motæ a parabolicis plu-
„ rimum distant, & curvam continuam exhibent etiam pro
„ casu projectionis accurate verticalis, quo, quiescente penitus
„ Tellure, & nulla ventorum vi deflectente motum, haberetur
„ ascen-

„ ascensus rectilineus, vel descensus. Immo omnes alii motus a
 „ gravitate pendentes, omnes ab elasticitate, a vi magnetica,
 „ continuitatem itidem servant; cum eam servant vires illæ i-
 „ psæ, quibus gignuntur. Nam gravitas, cum decrescat in ra-
 „ tione reciproca duplicata distantiarum, & distantia per saltum
 „ mutari non possint, mutatur per omnes intermedias magnitu-
 „ dines. Videmus pariter, vim magneticam a distantis pende-
 „ re lege continua; vim elasticam ab inflexione, uti in laminis,
 „ vel a distantia, ut in particulis aeris compressi. In iis, &
 „ omnibus ejusmodi viribus, & motibus, quos gignunt, conti-
 „ nuitas habetur semper, tam in lineis, quæ describuntur, quam
 „ in velocitatibus, quæ pariter per omnes intermedias magnitu-
 „ dines mutantur, ut videre est in pendulis, in ascensu corporum
 „ gravium, & in aliis mille ejusmodi, in quibus mutationes ve-
 „ locitatis fiunt gradatim, nec retro cursus reflectitur, nisi im-
 „ minuta velocitate per omnes gradus. Ea diligentissime conti-
 „ nuitatem servant omnia. Hinc nec ulli in naturalibus moti-
 „ bus habentur anguli, sed semper mutatio directionis fit paulla-
 „ tim, nec vero anguli exacti habentur in corporibus ipsis, in
 „ quibus utcunque videatur tenuis acies, vel cuspidis, microscopi-
 „ pii saltem ope videri solet curvatura, quam etiam habent al-
 „ vei fluviorum semper, habent arborum folia, & frondes, ac
 „ rami, habent lapides quicunque, nisi forte alicubi cuspidis
 „ continuæ occurrant, vel primi generis, quas Natura videtur
 „ affectare in spinis, vel secundi generis, quas videtur affectare
 „ in avium unguibus, & rostro, in quibus tamen manente in
 „ ipsa cuspidis unica tangente continuitatem servari videbimus
 „ infra. Infinitum esset singula persequi, in quibus continuitas
 „ in Natura observatur. Satius est generaliter provocare ad
 „ exhibendum casum in Natura, in quo continuitas non ser-
 „ vetur, qui omnino exhiberi non poterit.

40. Inductio amplissima tum ex hisce motibus, ac velocitati-
 bus, tum ex aliis pluribus exemplis, quæ habemus in Natura,
 in quibus ea ubique, quantum observando licet deprehendere,
 continuitatem vel observat accurate, vel affectat, debet omnino
 id efficere, ut ab ea ne in ipsa quidem corporum collisione
 recedamus. Sed de inductionis natura, & vi, ac ejusdem
 usu in Physica, libet itidem hic inserere partem numeri 134,
 & totum 135. dissertationis *De Lege Continuitatis*. Sic autem
 habent ibidem: „ Inprimis ubi generales Naturæ leges inve-
 „ stigantur, inductio vim habet maximam, & ad earum in-
 „ ventionem vix alia ulla superest via. Ejus ope extensio-
 „ nem, figurabilitatem, mobilitatem, impenetrabilitatem cor-
 „ poribus omnibus tribuerunt semper Philosophi etiam vete-
 „ res, quibus eodem argumento inertiam, & generalem gra-
 „ vitatem plerique e recentioribus addunt. Inductio, ut
 „ demonstrationis vim habeat, debet omnes singulares ca-
 „ sus, quicunque haberi possunt percurrere. Ea in Natu-
 „ ra

Duplex indu-
 ctionis genus,
 ubi & cur vim
 habeat indu-
 ctio incomple-
 ta.

„ ræ legibus stabiliendis locum habere non potest. Habet lo-
 „ cum laxior quædam inductio, quæ, ut adhiberi possit,
 „ debet esse ejusmodi, ut inprimis in omnibus iis casibus, qui
 „ ad trutinam ita revocari possunt, ut deprehendi debeat, an
 „ ea lex observetur, eadem in iis omnibus inveniatur, & ii
 „ non exiguo numero sint; in reliquis vero, si quæ prima
 „ fronte contraria videantur, re accuratius perspecta, cum
 „ illa lege possint omnia conciliari; licet, an eo potissimum
 „ pacto concilientur, immediate innotescere, nequaquam pos-
 „ sit. Si eæ conditiones habeantur; inductio ad legem stabi-
 „ liendam censeri debet idonea. Sic quia videmus corpora
 „ tam multa, quæ habemus præ manibus, aliis corporibus re-
 „ sistere, ne in eorum locum adveniant, & loco cedere, si
 „ resistendo sint imparia, potius, quam eodem perstare simul;
 „ impenetrabilitatem corporum admittimus; nec obest, quod
 „ quædam corpora videamus intra alia, licet durissima, infi-
 „ nuari, ut oleum in marmora, lumen in crystalla, & gem-
 „ mas. Videmus enim hoc phænomenum facile conciliari
 „ cum ipsa impenetrabilitate, dicendo, per vacuos corporum
 „ poros ea corpora permeare. (*Num.* 135) Præterea, quæ-
 „ cunque proprietates absolutæ, nimirum quæ relationem non
 „ habent ad nostros sensus, deteguntur generaliter in massis
 „ sensibilibus corporum, easdem ad quascunque utcunque exi-
 „ guas particulas debemus transferre; nisi positiva aliqua ratio
 „ obstat, & nisi sint ejusmodi, quæ pendeant a ratione to-
 „ tius, seu multitudinis, contradistincta a ratione partis.
 „ Primum evincitur ex eo, quod magna, & parva sunt re-
 „ spectiva, ac insensibilia dicuntur ea, quæ respectu nostræ
 „ molis, & nostrorum sensuum sunt exigua. Quare ubi agi-
 „ tur de proprietatibus absolutis non respectivis, quæcunque
 „ communia videmus in iis, quæ intra limites continentur no-
 „ bis sensibiles, ea debemus censere communia etiam infra eos
 „ limites: nam ii limites respectu rerum, ut sunt in se, sunt
 „ accidentales, adeoque siqua fuisset analogiæ læsio, poterat il-
 „ la multo facilius cadere intra limites nobis sensibiles, qui tan-
 „ to laxiores sunt, quam infra eos, adeo nimirum propinquos
 „ nihilo. Quod nulla ceciderit, indicio est, nullam esse. Id
 „ indicium non est evidens, sed ad investigationis principia
 „ pertinet, quæ si juxta quasdam prudentes regulas fiat, suc-
 „ cessum habere solet. Cum id indicium fallere possit; fieri
 „ potest, ut committatur error, sed contra ipsum errorem habe-
 „ bitur præsumptio, ut etiam in jure appellant, donec positiva
 „ ratione evincatur oppositum. Hinc addendum fuit, *nisi ratio*
 „ *positiva obstat*. Sic contra hæc regulas peccaret, qui dice-
 „ ret, corpora quidem magna compenetrari, ac replicari, &
 „ inertia carere non posse, compenetrari tamen posse, vel
 „ replicari, vel sine inertia esse exiguas eorum partes. At si
 „ proprietas sit respectiva, respectu nostrorum sensuum, ex
 „ „ eo,

„ eo, quod habeatur in majoribus massis, non debemus inferre,
 „ eam haberi in particulis minoribus, ut est hoc ipsum, esse
 „ sensibile, ut est, esse coloratas, quod ipsis majoribus massis
 „ competit, minoribus non competit; cum ejusmodi magnitu-
 „ dinis discrimen, accidentale respectu materiæ, non sit acciden-
 „ tale respectu ejus denominationis *sensibile, coloratum*. Sic
 „ etiam si qua proprietas ita pendet a ratione aggregati, vel to-
 „ tius, ut ab ea separari non possit; nec ea, ob rationem nimi-
 „ rum eandem, a toto, vel aggregato debet transferri ad partes.
 „ Est de ratione totius, ut partes habeat, nec totum sine parti-
 „ bus haberi potest. Est de ratione figurabilis, & extensi, ut
 „ habeat aliquid, quod ab alio differt, adeoque, ut habeat par-
 „ tes; hinc eæ proprietates, licet in quovis aggregato particu-
 „ larum materiæ, sive in quavis sensibili massa, inveniuntur,
 „ non debent inductionis vi transferri ad particulas quascun-
 „ que.

41. Ex his patet, & impenetrabilitatem, & continuitatis le-
 gem per ejusmodi inductionis genus abunde probari, atque evin-
 ci, & illam quidem ad quascunque utcunque exiguas particulas
 corporum, hanc ad gradus utcunque exiguos momento temporis
 adjectos debere extendi. Requiritur autem ad hujusmodi indu-
 ctionem primo, ut illa proprietas, ad quam probandam ea adhibe-
 tur, in plurimis casibus observetur, aliter enim probabilitas esset
 exigua; & ut nullus sit casus observatus, in quo evinci possit, eam
 violari. Non est necessarium illud, ut in iis casibus, in quibus
 primo aspectu timeri possit defectus proprietatis ipsius, positi-
 ve demonstratur, eam non deficere; satis est, si pro iis casibus
 haberi possit ratio aliqua conciliandi observationem cum ipsa
 proprietate, & id multo magis, si in aliis casibus habeatur e-
 jus conciliationis exemplum, & positive ostendi possit, eo ipso
 modo fieri aliquando conciliationem.

Et Impenetra-
 bilitatem, &
 continuitatem
 evinci per in-
 ductionem: ad
 ipsam quid
 requiratur.

42. Id ipsum fit, ubi per inductionem impenetrabilitas cor-
 porum accipitur pro generali lege Naturæ. Nam impenetra-
 bilitatem ipsam magnorum corporum observamus in exemplis
 sane innumeris tot corporum, quæ pertractamus. Habentur
 quidem & casus, in quibus eam violari quis crederet, ut ubi
 oleum per ligna, & marmora penetrat, atque insinuat, &
 ubi lux per vitra, & gemmas traducitur. At præsto est conci-
 liatio phænomeni cum impenetrabilitate, petita ab eo, quod
 illa corpora, in quæ se ejusmodi substantiæ insinuant, poros
 habeant, quos eæ permeent. Et quidem hæc conciliatio
 exemplum habet manifestissimum in spongia, quæ per po-
 ros ingentes aqua immissa imbuitur. Poros marmorum il-
 lorum, & multo magis vitrorum, non videmus, ac multo
 minus videre possumus illud, non insinuari eas substantias nisi
 per poros. Hoc satis est reliquæ inductionis vi, ut dicere
 debeamus, eo potissimum pacto se rem habere, & ne ibi qui-
 dem violari generalem utique impenetrabilitatis legem.

Ejus applicatio
 ad impenetra-
 bilitatem.

Similis ad
continuitatem:
duo casuum ge-
nera, in quibus
ea videatur læ-
di.

43. Eodem igitur pacto in lege ipsa continuitatis agendum est. Illa tam ampla inductio, quam habemus, debet nos movere ad illam generaliter admittendam etiam pro iis casibus, in quibus determinare immediate per observationes non possumus, an eadem habeatur, uti est collisio corporum; ac si sunt casus nonnulli, in quibus eadem prima fronte violari videatur; ineunda est ratio aliqua, qua ipsum phenomenon cum ea lege conciliari possit, uti revera potest. Nonnullos ejusmodi casus protuli in memoratis dissertationibus, quorum alii ad geometricam continuitatem pertinent, alii ad physicam. In illis prioribus non immorabor; neque enim geometrica continuitas necessaria est ad hanc physicam propugnandam, sed eam ut exemplum quoddam ad confirmationem quandam inductionis majoris adhibui. Posterior, ut sæpe & illa prior, ad duas classes reducitur: altera est eorum casuum, in quibus saltus videtur committi idcirco, quia nos per saltum omittimus intermedias quantitates: rem exemplo geometrico illustro, cui physicum adjicio.

Fig. 4.
Exemplum
geometricum
primi generis,
ubi nos inter-
medias magni-
tudines omitti-
mus.

44. In axe curvæ cujusdam in fig. 4. sumantur segmenta AC, CE, EG æqualia, & erigantur ordinatæ AB, CD, EF, GH. Areæ BACD, DCEF, FEHG videntur continuæ cujusdam seriei termini ita, ut ab illa BACD ad DCEF, & inde ad FEHG immediate transeat, & tamen secunda a prima, ut & tertia a secunda, differunt per quantitates finitas: si enim capiantur CI, EK æquales BA, DC, & arcus BD transferatur in IK; area DIKF erit incrementum secundæ supra primam, quod videtur immediate advenire totum absque eo, quod unquam habitum sit ejus dimidium, vel quævis alia pars incrementi ipsius; ut idcirco a prima ad secundam magnitudinem areæ itum sit sine transitu per intermedias. At ibi omittuntur a nobis termini intermedii, qui continuitatem servant; si enim *ac* æqualis AC motu continuo feratur ita, ut incipiendo ab AC desinat in CE; magnitudo areæ BACD per omnes intermedias *bacd* abit in magnitudinem DCEF sine ullo saltu, & sine ulla violatione continuitatis.

Quando id ac-
cidat: exem-
pla physica die-
rum, & oscil-
lationum con-
sequentium.

45. Id sane ubique accidit, ubi initium secundæ magnitudinis aliquo intervallo distat ab initio primæ; sive statim veniat post ejus finem, sive quavis alia lege ab ea disjungatur. Sic in physicis, si diem concipiamus intervallum temporis ab occasu ad occasum, vel etiam ab ortu ad occasum, dies præcedens a sequenti quibusdam anni temporibus differt per plura secunda, ubi videtur fieri saltus sine ullo intermedio die, qui minus differat. At seriem quidem continuam ii dies nequaquam constituunt. Concipiatur parallelus integer Telluris, in quo sunt continuo ductu disposita loca omnia, quæ eandem latitudinem geographicam habent: ea singula loca suam habent durationem diei, & omnium ejusmodi dierum initia, ac fines continenter fluunt; donec ad eundem redeatur locum, cujus præcedens

cedens dies est in continua illa serie primus, & sequens postremus. Illorum omnium dierum magnitudines continenter fluunt sine ullo saltu: nos, intermediis omissis, saltum committimus, non Natura. Atque huic similis responsio est ad omnes reliquos casus ejusmodi, in quibus initia, & fines continenter non fluunt, sed a nobis per saltum accipiuntur. Sic ubi pendulum oscillat in aere; sequens oscillatio per finitam magnitudinem distat a præcedente; sed & initium, & finis ejus finito intervallo temporis distat a præcedentis initio, & fine, ac intermedii termini continua serie fluente a prima oscillatione ad secundam essent ii, qui haberentur, si primæ, & secundæ oscillationis arcu in æqualem partium numerum diviso, assumeretur via confecta, vel tempus in ea impensum, interjacens inter fines partium omnium proportionalium, ut inter trientem, vel quadrantem prioris arcus, & trientem, vel quadrantem posterioris, quod ad omnes ejus generis casus facile transferri potest, in quibus semper immediate etiam demonstrari potest illud, continuitatem nequaquam violari.

46. Secunda classis casuum est ea, in qua videtur aliquid momento temporis peragi, & tamen peragitur tempore successivo, sed per brevi. Sunt, qui objiciant pro violatione continuitatis casum, quo quisquam manu lapidem tenens, ipsi statim det velocitatem quandam finitam: alius objicit aquæ e vase effluentis, foramine constituto aliquanto infra superficiem ipsius aquæ, velocitatem oriri momento temporis finitam. At in priore casu admodum evidens est, momento temporis velocitatem finitam nequaquam produci. Tempore opus est, ut cunque brevissimo, ad excursum spirituum per nervos, & musculos, ad fibrarum tensionem, & alia ejusmodi: ac idcirco ut velocitatem aliquam sensibilem demus lapidi, manum retrahimus, & ipsum aliquandiu, perpetuo accelerantes, retinemus. Sic etiam, ubi tormentum bellicum exploditur, videtur momento temporis emitti globus, ac totam celeritatem acquirere; at id successive fieri, patet vel inde, quod debeat inflammari tota massa pulveris pyrii, & dilatari aer, ut elasticitate sua globum acceleret, quod quidem fit omnino per omnes gradus. Successionem multo etiam melius videmus in globo, qui ab elastro sibi relicto propellatur: quo elasticitas est major, eo citius, sed nunquam momento temporis velocitas in globum inducitur.

47. Hæc exempla illud præstant, quod aqua per poros spongiæ ingressa respectu impenetrabilitatis, ut ea responsione uti possimus in aliis casibus omnibus, in quibus accessio aliqua magnitudinis videtur fieri tota momento temporis; ut nimirum dicamus fieri tempore brevissimo, utique per omnes intermedias magnitudines, ac illæsa penitus lege continuitatis. Hinc & in aquæ effluentis exemplo res eodem redit, ut non unico momento, sed successivo aliquo tempore, & per

Exempla secundi generis, ubi mutatio fit celerrime, sed non momento temporis.

Applicatio ipsorum ad alia, nominatim ad effluxum aquæ e vase.

omnes intermedias magnitudines progignatur velocitas, quod quidem ita se habere optimi quique Physici affirmant. Et ibi quidem, qui momento temporis omnem illam velocitatem progigni, contra me affirmet, principium utique, ut ajunt, petat, necesse est. Neque enim aqua, nisi foramen aperiatur, operculo dimoto, effluet; remotio vero operculi, sive manu fiat, sive percussione aliqua, non potest fieri momento temporis, sed debet velocitatem suam acquirere per omnes gradus; nisi illud ipsum, quod quærimus, supponatur jam definitum, nimirum an in collisione corporum communicatio motus fiat momento temporis, an per omnes intermedios gradus, & magnitudines. Verum eo omisso, si etiam concipiamus momento temporis impedimentum auferri, non idcirco momento itidem temporis omnis illa velocitas produceretur; illa enim non a percussione aliqua, sed a pressione superincumbentis aquæ orta, oriri utique non potest, nisi per accessiones continuas tempusculo admodum parvo, sed non omnino nullo: nam pressio tempore indiget, ut velocitatem progignat, in communi omnium sententia.

Transitus ad
metaphysicam
probationem:
limes in conti-
nuis unicus, ut
in Geometria.

48. Illæsa igitur esse debet continuitatis lex, nec ad eam evertendam contra inductionem tam uberem quidquam poterunt casus allati hucusque, vel iis similes. At ejusdem continuitatis aliam metaphysicam rationem adinveni, & proposui in dissertatione *De Lege Continuitatis*, petitam ab ipsa continuitatis natura, in qua quod Aristoteles ipse olim notaverat, communis esse debet limes, qui præcedentia cum consequentibus conjungit, qui idcirco etiam indivisibilis est in ea ratione, in qua est limes. Sic superficies duo solida dirimens & crassitudine caret, & est unica, in qua immediatus ab una parte fit transitus ad aliam; linea dirimens binas superficiei continuæ partes latitudine caret; punctum continuæ lineæ segmenta discriminans, dimensione omni: nec duo sunt puncta contigua, quorum alterum sit finis prioris segmenti, alterum initium sequentis, cum duo contigua indivisibilia, & inextensa haberi non possint sine compenetracione, & coalescentia quadam in unum.

Idem in tem-
pore & in qua-
vis serie conti-
nua: eviden-
tius in quibus-
dam:

49. Eodem autem pacto idem debet accidere etiam in tempore, ut nimirum inter tempus continuum præcedens, & continuo subsequens unicum habeatur momentum, quod sit indivisibilis terminus utriusque; nec duo momenta, uti supra innuimus, contigua esse possint, sed inter quodvis momentum, & aliud momentum debeat intercedere semper continuum aliquod tempus divisibile in infinitum. Et eodem pacto in quavis quantitate, quæ continuo tempore duret, haberi debet series quædam magnitudinum ejusmodi, ut momento temporis cuiusvis respondeat sua, quæ præcedentem cum consequente jungat, & ab illa per aliquam determinatam magnitudinem differat. Quin immo in illo quantitatuum genere, in quo
bina

binæ magnitudines simul haberi non possunt, id ipsum multo evidentius conficitur, nempe nullum haberi posse saltum immediatum ab una ad alteram. Nam illo momento temporis, quo deberet saltus fieri, & abrumpi series accessu aliquo momentaneo, deberent haberi duæ magnitudines, postrema seriei præcedentis, & prima seriei sequentis. Id ipsum vero adhuc multo evidentius habetur in illis rerum statibus, in quibus ex una parte quovis momento haberi debet aliquis status ita, ut nunquam sine aliquo ejus generis statu res esse possit; & ex alia duos simul ejusmodi status habere non potest.

50. Id quidem satis patebit in ipso locali motu, in quo habetur phænomenum omnibus sane notissimum, sed cujus ratio non ita facile aliunde redditur, inde autem patentissima est. Corpus a quovis loco ad alium quemvis devenire utique potest motu continuo per lineas quasunque utcunque contortas, & in immensum productas quaquaversum, quæ numero infinitæ sunt: sed omnino debet per continuam aliquam abire, & nullibi interruptam. En inde rationem ejus rei admodum manifestam. Si alicubi linea motus abrumperetur; vel momentum temporis, quo esset in primo puncto posterioris lineæ, esset posterius eo momento, quo esset in puncto postremo anterioris, vel esset idem, vel antè? In primo, & tertio casu inter ea momenta intercederet tempus aliquod continuum divisibile in infinitum per alia momenta intermedia, cum bina momenta temporis, in eo sensu accepta, in quo ego hic ea accipio, contigua esse non possint, uti superius exposui. Quamobrem in primo casu in omnibus iis infinitis intermediis momentis nullibi esset id corpus, in secundo casu idem esset eodem illo momento in binis locis, adeoque replicaretur; in tertio haberetur replicatio non tantum respectu eorum binorum momentorum, sed omnium etiam intermediorum, in quibus nimirum omnibus id corpus esset in binis locis. Cum igitur corpus existens nec nullibi esse possit, nec simul in locis pluribus; illa viæ mutatio, & ille saltus haberi omnino non possunt.

Inde cur motus localis non fiat, nisi per lineam continuam.

51. Idem ope Geometriæ magis adhuc oculis ipsis subjicitur. Exponantur per rectam AB tempora, ac per ordinatas ad lineas CD, EF, abruptas alicubi, diversi status rei cujuscumque. Ductis ordinatis DG, EH, vel punctum H jaceret post G, ut in Fig. 5; vel cum ipso congrueret, ut in 6; vel ipsum præcederet, ut in 7. In primo casu nulla responderet ordinata omnibus punctis rectæ GH; in secundo binæ responderent GD, & HE eidem puncto G; in tertio vero binæ HI, HE puncto H, binæ GD, GK puncto G, & binæ LM, LN puncto cuivis intermedio L; nam ordinata est relatio quædam distantie, quam habet punctum curvæ cum puncto axis sibi respondente, adeoque ubi jacent in recta eadem perpendiculari axi bina curvarum puncta, habentur binæ ordinatæ respondentes eidem puncto axis. Quamobrem si nec omni

Illustratio ejus argumenti ex Geometria; ratiocinatione metaphysica, pluribus exemplis.

Fig. 5.
6.
7.

mni statu carere res possit, nec haberi possint status simul bi-
 ni; necessario consequitur, saltum illum committi non posse.
 Saltus ipse, si deberet accidere, uti vulgo fieri concipitur,
 accideret binis momentis G, & H, quæ sibi in fig. 6. imme-
 diate succederent sine ullo immediato hiatu, quod utique fieri
 non potest ex ipsa limitis ratione, qui in continuis debet esse
 idem, & antecedentibus, & consequentibus communis, uti di-
 ximus. Atque idem in quavis reali serie accidit; ut hic li-
 nea finita sine puncto primo, & postremo, quod sit ejus li-
 mes, & superficies sine linea esse non potest; unde fit, ut in
 casu figuræ 6. binæ ordinatæ necessario respondere debeant ei-
 dem puncto: ita in quavis finita reali serie statuum primus
 terminus, & postremus haberi necessario debent: adeoque si
 saltus fit, uti supra de loco diximus; debet eo momento, quo
 saltus confici dicitur, haberi simul status duplex; qui cum ha-
 beri non possit; saltus itidem ille haberi omnino non potest.
 Sic, ut aliis utamur exemplis, distantia unius corporis ab alio
 mutari per saltum non potest, nec densitas, quia duæ simul
 haberentur distantia, vel duæ simul densitates, quod utique si-
 ne replicatione haberi non potest: caloris itidem, & frigoris
 mutatio in thermometris, ponderis atmosphære mutatio in
 barometris, non fit per saltum, quia binæ simul altitudines
 mercurii in instrumento haberi deberent eodem momento tem-
 poris, quod fieri utique non potest; cum quovis momento
 determinato unica altitudo haberi debeat, ac unicus determi-
 natus caloris gradus, vel frigoris; quæ quidem theoria innu-
 meris casibus pariter aptari potest.

Objectio ab *es-
 se, & non esse*
conjungendis
in creatione
*& annihilatio-
 ne, ac ejus*
solutio.

52. Contra hoc argumentum videtur primo aspectu adesse
 aliquid, quod ipsum prorsus evertat, & tamen ipsi illustrando
 idoneum est maxime. Videtur nimirum inde erui, impossi-
 bilem esse & creationem rei cujuscumque, & interitum. Si
 enim conjungendus est postremus terminus præcedentis seriei
 cum primo sequentis; in ipso transitu a *non esse* ad *esse*, vel
 vice versa, debet utrumque conjungi, ac idem simul erit, &
 non erit, quod est absurdum. Responsio in promptu est.
 Seriei finitæ realis, & existentis, reales itidem, & existentes
 termini esse debent; non vero nihili, quod nullas proprietates
 habet, quas exigat. Hinc si realium statuum seriei altera se-
 ries realium itidem statuum succedat, quæ non sit communi
 termino conjuncta; bini eodem momento debebuntur status,
 qui nimirum sint bini limites earundem. At quoniam *non
 esse* est merum nihilum; ejusmodi series limitem nullum ex-
 tremum requirit, sed per ipsum *esse* immediate, & directe ex-
 cluditur. Quamobrem primo, & postremo momento temporis
 ejus continui, quo res est, erit utique, nec cum hoc *esse* suum
non esse conjunget simul; at si densitas certa per horam duret,
 tum momento temporis in aliam mutetur duplam, duraturam
 itidem per alteram sequentem horam; momento temporis,
 quod

quod horas dirimit, binæ debent esse densitates simul, nimirum & simplex, & dupla, quæ sunt reales binarum realium serierum termini.

53. Id ipsum in dissertatione *De lege virium in Natura existentium* satis, ni fallor, luculenter exposui, ac geometricis figuris illustravi, adjectis nonnullis, quæ eodem recidunt, & quæ in applicatione ad rem, de qua agimus, & in cujus gratiam hæc omnia ad legem continuitatis pertinentia allata sunt, proderunt infra; libet autem novem ejus dissertationis numeros huc transferre integros, incipiendo ab octavo, sed numeros ipsos, ut & schematum numeros mutabo hic, ut cum superioribus consentiant.

Unde huc transferenda solutio ipsa.

54. „ Sit in fig. 8. circulus $GMM'm$, qui referatur ad datam rectam AB per ordinatas HM ipsi rectæ perpendiculares; uti itidem perpendiculares sint binæ tangentes EGF , $E'G'F'$. Concipiatur igitur recta quædam indefinita ipsi rectæ AB perpendicularis, motu quodam continuo delata ab A ad B . Ubi ea habuerit, positionem quamcumque CD , quæ præcedat tangentem EF , vel $C'D'$, quæ consequatur tangentem $E'F'$; ordinata ad circulum nulla erit, sive erit impossibilis, & ut Geometræ loquuntur, imaginaria. Ubicunque autem ea sit inter binas tangentes EGF , $E'G'F'$, in HI , $H'I'$, occurret circulo in binis punctis M , m , vel $M'm'$, & habebitur valor ordinatæ HM , Hm , vel $H'M'$, $H'm'$. Ordinata quidem ipsa respondet soli intervallo EE' : & si ipsa linea AB referat tempus; momentum E est limes inter tempus præcedens continuum AE , quo ordinata non est, & tempus continuum EE' subsequens, quo ordinata est; punctum E' est limes inter tempus præcedens EE' , quo ordinata est, & subsequens $E'B$, quo non est. Vita igitur quædam ordinatæ est tempus EE' : ortus habetur in E , interitus in E' . Quid autem in ipso ortu, & interitu? Habetur-ne quoddam *esse* ordinatæ, an *non esse*? Habetur utique *esse*, nimirum EG , vel $E'G'$, non autem *non esse*. Oritur tota finitæ magnitudinis ordinata EG , interit tota finitæ magnitudinis $E'G'$, nec tamen ibi conjungit *esse*, & non *esse*, nec ullum absurdum secum trahit. Habetur momento E primus terminus seriei sequentis sine ultimo seriei præcedentis, & habetur momento E' ultimus terminus seriei præcedentis sine primo termino seriei sequentis.

Solutio petita ex geometrico exemplo.

Fig. 8.

55. „ Quare autem id ipsum accidat, si metaphysica consideratione rem perpendimus, statim patebit. Nimirum veri nihili nullæ sunt veræ proprietates: entis realis veræ, & reales proprietates sunt. Quævis realis series initium reale habere debet, & finem, sive primum, & ultimum terminum. Id, quod non est, nullam habet veram proprietatem, nec proinde sui generis ultimum terminum, aut primum exigit. Series præcedens ordinatæ nullius, ultimum terminum non

Solutio ex metaphysica consideratione.

„habet, series consequens non habet primum: series realis
 „contenta intervallo EE , & primum habere debet, & ulti-
 „mum. Hujus reales termini terminum illum nihili per se se
 „excludunt, cum ipsum *esse* per se excludat *non esse*.

Illustratio ul-
 terior geome-
 trica.

56. „Atque id quidem manifestum fit magis; si considere-
 „mus seriem aliquam præcedentem realem, quam exprimant
 „ordinatæ ad lineam continuam PLg , quæ respondeat toti
 „tempori AE ita, ut cuius momento C ejus temporis respon-
 „deat ordinata CL . Tum vero si momento E debeat fieri
 „saltus ab ordinata Eg ad ordinatam EG ; necessario ipsi mo-
 „mento E debent respondere binæ ordinatæ EG , Eg . Nam
 „in tota linea PLg non potest deesse solum ultimum punctum
 „ g ; cum ipso sublato debeat adhuc illa linea terminum habe-
 „re suum, qui terminus esset itidem punctum; id vero pun-
 „ctum idcirco fuisset ante contiguum puncto g , quod est ab-
 „surdum, ut in eadem dissertatione *De Lege Continuitatis*
 „demonstravimus. Nam inter quodvis punctum, & aliud
 „punctum linea aliqua interjacere debet; quæ si non interja-
 „ceat: jam illa puncta in unicum coalescunt. Quare non
 „potest deesse nisi lineola aliqua gL ita, ut terminus seriei
 „præcedentis sit in aliquo momento C præcedente momen-
 „tum E , & disjuncto ab eo per tempus quoddam conti-
 „nuum, in cujus temporis momentis omnibus ordinata sit
 „nulla.

Applicatio ad
 creationem, &
 annihilationem.

57. „Patet igitur discrimen inter transitum a vero nihilo,
 „nimirum a quantitate imaginaria, ad *esse*, & transitum ab
 „una magnitudine ad aliam. In primo casu terminus nihi-
 „li non habetur; habetur terminus uterque seriei veram ha-
 „bentis existentiam, & potest quantitas, cujus ea est series,
 „oriri, vel occidere quantitate finita, ac per se excludere
 „*non esse*. In secundo casu necessario haberi debet utriusque
 „seriei terminus, alterius nimirum postremus, alterius primus.
 „Quamobrem etiam in creatione, & in annihilatione potest
 „quantitas oriri, vel interire magnitudine finita, & primum,
 „ac ultimum *esse* erit quoddam *esse*, quod secum non conjun-
 „get una *non esse*. Contra vero ubi magnitudo realis ab una
 „quantitate ad aliam transire debet per saltum; momento
 „temporis, quo saltus committitur, uterque terminus haberi
 „deberet. Manet igitur illæsum argumentum nostrum me-
 „taphysicum pro exclusione saltus a creatione, & annihilatione,
 „sive ortu, & interitu.

Aliquando vi-
 deri nihilum
 id, quod est ali-
 quid.

58. „At hic illud etiam notandum est; quoniam ad ortum,
 „& interitum considerandum geometricas contemplationes af-
 „sumpsimus, videri quidem prima fronte, aliquando etiam rea-
 „lis seriei terminum postremum esse nihilum; sed re altius
 „considerata, non erit vere nihilum, sed status quidam itidem
 „realis, & ejusdem generis cum præcedentibus, licet alio no-
 „mine insignitus.

59. „ Sit

59. „ Sit in Fig. 9. Linea AB, ut prius, ad quam linea
 „ quædam PL deveniat in G (pertinet punctum G ad lineam
 „ PL, E ad AB continuatas, & sibi occurrentes ibidem), &
 „ sive pergat ultra ipsam in GM, sive retro resiliat per GM.
 „ Recta CD habebit ordinatam CL, quæ evanescet, ubi pun-
 „ cto C abeunte in E, ipsa CD abibit in EF, tum in posi-
 „ tione ulteriori rectæ perpendicularis HI, vel abibit in ne-
 „ gativam HM, vel retro positiva regredietur in HM. Ubi li-
 „ nea altera cum altera coit, & punctum E alterius cum alte-
 „ rius puncto G congregitur, ordinata CL videtur abire in ni-
 „ hilum ita, ut nihilum, quemadmodum & supra innuimus,
 „ sit limes quidam inter seriem ordinarum positivarum CL,
 „ & negativarum HM; vel positivarum CL, & iterum posi-
 „ tivarum HM. Sed, si res altius consideretur ad metaphy-
 „ sicum conceptum reducta, in situ EF non habetur verum ni-
 „ hilum. In situ CD, HI habetur distantia quædam puncto-
 „ rum C, L; H, M: in situ EF habetur eorundem punctorum
 „ compenetratio. Distantia est relatio quædam binorum mo-
 „ dorum, quibus bina puncta existunt; compenetratio itidem est
 „ relatio binorum modorum, quibus ea existunt, quæ compene-
 „ tratio est aliquid reale ejusdem prorsus generis, cujus est di-
 „ stantia, constituta nimirum per binos reales existendi modos.
 60. „ Totum discrimen est in vocabulis, quæ nos imposui-
 „ mus. Bini locales existendi modi infinitas numero relationes
 „ possunt constituere, alii alias. Hæ omnes inter se & diffe-
 „ runt, & tamen simul etiam plurimum conveniunt; nam reales
 „ sunt, & in quodam genere congruunt, quod nimirum sint re-
 „ lationes ortæ a binis localibus existendi modis. Diversa vero
 „ habent nomina ad arbitrium instituta, cum aliæ ex ejusmodi
 „ relationibus, ut CL, dicantur distantia positivæ, relatio EG
 „ dicatur compenetratio, relationes HM dicantur distantia ne-
 „ gativæ. Sed quoniam, ut a decem palmis distantia demptis
 „ 5, relinquuntur 5, ita demptis aliis 5, habetur nihil (non
 „ quidem verum nihil, sed nihil in ratione distantia a nobis ita
 „ appellatæ, cum remaneat compenetratio); ablatis autem aliis
 „ quinque, remanent quinque palmi distantia negativæ; ista om-
 „ nia realia sunt, & ad idem genus pertinent; cum eodem
 „ prorsus modo inter se differant distantia palmorum 10 a distan-
 „ tia palmorum 5, hæc a distantia nulla, sed reali, quæ com-
 „ penetrationem importat, & hæc a distantia negativa palmorum
 „ 5. Nam ex prima illa quantitate eodem modo devenitur ad
 „ hæc posteriores per continuam ablationem palmorum 5. Eo-
 „ dem autem pacto infinitas ellipses, ab infinitis hyperbolis uni-
 „ ca interjecta parabola discriminat, quæ quidem unica nomen
 „ peculiare sortita est, cum illas numero infinitas, & a se invi-
 „ cem admodum discrepantes unico vocabulo complectamur; li-
 „ cet altera magis oblonga ab altera minus oblonga plurimum
 „ itidem diversa sit.

Ordinatam nul-
 lam, ut & di-
 stantiam nul-
 lam existen-
 tium esse com-
 penetrationem.

Fig. 9.

Ad idem perti-
 nere seriei rea-
 lis genus eam
 distantiam nul-
 lam, & ali-
 quam.

Alia, quæ videntur nihil, & sunt aliquid: discrimen inter radicem imaginariam, & zero.

Conclusio pro solutione ejus objectionis.

Applicatio legis continuitatis ad collisionem corporum.

Duo velocitatum genera, potentialis, & actualis.

61. „ Et quidem eodem pacto status quidam realis est quies, sive perseverantia in eodem modo locali existendi; „ status quidam realis est velocitas nulla puncti existentis, „ nimirum determinatio perseverandi in eodem loco; status „ quidam realis puncti existentis est vis nulla, nimirum determinatio retinendi præcedentem velocitatem, & ita porro: „ plurimum hæc discrepant a vero *non esse*. Casus ordinatæ respondentis lineæ EF in fig. 9. differt plurimum a casu ordinatæ circuli respondentis lineæ CD figuræ 8: in prima „ existunt puncta, sed compenetrata, in secunda alterum punctum impossibile est. Ubi in solutione problematum devenitur ad quantitatem primi generis, problema determinationem „ peculiarem accipit; ubi devenitur ad quantitatem secundi generis, problema evadit impossibile: usque adeo in hoc secundo casu habetur verum nihilum, omni reali proprietate „ carens; in illo primo habetur aliquid realibus proprietatibus præditum, quod ipsis etiam solutionibus problematum, & constructionibus veras sufficit, & reales determinationes; cum „ realis, non imaginaria sit radix æquationis cujuscumque, quæ sit = 0, sive nihilo æqualis.

62. „ Firimum igitur manebit semper, & stabile, seriem realem quamcunque, quæ continuo tempore finito duret, debere habere & primum principium, & ultimum finem realem, „ sine ullo absurdo, & sine conjunctione sui *esse cum non esse*, „ si forte duret eo solo tempore; dum si præcedenti etiam extitit tempore, habere debet & ultimum terminum seriei præcedentis, & primum sequentis, qui debent esse unicus indivisibilis communis limes, ut momentum est unicus indivisibilis „ limes inter tempus continuum præcedens, & subsequens. Sed hæc de ortu, & interitu jam satis.

63. Ut igitur contrahamus jam vela, continuitatis lex & inductione, & metaphysico argumento abunde nititur, quæ idcirco etiam in velocitatis communicatione retineri omnino debet, ut nimirum ab una velocitate ad aliam nunquam transeat, nisi per intermedias velocitates omnes sine saltu. Et quidem in ipsis motibus, & velocitatibus inductionem habuimus num. 39, ac difficultates solvimus num. 46, & 47 pertinentes ad velocitates, quæ videri possent mutata per saltum. Quod autem pertinet ad metaphysicum argumentum, si toto tempore ante contactum subsequentis corporis superficies antecedens habuit 12 gradus velocitatis, & sequenti 9, saltu facto momentaneo ipso initio contactus; in ipso momento ea tempora dirimente debuisset habere & 12, & 9 simul, quod est absurdum. Duas enim velocitates simul habere corpus non potest, quod ipsum aliquanto diligentius demonstrabo.

64. Velocitatis nomen, uti passim usurpatur a Mechanicis, æquivocum est; potest enim significare velocitatem actualem, quæ nimirum est relatio quædam in motu æquabili spatii percurri divisi per tempus, quo percurritur; & potest significare quan-

quandam, quam apto Scholasticorum vocabulo potentialem appello, quæ nimirum est determinatio ad actualem, live determinatio, quam habet mobile, si nulla vis mutationem inducat, percurrendi motu æquabili determinatum quoddam spatium quovis determinato tempore, quæ quidem duo & in dissertatione *De Viribus Vivis*, & in *Stayanis Supplementis* distinximus, distinctione utique necessaria ad æquivocationes evitandas. Prima haberi non potest momento temporis, sed requirit tempus continuum, quo motus fiat, & quidem etiam motum æquabilem requirit ad accuratam sui mensuram; secunda habetur etiam momento quovis determinata; & hanc alteram intelligunt utique *Mechanici*, cum scalas geometricas efformant pro motibus quibuscunque difformibus, sive abscissa exprimente tempus, & ordinata velocitatem, utcunque etiam variatam, area exprimat spatium; sive abscissa exprimente itidem tempus, & ordinata vim, area exprimat velocitatem jam genitam, quod itidem in aliis ejusmodi scalis, & formulis algebraicis fit passim, hac potentiâli velocitate usurpata, quæ sit tantummodo determinatio ad actualem, quam quidem ipsam intelligo, ubi in collisione corporum eam nego mutari posse per saltum ex hoc posteriore argumento.

65. Jam vero velocitates actuales non posse simul esse duas in eodem mobili, satis patet; quia oporteret, id mobile, quod initio dati cujusdam temporis fuerit in dato spatii puncto, in omnibus sequentibus occupare duo puncta ejusdem spatii, ut nimirum spatium percursum sit duplex, alterum pro altera velocitate determinanda, adeoque requiretur actualis replicatio, quam non haberi usquam, ex principio inductionis colligere sane possumus admodum facile. Cum nimirum nunquam videamus idem mobile simul ex eodem loco discedere in partes duas, & esse simul in duobus locis ita, ut constet nobis, utrobique esse illud idem. At nec potentiales velocitates duas simul esse posse, facile demonstratur. Nam velocitas potentialis est determinatio ad existendum post datum tempus continuum quodvis in dato quodam puncto spatii habente datam distantiam a puncto spatii, in quo mobile est eo temporis momento, quo dicitur habere illam potentialem velocitatem determinatam. Quamobrem habere simul illas duas potentiales velocitates est esse determinatum ad occupanda eodem momento temporis duo puncta spatii, quorum singula habeant suam diversam distantiam ab eo puncto spatii, in quo tum est mobile, quod est esse determinatum ad replicationem habendam momentis omnibus sequentis temporis. Dicitur utique idem mobile a diversis causis acquirere simul diversas velocitates, sed ex componuntur in unicam ita, ut singulæ constituent statum mobilis, qui status respectu dispositionum, quas eo momento, in quo tum est, habet ipsum mobile, complectentium omnes circumstantias præteritas, & præsentis, est tantummodo conditionatus, non absolutus; nimirum ut contineant determinatio-

Binas velocitates tum actuales, tum potentiales simul haberi non posse, ne detur, vel exigatur compenetratio.

nationem, quam ex omnibus præteritis, & præsentibus circumstantiis haberet ad occupandum illud determinatum spatii punctum determinato illo momento temporis; nisi aliunde ejusmodi determinatio per conjunctionem alterius causæ, quæ tum agat, vel jam egerit, mutaretur, & loco ipsius alia, quæ composita dicitur, succederet. Sed status absolutus resultans ex omnibus eo momento præsentibus, & præteritis circumstantiis ipsius mobilis, est unica determinatio ad existendum pro quovis determinato momento temporis sequentis in quodam determinato puncto spatii, qui quidem status pro circumstantiis omnibus præteritis, & præsentibus est absolutus, licet sit itidem conditionatus pro futuris: si nimirum eadem, vel aliæ causæ agentes sequentibus momentis non mutant determinationem, & punctum illud loci, ad quod revera deveniri deinde debet dato illo momento temporis, & actu devenitur; si ipsæ nihil aliud agant. Porro patet hujusmodi status ex omnibus præteritis, & præsentibus circumstantiis absolutos non posse eodem momento temporis esse duos sine determinatione ad replicationem, quam ille conditionatus status resultans e singulis componentibus velocitatibus non inducit ob id ipsum, quod conditionatus est. Jam vero si haberetur saltus a velocitate ex omnibus præteritis, & præsentibus circumstantiis exigente, ex gr. post unum minutum, punctum spatii distans per palmos 6 ad exigentem punctum distans per palmos 9; deberet eo momento temporis, quo fieret saltus, haberi simul utraque determinatio absoluta respectu circumstantiarum omnium ejus momenti, & omnium præteritarum; nam toto præcedenti tempore habita fuisset realis series statuum cum illa priore, & toto sequenti deberet haberi cum illa posteriore, adeoque eo momento, simul utraque, cum neutra series realis sine reali suo termino stare possit.

Quovis momento punctum existens debere habere statum realem ex genere velocitatis potentialis.

66. Præterea corporis, vel puncti existentis potest utique nulla esse velocitas actualis, saltem accurate talis; si nimirum difformem habeat motum, quod ipsum etiam semper in Natura accidit, ut demonstrari posse arbitror, sed huc non pertinet; at semper utique haberi debet aliqua velocitas potentialis, vel saltem aliquis status, qui licet alio vocabulo appellari soleat, & dici velocitas nulla, est tamen non nihilum quoddam, sed realis status, nimirum determinatio ad quietem, quanquam hanc ipsam, ut & quietem, ego quidem arbitrer in Natura reapse haberi nullam, argumentis, quæ in Stayanis Supplementis exposui in binis paragraphis de spatio, ac tempore, quos hic addam in fine inter nonnulla, quæ hic etiam supplementa appellabo, & occurrent primo, ac secundo loco. Sed id ipsum itidem nequaquam huc pertinet. Iis etiam penitus prætermiſſis, eruitur e reliquis, quæ diximus, admissio etiam ut existente, vel possibili in Natura motu uniformi, & quiete, utramque velocitatem habere condiciones necessarias ad hoc,

hoc, ut secundum argumentum pro continuitatis lege superius allatum vim habeat suam, nec ab una velocitate ad alteram abiri possit sine transitu per intermedias.

67. Patet autem, hinc illud evinci, nec interire momento temporis posse, nec oriri velocitatem totam corporis, vel puncti non simul intereuntis, vel orientis, nec huc transferri posse, quod de creatione, & morte diximus; cum nimirum ipsa velocitas nulla corporis, vel puncti existentis, sit non purum nihil, ut monui, sed realis quidam status, qui simul cum alio reali statu determinatæ illius intereuntis, vel orientis velocitatis deberet conjungi; unde etiam fit, ut nullum effugium haberi possit contra superiora argumenta, dicendo, quando a 12 gradibus velocitatis transitur ad 9, durare utique priores 9, & interire reliquos tres, in quo nullum absurdum fit, cum nec in illorum duratione habeatur saltus, nec in saltu per interitum habeatur absurdi quidpiam, ejus exemplo, quod superius dictum fuit, ubi ostensum est, non conjungi *non esse* simul, & *esse*. Nam in primis 12 gradus velocitatis non sunt quid compositum e duodecim rebus inter se distinctis, atque disjunctis, quarum 9 manere possint, 3 interire, sed sunt unica determinatio ad existendum in punctis spatii distantibus certo intervallo, ut palmorum 12, elapsis datis quibusdam temporibus æqualibus quibusvis. Sic etiam in ordinatis GD, HE, quæ expriment velocitates in fig. 6, revera, in mea potissimum Theoria, ordinata GD non est quædam pars ordinatæ HE communis ipsi usque ad D, sed sunt duæ ordinatæ, quarum prima consistit in relatione distantæ, puncti curvæ D a puncto axis G, secunda in relatione puncti curvæ E a puncto axis H, quod est ibi idem, ac punctum G. Relationem distantæ punctorum D, & G constituunt duo reales modi existendi ipsorum, relationem distantæ punctorum D, & E duo reales modi existendi ipsorum, & relationem distantæ punctorum H, & E duo reales modi existendi ipsorum. Hæc ultima relatio constat duobus modis realibus tantummodo pertinentibus ad puncta E, & H, vel G, & summa priorum constat modis realibus omnium trium, E, D, G. Sed nos indefinite concipimus possibilitatem omnium modorum realium intermediorum, ut infra dicemus, in qua præcisiva, & indefinita idea stat mihi idea spatii continui; & intermedii modi possibiles inter G, & D sunt pars intermediorum inter E, & H. Præterea ommissis etiam hisce omnibus ipse ille saltus a velocitate finita ad nullam, vel a nulla ad finitam, haberi non potest.

68. Atque hinc ego quidem potuiffem etiam adhibere duos globos æquales, qui sibi invicem occurrant cum velocitatibus æqualibus, quæ nimirum in ipso contactu deberent momento temporis interire; sed ut hæc ipsas considerationes evitarem de transitu a statu reali ad statum itidem realem, ubi a velocitate aliqua transitur ad velocitatem nullam; adhibui potius

Non posse momento temporis transferri ab una velocitate ad aliam, demonstratur, & vindicatur.

Cur adhibita collisio pergentium in eandem plagam pro Theoria de lucenda.

in omnibus dissertationibus meis globum, qui cum 12 velocitatis gradibus assequatur alterum præcedentem cum 6; ut nimirum abeundo ad velocitatem aliam quamcunque haberetur saltus ab una velocitate ad aliam, in quo evidentius esset absurdum.

Quo pacto mutata velocitate potentiali per saltum, non mutetur per saltum actualis.

Fig. 10.

69. Jam vero in hisce casibus utique haberi deberet saltus quidam, & violatio legis continuitatis, non quidem in velocitate actuali, sed in potentiali, si ad contactum deveniretur cum velocitatum discrimine aliquo determinato quocunque. In velocitate actuali, si eam metiamur spatio, quod conficitur, diviso per tempus, transitus utique fieret per omnes intermedias, quod sic facile ostenditur ope Geometriæ. In fig. 10 designent AB, BC bina tempora ante, & post contactum, & momento quolibet H sit velocitas potentialis illa major HI, quæ æquetur velocitati primæ AD; quovis autem momento Q posterioris temporis sit velocitas potentialis minor QR, quæ æquetur velocitati cuidam datæ CG. Assumpto quovis tempore HK determinatæ magnitudinis, area IHKL divisa per tempus HK, sive recta HI, exhibebit velocitatem actualem. Moveatur tempus HK versus B, & donec K adveniat ad B, semper eadem habebitur velocitatis mensura; eo autem progressu in O ultra B, sed adhuc H existente in M citra B, sparium illi tempori respondens componetur ex binis MNEB, BFPO, quorum summa si dividatur per MO; jam nec erit MN æqualis priori AD, nec BF, ipsa minor per datam quantitatem FE; sed facile demonstrari potest (b), capta VE æquali IL, vel HK, sive MO, & ducta recta VF, quæ secet MN in X, quotum ex illa divisione prodeuntem fore MX, donec, abeunte toto illo tempore ultra B in QS, jam area QRTS divisa per tempus QS exhibeat velocitatem constantem QR.

Irregularitas alia in expressione actualis velocitatis.

70. Patet igitur in ea consideratione a velocitate actuali præcedente HI ad sequentem QR transiri per omnes intermedias MX, quas continua recta VF definit; quanquam ibi etiam irregulare quid oritur inde, quod velocitas actualis XM diversa obvenire debeat pro diversa magnitudine temporis assumpti HK, quo nimirum assumpto majore, vel minore removeatur magis, vel minus V ab E, & decrefcit, vel crefcit XM. Id tamen accidit in motibus omnibus, in quibus velocitas non manet eadem toto tempore, ut nimirum tum etiam, si velocitas aliqua actualis debeat agnosci, & determinari spatio diviso per tempus; pro aliis, atque aliis temporibus assumptis pro mensura aliæ, atque aliæ velocitatis actualis mensuræ ob-

ve-

(b) Si enim producat^{ur} OP usque ad NE in T, erit $EY = VN$, ob $VE = MO = NT$. Est autem $VE : VN :: EF : NX$; quare $VN \times EF = VE \times NX$, sive posito ET pro VN, & MO pro VE, erit $EY \times EF = MO \times NX$. Totum MNTY est $MO \times MN$, pars FEY est $EY \times EF$. Quare residuus gnomon NMOPFE est $MO \times (MN - NX)$, sive est $MO \times MX$, quo diviso per NO habetur MX.

veniant, secus ac accidit in motu semper æquabili, quam ipsam ob causam velocitatis actualis in motu difformi nulla est revera mensura accurata, quod supra innui, sed ejus idea præcisa, ac distincta æquabilitatem motus requirit, & idcirco Mechanici in difformibus motibus ad actualem velocitatem determinandam adhibere solent spatiolum infinitesimo tempusculo percursum, in quo ipso motum habent pro æquabili.

71. At velocitas illa potentialis, quæ singulis momentis temporis respondet sua, mutaretur utique per saltum ipso momento B, quo deberet haberi & ultima velocitatum præcedentium BE, & prima sequentium BF, quod cum haberi nequeat, uti demonstratum est, fieri non potest per secundum ex argumentis, quæ adhibuimus pro lege continuitatis, ut cum illa velocitatum inæqualitate deveniatur ad immediatum contactum; atque id ipsum excludit etiam inductio, quam pro lege continuitatis in ipsis quoque velocitatibus, atque motibus primo loco proposui.

Concluditur ad contactum immediatum non posse deveniri cum differentia velocitatum.

72. Atque hoc demum pacto illud constitit evidenter, non licere continuitatis legem deferere in collisione corporum, & illud admittere, ut ad contactum immediatum deveniatur cum illæ binorum corporum velocitatibus integris. Videndum igitur, quid necessario consequi debeat, ubi id non admittatur, & hæc analysis ulterius promovenda.

Promovenda analysis eo excluso.

73. Quoniam ad immediatum contactum devenire ea corpora non possunt cum præcedentibus velocitatibus; oportet, ante contactum ipsum immediatum incipiant mutari velocitates ipsæ, & vel ea consequentis corporis minui, vel ea antecedentis augeri, vel utrumque simul. Quidquid accidat, habebitur ibi aliqua mutatio status, vel in altero corpore, vel in utroque, in ordine ad motum, vel quietem, adeoque habebitur aliqua mutationis causa, quæcunque illa sit. Causa vero mutans statum corporis in ordine ad motum, vel quietem, dicitur vis: habebitur igitur vis aliqua, quæ effectum gignat, etiam ubi illa duo corpora nondum ad contactum devenerint.

Debere ante contactum haberi mutationem velocitatis, adeoque vim, quæ mutat.

74. Ad impediendam violationem continuitatis satis esset, si ejusmodi vis ageret in alterum tantummodo e binis corporibus, reducendo præcedentis velocitatem ad gradus 12, vel sequentis ad 6. Videndum igitur aliunde, an agere debeat in alterum tantummodo, an in utrumque simul, & quomodo. Id determinabitur per aliam Naturæ legem, quam nobis inductio satis ampla ostendit, qua nimirum evincitur, omnes vires nobis cognitæ agere utrinque & æqualiter, & in partes oppositas, unde provenit principium, quod appellant actionis, & reactionis æqualium; est autem fortasse quædam actio duplex semper æqualiter agens in partes oppositas. Ferrum, & magnes æque se mutuo trahunt; elastrum binis globis æqualibus interjectum æque utrumque urget, & æqualibus velocitatibus propellit; gravitatem ipsam generalem mutuam esse ostendunt

Eam vim debere esse mutuam, & agere in partes oppositas.

dunt errores Jovis, ac Saturni potissimum, ubi ad se invicem accedunt, uti & curvatura orbitæ lunaris orta ex ejus gravitate in terram comparata cum æltu maris orto ex inæquali partium globi terraquei gravitate in Lunam. Ipsæ nostræ vires, quas nervorum ope exerimus, semper in partes oppositas agunt, nec satis valide aliquid propellimus, nisi pede humum, vel etiam, ut efficacius agamus, oppositum parietem simul repellamus. En igitur inductionem, quam utique ampliozem etiam habere possumus, ex qua illud pro eo quoque casu debemus inferre, eam ibi vim in utrumque corpus agere, quæ actio ad æqualitatem non reducet inæquales illas velocitates, nisi augeat præcedentis, minuat consequentis corporis velocitatem; nimirum nisi in iis producat velocitates quasdam contrarias, quibus, si solæ essent, deberent a se invicem recedere: sed quia eæ componuntur cum præcedentibus; hæc utique non recedunt, sed tantummodo minus ad se invicem accedunt, quam accederent.

Hinc dicendam esse repulsivam: quærendam e- jus legem.

75. Invenimus igitur vim ibi debere esse mutuam, quæ ad partes oppositas agat, & quæ sua natura determinet per sese illa corpora ad recessum mutuam a se invicem. Hujusmodi igitur vis ex nominis definitione appellari potest vis repulsiva. Quærendum jam ulterius, qua lege progredi debeat, an imminutis in immensum distantis ad datam quandam mensuram deveniat, an in infinitum excrescat?

Ea vi debere totum velocitatum discrimen elidi ante contactum.

76. Ut in illo casu evitetur saltus; satis est in allato exemplo; si vis repulsiva, ad quam delati sumus, extinguat velocitatum differentiam illam 6 graduum, antequam ad contactum immediatum corpora devenerint: quamobrem possent utique devenire ad eum contactum eodem illo momento, quo ad æqualitatem velocitatum deveniunt. At si in alio quopiam casu corpus sequens impellatur cum velocitatis gradibus 20, corpore præcedente cum suis 6; tum vero ad contactum deveniretur cum differentia velocitatum majore, quam graduum 8. Nam illud itidem amplissima inductione evincitur, vires omnes nobis cognitæ, quæ aliquo tempore agunt, ut velocitatem producant, agere in ratione temporis, quo agunt, & sui ipsius. Rem in gravibus oblique descendentibus experimenta confirmant; eadem & in elastris institui facile possunt, ut rem comprobent; ac id ipsum est fundamentum totius Mechanicæ, quæ inde motuum leges eruit, quas experimenta in pendulis, in projectis gravibus, in aliis pluribus comprobant, & Astronomia confirmat in cælestibus motibus. Quamobrem illa vis repulsiva, quæ in priore casu extinxit 6 tantummodo gradus discriminis, si agat breviori tempore in secundo casu, non poterit extinguere nisi pauciores, minore nimirum velocitate producta utrinque ad partes contrarias. At breviori utique tempore aget: nam cum majore velocitatum discrimine velocitas respectiva est major, ac proinde accessus celerior.

Extin-

Extingueret igitur in secundo casu illa vis minus, quam 6 discriminis gradus, si in primo usque ad contactum extinxit tantummodo 6. Superessent igitur plures, quam 8; nam inter 20 & 6 erant 14, ubi ad ipsum deveniretur contactum, & ibi per saltum deberent velocitates mutari, ne compenetratio haberetur, ac proinde lex continuitatis violari. Cum igitur id accidere non possit; oportet, Natura incommodo caverit per ejusmodi vim, quæ in priore casu aliquanto ante contactum extinxerit velocitatis discrimen, ut nimirum imminutis in secundo casu adhuc magis distantis, vis ulterior illud omne discrimen auferat, elisis omnibus illis 14 gradibus discriminis, qui habebantur.

77. Quando autem huc jam delati sumus, facile est ulterius progredi, & illud considerare, quod in secundo casu accidit respectu primi, idem accidere aucta semper velocitate consequentis corporis in tertio aliquo respectu secundi, & ita porro. Debebit igitur ad omnem pro omni casu evitandum saltum Natura cavisse per ejusmodi vim, quæ imminutis distantis crescat in infinitum, atque ita crescat, ut par sit extinguendæ cuicunque velocitati, utcunque magnæ. Devenimus igitur ad vires repulsivas imminutis distantis crescentes in infinitum, nimirum ad arcum illum asymptoticum *ED* curvæ virium in fig. 1. propositum. Illud quidem ratiocinatione hæctenus instituta immediate non deducitur, hujusmodi incrementa virium auctarum in infinitum respondere distantis in infinitum imminutis. Possent pro hisce corporibus, quæ habemus præ manibus, quædam data distantia quæcunque esse ultimus limes virium in infinitum excrescentium, quo casu asymptotus *AB* non transiret per initium distantia binorum corporum, sed tanto intervallo post ipsum, quantus esset ille omnium distantiarum, quas remotiores particula possint acquirere a se invicem, limes minimus; sed aliquem demum esse debere extremum etiam asymptoticum arcum curvæ habentem pro asymptoto rectam transeuntem per ipsum initium distantia, sic evincitur: si nullus ejusmodi haberetur arcus; particula materiae minores, & primo collocata in distantia minore, quam esset ille ultimus limes, sive illa distantia asymptoti ab initio distantia binorum punctorum materiae, in mutuis incursum velocitatem deberent posse mutare per saltum, quod cum fieri nequeat, debet utique aliquis esse ultimus asymptoticus arcus, qui asymptotum habeat transeuntem per distantiarum initium, & vires inducat imminutis in infinitum distantis crescentes in infinitum ita, ut sint pares velocitati extinguendæ cuivis, utcunque magnæ. Ad summum in curva virium haberi possent plures asymptotici arcus, alii post alios, habentes ad exigua intervalla asymptotos inter se parallelas, qui casus itidem uberrimum aperit contemplationibus fecundissimis campum, de quo aliquid inferius; sed aliquis arcus asymptoticus

Eam vim debere augeri in infinitum, & quidem in infinitum, distantis habente virium curva aliquam asymptotum in origine abscissarum.

Fig. 1.

ticus postremus, cujusmodi est is, quem in figura 1 proposui, haberi omnino debet. Verum ea perquisitione hic omiſſa, pergendum est in consideratione legis virium, & curvæ eam exprimentis, quæ habentur auctis distantiiis.

Vim in majoribus distantiiis esse attractivam, curva secante axem in aliquo limite.

78. In primis gravitas omnium corporum in Terram, quam quotidie experimur, satis evincit, repulsionem illam, quam pro minimis distantiiis invenimus, non extendi ad distantias quascunque, sed in magnis jam distantiiis haberi determinationem ad accessum, quam vim attractivam nominavimus. Quin immo Keplerianæ leges in Astronomia tam feliciter a Newtono adhibitæ ad legem gravitatis generalis deducendam, & ad cometas etiam traductæ, satis ostendunt, gravitatem vel in infinitum, vel saltem per totum planetarium, & cometarium systema extendi in ratione reciproca duplicata distantiarum. Quamobrem virium curva arcum habet aliquem jacentem ad partes axis oppositas, qui accedat, quantum sensu percipi possit, ad eam tertii gradus hyperbolam, cujus ordinatæ sunt in ratione reciproca duplicata distantiarum, qui nimirum est ille arcus STV figuræ 1. Ac illud etiam hinc patet, esse aliquem locum E, in quo curva ejusmodi axem secet, qui sit limes attractionum, & repulsionum, in quo ab una ad alteram ex iis viribus transitus fiat.

Plures esse debere, immo plurimos transitus, & limites.

79. Duos alios nobis indicat limites ejusmodi, sive alias duas intersecciones, ut G, & I, phænomenum vaporum, qui oriuntur ex aqua, & aeris, qui a fixis corporibus gignitur; cum in iis ante nulla particularum repulsio fuerit, quin immo fuerit attractio, ob cohærentiam, qua, una parte retracta, altera ipsam conſequebatur, & in illa tanta expansione, & elasticitatis vi satis se manifesto prodat repulsio, ut idcirco a repulsione in minimis distantiiis ad attractionem alicubi sit itum, tum inde iterum ad repulsionem, & iterum inde ad generalis gravitatis attractiones. Effervescentiæ, & fermentationes adeo diversæ, in quibus cum adeo diversis velocitatibus eunt, ac redeunt, & jam ad se invicem accedunt, jam recedunt a se invicem particulæ, indicant utique ejusmodi limites, atque transitus multo plures; sed illos proſus evincunt substantiæ molles, ut cera, in quibus compressiones plurimæ acquiruntur cum distantiiis admodum diversis, in quibus tamen omnibus limites haberi debent; nam, anteriore parte ad se attracta, posteriores eam sequuntur, eadem propulsa, illæ recedunt, distantiiis ad sensum non mutatis, quod ob illas repulsionem in minimis distantiiis, quæ contiguitatem impediunt, fieri alio modo non potest, nisi si limites ibidem habeantur in iis omnibus distantiiis inter attractiones, & repulsionem, quæ nimirum requiruntur ad hoc, ut pars altera alteram conſequatur retractam, vel præcedat propulsam.

Hinc tota curvæ forma cum binis asymptot-

80. Habentur igitur plurimi limites, & plurimi flexus curvæ hinc, & inde ab axe præter duos arcus, quorum prior ED in infinitum protenditur, & asymptoticus est, alter STV, si

si gravitas generalis in infinitum protenditur, est asymptoticus tis, & pluribus flexibus, ac sectionibus. iridem, & ita accedit ad crus illud hyperbolæ gradus tertii, ut discrimen sensu percipi nequeat: nam cum ipso penitus congruere omnino non potest; non enim posset ab eodem deinde discedere, cum duarum curvarum, quarum diversa natura est, nulli arcus continui, utcumque exigui, possint penitus congruere, sed se tantummodo secare, contingere, osculari possint in punctis quotcumque, & ad se invicem accedere utcumque. Hinc habetur jam tota forma curvæ virium, qualem initio proposui, directa ratiocinatione a Naturæ phænomenis, & genuinis principiis deducta. Remanet jam determinanda constitutio primorum elementorum materiæ ab iis viribus deducta, quo facto omnis illa Theoria, quam initio proposui, patebit, nec erit arbitraria quædam hypothesis, ac licebit progredi ad amovendas apparentes quasdam difficultates, & ad uberrimam applicationem ad omnem late Physicam qua exponendam, qua tantummodo, ne hoc opus plus æquo excrescat, indicandam.

81. Quoniam, imminutis in infinitum distantis, vis repulsiva augetur in infinitum; facile patet, nullam partem materiæ posse esse contiguam alteri parti: vis enim illa repulsiva protinus alteram ab altera removeret. Quamobrem necessario inde consequitur, prima materiæ elementa esse omnino simplicia, & a nullis contiguis partibus composita. Id quidem immediate, & necessario fluit ex illa constitutione virium, quæ in minimis distantis sunt repulsivæ, & in infinitum excrescunt. Hinc elementorum primorum materiæ simplicitas carens partibus.

82. Objiciet hic fortasse quispiam illud, fieri posse, ut particulæ primigeniæ materiæ sint compositæ quidem, sed nulla Naturæ vi divisibiles a se invicem, quarum altera tota respectu alterius totius habeat vires illas in minimis distantis repulsivas, vel quarum pars quævis respectu reliquarum partium ejusdem particulæ non solum nullam habeat repulsivam vim, sed habeat maximam illam attractivam, quæ ad ejusmodi cohesionem requiritur: eo pacto evitari debere quemvis immediatum impulsum, adeoque omnem saltum, & continuitatis læsionem. At in primis id esset contra homogeneitatem materiæ, de qua agemus infra: nam eadem materiæ pars in iisdem distantis respectu quarundam paucissimarum partium, cum quibus particulam suam componit, haberet vim repulsivam, respectu autem aliarum omnium attractivam in iisdem distantis, quod analogiæ adversatur. Deinde si a Deo agente supra vires Naturæ sejungerentur illæ partes a se invicem, tum ipsius Naturæ vi in se invicem incurrerent; haberetur in earum collisione saltus naturalis, utut præsupponens aliquid factum vi agente supra Naturam. Demum duo tum cohesionum genera deberent haberi in Natura admodum diversa, alterum per attractionem in minimis distantis, alterum vero longe alio pacto in elementarium particularum massis, nimirum per limites cohesionis; adeoque multo minus simplex, & minus uniformis evaderet Theoria. Solutio objectionis petitiæ ex eo, quod vires repulsivas habere possent non puncta singula, sed particulæ primigeniæ.

83. Sim-

An elementa
sint extensa: ar-
gumenta pro
virtuali eorum
extensione.

83. Simplicitate, & incompositione elementorum definita, dubitari potest, an ea sint etiam inextensa, an aliquam, utut simplicia, extensionem habeant ejus generis, quam virtuales extensionem appellant Scholastici. Fuerunt enim potissimum inter Peripateticos, qui admiserint elementa simplicia, & carentia partibus, atque ex ipsa natura sua prorsus indivisibilia, sed tamen extensa per spatium divisibile ita, ut alia aliis majus etiam occupent spatium, ac eo loco, quo unum stet, possint, eo remoto, stare simul duo, vel etiam plura; ac sunt etiamnum, qui ita sentiant. Sic etiam animam rationalem hominis utique prorsus indivisibilem censuerunt alii per totum corpus diffusam; alii minori quidem corporis parti, sed utique parti divisibili cuiquam, & extensæ, præsentem toti etiamnum arbitrantur. Deum autem ipsum præsentem ubique credimus per totum utique divisibile spatium, quod omnia corpora occupant, licet ipse simplicissimus sit, nec ullam prorsus compositionem admittat. Videtur autem sententia eadem inniti cuidam etiam analogiæ loci, ac temporis. Ut enim quies est conjunctio ejusdem puncti loci cum serie continua omnium momentorum ejus temporis, quo quies durat; sic etiam illa virtualis extensio est conjunctio unius momenti temporis cum serie continua omnium punctorum spatii, per quod simplex illud ens virtualiter extenditur; ut idcirco sicut illa quies haberi creditur in Natura, ita & hæc virtualis extensio debeat admitti, qua admissa poterunt utique illa primæ materiæ elementa esse simplicia, & tamen non penitus inextensa.

Excluditur vir-
tualis extensio
principio indu-
ctionis rite ap-
plicato.

84. At ego quidem arbitror, hanc itidem sententiam everti penitus eodem inductionis principio, ex quo alia tam multa hucusque, quibus usi sumus, deduximus. Videmus enim in his corporibus omnibus, quæ observare possumus, quidquid distinctum occupat locum, distinctum esse itidem ita, ut etiam satis magnis viribus adhibitis separari possint, quæ diversas occupant spatii partes, nec ullum casum deprehendimus, in quo magna hæc corpora partem aliquam habeant, quæ eodem tempore diversas spatii partes occupet, & eadem sit. Porro hæc proprietas ex natura sua ejus generis est, ut æque cadere possit in magnitudines, quas per sensum deprehendimus, ac in magnitudines, quæ infra sensuum nostrorum limites sunt; res nimirum pendet tantummodo a magnitudine spatii, per quod haberetur virtualis extensio, quæ magnitudo si esset satis ampla, sub sensu caderet. Cum igitur nunquam id comperiamus in magnitudinibus sub sensum cadentibus, immo in casibus innumeris deprehendamus oppositum; debet utique res transferri ex inductionis principio supra exposito ad minimas etiam quasque materiæ particulas, ut ne illæ quidem ejusmodi habeant virtuales extensionem.

85. Exempla, quæ adduntur, petita ab anima rationali, & ab omnipræsentia Dei, nihil positive evincunt, cum ex aliorum generum petita sint; præterquam quod nec illud demonstrari posse censeo, animam rationalem non esse unico tantummodo, simplici, & inextenso corporis puncto ita præsentem, ut eundem locum obtineat, exerendo inde vires quasdam in reliqua corporis puncta rite disposita, in quibus viribus partim necessariis, & partim liberis, stet ipsum animæ commercium cum corpore. Dei autem præsentia cujuscumque sit, ignoramus omnino; quem sane extensum per spatium divisibile nequaquam dicimus, nec ab iis modis omnem excedentibus humanum captum, quibus ille existit, cogitat, vult, agit, ad humanos, ad materiales existendi, agendique modos, ulla esse potest analogia, & deductio.

Responso ad
exemplum ani-
mæ & Dei.

86. Quod autem pertinet ad analogiam cum quiete, sunt sane satis valida argumenta, quibus, ut supra innui, ego censeam, in Natura quietem nullam existere. Ipsam nec posse existere, argumento quodam positivo ex numero combinationum possibilium infinito contra alium finitum, demonstravi in Stayanis Supplementis, ubi de spatio, & tempore quæ juxta num. 66 occurrent intra Supplementorum §. 1, & 2; nunquam vero eam existere in Natura, patet sane in ipsa Newtoniana sententia de gravitate generali, in qua in planetario systemate ex mutuis actionibus quiescit tantummodo centrum commune gravitatis, punctum utique imaginarium, circa quod omnia planetarum, cometarumque corpora moventur, ut & ipse Sol; ac idem accidit hinc omnibus circa suorum systematum gravitatis centra; quin immo ex actione unius systematis in aliud utcumque distans, in ipsa gravitatis centra motus aliquis inducitur; & generalius, dum movetur quæcumque materiæ particula, uti luminis particula quæcumque; reliquæ omnes utcumque remotæ, quæ inde positionem ab illa mutant, mutant & gravitatem, ac proinde moventur motu aliquo exiguo, sed sane motu. In ipsa Telluris quiescentis sententia, quiescit quidem Tellus ad sensum, nec tota ab uno in alium transfertur locum; at ad quamcunque crispationem maris, rivuli decursum, muscæ volatum, æquilibrio dempto, trepidatio oritur, perquam exigua illa quidem, sed ejusmodi, ut veram quietem omnino impediat. Quamobrem analogia inde petita evertit potius virtualement ejusmodi simplicium elementorum extensionem positam in conjunctione ejusdem momenti temporis cum serie continua punctorum loci, quam comprobet.

Itidem ad ana-
logiam cum
quiete.

87. Sed nec ea ipsa analogia, si adesset, rem satis evinceret; cum analogiam inter tempus, & locum videamus in aliis etiam violari: nam in iis itidem paragraphis Supplementorum demonstravi, nullum materiæ punctum unquam redire ad punctum spatii quodcumque, in quo semel fuerit aliud materiæ punctum, ut idcirco duo puncta materiæ nunquam conjungant idem pun-

In quo deficiat
analogia loci,
& temporis.

pun-

punctum spatii ne cum binis quidem punctis temporis, dum quamplurima binaria punctorum materiae conjungunt idem punctum temporis cum duobus punctis loci; nam utique coexistunt: ac praeterea tempus quidem unicam dimensionem habet diuturnitatis, spatium vero habet triplicem, in longum, latum, atque profundum.

Inextensio utilis ad excludendum transitum momentaneum a densitate nulla ad summam.

88. Quamobrem illud jam tuto inferri potest, haec primigenia materiae elementa, non solum esse simplicia, ac indivisibilia, sed etiam inextensa. Et quidem haec ipsa simplicitas, & inextensio elementorum praestabit commoda sane plurima, quibus eadem adhuc magis fulcitur, ac comprobatur. Si enim prima elementa materiae sint quaedam partes solidae, ex partibus compositae, vel etiam tantummodo extensae virtualiter, dum a vacuo spatio motu continuo pergitur per unam ejusmodi particulam, fit saltus quidam momentaneus a densitate nulla, quae habetur in vacuo, ad densitatem summam, quae habetur, ubi ea particula spatium occupat totum. Is vero saltus non habetur, si elementa simplicia sint, & inextensa, ac a se invicem distantia. Tum enim omne continuum est vacuum tantummodo, & in motu continuo per punctum simplex fit transitus a vacuo continuo ad vacuum continuum. Punctum illud materiae occupat unicum spatii punctum, quod punctum spatii est indivisibilis limes inter spatium praecedens, & consequens. Per ipsum non immoratur mobile continuo motu delatum, nec ad ipsum transit ab ullo ipsi immediate proximo spatii puncto, cum punctum puncto proximum, uti supra diximus, nullum sit; sed a vacuo continuo ad vacuum continuum transitur per ipsum spatii punctum a materiae puncto occupatum.

Itidem ad hoc, ut densitas augeri possit, ut potest minui in infinitum.

89. Accedit, quod in sententia solidorum, extensorumque elementorum habetur illud, densitatem corporis minui posse in infinitum, augeri autem non posse, nisi ad certum litem, in quo incrementi lex necessario abrumpi debeat. Primum constat ex eo, quod eadem particula continua dividi possit in particulas minores quotcunque, quae idcirco per spatium utcunque magnum diffundi potest ita, ut nulla earum sit, quae aliquam aliam non habeat utcunque libuerit parum a se distantem. Atque eo pacto aucta mole, per quam eadem illa massa diffusa sit, eaque aucta in ratione quacunque, minuetur utique densitas in ratione itidem utcunque magna. Patet & alterum: ubi enim omnes particulae ad contactum devenerint; densitas ultra augeri non poterit. Quoniam autem determinata quaedam erit utique ratio spatii vacui ad plenum, nonnisi in ea ratione augeri poterit densitas, cujus augmentum, ubi ad contactum deventum fuerit, abrumpetur. At si elementa sint puncta penitus indivisibilia, & inextensa; uti augeri eorum distantia poterit in infinitum, ita utique poterit etiam minui pariter in ratione quacunque; cum in
ratione

ratione quacunque lineola quacunque secari sane possit ; adeoque uti nullus est limes raritatis auctæ, ita etiam nullus erit auctæ densitatis.

90. Sed & illud commodum accidet, quod ita omne continuum coexistens eliminabitur e Natura, in quo explicando usque adeo defudarunt, & fere incassum, Philosophi, nec idcirco divisio ulla realis entis in infinitum produci poterit, nec hærebitur, ubi quærat, an numerus partium actu distinctarum, & separabilium, sit finitus, an infinitus ; nec alia ejusmodi sane innumera, quæ in continui compositione usque adeo negotium facessunt Philosophis, jam habebuntur. Si enim prima materiæ elementa sint puncta penitus inextensa, & indivisibilia, a se invicem aliquo intervallo disjuncta ; jam erit finitus punctorum numerus in quavis massa : nam distantia omnes finitæ erunt ; infinitesimas enim quantitates in se determinatas nullas esse, satis ego quidem, ut arbitror, luculenter demonstravi & in dissertatione *De Natura, & Usu infinitorum, ac infinite parvorum*, & in dissertatione *De Lege Continuitatis*, & alibi. Intervallum quodcunque finitum erit, & divisibile utique in infinitum per interpolationem aliorum, atque aliorum punctorum, quæ tamen singula, ubi fuerint posita, finita itidem erunt, & aliis pluribus, finitis tamen itidem, ubi extiterint, locum relinquent, ut infinitum sit tantummodo in possibilibus, non autem in existentibus, in quibus possibilibus ipsis omnem possibilium seriem idcirco ego appellare soleo constantem terminis finitis in infinitum, quod quacunque, quæ existant, finita esse debeant, sed nullus sit existentium finitus numerus ita ingens, ut alii, & alii majores, sed itidem finiti, haberi non possint, atque id sine ullo limite, qui nequeat præteriri. Hoc autem pacto, sublato ex existentibus omni actuali infinito, innumera sane difficultates auferentur.

Et ad excludendum continuum extensum, & infinitum in existentibus.

91. Cum igitur & positivo argumento, a lege virium positive demonstrata desumpto, simplicitas, & inextensio primorum materiæ elementorum deducatur, & tam multis aliis vel indiciis fulciatur, vel emolumentis inde derivatis confirmetur ; ipsa itidem admitti jam debet, ac supererit quærendum illud tantummodo, utrum hæc elementa homogenea censeri debeant, & inter se prorsus similia, ut ea initio assumpsimus, an vero heterogenea, ac dissimilia.

Inextensionem admitti oportere : quærendum de homogeneitate.

92. Pro homogeneitate primorum materiæ elementorum illud est quoddam veluti principium, quod in simplicitate, & inextensione conveniant, ac etiam vires quasdam habeant utique omnia. Deinde curvam ipsam virium eandem esse omnino in omnibus illud indicat, vel etiam evincit, quod primum crus repulsum impenetrabilitatem secum trahens, & postremum attractivum gravitatem definiens, omnino communia in omnibus sint : nam corpora omnia æque impenetrabilia sunt, & vero etiam æque gravia pro quantitate materiæ suæ, uti satis

Homogeneitatem suaderi a homogeneitate primi, & ultimi asymptotici cruris pro punctis omnibus.

evincit æqualis velocitas auri, & plumæ cadentis in Boyliano recipiente. Si reliquus curvæ arcus intermedius esset difformis in diversis materiæ punctis; infinities probabilius esset, difformitatem extendi etiam ad crus primum, & ultimum, cum infinities plures sint curvæ, quæ, cum in reliquis differant partibus, differant plurimum etiam in hisce extremis, quam quæ in hisce extremis tantum modo tam arcte consentiant. Et hoc quidem argumento illud etiam colligitur, curvam virium in quavis directione ab eodem primo materiæ elemento, nimirum ab eodem materiæ puncto eandem esse, cum & primum impenetrabilitatis, & postremum gravitatis crus pro omnibus directionibus sit ad sensum idem. Cum primum in dissertatione *De Viribus Vivis* hanc Theoriam protuli, suspicabar diversitatem legis virium respondentis diversis directionibus; sed hoc argumento ad majorem simplicitatem, & uniformitatem deinde adductus sum. Diversitas autem legum virium pro diversis particulis, & pro diversis respectu ejusdem particulæ directionibus, habetur utique ex diverso numero, & positione punctorum eam componentium, qua de re inferius aliquid.

Nihil contra
deduci ex prin-
cipio indiscer-
nitionum, & ra-
tionis sufficien-
tis.

93. Nec vero huic homogeneitati opponitur inductionis principium, quo ipsam Leibnitiani oppugnare solent, nec principium rationis sufficientis, atque indiscernibilem, quod superius innui numero 3. Infinitam Divini Conditoris mentem, ego quidem omnino arbitror, quod & tam multi Philosophi censuerunt, ejusmodi perspicacitatem habere, atque intuitionem quandam, ut ipsam etiam, quam individuationem appellant, omnino similium individuorum cognoscat, atque illa inter se omnino discernat. Rationis autem sufficientis principium falsum omnino esse censeo, ac ejusmodi, ut omnem veræ libertatis ideam omnino tollat; nisi pro ratione, ubi agitur de voluntatis determinatione, ipsum liberum arbitrium, ipsa libera determinatio assumatur, quod nisi fiat in voluntate divina, quæcunque existunt, necessario existunt, & quæcunque non existunt, ne possibile quidem erunt, vera aliqua possibilitate, uti facile admodum demonstratur; quod tamen si semel admittatur, mirum sane, quam prona demum ad fatalem necessitatem patebit via. Quamobrem potest divina voluntas determinari ex solo arbitrio suo ad creandum hoc individuum potius, quam illud ex omnibus omnino similibus, & ad ponendum quodlibet ex iis potius eo loco, quo ponit, quam loco alterius. Sed de rationis sufficientis principio hæc ipsa fusius pertractavi tum in aliis locis pluribus, tum in Stayanis Supplementis, ubi etiam illud ostendi, id principium nullum habere usum posse in iis ipsis casibus, in quibus adhibetur, & prædicari solet tantopere, atque id idcirco, quod nobis non innotescant rationes omnes, quas tamen oporteret utique omnes nosse ad hoc, ut eo principio uti possimus, affirmando, nullam esse rationem sufficientem pro hoc potius, quam pro illo alio:

alio: sane in exemplo illo ipso, quod adhiberi solet, Archimedis hoc principio æquilibrium determinantis, ibidem ostendi, ex ignoratione causarum, sive rationum, quæ postea detectæ sunt, ipsum in suæ investigationis progressu errasse plurimum, deducendo per abusum ejus principii sphericam figuram marium, ac Telluris.

94. Accedit & illud, quod illa puncta materiæ, licet essent prorsus similia in simplicitate, & extensione, ac mensura virium pendentium a distantia, possent alias habere proprietates metaphysicas diversas inter se, nobis ignotas, quæ ipsa etiam apud ipsos Leibnitianos discriminarent.

Posse etiam puncta convenire in iis, distere in aliis.

95. Quod autem attinet ad inductionem, quam Leibnitiani desumunt a dissimilitudine, quam observamus in rebus omnibus, cum nimirum nusquam ex. gr. in amplissima silva reperire sit duo folia prorsus similia; ea sane me nihil movet; cum nimirum illud discrimen sit proprietas relativa ad rationem aggregati, & nostros sensus, quos singula materiæ elementa non afficiunt vi sufficiente ad excitandam in animo ideam, nisi multa sint simul, & in molem majorem excrescant. Porro scimus utique combinationes ejusdem numeri terminorum in immensum excrescere, si ille ipse numerus sit aliquanto major. Solis 24 litterulis Alphabeti diversimodè combinatis formantur voces omnes, quibus huc usque usa sunt omnia idiomata, quæ extiterunt, & quibus omnia illa, quæ possunt existere, uti possunt. Quid si numerus earum existeret tanto major, quanto major est numerus punctorum materiæ in quavis massa sensibili? Quod ibi diversus est litterarum diversarum ordo, id in punctis etiam prorsus homogeneis sunt positiones, & distantie, quibus variatis, variatur utique forma, & vis, qua sensus afficitur in aggregatis. Quanto major est numerus combinationum diversarum possibilium in massis sensibilibus, quam earum massarum, quas possumus observare, & inter se conferre (qui quidem ob distantias, & directiones in infinitum variabiles præscindendo ab æquilibrio virium, est infinitus, cum ipso æquilibrio est immensus); tanto major est improbabilitas duarum massarum omnino similiarum, quam omnium aliquantisper saltem inter se dissimiliarum.

Non valere hic principium inductionis a massis: eas distere ex diversis combinationibus.

96. Et quidem accedit illud etiam, quod alicujus dissimilitudinis in aggregatis physicam quoque rationem cernimus in iis etiam casibus, in quibus maxime inter se similia esse deberent. Cum enim mutue vires ad distantias quascunque pertineant; status uniuscujusque puncti pendeat saltem aliquantisper a statu omnium aliorum punctorum, quæ sunt in Mundo. Porro utcunque puncta quædam sint parum a se invicem remota, uti sunt duo folia in eadem silva, & multo magis in eodem ramo; adhuc tamen non eandem prorsus relationem distantie; & virium habent ad reliqua omnia materiæ puncta, quæ

Physica ratio discriminis in pluribus massis ut in foliis.

sunt in Mundo, cum non eundem prorsus locum obtineant; & inde jam in aggregato discrimen aliquod oriri debet, quod perfectam similitudinem omnino impediat. Sed illud eam inducit magis, quod quæ maxime conferunt ad ejusmodi dispositionem, necessario respectu diversarum frondium diversa non nihil esse debeant. Omissa ipsa earum forma in semine, solares radii, humoris ad nutritionem necessarij quantitas, distantia, a qua debet is progredi, ut ad locum suum deveniat, aura ipsa, & agitatio inde orta, non sunt omnino similia, sed diversitatem aliquam habent, ex qua diversitas in massas inde efformatas redundat.

Similitudine
Qualicunque in
aliquibus ma-
gis probari ho-
mogenitatem,
quam dissimili-
tudine hetero-
geneitatem.

97. Patet igitur, varietatem illam a numero pendere combinationum possibilium in numero punctorum necessario ad sensationem, & circumstantiarum, quæ ad formationem massæ sunt necessariæ, adeoque ejusmodi inductionem extendi ad elementa non posse. Quin immo illa tanta similitudo, quæ cum exigua dissimilitudine commixta invenitur in tam multis corporibus, indicat potius similitudinem ingentem in elementis. Nam ob tantum possibilium combinationum numerum, massæ elementorum etiam penitus homogeneorum debent a se invicem differre plurimum, adeoque si elementa heterogenea sint, in immensum majorem debent habere dissimilitudinem, quam ipsa prima elementa, ex quibus idcirco nullæ massæ, ne tantillum quidem, similes provenire deberent. Cum elementa multo minus dissimilia esse debeant, quam aggregata elementorum, multo magis ad elementorum homogeneitatem valere debet illa quæcunque similitudo, quam in corporibus observamus, potissimum in tam multis, quæ ad eandem pertinent speciem, quam ad heterogeneitatem eorundem tam exiguum illud discrimen, quod in aliis tam multis observatur. Rem autem penitus conficit illa tanta similitudo, qua superius usi sumus, in primo crure exhibente impenetrabilitatem, & in postremo exhibente gravitatem generalem, quæ crura cum ob hasce proprietates corporibus omnibus adeo generales, adeo inter se in omnibus similia sint, etiam reliqui arcus curvæ exprimentis vires omnimodam similitudinem indicant pro corporibus itidem omnibus.

Homogeneita-
tem ab analysi
Naturæ insinua-
ri: exemplum a
libris, litteris,
punctulis.

98. Superest, quod ad hanc rem pertinet, illud unum iterum hic monendum, quod ipsum etiam initio hujus Operis innui, ipsam Naturam, & ipsum analyseos ordinem nos ducere ad simplicitatem & homogeneitatem elementorum, cum nimirum, quo analysis promovetur magis, eo ad pauciora, & inter se minus discrepantia principia deveniatur, uti patet in resolutionibus Chemicis. Quam quidem rem ipsum litterarum, & vocum exemplum multo melius animo sistet, Fieri utique possent nigricantes litteræ, non ductu atramenti continuo, sed punctulis rotundis nigricantibus, & ita parum a se invicem remotis, ut intervalla non nisi ope microscopii discerni possent, & quidem ipsæ litterarum formæ pro typis fieri possent

sent

sent ex ejusmodi rotundis sibi proximis cuspidibus constantes . Concipiatur ingens quædam bibliotheca, cujus omnes libri constant litteris impressis, ac sit incredibilis in ea multitudo librorum conscriptorum linguis variis, in quibus omnibus forma characterum sit eadem. Si quis scripturæ hujusmodi, & linguarum ignarus circa ejusmodi libros, quos omnes a se invicem discrepantes intueretur, observationem institueret cum diligenti contemplatione; primo quidem inveniret vocum farraginem quandam, quæ voces in quibusdam libris occurrerent sæpe, cum eadem in aliis nusquam apparerent, & inde lexica posset quædam componere totidem numero, quot idiomata sunt, in quibus singulis omnes ejusdem idiomatis voces reperirentur, quæ quidem numero admodum pauca essent, discrimine illo ingenti tot, tam variorum librorum redactæ ad illud usque adeo minus discrimen, quod contineretur lexicis illis, & haberetur in vocibus ipsa lexica constituentibus. At inquisitione promota, facile adverteret, omnes illas tam varias voces constare ex 24 tantummodo diversis litteris, discrimen aliquod inter se habentibus in ductu linearum, quibus formantur, quarum combinatio diversa pareret omnes illas voces tam varias, ut earum combinatio libros efformaret usque adeo magis a se invicem discrepantes. Et ille quidem si aliud quodcumque sine microscopio examen institueret, nullum aliud inveniret magis adhuc simile elementorum genus, ex quibus diversa ratione combinatis orientur ipsæ litteræ; at microscopio arrepto, intueretur utique illam ipsam litterarum compositionem e punctis illis rotundis prorsus homogeneis, quorum sola diversa positio, ac distributio litteras exhiberet.

99. Hæc mihi quædam imago videtur esse eorum, quæ cernimus in Natura. Tam multi, tam varii illi libri corpora sunt, & quæ ad diversa pertinent regna, sunt tanquam diversis conscripta linguis. Horum omnium Chemica analysis principia quædam invenit minus inter se difformia, quam sint libri, nimirum voces. Hæc tamen ipsæ inter se habent discrimen aliquod, ut tam multas oleorum, terrarum, salium species eruit Chemica analysis e diversis corporibus. Ulterior analysis harum, veluti vocum, litteras minus adhuc inter se difformes inveniret, & ultima juxta Theoriam meam deveniret ad homogenea punctula, quæ ut illi circuli nigri litteras, ita ipsa diversas diversorum corporum particulas per solam dispositionem diversam efformarent: usque adeo analogia ex ipsa Naturæ consideratione derivata non ad difformitatem, sed ad conformitatem elementorum nos ducit.

100. Atque hoc demum pacto ex principiis certis, & vulgo receptis, per legitimam consecratorum seriem devenimus ad omnem illam, quam initio proposui, Theoriam, nimirum ad legem virium mutuarum, & ad constitutionem primorum materiæ elementorum ex illa ipsa virium lege derivatorum.

Viden-

Applicatio exempli ad Naturæ analysim.

Transitus a probatione Theoriæ, ad objectiones.

Videndum jam superest, quam uberes inde fructus per universam late Physicam colligantur, explicatis per eam unam præcipuis corporum proprietatibus, & Naturæ phænomenis. Sed antequam id aggredior, præcipuas quasdam e difficultatibus, quæ contra Theoriam ipsam vel objectæ jam sunt, vel in oculos etiam sponte incurrunt, dissolvam, uti promisi.

Legem virium non inducere actionem in distans, nec esse occultam qualitatem.

101. Contra vires mutuas illud solent objicere, illas esse occultas quasdam qualitates, vel etiam actionem in distans inducere. His satisficit notione virium exhibitæ numero 8, & 9. Illud unum præterea hic addo, admodum manifestas eas esse, quarum idea admodum facile efformatur, quarum existentia positivo argumento evincitur, quarum effectus multiplices continuo oculis obversantur. Sunt autem ejusmodi hæ vires. Determinationis ad accessum, vel recessum idea efformatur admodum facile. Constat omnibus, quid sit accedere, quid recedere; constat, quid sit esse indifferens, quid determinatum; adeoque & determinationis ad accessum, vel recessum habetur idea admodum sane distincta. Argumenta itidem positiva, quæ ipsius ejusmodi determinationis existentiam probant, superius prolata sunt. Demum etiam motus varii, qui ab ejusmodi viribus oriuntur, ut ubi corpus quoddam incurrit in aliud corpus, ubi partem solidi arreptam pars alia sequitur, ubi vaporum, vel elastorum particulae se invicem repellunt, ubi gravia descendunt, hi motus, inquam, quotidie incurrunt in oculos. Patet itidem saltem in genere forma curvæ ejusmodi vires exprimentis. Hæc omnia non occultam, sed patentem reddunt ejusmodi virium legem.

Quid adhuc lateat: admittendam omnino: quo pacto evitetur hic actio in distans.

102. Sunt quidem adhuc quædam, quæ ad eam pertinent, prorsus incognita, uti est numerus, & distantia intersectionum curvæ cum axe, forma arcuum intermediorum, atque alia ejusmodi, quæ quidem longe superant humanum captum, & quæ ille solus habuit omnia simul præ oculis, qui Mundum condidit; sed id omnino nil officit. Nec sane id ipsum in causa esse debet, ut non admittatur illud, cujus existentiam novimus, & cujus proprietates plures, & effectus deprehendimus; licet alia multa nobis incognita eodem pertinentia supersint. Sic aurum incognitam, occultamque substantiam nemo appellavit, & multo minus ejusdem existentiam negabit idcirco, quod admodum probabile sit, plures alias latere ipsius proprietates, olim forte detegendas, uti aliæ tam multæ subinde detectæ sunt, & quia non patet oculis, qui sit particularum ipsum componentium textus, quid, & qua ratione Natura ad ejus compositionem adhibeat. Quod autem pertinet ad actionem in distans, id abunde ibidem prævenimus, cum inde pateat fieri posse, ut punctum quodvis in se ipsum agat, & ad actionis directionem, ac energiam determinetur ab altero puncto, vel ut Deus juxta liberam sibi legem a se in Natura condenda stabilitam motum progignat in utroque puncto.

Et. Illud sane mihi est evidens, nihilo magis occultam esse, vel explicatu, & captu difficilem productionem motus per hæc vires pendentes a certis distantis, quam sit productio motus vulgo concepta per immediatum impulsu, ubi ad motum determinat impenetrabilitas, quæ itidem vel a corporum natura, vel a libera conditoris lege repeti debet.

103. Et quidem hoc potius pacto, quam per impulsu, in motuum causas, & leges inquirendum esse, illud etiam satis indicat, quod ubi huc usque, impulsione omissa, vires adhibitæ sunt a distantis pendentes, ibi sane tantummodo accurate definita sunt omnia, atque determinata, & ad calculum redacta cum phænomenis congruunt ultra, quam sperare liceret, accuratissime. Ego quidem ejusmodi in explicando, ac determinando felicitatem nusquam alibi video in universa Physica, nisi tantummodo in Astronomia mechanica, quæ abjectis vorticibus, atque omni impulsione submotâ, per gravitatem generalem absolvit omnia, ac in Theoria luminis, & colorum, in quibus per vires in aliqua distantia agentes, & reflexionem, & refractionem, & diffractionem Newtonus exposuit, ac priorum duarum potissimum leges omnes per calculum, & Geometriam determinavit, & ubi illa etiam, quæ ad diversas vices facilius transmissus, & facilius reflexionis, quas Physici passim relinquunt fere intactas, ac alia multa admodum feliciter determinantur, explicanturque, quod & ego præstiti in dissertatione *de Lumine*, & præstabo hic in tertia parte; cum in ceteris Physicæ partibus plerumque explanationes habeantur subsidiariis quibusdam principiis innixæ, & vagæ admodum. Unde jam illud conjectare licet, si ab impulsione immediata penitus recedatur, & sibi constans ubique adhibeatur in Natura agendi ratio a distantis pendens, multo sane facilius, & certius explicatum iri cetera; quod quidem mihi omnino successit, ut patebit inferius, ubi Theoriam ipsam applicavero ad Naturam.

104. Solent & illud objicere, in hac potissimum Theoria virium committi saltum illum, ad quem evitandum ea inprimis admittitur: fieri enim transitum ab attractionibus ad repulsionem per saltum, ubi nimirum a minima ultima repulsionem ad minimam primam attractionem transitur. At isti continuitatis naturam, quam supra exposuimus, nequaquam intelligunt. Saltus, cui evitandum Theoria inducitur, in eo consistit, quod ab una magnitudine ad aliam eatur sine transitu per intermedias. Id quidem non accidit in casu exposito. Assumatur quæcunque vis repulsiva utcunque parva; tum quæcunque vis attractiva. Inter eas intercedunt omnes vires repulsivæ minores usque ad zero, in quo habetur determinatio ad conservandum præcedentem statum quietis, vel motus uniformis in directum; tum omnes vires attractivæ a zero

Sine impulsione melius explicatam esse hucusque Naturam, & melius explicandam impostum.

Non fieri saltum in transitu a vi attractiva ad repulsivam.

Fig. 1.

ro usque ad eam determinatam vim, & omnino nullus erit ex hisce omnibus intermediis statibus, quem aliquando non sint habitura puncta, quæ a repulsione abeunt ad attractionem. Id ipsum facile erit contemplari in fig. 1, in qua a vi repulsiva *br* ad attractionem *db* itur utique continuo motu puncti *b* ad *d* transeundo per omnes intermedias, & per ipsum *zero* in *E*, sine ullo saltu; cum ordinata in eo motu habitura sit omnes magnitudines minores priore *br* usque ad *zero* in *E*; tum omnes oppositas majores usque ad posteriorem *db*. Qui in ea veluti imagine mentis oculos defigat, is omnem apparentem difficultatem videbit plane sibi penitus evanescere.

Nullum esse postremum attractionis, & primum repulsionis gradum, qui si essent, adhuc transiri per omnes intermedios.

105. Quod autem additur de postremo repulsionis gradu, & primo attractionis, nihil sane probaret, quando etiam essent aliqui ii gradus postremi, & primi; nam ab altero eorum transiretur ad alterum per intermedium illud *zero*, & ex eo ipso, quod illi essent postremus, ac primus, nihil omitteretur intermedium, quæ tamen sola intermedii ommissio continuitatis legem evertit, & saltum inducit. Sed nec habetur ullus gradus postremus, aut primus, sicut nulla ibi est ordinata postrema, aut prima, nulla lineola omnium minima. Data quacunque lineola utcunque exigua, aliæ illa breviores habentur minores, ac minores in infinitum sine ulla ultima, in quo ipso stat, uti supra etiam monuimus, continuitatis natura. Quamobrem qui primum, aut ultimum sibi confingit in lineola, in vi, in celeritatis gradu, in tempusculo, is naturam continuitatis ignorat, quam supra hic innui, & quam ego idcirco initio meæ dissertationis *De Lege continuitatis* abunde exposui.

Obiectio ab apparenti compositione curvæ, & dubium virium generis.

106. Videri potest cuiuspiam saltem illud, ejusmodi legem virium, & curvam, quam in fig. 1 protuli, esse nimium complicatam, compositam, & irregularem, quæ nimirum coalescat ex ingenti numero arcuum jam attractivorum, jam repulsivorum, qui inter se nullo pacto cohæreant; rem eo redire, ubi erat olim, cum apud Peripateticos pro singulis proprietatibus corporum singulæ qualitates distinctæ, & pro diversis speciebus diversæ formæ substantiales confingebantur ad arbitrium. Sunt autem, qui & illud addant, repulsionem, & attractionem esse virium genera inter se diversa; satius esse, alteram tantummodo adhibere, & repulsionem explicare tantummodo per attractionem minorem.

Responsio: vim repulsivam positivè demonstrari præter attractionem.

107. Inprimis quod ad hoc postremum pertinet, satis patet, per positivam meæ Theoriæ probationem immediate evinci repulsionem ita, ut a minore attractione repeti omnino non possit; nam duæ materiæ particulæ si etiam solæ in Mundo essent, & ad se invicem cum aliqua velocitatum inæqualitate accederent, deberent utique ante contactum ad æqualitatem devenire vi, quæ a nulla attractione pendere posset.

Hinc nihil obstat, si di-

108. Deinde vero quod pertinet ad duas diversas species attractionis, & repulsionis; id quidem licet ita se haberet, nihil

hil sane obesset, cum positivo argumento evincatur & repul-
sio, & attractio, uti vidimus; at id ipsum est omnino fallum.
Utraque vis ad eandem pertinet speciem, cum altera respectu
alterius negativa sit, & negativa a positivis specie non disse-
rant. Alteram negativam esse respectu alterius, patet inde,
quod tantummodo differant in directione, quæ in altera est
prorsus opposita directioni alterius; in altera enim habetur de-
terminatione ad accessum, in altera ad recessum, & uti recessus,
& accessus sunt positivum, ac negativum; ita sunt pariter &
determinationes ad ipsos. Quod autem negativum, & positi-
vum ad eandem pertineant speciem, id sane patet vel ex eo
principio: *magis, & minus non differunt specie*. Nam a po-
sitivo per continuam subtractionem, nimirum diminutionem,
habentur prius minora positiva, tum zero, ac demum negati-
va, continuando subtractionem eandem.

versi sint ge-
neris: sed esse
ejusdem, uti
sunt positiva,
& negativa.

109. Id facile patet exemplis solitis. Eat aliquis contra flu-
vii directionem versus locum aliquem superiori alveo proxi-
mum & singulis minutis perficiat remis, vel vento 100 hexa-
pedas, dum a cursu fluvii retroagitur per hexapedas 40; is
habet progressum hexapedarum 60 singulis minutis. Crescat au-
tem continuo impetus fluvii ita, ut retroagatur per 50, tum
per 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120 &c. Is progredietur per 50,
40, 30, 20, 10, nihil; tum regredietur per 10, 20, quæ erunt
negativa priorum; nam erat prius $100 - 50$, $100 - 60$, 100
 $- 70$, $100 - 80$, $100 - 90$, tum $100 - 100 = 0$, $100 -$
 $110 = - 10$, $100 - 120 = - 20$, & ita porro. Continua
imminutione, sive subtractione itum est a positivis in negati-
va, a progressu ad regressum, in quibus idcirco eadem spe-
cies mansit, non duæ diversæ.

Probatio hu-
jus a progres-
su, & regressu.
in fluvio.

110. Idem autem & algebraicis formulis, & geometricis li-
neis satis manifeste ostenditur. Sit formula $10 - x$, & pro
 x ponantur valores 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 &c.; valor for-
mule exhibebit 4, 3, 2, 1, 0, - 1, - 2 &c., quod eodem
redit, ubi erat superius in progressu, & regressu, qui exprime-
rentur simul per formulam $10 - x$. Eadem illa formula per
continuum mutationem valoris x migrat e valore positivo in
negativum, qui æque ad eandem formulam pertinent. Eodem
pacto in Geometria in fig. 11, si duæ lineæ MN, OP refe-
rantur invicem per ordinatas AB, CD &c parallelas inter
se, secent autem se in E; continuo motu ipsius ordinatæ a
positivo abitur in negativum, mutata directione AB, CD,
quæ hic habentur pro positivis, in FG, HI, post evanescentiam
in E. Ad eandem lineam continuam OEP æque per-
tinet omnis ea ordinatarum series, nec est altera linea, alter
locus geometricus OE, ubi ordinatæ sunt positivæ, ac EP,
ubi sunt negativæ. Jam vero variabilis quantitatis cujusvis
natura, & lex plerumque per formulam aliquam analyticam,
semper per ordinatas ad lineam aliquam exprimi potest; si

Probatio ex
Algebra, &
Geometria:
applicatio ad
omnes quanti-
tates variab-
les.

Fig. 11.

G

enim

enim singulis ejus statibus ducatur perpendicularis respondens; vertices omnium ejusmodi perpendicularium erunt utique ad lineam quandam continuam. Si ea linea nusquam ad alteram abeat axis partem, si ea formula nullum valorem negativum habeat; illa etiam quantitas semper positiva manebit. Sed si mutet latus linea, vel formula valoris signum; ipsa illa quantitas debet itidem ejusmodi mutationem habere. Ut autem a formulæ, vel lineæ experimentis natura, & positione respectu axis mutatio pendet; ita mutatio eadem a natura quantitatis illius pendeat; & ut nec duæ formulæ, nec duæ lineæ speciei diversæ sunt, quæ positiva exhibent, & negativa; ita nec in ea quantitate duæ erunt naturæ, duæ species, quarum altera exhibeat positiva, altera negativa, ut altera progressus, altera regressus; altera accessus, altera recessus; & hic altera attractiones, altera repulsionem exhibeat; sed eadem erit, unica, & ad eandem pertinens quantitatis speciem tota.

An habeatur
transitus e
positivis in nega-
tiva; in vestiga-
tio ex sola cur-
varum natura.

111. Quin immo hic locum habet argumentum quoddam, quo usus sum in dissertatione *De Lege Continuitatis*, quo nimirum Theoria virium attractivarum, & repulsivarum pro diversis distantis, multo magis rationi consentanea evincitur, quam Theoria virium tantummodo attractivarum, vel tantummodo repulsivarum. Fingamus illud, nos ignorare penitus, quodnam virium genus in Natura existat, an tantummodo attractivarum, vel repulsivarum tantummodo, an utrumque simul: hac sane ratiocinatione ad eam perquisitionem uti liceret. Erit utique aliqua linea continua, quæ per suas ordinatas ad axem experimentem distantias, vires ipsas determinabit, & prout ipsa axem secuerit, vel non secuerit; vires erunt alibi attractivæ, alibi repulsivæ; vel ubique attractivæ tantum, aut repulsivæ tantum. Videndum igitur, an sit rationi consentaneum magis, lineam ejus naturæ, & positionis censere, ut axem alicubi secet, an ut non secet.

Transitum de-
ducti ex eo,
quod plures
sint curvæ, quas
recte secant,
quam eas, quas
non secant.

112. Inter rectas axem rectilineum unica parallela ducta per quodvis datum punctum non secat, omnes aliæ numero infinitæ secant alicubi. Curvarum nulla est, quam infinitæ numero rectæ secare non possint; & licet aliquæ curvæ ejus naturæ sint, ut eas aliquæ rectæ non secant; tamen & eas ipsas aliæ infinitæ numero rectæ secant, & infinitæ numero curvæ, quod Geometriæ sublimioris peritis est notissimum, sunt ejus naturæ, ut nulla prorsus sit recta linea, a qua possint non secari. Hujusmodi ex. gr. est parabola illa, cujus ordinatæ sunt in ratione triplicata abscissarum. Quare infinitæ numero curvæ sunt, & infinitæ numero rectæ, quæ sectionem necessario habeant, pro quavis recta, quæ non habeat, & nulla est curva, quæ sectionem cum axe habere non possit. Ergo inter casus posibles multo plures sunt ii, qui sectionem admittant, quam qui ea careant; adeoque seclusis rationibus aliis omnibus, & sola casuum probabilitate, & rei natu-

natura abstracte considerata, multo magis rationi consentaneum est, censere lineam illam, quæ vires exprimat, esse unam ex iis, quæ axem secant, quam ex iis, quæ non secant, adeoque & ejusmodi esse virium legem, ut attractiones, & repulsiones exhibeat simul pro diversis distantis, quam ut alteras tantummodo referat; usque adeo rei natura considerata non solam attractionem, vel solam repulsionem, sed utramque nobis objicit simul.

113. Sed eodem argumento licet ulterius quoque progredi, & primum etiam difficultatis caput amovere, quod a sectionum, & idcirco etiam arcuum jam attractivorum, jam repulsivorum multiplicitate desumitur. Curvas lineas Geometriæ in quasdam classes dividunt ope analyseos, quæ earum naturam exprimit per illas, quas Analystæ appellant, æquationes, & quæ ad varios gradus ascendunt. Æquationes primi gradus exprimunt rectas; æquationes secundi gradus curvas primi generis; æquationes tertii gradus curvas secundi generis, atque ita porro; & sunt curvæ, quæ omnes gradus transcendent finitæ Algebrae, & quæ idcirco dicuntur transcendentes. Porro illud demonstrant Geometriæ in Analyti ad Geometriam applicata, lineas, quæ exprimuntur per æquationem primi gradus, posse secari a recta in unico puncto; quæ æquationem habent gradus secundi, tertii, & ita porro, secari posse a recta in punctis duobus, tribus, & ita porro: unde fit, ut curva noni, vel nonagesimi noni generis secari possit a recta in punctis decem, vel centum.

Uterior perquisitio: curvarum genera: quo altiores, eo in pluribus punctis secabiles a recta.

114. Jam vero curvæ primi generis sunt tantummodo tres conicæ sectiones, ellipsis, parabola, hyperbola, adnumerato ellipsisibus etiam circulo, quæ quidem veteribus quoque Geometris innotuerunt. Curvas secundi generis enumeravit Newtonus omnium primus, & sunt circiter octoginta; curvarum generis tertii nemo adhuc numerum exhibuit accuratum, & mirum sane, quantus sit is ipse illarum numerus. Sed quo altius affurgit curvæ genus, eo plures in eo genere sunt curvæ, progressionem ita in immensum crescente, ut ubi aliquanto altius ascenderit genus ipsum, numerus curvarum omnem superet humanæ imaginationis vim. Idem nimirum ibi accidit, quod in combinationibus terminorum, de quibus supra mentionem fecimus, ubi diximus a 24 litterulis omnes exhiberi voces linguarum omnium, & quæ fuerunt, aut sunt, & quæ esse possunt.

Quo altiores, eo itidem in immensum plures in eodem genere.

115. Inde jam primum est argumentationem hujusmodi instituire. Numerus linearum, quæ axem secare possint in punctis quamplurimis, est in immensum major earum numero, quæ non possint, nisi in paucis, vel unico: igitur ubi agitur de linea experiente legem virium, ei, qui nihil aliunde sciat, in immensum probabilius erit, ejusmodi lineam esse ex priorum

Deductio in le plurimarum intersectio- rum, & curvæ experientis vires.

rum genere unam, quam ex genere posteriorum, adeoque ipsam virium naturam plurimos requirere transitus ab attractionibus ad repulsionem, & viceversa, quam paucos, vel nullum.

Curvæ virium
propositæ pos-
sibile esse simpli-
cem: in quo
sita sit curva-
rum simplici-
tas.

116. Sed omiſſa iſta conjecturali argumentatione quadam, formam curvæ exprimentis vires positivo argumento a phænomenis Naturæ deducto nos supra determinavimus cum plurimis interfectionibus, quæ transitus ejusmodi quamplurimos exhibeant. Nec ejusmodi curva debet eſſe e pluribus arcubus temere compaginata, & compacta: diximus enim, notum eſſe Geometris, infinita eſſe curvarum genera, quæ ex ipſa natura ſua debeant axem in plurimis ſecare punctis, adeoque & circa ipſum ſinuari; ſed præter hanc generalem reſponſionem ſuſumptam a generali curvarum natura, in diſſertatione *De Lege Virium in Natura exiſtentium* ego quidem directe demonſtravi, curvam illius ipſius formæ, cujuſmodi ea eſt, quam in fig. 1. exhibui, ſimplicem eſſe poſſe, non ex arcubus diverſarum curvarum compoſitam. Simplicem autem ejusmodi curvam affirmavi eſſe poſſe: eam enim ſimplicem appello, quæ tota eſt uniformis naturæ, quæ in Analyſi exponi poſſit per æquationem non reſolubilem in plures, e quarum multiplicatione eadem componatur, cujuſcunque demum ea curva ſit generis, quotcunque habeat flexus, & contorſiones. Nobis quidem altiorum generum curvæ videntur minus ſimplices; quia nimirum noſtræ humanæ menti, uti pluribus oſtendi in diſſertatione *De Maris Æſtu*, & in *Stayanis Supplementis*, recta linea videtur omnium ſimpliciſſima, cujuſ congruentiam in ſuperpoſitione intuemur mentis oculis evidentiffime, & ex qua una omnem nos homines noſtram derivamus Geometriam; ac idcirco, quæ lineæ a recta recedunt magis, & diſcrepant, illas habemus pro compoſitis, & magis ab ea ſimplicitate, quam nobis confinxiſſimus, recedentibus. At vero lineæ continuæ, & uniformis naturæ omnes in ſe ipſis ſunt æque ſimplices; & aliud mentium genus, quod cujuſpiam ex ipſis proprietatem aliquam æque evidenter intueretur, ac nos intuemur congruentiam reclarum, illas maxime ſimplices eſſe crederet curvas lineas, ex illa earum proprietate longe alterius Geometriæ ſibi elementa conficeret, & ad illam ceteras referret lineas, ut nos ad reclarum referimus; quæ quidem mentes ſi aliquam ex. gr. parabolæ proprietatem intime perſpicerent, atque intuerentur, non illud quærerent, quod noſtri Geometriæ quæerunt, ut parabolam reclararent, ſed, ſi ita loqui fas eſt, ut reclaram *parabolarent*.

Problema continens naturam curvæ analytice exprimentis.

117. Et quidem analyſeos ipſius profundiorẽ cognitionem requirit ipſa inveſtigatio æquationis, qua poſſit exprimi curva ejus formæ, quæ meani exhibet virium legem. Quamobrem hic tantummodo exponam conditiones, quas ipſa curva habere debet, & quibus æquatio ibi inventa ſatis facere de-

debeat. (c) Continetur autem id ipsum num. 75, illius dissertationis, ubi habetur hujusmodi Problema: *Intuitu naturam curvæ, cujus abscissis experimentibus distantias, ordinatæ exprimant vires, mutatis distantias utcumque mutatas, & in datis quocumque limitibus transeuntes e repulsivas in attractivas, ac ex attractivas in repulsivas, in minimis autem distantias repulsivas, & ita crescentes, ut sint pares extinguende cuicumque velocitati utcumque magnæ. Proposito problemate illud addo: quoniam possumus mutatis distantias utcumque mutatas, completitur propositio etiã rationem, quæ ad rationem reciprocam duplicatam distantiarum accedat, quantum libuerit, in quibusdam satis magnis distantias.*

118. His propositis numero illo 75, sequenti numero propono sequentes sex conditiones, quæ requirantur, & sufficiant ad habendam curvam, quæ quæritur. *Primo: ut sit regularis, ac simplex, & non composita ex aggregato arcuum diversarum curvarum. Secundo: ut secet axem C'AC figuræ 1. tantum in punctis quibusdam datis ad binas distantias AE', AE; AG', AG, & ita porro æquales (d) hinc, & inde. Tertio: ut singulis abscissis respondeant singule ordinatæ. (e) Quarto: ut sumptis abscissis æqualibus hinc, & inde ab A, respondeant ordinatæ æquales. Quinto: ut habeant rectam AB pro asymptoto, area asymptotica BAED existente (f) infinita. Sexto: ut arcus binis quibuscumque intersectionibus terminati possint variari, ut libuerit, & ad quascumque distantias recedere ab axe C'AC, ac accedere ad quoscumque quarumcumque curvarum arcus, quantum libuerit, eos secando, vel tangendo, vel osculando ubicumque, & quomodocumque libuerit.*

Conditiones
eius problema-
tis.

Fig. 1.

119. Ve-

(c) Qui velit ipsam rei determinationem videre, poterit hic in fine, ubi Supplementorum §. 3. exhibebitur solutio problematis, quæ in memorata dissertatione continetur a num. 77. ad 110. Sed & numerorum ordo, & figurarum mutabitur, ut cum reliquis hujusce operis cohereat.

Additur præterea eidem §. postremum scholium pertinens ad questionem agitatam ante hos aliquot annos Parisiis; an vis mutua inter materię particulas debeat omnino exprimi per solam aliquam distantie potentiam, an possit per aliquam ejus functionem; & constabit, posse utique per functionem, ut hic ego præsto, quæ uti superiore numero de curvis est dictum, est in se æque simplex etiã, ubi nobis potentias ad ejus expressionem adhibentibus videatur admodum composita.

(d) Id, ut & quarta conditio, requiritur, ut curva utrinque sit sui similis, quod ipsam magis uniformem reddit; quanquam de illo crure, quod est circa asymptotum AB, nihil est, quod solliciti simus; cum ob vim repulsivam imminutus distantis ita in infinitum crescentem, non possit abscissa distantiam exprimens unquam evadere zero, & abire in negativam.

(e) Nam singulis distantias singule vires respondent.

(f) Id requiritur, quia in Mechanica demonstratur, arcam curvæ, cujus abscisse exprimant distantias, & ordinatæ vires, exprimere incrementum, vel decrementum quadrati velocitatis: quare ut ille vires sint pares extinguende velocitati curvis utcumque magnæ, debet illa area esse omni finita.

Curvæ virium
resolutio in at-
tractionem gra-
vitatæ Newto-
nianam, & a-
liam quandam
viam.

Fig. 1.

Hujus posse-
rioris vis reso-
lutio in alias
plures.

Non obesse
theoriam gra-
vitatæ, cuius
lex in minimis
distantiis lo-
cum non ha-
bet.

119. Verum quod ad multiplicatam virium pertinet, quas diversis jam Physici nominibus appellant, illud hic etiam notari potest, si quis singulas seorsum considerare velit, licere illud etiam, hanc curvam in se unicam per resolutionem virium cogitatione nostra, atque fictione quadam, dividere in plures. Si ex. gr. quis velit considerare in materia gravitatem generalem accurate reciprocam distantiarum quadratis; poterit sane is describere ex parte attractiva hyperbolam illam, quæ habeat accurate ordinatas in ratione reciproca duplicata distantiarum, quæ quidem erit quædam velut continuatio cruris VTS , tum singulis ordinatis ag , db curvæ virium expressæ in fig. 1. adjungere ordinatas hujus novæ hyperbolæ ad partes AB incipiendo a punctis curvæ g , b , & eo pacto orietur nova quædam curva, quæ versus partes pV coincidet ad sensum cum axe oC , in reliquis locis ab eo distabit, & contorquebitur etiam circa ipsum, si vertexes F , K , O distiterint ab axe magis, quam distet ibidem hyperbola illa. Tum poterit dici, puncta omnia materiæ habere gravitatem decrescentem accurate in ratione reciproca duplicata distantiarum, & simul habere vim aliam expressam ab illa nova curva: nam idem erit, concipere simul hasce binas leges virium, ac illam præcedentem unicam, & iidem effectus orientur.

120. Eodem pacto hæc nova curva potest dividi in alias duas, vel plures, concipiendo aliam quamcunque vim, ut ut accurate servantem quasdam determinatas leges, sed simul mutando curvam jam genitam, translatis ejus punctis per intervalla æqualia ordinatis respondentibus novæ legi assumptæ. Hoc pacto habebuntur plures etiam vires diversæ, quod aliquando, ut in resolutione virium accidere diximus, inserviet ad faciliorem determinationem effectuum, & ea erit itidem vera virium resolutio quædam; sed id omne erit nostræ mentis partus quidam; nam reipsa unica lex virium habebitur, quam in fig. 1. exposui, & quæ ex omnibus ejusmodi legibus componetur.

121. Quoniam autem hic mentio injecta est gravitatæ decrescentis accurate in ratione reciproca duplicata distantiarum; cavendum, ne cui difficultatem aliquam pariat illud, quod apud Physicos, & potissimum apud Astronomiæ mechanicæ cultores, habetur pro comperto, gravitatem decrescere in ratione reciproca duplicata distantiarum accurate, cum in hac mea Theoria lex virium discedat plurimum ab ipsa ratione reciproca duplicata distantiarum. Inprimis in minoribus distantiiis vis integra, quam in se mutuo exercent particulæ, omnino plurimum discrepat a gravitate, quæ sit in ratione reciproca duplicata distantiarum. Nam & vapores, qui tantam exercent vim ad se expandendos, repulsionem habent utique in illis minimis distantiiis a se invicem, non attractionem; & ipsa attractio, quæ in cohæsiõne se prodit, est illa quidem in immensum major, quam quæ ex generali gravitate consequitur: cum ex ipsis Newtoni compertis attractio gravitati respondens

in globos homogeneos diversarum diametrorum sit in eadem ratione, in qua sunt globorum diametri, adeoque vis ejusmodi in exiguam particulam est eo minor gravitate corporum in Terram, quo minor est diameter particulæ diametro totius Terræ, adeoque penitus insensibilis. Et idcirco Newtonus aliam admisit vim pro cohæsiōne, quæ decreseat in ratione majore, quam sit reciproca duplicata distantiarum; & multi ex Newtonianis admisserunt vim respondentem huic formula $\frac{a}{x} + \frac{b}{x^2}$, cujus prior pars respectu posterioris sit in immensum minor, ubi x sit in immensum major unitate assumpta; sit vero major, ubi x sit in immensum minor, ut idcirco in satis magnis distantis evanescente ad sensum prima parte, vis remaneat quam proxime in ratione reciproca duplicata distantiarum x , in minimis vero distantis sit quam proxime in ratione reciproca triplicata: usque adeo ne apud Newtonianos quidem servatur omnino accurate ratio duplicata distantiarum.

122. Demonstravit quidem Newtonus, in ellipsis planetariis, eam, quam Astronomi lineam apsidum nominant, & est axis ellipseos, habituram ingentem motum, si ratio virium a reciproca duplicata distantiarum aliquanto magis aberret, cumque ad sensum quiescant in earum orbitis apsidum lineæ, intulit, eam rationem observari omnino in gravitate. At id nequaquam evincit, accurate servari illam legem, sed solum proxime, neque inde ullum efficax argumentum contra meam Theoriam deduci potest. Nam inprimis nec omnino quiescunt illæ apsidum lineæ, sive, quod idem est, aphelia planetarum, sed motu exiguo quidem, at non insensibili proffus, moventur etiam respectu fixarum, adeoque motu non tantummodo apparente, sed vero. Tribuitur is motus perturbationi virium ortæ ex mutua planetarum actione in se invicem; at illud utique huc usque nondum demonstratum est, illum motum accurate respondere actionibus reliquorum planetarum agentium in ratione reciproca duplicata distantiarum; neque enim adhuc sine contemptibus pluribus, & approximationibus a perfectione, & exactitudine admodum remotis solutum est problema, quod appellant, trium corporum, quo quærat motus trium corporum in se mutuo agentium in ratione reciproca duplicata distantiarum, & utcunque projectorum, ac illæ ipsæ adhuc admodum imperfectæ solutiones, quæ prolatae huc usque sunt, inserviunt tantummodo particularibus quibusdam casibus, ut ubi unum corpus sit maximum, & remotissimum, quemadmodum sol, reliqua duo admodum minora & inter se proxima, ut est Luna, ac Terra, vel remota admodum a majore, & inter se, ut est Jupiter, & Saturnus. Hinc nemo hucusque accuratum instituit, aut etiam instituere potuit calculum pro actione perturbativa omnium planetarum; quibus si accedat actio perturbativa cometarum, qui, nec scitur, quam multi sint, nec quam longe abeant; multo adhuc magis evidenter patebit, nullum inde confici posse argumentum pro

Ex planetarum
apheliis erui
eam legem
quamproxime,
non accurate.

pro ipsa penitus accurata ratione reciproca duplicata distantiarum.

Iam ex reli-
quis Astronomia:
pote autem anc
legem accedere
ad illam quon-
tiam libuerit.

123. Clairautius quidem in schediasmate ante aliquot annos impresso, crediderat, ex ipsis motibus lineæ apsidum Lunæ colligi sensibilem recessum a ratione reciproca duplicata distantiarum, & Eulerus in dissertatione *De Aberrationibus Jovis, & Saturni*, quæ præmium retulit ab Academia Parisiensi an. 1748, censuit, in ipso Jove, & Saturno haberi recessum admodum sensibilem ab illa ratione; sed id quidem ex calculi defectu non satis producti sibi accidisse Clairautius ipse agnovit, ac edidit; & Eulero aliquid simile fortasse accidit: nec ullum habetur positivum argumentum pro ingenti recessu gravitatis generalis a ratione duplicata distantiarum in distantia Lunæ, & multo magis in distantia planetarum. Verum nec ullum habetur argumentum positivum pro ratione ita penitus accurata, ut discrimen sensum omnem prorsus effugiat. At & si id haberetur; nihil tamen pati posset inde Theoria mea; cum arcus ille meæ curvæ postremus VT possit accedere, quantum libuerit, ad arcum illius hyperbolæ, quæ exhibet legem gravitatis reciprocam quadratorum distantiarum, ipsam tangendo, vel osculando in punctis quocunque, & quibuscunque; adeoque ita possit accedere, ut discrimen in iis majoribus distantiiis sensum omnem effugiat, & effectus nullum habeat sensibile discrimen ab effectu, qui responderet ipsi legi gravitatis; si ea accurate servaret proportionem cum quadratis distantiarum reciproce sumptis.

Difficultas a
Maupertuisiana
perfectione ma-
xima Newto-
nianæ legis.

124. Nec vero quidquam ipsi meæ virium Theoriæ obsunt meditationes Maupertuisii, ingeniosæ illæ quidem, sed meo iudicio nequaquam satis conformes Naturæ legibus circa legem virium decrescentium in ratione reciproca duplicata distantiarum, cujus ille perfectiones quasdam persequitur, ut illam, quod in hac una integri globi habeant eandem virium legem, quam singulæ particulæ. Demonstravit enim Newtonus, globos, quorum singuli paribus a centro distantiiis homogenei sint, & quorum particulæ minimæ se attrahant in ratione reciproca duplicata distantiarum, se itidem attrahere in eadem ratione distantiarum reciproca duplicata. Ob hæc perfectiones hujus Theoriæ virium ipse censuit hanc legem reciprocam duplicatam distantiarum ab Auctore Naturæ selectam fuisse, quam in Natura esse vellet.

Prima respon-
sio: hæc cognos-
ci non potest,
& perfectiones,
ac illi quæ
minime perfecta
in gratiam per-
fectionum.

125. At mihi quidem inprimis nec unquam placuit, nec placebit sane unquam in investigatione Naturæ causarum finalium usus, quas tantummodo ad meditationem quandam, contemplationemque, usui esse posse arbitror, ubi leges Naturæ aliunde innotuerint. Nam nec perfectiones omnes innotescere nobis possunt, qui intimas rerum naturas nequaquam inspicimus, sed externas tantummodo proprietates quasdam agnoscimus, & fines omnes, quos Naturæ Auctor sibi potuit pro-

pro-

proponere, ac proposuit, dum Mundum conderet, videre, & nosse omnino non possumus. Quin immo cum juxta ipsos Leibnitianos inprimis, aliosque omnes defensores acerrimos principii rationis sufficientis, & Mundi perfectissimi, qui inde consequitur, multa quidem in ipso Mundo sint mala, sed Mundus ipse idcirco sit optimus, quod ratio boni ad malum in hoc. qui electus est, omnium est maxima; fieri utique poterit, ut in ea ipsius Mundi parte, quam hic, & nunc contemplamur, id, quod electum fuit, debuerit esse non illud bonum, in cujus gratiam tolerantur alia mala, sed illud malum, quod in aliorum bonorum gratiam toleratur. Quamobrem si ratio reciproca duplicata distantiarum esset omnium perfectissima pro viribus mutuis particularum, non inde utique sequeretur, eam pro Natura fuisse electam, & constitutam.

126. At nec revera perfectissima est, quin immo meo quidem judicio est omnino imperfecta, & tam ipsa, quam aliae plurimae leges, quae requirunt attractionem imminutis distantis crescentem in ratione reciproca duplicata distantiarum, ad absurda deducunt plurima, vel saltem ad inextricabiles difficultates, quod ego quidem tum alibi etiam, tum inprimis demonstravi in dissertatione *De Lege Virium in Natura existentium* a num. 59. (g) Accedit autem illud, quod illa, quae videtur ipsi esse perfectio maxima, quod nimirum eandem sequantur legem globi integri, quam particulae minimae, nulli fere usui est in Natura; si res accurate ad exactitudinem absolutam exigatur; cum nulli in Natura sint accurate perfecti globi paribus a centro distantis homogenei, nam praeter non exiguam inaequalitatem interioris textus, & irregularitatem, quam ego quidem in Tellure nostra demonstravi in Opere, quod de *Litteraria Expeditione per Pontificiam ditionem* inscripti, in reliquis autem planetis, & cometis suspicari possumus ex ipsa saltem analogia, praeter scabritiem superficiei, quae utique est aliqua, satis patet, ipsa rotatione circa proprium axem induci in omnibus compressionem aliquam, quae ut ut exigua, exactam globositatem impedit, adeoque illam assumptam perfectionem maximam corrumpit. Accedit autem & illud, quod Newtoniana determinatio rationis reciprocae duplicatae distantiarum locum habet tantummodo in globis materia continua constantibus sine ullis vacuolis, qui globi in Natura non existunt, & multo minus a me admitti possunt, qui non vacuum tantummodo admitto disseminatum in materia, ut Philosophi jam sane passim, sed materiam in immenso vacuo innatantem, & punctula a se invicem remota, ex quibus, qui apparentes globi fiant, illam habere proprietatem non possunt rationis reciprocae duplicatae distantiarum, adeoque nec illius perfectionis creditae maxime perfectam, absolutamque applicationem.

H

127. De-

(g) *Quae huc pertinent, & continentur novem numeris ejus Dissertationis incipiendo a 59, habentur in fine Supplem. §. 4.*

Eandem legem nec perfectam esse, nec in corporibus, non utique accurate sphaericis habere locum.

Objecto ex præjudicio pro impulsione, & ex testimonio sensuum: responsio ad hanc posteriorem.

127. Demum & illud nonnullis difficultatem parit summam in hac Theoria Virium, quod censeant, phænomena omnia per impulsione[m] explicari debere, & immediatum contactum, quem ipsum credant evidenti sensuum testimonio evinci: hinc hujusmodi nostras vires *inmechanicas* appellant, & eas, ut & Newtonianorum generalem gravitatem, vel idcirco rejiciunt, quod mechanicæ non sint, & mechanismum, quem Newtoniana theoria labefactare cœperat, penitus evertant. Addunt autem etiam per jocum ex serio argumento petito a sensibus, baculo utendum esse ad persuadendum neganti contactum. Quod ad sensuum testimonium pertinet, exponam uberius infra, ubi de extensione agam, quæ eo in genere habeamus præjudicia, & unde; cum nimirum ipsis sensibus tribuamus id, quod nostræ ratiocinationis, atque illationis vitio est tribuendum. Satis erit hic monere illud, ubi corpus ad nostra organa satis accedat, vim repulsivam, saltem illam ultimam, debere in organorum ipsorum fibris excitare motus illos ipsos, qui excitantur in communi sententia ab impenetrabilitate, & contactu, adeoque eundem trenorem ad cerebrum propagari, & eandem excitari debere in anima perceptionem, quæ in communi sententia excitaretur; quam ob rem ab iis sensationibus, quæ in hac ipsa Theoria Virium haberentur, nullum utique argumentum desumi potest contra ipsam, quod ullam vim habeat utcunque tenuem.

Felicius explicari omnia sine impulsione: cum nusquam positive probari.

128. Quod pertinet ad explicationem phænomenorum per impulsione[m] immediatam, monui sane superius, quanto felicius, ea prorsus omissa, Newtonus explicarit Astronomiam, & Opticam; & patebit inferius, quanto felicius phænomena quæque præcipua sine ulla immediata impulsione explicentur. Cum iis exemplis, tum aliis, commendatur abunde ea ratio explicandi phænomena, quæ adhibet vires agentes in aliqua distantia. Ostendans isti vel unicum exemplum, in quo positive probare possint, per immediatam impulsione[m] communicari motum in Natura. Id sane ii præstabant nunquam; cum oculorum testimonium ad excludendas distantias illas minimas, ad quas primum crus repulsivum pertinet, & contorsiones curvæ circa axem, quæ oculos necessario fugiunt, adhibere non possint; cum e contrario ego positivo argumento superius excluderim immediatum contactum omnem, & positive probaverim, ipsum, quem ii ubique volunt, haberi nusquam.

Vires hujus Theoriæ pertinere ad verum, nec occultum mechanismum

129. De nominibus quidem non esset, cur sollicitudinem haberem ullam; sed ut & in iis dem aliquid præjudicio cuidam, quod ex communi loquendi usu provenit, illud notandum duco, Mechanicam non utique ad solam impulsione[m] immediatam fuisse restrictam unquam ab iis, qui de ipsa tractarunt, sed ad liberos imprimis adhibitam contemplandos motus, qui independenter ab omni impulsione habeantur. Quæ Archimedes de æquilibrio tradidit, quæ Galilæus de libero

bero gravium descensu, ac de projectis, quæ de centralibus in circulo viribus, & oscillationis centro Hugenius, quæ Newtonus generaliter de motibus in trajectoriis quibuscunque, utique ad Mechanicam pertinent, & Wolfiana, & Euleriana, & aliorum Scriptorum Mechanica passim utique hujusmodi vires, & motus inde ortos contemplatur, qui fiant impulsione vel exclusa penitus, vel saltem mente seclusa. Ubicunque vires agant, quæ motum materiæ gignant, vel immutent, & leges expendantur, secundum quas velocitas oriatur, mutetur motus, ac motus ipse determinetur; id omne inprimis ad Mechanicam pertinet in admodum propria significatione acceptam. Quamobrem ii maxime ea ipsa propria vocum significatione abutuntur, qui impulsione unicam ad Mechanismum pertinere arbitrantur, ad quem hæc virium genera pertinent multo magis, quæ idcirco appellari jure possunt vires *Mechanicæ*, & quidquid per illas fit, jure affirmari potest fieri per *Mechanismum*, nec vero incognitum, & occultum, sed uti supra demonstravimus, admodum patentem, & manifestum.

130. Eodem etiam pacto in omnino propria significatione usurpare licebit vocem *contactus*; licet intervallum semper remaneat aliquod; quanquam ego ad æquivocationes evitandas soleo distinguere inter contactum *Mathematicum*, in quo distantia sit prorsus nulla, & contactum *physicum*, in quo distantia sensus effugit omnes, & vis repulsiva satis magna ulteriorem accessum per nostras vires inducendum impedit. Voces ab hominibus institutæ sunt ad significandas res corporeas, & corporum proprietates, prout nostris sensibus subsunt, iis, quæ continentur infra ipsos, nihil omnino curatis. Sic planum, sic læve proprie dicitur id, in quo nihil, quod sensu percipi possit, sinuetur, nihil promineat; quanquam in communi etiam sententia nihil sit in Natura mathematicè planum, vel læve. Eodem pacto & nomen *contactus* ab hominibus institutum est, ad exprimendum *physicum* illum *contactum* tantummodo, sine ulla cura *contactus mathematici*, de quo nostri sensus sententiam ferre non possunt. Atque hoc quidem pacto si adhibeantur voces in propria significatione illa, quæ ipsarum institutioni respondeat; ne a vocibus quidem ipsis huic Theoriæ vitium invidiam creare poterunt ii, quibus ipsa non placet.

Discrimen inter contactum mathematicum, & physicum: hunc dici proprie contactum.

131. Atque hæc de iis, quæ contra ipsam virium legem a me propositam vel objecta sunt hætenus, vel objici possent, sint satis, ne res in infinitum excrescat. Nunc ad illa transibimus, quæ contra constitutionem elementorum materiæ inde deductam se menti offerunt, in quibus itidem, quæ maxime notatu digna sunt, persequar.

Transitus ab objectionibus contra Theoriam virium ad objectiones contra puncta.

132. Inprimis quod pertinet ad hanc constitutionem elementorum materiæ, sunt sane multi, qui nullo pacto in animum sibi possint inducere, ut admittant puncta prorsus indivisi-

Objectio ab idea puncti inextensi, qua caremus: responsio: unde

ideam extensionis sit orta.

visibilia, & inextensa, quod nullam se dicant habere posse eorum ideam. At id hominum genus præjudiciis quibusdam tribuit multo plus æquo. Ideas omnes, saltem eas, quæ ad materiam pertinent, per sensus haulimus. Porro sensus nostri nunquam potuerunt percipere singula elementa, quæ nimirum vires exerunt nimis tenues ad movendas fibras, & propagandum motum ad cerebrum: massis indiguerunt, sive elementorum aggregatis, quæ ipsas impellerent collata vi. Hæc omnia aggregata constabant partibus, quarum partium extremæ sumptæ hinc, & inde, debebant a se invicem distare per aliquod intervallum, nec ita exiguum. Hinc factum est, ut nullam unquam per sensus acquirere potuerimus ideam pertinentem ad materiam, quæ simul & extensionem, & partes, ac divisibilitatem non involverit. Atque idcirco quotiescunque punctum nobis animo sistimus, nisi reflexione utamur, habemus ideam globuli cujusdam perquam exigui, sed tamen globuli rotundi, habentis binas superficies oppositas distinctas.

Ideam puncti debere acquiri per reflexionem: quomodo ejus idea negativa acquiratur.

133. Quamobrem ad concipiendum punctum indivisibile, & inextensum; non debemus consulere ideas, quas immediate per sensus haulimus; sed eam nobis debemus efformare per reflexionem. Reflexione adhibita non ita difficulter efformabimus nobis ideam ejusmodi. Nam inprimis ubi & extensionem, & partium compositionem conceperimus; si utranque negemus; jam inextensi, & indivisibilis ideam quandam nobis comparabimus per negationem illam ipsam eorum, quorum habemus ideam; uti foraminis ideam habemus utique negando existentiam illius materiæ, quæ deest in loco foraminis.

Quomodo ejus idea positiva acquiri possit per limites, & limitum intersectionem.

134. Verum & positivam quandam indivisibilis, & inextensi puncti ideam poterimus comparare nobis ope Geometriæ, & ope illius ipsius ideæ extensi continui, quam per sensus haulimus, & quam inferius ostendemus, fallacem esse, ac fontem ipsum fallaciæ ejusmodi aperiemus, quæ tamen ipsa ad indivisibilium, & inextensorum ideam nos ducet admodum claram. Concipiamus planam quoddam prorsus continuum, ut mensam, longum ex. gr. pedes duos; atque id ipsum planum concipiamus secari transversum secundum longitudinem ita, ut tamen iterum post sectionem jungantur partes, & se contingant. Sectio illa erit utique limes inter partem dexteram, & sinistram, longus quidem pedes duos, quanta erat plani longitudo, at latitudinis omnino expers: nam ab altera parte immediate motu continuo transitur ad alteram, quæ, si illa sectio crassitudinem haberet aliquam, non esset priori contigua. Illa sectio est limes secundum crassitudinem inextensus, & indivisibilis, cui si occurrat altera sectio transversa eodem pacto indivisibilis, & inextensa; oportebit utique, intersectio utriusque in superficie plani concepti nullam omnino habeat extensionem in partem quamcumque. Id erit punctum penitus

tus indivisibile, & inextensum, quod quidem punctum, translato plano, movebitur, & motu suo lineam describet, longam quidem, sed latitudinis expertem.

135. Quo autem melius ipsius indivisibilis natura concipi possit; quærat a nobis quispiam, ut aliam faciamus ejus planæ massæ sectionem, quæ priori ita sit proxima, ut nihil prorsus inter utramque interlit. Respondebimus sane, id fieri non posse: vel enim inter novam sectionem, & veterem intercedet aliquid ejus materiæ, ex qua planum continuum constare concipimus, vel nova sectio congruet penitus cum præcedente. En quomodo ideam acquiremus etiam ejus naturæ indivisibilis illius, & inextensi, ut aliud indivisibile, & inextensum ipsi proximum sine medio intervallo non admittat, sed vel cum eo congruat, vel aliquod intervallum relinquat inter se, & ipsum. Atque hinc patebit etiam illud, non posse promoveri planum ipsum ita, ut illa sectio promoveatur tantummodo per spatium latitudinis sibi æqualis. Utcunque exiguus fuerit motus, jam ille novus sectionis locus distabit a præcedente per aliquod intervallum, cum sectio sectioni contigua esse non possit.

Natura inextensi, quod non potest esse inextenso continuum in lineis.

136. Hæc si ad concursum sectionum transferamus, habebimus utique non solum ideam puncti indivisibilis, & inextensi, sed ejusmodi naturæ puncti ipsius, ut aliud punctum sibi contiguum habere non possit, sed vel congruant, vel aliquo a se invicem intervallo distent. Et hoc pacto sibi & Geometriæ ideam sui puncti indivisibilis, & inextensi, facile efformare possunt, quam quidem etiam efformant sibi ita, ut prima Euclidis definitio jam inde incipiat: *punctum est, cujus nulla pars est*. Post hujusmodi ideam acquisitam illud unum intererit inter geometricum punctum, & punctum physicum materiæ, quod hoc secundum habebit proprietates reales vis inertiae, & virium illarum activarum, quæ cogent duo puncta ad se invicem accedere, vel a se invicem recedere, unde fiet, ut ubi satis accesserint ad organa nostrorum sensuum, possint in iis excitare motus, qui propagati ad cerebrum, perceptiones ibi eliciant in anima, quo pacto sensibilia erunt, adeoque materialia, & realia, non pure imaginaria.

Eadem in punctis: idea puncti geometrici translata ad physicum, & materiale.

137. En igitur per reflexionem acquisitam ideam punctorum realium, materialium, indivisibilium, inextensorum, quam inter ideas ab infantia acquisitas per sensus incassum quærimus. Idea ejusmodi non evincit eorum existentiam. Ipsam quam nobis exhibent positiva argumenta superius facta, quod nimirum, ne admittatur in collisione corporum saltus, quem & inductio, & impossibilitas binarum velocitatum diversarum habendarum omnino ipso momento, quo saltus fieret, excludunt, oportet admittere in materia vires, quæ repulsivæ sint in minimis distantiis, & iis in infinitum imminutis augeantur in infinitum; unde fit, ut duæ particule materiæ sibi

Punctorum existentiam aliunde demonstrari: per ideam acquisitam ea tantum concipi.

invicem contiguæ esse non possint : nam illico vi illa repulsiva resilient a se invicem, ac particula iis constans statim disrumpetur, adeoque prima materiæ elementa non constant contiguis partibus, sed indivisibilia sunt prorsus, atque simplicia, & vero etiam ob inductionem separabilitatis, ac distinctionis eorum, quæ occupant spatii divisibilis partes diversas, etiam penitus inextensa. Illa idea acquisita per reflexionem illud præstat tantummodo, ut distincte concipiamus id, quod ejusmodi rationes ostendunt existere in Natura, & quod sine reflexione, & ope illius supellectilis tantummodo, quam per sensus nobis comparavimus ab ipsa infantia, concipere omnino non liceret.

Puncta simplicia, & inextensa ab aliis quoque admittuntur : sed iis præstare hanc eorum theoriam.

138. Ceterum simplicium, & inextensorum notionem non ego primus in Physicam induco. Eorum ideam habuerunt veteres post Zenonem, & Leibnitiani monades suas & simplices utique volunt, & inextensas : ego cum ipsorum punctorum contiguitatem auferam, & distantias velim inter duo quælibet materiæ puncta, maximum evito scopulum, in quem utrique incurrunt, dum ex ejusmodi indivisibilibus, & inextensis continuum extensum componunt. Atque ibi quidem in eo videntur mihi peccare utrique, quod cum simplicitate, & inextensione, quam iis elementis tribuunt, commiscent ideam illam imperfectam, quam sibi compararunt per sensus, globuli cujusdam rotundi, qui binas habeat superficies a se distinctas, utcumque interrogati, an id ipsum faciant, omnino sint negaturi. Neque enim aliter possent ejusmodi simplicibus inextensis implere spatium, nisi concipiendo unum elementum in medio duorum ab altero contactum ad dexteram, ab altero ad lævam, quin ea extrema se contingant; in quo, præter contiguitatem indivisibilium, & inextensorum impossibilem, uti supra demonstravimus, quam tamen coguntur admittere, si rem altius perpenderit; videbunt sane, se ibi illam ipsam globuli inter duos globulos interjacentis ideam admiscere.

Impugnatur conciliatio extensionis formatæ ab inextensis petita ab impenetrabilitate.

139. Nec ad indivisibilitatem, & inextensionem elementorum jungendas cum continua extensione massarum ab iis compositarum profunt ea, quæ nonnulli ex Leibnitianorum familia proferunt, de quibus egi in una adnotatiuncula adjecta num. 13. dissertationis *De Materiæ Divisibilitate, & Principiis Corporum*, ex qua, quæ eo pertinent, huc libet transferre. Sic autem habet: *Qui dicunt, monades non compenetrari, quia natura sua impenetrabiles sunt, ii difficultatem nequaquam amovent; nam si & natura sua impenetrabiles sunt, & continuum debent componere, adeoque contigua esse; compenetrabuntur simul, & non compenetrabuntur, quod ad absurdum deducit, & ejusmodi entium impossibilitatem evincit. Ex omnimode inextensionis, & contiguitatis notione evincitur, compenetrari debere argumento contra Zenonistas instituto per tot secula, & cui nunquam satis responsum est. Ex natura, quæ in*

is supponitur, ipsa compenetratio excluditur, adeoque habetur contradictio, & absurdum.

140. Sunt alii, quibus videri poterit, contra hæc ipsa puncta indivisibilia, & inextensa adhiberi posse inductionis principium, a quo continuitatis legem, & alias proprietates derivavimus supra, quæ nos ad hæc indivisibilia, & inextensa puncta deduxerunt. Videmus enim in materia omni, quæ se usquam nostris objiciat sensibus, extensionem, divisibilitatem, partes; quamobrem hanc ipsam proprietatem debemus transferre ad elementa etiam per inductionis principium. Ita ii: at hanc difficultatem jam superius præoccupavimus, ubi egimus de inductionis principio. Pendet ea proprietas a ratione sensibilis, & aggregati, cum nimirum sub sensus nostros ne composita quidem, quorum moles nimis exigua sit, cadere possint. Hinc divisibilitatis, & extensionis proprietas ejusmodi est; ut ejus defectus, si habeatur alicubi is casus, ex ipsa earum natura, & sensuum nostrorum constitutione non possit cadere sub sensus ipsos, atque idcirco ad ejusmodi proprietates argumentum desumptum ab inductione nequaquam pertingit, ut nec ad sensibilitatem extenditur.

Inductionem a sensibilibus compositis, & extensis haud valere contra puncta simplicia, & inextensa.

141. Sed etiam si extenderetur, esset adhuc nostræ Theoriæ causa multo melior in eo, quod circa extensionem, & compositionem partium negativa sit. Nam eo ipso, quod continuitate admissa, continuitas elementorum legitima ratiocinatione excludatur, excludi omnino debet absolute; ubi quidem illud accidit, quod a Metaphysicis, & Geometris nonnullis animadvertum est jam diu, licere aliquando demonstrare propositionem ex assumpta veritate contradictoriæ propositionis; cum enim ambæ simul veræ esse non possint, si ab altera inferatur altera, hanc posteriorem veram esse necesse est. Sic nimirum, quoniam a continuitate generaliter assumpta defectus continuitatis consequitur in materiæ elementis, & in extensione, defectum hunc haberi vel inde eruitur: nec oberit quidquam principium inductionis physicæ, quod utique non est demonstrativum, nec vim habet, nisi ubi aliunde non demonstratur, casum illum, quem inde colligere possumus, improbabilem esse tantummodo, adhuc tamen haberi, uti aliquando sunt & falsa veris probabiliora.

Per ipsam etiam exclusionem inextensivi inductionis habitam ipsum extensum excludi.

143. Atque hic quidem, ubi de continuitate seipsam excludente mentio injecta est, notandum & illud, continuitatis legem a me admitti, & probari pro quantitibus, quæ magnitudinem mutant, quas nimirum ab una magnitudine ad aliam censeo abire non posse, nisi transeant per intermedias, quod elementorum materiæ, quæ magnitudinem nec mutant, nec ullam habent variabilem, continuitatem non inducit, sed argumento superius factò penitus summovet. Quin etiam ego quidem continuum nullum agnosco coexistens, uti & supra monui; nam nec spatium reale mihi est ullum continuum, sed

Cujusmodi continuum in hac Theoria admittatur: quid sit spatium, & tempus.

ima-

imaginarium tantummodo, de quo, uti & de tempore, quid in hac mea Theoria sentiam, satis luculenter exposui in Supplementis ad librum 1 Stavianæ Philosophiæ (h). Censeo nimirum quodvis materiæ punctum, habere binos reales existendi modos, alterum localem, alterum temporarium, qui num appellari debeant res, aa tantummodo modi rei, ejusmodi litem, quam arbitror esse tantum de nomine, nihil omnino curo. Illos modos debere admitti, ibi ego quidem positive demonstro: eos natura sua immobiles esse, censeo ita, ut idcirco ejusmodi existendi modi per se inducant relationes prioris, & posterioris in tempore, ulterioris, vel citerioris in loco, ac distantiae cujusdam determinatæ, & in spatio determinatæ positionis etiam, qui modi, vel eorum alter, necessario mutari debeant, si distantia, vel etiam in spatio sola mutetur positio. Pro quovis autem modo pertinente ad quodvis punctum, penes omnes infinitos modos possibiles pertinentes ad quodvis aliud, mihi est unus, qui cum eo inducat in tempore relationem coexistentiæ ita, ut existentiam habere uterque non possit, quin simul habeant, & coexistent; in spatio vero, si existunt simul, inducant relationem compenetrations, reliquis omnibus inducentibus relationem distantiae temporariæ, vel localis, ut & positionis cujusdam localis determinatæ. Quoniam autem puncta materiæ existentia habent semper aliquam a se invicem distantiam, & numero finita sunt; finitus est semper etiam localium modorum coexistentium numerus, nec ullum reale continuum efformat. Spatium vero imaginarium est mihi possibilitas omnium modorum localium confuse cognita, quos simul per cognitionem præcisivam concipimus, licet simul omnes existere non possint, ubi cum nulli sint modi ita sibi proximi, vel remoti, ut alii viciniore, vel remotiores haberi non possint, nulla distantia inter possibiles habetur, sive minima omnium, sive maxima. Dum animum abstrahimus ab actuali existentia, & in possibilium serie finitis in infinitum constante terminis mente secludimus tam minimæ, quam maximæ distantiae limitem, ideam nobis efformamus continuitatis, & infinitatis in spatio, in quo idem spatii punctum appello possibilitatem omnium modorum localium, sive, quod idem est, realium localium punctorum pertinentium ad omnia materiæ puncta, quæ si existerent, compenetrations relationem inducerent, ut eodem pacto idem nomine momentum temporis temporarios modos omnes, qui relationem inducunt coexistentiæ. Sed de utroque plura in illis dissertatiunculis, in quibus & analogiam persequor spatii, ac temporis multiplicem.

(h) Bina dissertatiuncule, quæ huc pertinent, inde excerptæ habentur hic Supplementorum §. 1, & 2, quarum mentio facta est etiam superius num. 66., & 86.

143. Continuitatem igitur agnosco in motu tantummodo, quod est successivum quid, non coexistens, & in eo itidem solo, vel ex eo solo in corporeis saltem legem continuitatis admitto. Atque hinc patebit clarius illud etiam, quod superius innui, Naturam ubique continuitatis legem vel accurate observare, vel affectare saltem. Servat in motibus, & distantis, affectat in aliis casibus multis, quibus continuitas, uti etiam supra definivimus, nequaquam convenit, & in aliis quibusdam, in quibus haberi omnino non potest continuitas, quæ primo aspectu sese nobis objicit res non aliquanto intimius inspectantibus, ac perpendentibus: ex. gr. quando Sol oritur supra horizontem, si concipiamus Solis discum ut continuum, & horizontem ut planum quoddam; ascensus Solis fit per omnes magnitudines ita, ut a primo ad postremum punctum & segmenta solaris disci, & chordæ segmentorum crescant transeundo per omnes intermedias magnitudines. At Sol quidem in mea Theoria non est aliquid continuum, sed est aggregatum punctorum a se invicem distantium, quorum alia supra illud imaginarium planum ascendunt post alia, intervallo aliquo temporis interposito semper. Hinc accurata illa continuitas huic casui non convenit, & habetur tantummodo in distantis punctorum singulorum componentium eam massam ab illo imaginario plano. Natura tamen etiam hic continuitatem quandam affectat, cum nimirum illa punctula ita sibi sint invicem proxima, & ita ubique dispersa, ac disposita, ut apparens quædam ibi etiam continuitas habeatur, ac in ipsa distributione, a qua densitas pendet, ingentes repentini saltus non fiant.

Ubi habeat
continuitatem
Natura, ubi
affectet tan-
tummodo.

144. Innumera ejus rei exempla liceret proferre, in quibus eodem pacto res pergit. Sic in fluviorum alveis, in frondium flexibus, in ipsis salium, & crystallorum, ac aliorum corporum angulis, in ipsis cuspidibus unguium, quæ acutissimæ in quibusdam animalibus apparent nudo oculo; si microscopio adhibito inspiciantur; nusquam cuspic abrupta prorsus, nusquam omnino cuspidatus apparet angulus, sed ubique flexus quidam, qui curvaturam habeat aliquam, & ad continuitatem videatur accedere. In omnibus tamen iis casibus vera continuitas in mea Theoria habetur nusquam; cum omnia ejusmodi corpora constent indivisibilibus, & a se distantibus punctis, quæ continuam superficiem non efformant, & in quibus, si quævis tria puncta per rectas lineas conjuncta intelligantur; triangulum habebitur utique cum angulis cuspidatis. Sed a motuum, & virium continuitate accurata etiam ejusmodi proximam continuitatem massarum oriri censeo, & a casuum possibilium multitudine inter se collata, quod ipsum innuisse sit satis.

Exempla con-
tinuitatis ap-
parentis tan-
tum: unde ea
ortum ducat.

145. Atque hinc fiet manifestum, quid respondendum ad casus quosdam, qui eo pertinent, & in quibus violari quis crederet

Motuum o-
mnium conti-
nuitas in lineis

con-

continuis nul-
quam interrup-
tis, aut mu-
tatis.

continuitatis legem. Quando plano aliquo speculo lux excipitur, pars refringitur, pars reflectitur: in reflexione, & refractione, uti eam olim creditum est fieri, & etiamnum a nonnullis creditur, per impulsionem nimirum, & incursum immediatum, fieret violatio quædam continui motus mutata linea recta in aliam; sed jam hoc Newtonus advertit, & ejusmodi saltum abstulit, explicando ea phænomena per vires in aliqua distantia agentes, quibus fit, ut quævis particula luminis motum incurvet paulatim in accessu ad superficiem reflectentem, vel refringentem; unde accessuum, & recessuum lex, velocitas, directionum flexus, omnia juxta continuitatis legem mutantur. Quin in mea Theoria non in aliqua vicinia tantum incipit flexus ille, sed quodvis materiæ punctum a Mundi initio unicam quandam continuam descripsit orbitam, pendente a continua illa virium lege, quam exprimit figura 1, quæ ad distantias quascunque protenditur; quam quidem lineæ continuitatem nec liberæ turbant animarum vires, quas itidem non nisi juxta continuitatis legem exerceri a nobis arbitror; unde fit, ut quemadmodum omnem accuratam quietem, ita omnem accurate rectilineum motum, omnem accurate circulem, ellipticum, parabolicum excludam; quod tamen aliis quoque sententiis omnibus commune esse debet; cum admodum facile sit demonstrare, ubique esse perturbationem quandam, & mutationum causas, quæ non permittant ejusmodi linearum nobis ita simplicium accuratas orbitas in motibus.

Apparens saltus in diffusionem reflexi, ac refracti luminis.

146. Et quidem ut in iis omnibus, & aliis ejusmodi Natura semper in mea Theoria accuratissimam continuitatem observat, ita & hic in reflexionibus, ac refractionibus luminis. At est aliud ea in re, in quo continuitatis violatio quædam haberi videatur, quam, qui rem altius perpendat, credet primo quidem servari itidem accurate a Natura, tum ulterius progressus, inveniet affectari tantummodo, non servari. Id autem est ipsa luminis diffusio, atque densitas. Videtur prima fronte discindi radius in duos, qui hiatu quodam intermedio a se invicem divellantur velut per saltum, alia parte reflexa, alia refracta, sine ullo intermedio flexu cujuspiam. Alius itidem videtur admitti ibidem saltus quidam: si enim radius integer excipiatur prismatico ita, ut una pars reflectatur, alia transmittatur, & prodeat etiam e secunda superficie, tum ipsum prisma sensim convertatur; ubi ad certum devenitur in conversione angulum, lux, quæ datam habet refrangibilitatem, jam non egreditur, sed reflectitur in totum; ubi itidem videtur fieri transitus a prioribus angulis cum superficie semper minoribus, sed jacentibus ultra ipsam, ad angulum reflexionis æqualem angulo incidentiæ, & jacentem citra, sine ulla reflexione in angulis intermediis minoribus ab ipsa superficie ad ejusmodi finitum angulum.

Apparens consistens cum le-

147. Huic cuidam velut læsioni continuitatis videtur responderi posse per illam lucem, quæ reflectitur, vel refringitur

gitur irregulariter in quibusvis angulis. Jam olim enim observatum est illud, ubi lucis radius reflectitur, non reflecti totum ita, ut angulus reflexionis æquetur angulo incidentiæ, sed partem dispergi quaquaversus; quam ob causam si Solis radius in partem quandam speculi incurrat, quicumque est in conclavi, videt, qui sit ille locus, in quem incurrit radius, quod utique non fieret, nisi e solaribus illis directis radiis etiam ad oculum ipsius radii devenirent, egressi in omnibus iis directionibus, quæ ad omnes oculi positiones tendunt; licet ibi quidem satis intentum lumen non appareat, nisi in directione faciente angulum reflexionis æqualem incidentiæ, in qua resilit maxima luminis pars. Et quidem hisce radiis redeuntibus in angulis hisce inæqualibus egregie utitur Newtonus in fine Opticæ ad explicandos colores laminarum crassarum: & eadem irregularis dispersio in omnes plagas ad sensum habetur in tenui parte, sed tamen in aliqua, radii refracti. Hinc inter vividum illum reflexum radium, & refractum, habetur intermedia omnis ejusmodi radiorum series in omnibus iis intermediis angulis produntium, & sic etiam ubi transitur a refractione ad reflexionem in totum, videtur per hosce intermedios angulos res posse fieri citissimo transitu per ipsos, atque idcirco illæsa perseverare continuitas.

148. Verum si adhuc altius perpendatur res; patebit in illa intermedia serie non haberi accuratam continuitatem, sed apparentem quandam, quam Natura affectat, non accurate servat illæsam. Nam lumen in mea Theoria non est corpus quoddam continuum, quod diffundatur continuo per illud omne spatium, sed est aggregatum punctorum a se invicem disjunctorum, atque distantium, quorum quodlibet suam percurrit viam disjunctam a proximi via per aliquod intervallum. Continuitas servatur accuratissime in singulorum punctorum viis, non in diffusionem substantiæ non continuæ, & quo pacto ea in omnibus iis motibus servetur, & mutetur, mutata inclinatione incidentiæ, via a singulis punctis descripta sine saltu, satis luculenter exposui in secunda parte meæ dissertationis *De Lumine* a num. 98. Sed hæc ad applicationem iam pertinent Theoriæ ad Physicam.

149. Haud multum absimiles sunt alii quidam casus, in quibus singula continuitatem observant, non aggregatum utique non continuum, sed partibus disjunctis constans. Hujusmodi est ex. gr. altitudo cujusdam domus, quæ ædificatur de novo, cui cum series nova adjungitur lapidum determinatæ cujusdam altitudinis, per illam additionem repente videtur crescere altitudo domus, sine transitu per altitudines intermedias: & si dicatur id non esse Naturæ opus, sed artis; potest difficultas transferri facile ad Naturæ opera, ut ubi diversa inducuntur glaciei strata, vel in aliis incrustationibus, ac in iis omnibus casibus, in quibus incrementum fit per externam applicationem partium, ubi accessiones finitæ videntur acquiri simul totæ sine

ge continuitatis per radios irregulariter dispersos.

Cur ea apparet tantum: vera conciliatio per continuitatem viæ cujusvis puncta lucis.

Quo pacto servetur continuitas in quibusdam casibus, in quibus videtur lædi.

transitu per intermedias magnitudines. In iis casibus continuitas servatur in motu singularum partium, quæ accedunt. Illæ per lineam quandam continuam, & continua velocitatis mutatione accedunt ad locum sibi debitum: quin immo etiam posteaquam eo advenerunt, pergunt adhuc moveri, & nunquam habent quietem nec absolutam, nec respectivam respectu aliarum partium, licet jam in respectiva positione sensibilem mutationem non subeant: parent nimirum adhuc viribus omnibus, quæ respondent omnibus materiæ punctis utcumque distantibus, & actio proximarum partium, quæ novam adhæSIONEM parit, est continuatio actionis, quam multo minorem exercebant, cum essent procul. Hoc autem, quod pertineant ad illam domum, vel massam, est aliquid non in se determinatum, quod momento quodam determinato fiat, in quo saltus habeatur, sed ab æstimatione quâdam pendet nostrorum sensuum satis crassa; ut licet perpetuo accedant illæ partes, & pergant perpetuo mutare positionem respectu ipsius massæ; tum incipiant censerī ut pertinentes ad illam domum, vel massam: cum desinit respectiva mutatio esse sensibilis, quæ sensibilitatis cessatio fit ipsa etiam quodammodo per gradus omnes, & continuo aliquo tempore, non vero per saltum.

Generalis re-
sponso ad ca-
sus similes in-
de eruta.

150. Hinc distinctius ibi licebit difficultatem omnem amovere dicendo, non servari mutationem continuam in magnitudinibus earum rerum, quæ continuæ non sunt, & magnitudinem non habent continuam, sed sunt aggregata rerum disjunctarum; vel in iis rebus, quæ a nobis ita censentur aliquod totum constituerē, ut magnitudinem aggregati non determinent distantiam inter eadem extrema, sed a nobis extrema ipsa assumantur jam alia, jam alia, quæ censeantur incipere ad aggregatum pertinere, ubi ad quasdam distantias devenerint, quas ut ut in se juxta legem continuitatis mutatas, nos a reliquis divellimus per saltum, ut dicamus pertinere eas partes ad id aggregatum. Id accidit, ubi in objectis casibus accessiones partium novæ fiunt, atque ibi nos in usu vocabuli saltum facimus; ars, & Natura saltum utique habet nullum.

Alii casus, in
quibus læditur,
alii, in qui-
bus habetur so-
lum proxima,
non accurata
continuitas.

151. Non idem contingit etiam, ubi plantæ, vel animantia crescunt, succo se insinuante per tubulos fibrarum, & procurrente, ubi & magnitudo computata per distantias punctorum maxime distantium transit per omnes intermedias; cum nimirum ipse procurfus fiat per omnes intermedias distantias. At quoniam & ibi mutantur termini illi, qui distantias determinant, & nomen suscipiunt altitudinis ipsius plantæ; vera & accurata continuitas ne ibi quidem observatur, nisi tantummodo in motibus, & velocitatibus, ac distantis singularum partium: quanquam ibi minus recedatur a continuitate accurata, quam in superioribus. In his autem, & in illis habetur ubique illa alia continuitas quædam apparens, & affectata tantummodo a Natura, quam intuemur etiam in progressu substantiarum, ut incipiendo ab inanima-

tis corporibus progressu facto per vegetabilia, tum per quædam fere semianimalia torpentia, ac demum animalia perfectiora magis, & perfectiora usque ad simios homini tam similes. Quoniam & harum specierum, ac existentium individuorum in quavis specie numerus est finitus, vera continuitas haberi non potest, sed ordinatis omnibus in seriem quandam, inter binas quasque intermedias species hiatus debet esse aliquis necessario, qui continuitatem abrumpat. In omnibus iis casibus habentur discretæ quædam quantitates, non continuæ; ut & in Arithmetica series ex. gr. naturalium numerorum non est continua, sed discreta; & ut ibi series ad continuum reducitur tantummodo, si generaliter omnes intermedie fractiones concipiuntur; sic & in superiore exemplo quædam velut continua series habebitur tantummodo; si concipiuntur omnes intermedie species possibiles.

152. Hoc pacto excurrando per plurimos ejusmodi casus, in quibus accipiuntur aggregata rerum a se invicem certis intervallis distantium, & unum aliquid continuum non constituentium, nusquam accurata occurret continuitatis lex, sed per quandam dispersionem quodammodo affectata, & vera continuitas habebitur tantummodo in motibus, & in iis, quæ a motibus pendent, uti sunt distantia, & vires determinatæ a distantibus & velocitates a viribus ortæ; quam ipsam ob causam ubi supra num. 39 inductionem pro lege continuitatis assumpsimus, exempla accepimus a motu potissimum, & ab iis, quæ cum ipsis motibus connectuntur, ac ab iis pendent.

Conclusio pertinens ad ea, quæ veram, & ea, quæ affectatam habent continuitatem.

153. Sed jam ad aliam difficultatem gradum faciam, quæ non nullis negotium ingens facessit, & obvia est etiam, contra hanc indivisibilem, & inextensorem punctorum Theoriam; quod nimirum ea nullum habitura sint discrimen a spiritibus. Ajunt enim, si spiritus ejusmodi vires habeant, præstituros eadem phænomena, tolli nimirum corpus, & omnem corporeæ substantiæ notionem sublata extensione continua, quæ sit præcipua materiæ proprietas ita pertinens ad naturam ipsius; ut vel nihil aliud materia sit, nisi substantia prædita extensione continua; vel saltem idea corporis, & materiæ haberi non possit; nisi in ea includatur idea extensionis continuæ. Multa hic quidem congeruntur simul, quæ nexum aliquem inter se habent, quæ hic seorsum evolvam singula.

Difficultates per titæ a discrimine debito inter materiam, & spiritum.

154. Inprimis falsum omnino est, nullum esse horum punctorum discrimen a spiritibus. Discrimen potissimum materiæ a spiritu situm est in hisce duobus, quod materia est sensibilis, & incapax cogitationis, ac voluntatis, spiritus nostros sensus non afficit, & cogitare potest, ac velle. Sensibilitas autem non ab extensione continua oritur, sed ab impenetrabilitate, qua fit, ut nostrorum organorum fibræ tendantur a corporibus, quæ ipsis sistuntur, & motus ad cerebrum pro-

Differre hæc puncta a spiritibus per impenetrabilitatem, sensibilitatem, incapacitatem cogitationis.

pagetur. Nam si extensa quidem essent corpora, sed impenetrabilitate carerent; manu contrectata fibras non susterent, nec motum ullum in iis progignerent, ac eadem radios non reflecterent, sed liberum intra se aditum luci præberent. Porro hoc discrimen utrumque manere potest integrum, & manet inter mea indivisibilia hæc puncta, & spiritus. Ipsa impenetrabilitatem habent, & sensus nostros afficiunt, ob illud primum crus asymptoticum exhibens vim illam repulsivam primam; spiritus autem, quos impenetrabilitate carere credimus, ejusmodi viribus itidem carent, & sensus nostros idcirco nequaquam afficiunt, nec oculis inspectantur, nec manibus palpari possunt. Deinde in meis hisce punctis ego nihil admitto aliud, nisi illam virium legem cum inertiae vi conjunctam, adeoque illa volo prorsus incapacia cogitationis, & voluntatis. Quamobrem discrimen essentiae illud utrumque, quod inter corpus, & spiritum agnoscunt omnes, id & ego agnosco, nec vero id ab extensione, & compositione continua desumitur, sed ab iis, quæ cum simplicitate, & inextensione æque conjungi possunt, & coherere cum ipsis.

Si possibilis sit
substantia præ-
dita hisce viri-
bus, & capax
cogitationis;
eam nec fore
materiam, nec
spiritum.

155. At si substantiæ capaces cogitationis & voluntatis haberent ejusmodi virium legem, an non eosdem præstarent effectus respectu nostrorum sensuum, quos ejusmodi puncta? Respondebo sane, me hic non quærere, utrum impenetrabilitas, & sensibilitas, quæ ab iis viribus pendent, conjungi possint cum facultate cogitandi, & volendi, quæ quidem quæstio eodem redit, ac in communi sententia de impenetrabilitate extensorum, ac compositorum relata ad vim cogitandi, & volendi. Illud ajo, notionem, quam habemus partim ex observationibus tam sensuum respectu corporum, quam intimæ conscientiæ respectu spiritus, una cum reflexione, partim, & vero etiam circa spiritus potissimum, ex principiis immediate revelatis, vel connexis cum principiis revelatis, continere pro materia impenetrabilitatem, & sensibilitatem, una cum incapacitate cogitationis, & pro spiritu incapacitatem afficiendi per impenetrabilitatem nostros sensus, & potentiam cogitandi, ac volendi, quorum priores illas ego etiam in meis punctis admitto, posteriores hæc in spiritibus; unde fit, ut mea ipsa puncta materialia sint, & eorum massæ constituent corpora a spiritibus longissime discrepantia. Si possibile sit illud substantiæ genus, quod & hujusmodi vires activas habeat cum inertia conjunctas, & simul cogitare possit, ac velle; id quidem nec corpus erit, nec spiritus, sed tertium quid, a corpore discrepans per capacitatem cogitationis, & voluntatis, discrepans autem a spiritu per inertiam, & vires hæc nostras, quæ impenetrabilitatem inducunt. Sed, ut ajebam, ea quæstio huc non pertinet, & aliunde resolvi debet; ut aliunde utique debet resolvi quæstio, qua quærat, an substantia extensa, & impenetrabilis hæc

hasce proprietates conjungere possit cum facultate cogitandi, volendique .

156. Nec vero illud reponi potest, argumentum potissimum ad evincendum, materiam cogitare non posse, deduci ab extensione, & partium compositione, quibus sublatis, omne id fundamentum prorsus corruere, & ad materialismum sterni viam. Nam ego sane non video, quid argumenti peti possit ab extensione, & partium compositione pro incapacitate cogitandi, & volendi. Sensibilitas, præcipua corporum, & materiæ proprietas, quæ ipsam adeo a spiritibus discriminat, non ab extensione continua, & compositione partium pendet, uti vidimus, sed ab impenetrabilitate, quæ ipsa proprietas ab extensione continua, & compositione non pendet. Sunt, qui adhibent hoc argumentum ad excludendam capacitatem cogitandi a materia, desumptum a compositione partium: si materia cogitaret; singulæ ejus partes deberent singulas cogitationis partes habere, adeoque nulla pars objectum perciperet; cum nulla haberet eam perceptionis partem, quam habet altera. Id argumentum in mea Theoria amittitur; at id ipsum, meo quidem judicio, vim nullam habet. Nam posset aliquis respondere, cogitationem totam indivisibilem existere in tota massa materiæ, quæ certa partium dispositione sit prædita, uti anima rationalis per tam multos Philosophos, ut ut indivisibilis, in omni corpore, vel saltem in parte corporis aliqua divisibili existit, & ad ejusmodi præsentiam præstandam certa indiget dispositione partium ipsius corporis, qua semel læsa per vulnus, ipsa non potest ultra ibi esse; atque ut viventis corporei, sive animalis rationalis natura, & determinatio habetur per materiam divisibilem, & certo modo constructam, una cum anima indivisibili; ita ibi per indivisibilem cogitationem in hærentem divisibili materiæ natura, & denominatio cogitantis haberetur. Unde aperte constat eo argumento amisso, nihil omnino amitti, quod jure dolendum sit.

157. Sed quidquid de eo argumento censeretur, nihil refert, nec ad infirmendam Theoriam positivis, & validis argumentis comprobata, ac e solidissimis principiis directa ratiocinatione deductam, quidquam potest unum, vel alterum argumentum amissum, quod ad probandam aliquam veritatem aliunde notam, & a revelatis principiis aut directe, aut indirecte confirmatam, ab aliquibus adhibeatur, quando etiam vim habeat aliquam, quam, uti ostendi, superius allatum argumentum omnino non habet. Satis est, si illa Theoria cum ejusmodi veritate conjungi possit, uti hæc nostra cum immaterialitate spirituum conjungitur optime, cum retineat pro materia inertiam, impenetrabilitatem, sensibilitatem, incapacitatem cogitandi, & pro spiritibus retineat incapacitatem efficiendi sensus nostros per impenetrabilitatem, & facultatem cogitandi, ac volendi.

Ego

Nihil amitti, amisso argumento eorum, qui a compositione partium deducunt incapacitatem cogitationis.

Etiam si quidpiam amittatur; theoriam positive probari, & in ea manere summum discrimen inter materiam, & spiritum.

Ego quidem in ipsius materiæ, & corporeæ substantiæ definitione ipsa assumo incapacitatem cogitandi, & volendi, & dico corpus massam compositam e punctis habentibus vim inertæ conjunctam cum viribus activis expressis in fig. 1, & cum incapacitate cogitandi, ac volendi, qua definitione admissa, evidens est, materiam cogitare non posse; quæ erit metaphysica quædam conclusio, ea definitione admissa, certissima: tum ubi solæ rationes physicæ adhibeantur, dicam, hæc corpora, quæ meos afficiunt sensus, esse materiam, quod & sensus afficiant per illas utique vires, & non cogitent. Id autem deducam inde, quod nullum cogitationis indicium præsentent; quæ erit conclusio tantum physica, circa existentiam illius materiæ ita definitæ, æque physice certa, ac est conclusio, quæ dicat lapides non habere levitatem, quod nunquam eam prodiderint ascendendo sponte, sed semper e contrario sibi relictæ descenderint.

Sensus omnino falli in illa tanta continuitate extensionis, quam nobis ingerunt.

158. Quod autem pertinet ad ipsam corporum, & materiæ ideam, quæ videtur extensionem continuam, & contactum partium involvere, in eo videntur mihi quidem Cartesiani inprimis, qui tantopere contra præjudicia pugnare sunt visi, præjudiciis ipsis ante omnes alios indulgisse. Ideam corporum habemus per sensus; sensus autem de continuitate accurata judicare omnino non possunt, cum minima intervalla sub sensus non cadant. Et quidem omnino certo deprehendimus illam continuitatem, quam in plerisque corporibus nobis obijciunt sensus nostri, nequaquam haberi. In metallis, in marmoribus, in vitris, & crystallis continuitas nostris sensibus apparet ejusmodi, ut nulla percipiamus in iis vacua spatiola, nullos poros, in quo tamen hallucinari sensus nostros manifesto patet, tum ex diversa gravitate specifica, quæ a diversa multitudine vacuitatum oritur utique, tum ex eo, quod per illa insinuentur substantiæ plures, ut per priora oleum diffundatur, per posteriora liberrime lux transeat, quod quidem indicat, in posterioribus hisce potissimum ingentem pororum numerum, qui nostris sensibus delitescunt.

Fons præjudiciorum: haberi pro nullis in se, quæ sunt nulla in nostris sensibus: eorum exempla.

159. Quamobrem jam ejusmodi nostrorum sensuum testimonium, vel potius noster eorum ratiociniorum usus, in hoc ipso genere suspecta esse debent, in quo constat nos decipi. Suspiciari igitur licet, exactam continuitatem sine ullis spatiolis, ut in majoribus corporibus ubique deest, licet sensus nostri illam videantur denotare, ita & in minimis quibusvis particulis nusquam haberi, sed esse illusionem quandam sensuum tantummodo, & quoddam figmentum mentis, reflexione vel non utentis, vel abutentis. Est enim solemne illud hominibus, atque usitatum, quod quidem est maximorum præjudiciorum fons, & origo præcipua, ut quidquid in nostris sensibus est nihil, habeamus pro nihilo absoluto. Sic utique per tot sæcula a multis est creditum, & nunc etiam a vulgo creditur, quic-

quietem Telluris, & diurnum Solis, ac fixarum motum sensuum testimonio evinci, cum apud Philosophos jam constet, ejusmodi quæstionem longe aliunde resolvendam esse, quam per sensus, in quibus debent eadem prorsus impressiones fieri, sive stemus & nos, & Terra, ac moveantur astra, sive moveamur communi motu & nos, & Terra, ac astra consistant. Motum cognoscimus per mutationem positionis, quam objecti imago habet in oculo, & quietem per ejusdem positionis permanentiam. Tam mutatio, quam permanentia fieri possunt duplici modo: mutatio, primo si nobis immotis objectum moveatur; & permanentia, si id ipsum stet: secundo, illa, si objecto stante moveamur nos; hæc, si moveamur simul motu communi. Motum nostrum non sentimus, nisi ubi nos ipsi motum inducimus, ut ubi caput circumagimus, vel ubi curru delati succutimur. Idcirco habemus tum quidem motum ipsum pro nullo, nisi aliunde admoneamur de eodem motu per causas, quæ nobis sint cognitæ, ut ubi *provehimur portu*, quo casu vector, qui jam diu assuevit ideæ litoris stantis, & navis promotæ per remos, vel vela, corrigit apparentiam illius, *terraque, urbesque recedunt*, & sibi, non illis, motum adjudicat.

160. Hinc Philosophus, ne fallatur, non debet primis hisce ideis acquirere, quas e sensationibus haurimus, & ex illis deducere consectaria sine diligenti perquisitione, ac in ea quæ ab infantia deduxit, debet diligenter inquirere. Si inveniat, easdem illas sensuum perceptiones duplici modo æque fieri posse; peccabit utique contra Logicæ etiam naturalis leges, si alterum modum præ altero pergat eligere, unice, quia alterum antea non viderat, & pro nullo habuerat, & idcirco alteri tantum assueverat. Id vero accidit in casu nostro; sensationes habebuntur eadem, sive materia constet punctis prorsus inextensis, & distantibus inter se per intervalla minima, quæ sensum fugiant, ac vires ad illa intervalla pertinentes organorum nostrorum fibras sine ulla sensibili interruptione afficiant, sive continua sit, & per immediatum contactum agat. Patebit autem in tertia hujusce operis parte, quo pacto proprietates omnes sensibiles corporum generales, immo etiam ipsorum præcipua discrimina, cum punctis hisce indivisibilibus conveniant, & quidem multo sane melius, quam in communi sententia de continua extensione materiæ. Quamobrem errabit contra rectæ ratiocinationis usum, qui ex præjudicio ab hujusce conciliationis, & alterius hujusce sensationum nostrarum causæ ignorance inducto, continuam extensionem ut proprietatem necessariam corporum omnino credat, & multo magis, qui censeat, materialis substantiæ ideam in ea ipsa continua extensione debere consistere.

161. Verum quo magis evidenter constet horum præjudiciorum origo, afferam hic dissertationis *De Materiæ Divisibilitate*,

Eorum correctio, ubi deprehenditur, rem alio etiam modo cum sensuum apparentia conciliari posse.

Ordo idearum, quas haurimus circa corpus:

primas habitas te,
esse per tactum.

te, & *Principiis Corporum*, numeros tres incipiendo a 14, ubi
sic: „ utcumque demus, quod ego omnino non censeo, aliquas
„ esse innatas ideas, & non per sensus acquisitas; illud procul
„ dubio arbitror omnino certum, ideam corporis, materiæ,
„ rei corporeæ, rei materialis, nos hausisse ex sensibus. Porro
„ ideæ primæ omnium, quas circa corpora acquisivimus
„ per sensus, fuerunt omnino eæ, quas in nobis tactus excita-
„ vit, & easdem omnium frequentissimas hausimus. Multa
„ profecto in ipso materno utero se tactui perpetuo offerebant,
„ antequam ullam fortasse saporum, aut odorum, aut sono-
„ rum, aut colorum ideam habere possemus per alios sensus,
„ quarum ipsarum, ubi eas primum habere cœpimus, multo
„ minor sub initium frequentia fuit. Ideæ autem, quas per
„ tactum habuimus, ortæ sunt ex phænomenis hujusmodi.
„ Experiebamur palpando, vel temere impingendo resistantiam
„ vel a nostris, vel a maternis membris ortam, quæ cum
„ nullam interruptionem per aliquod sensibile intervallum sen-
„ sui objiceret, obtulit nobis ideam impenetrabilitatis, & ex-
„ tensionis continuæ: cumque deinde cessaret in eadem dire-
„ ctione alicubi resistantia, & secundum aliam directionem ex-
„ erceretur; terminos ejusdem quantitatis concepimus, & fi-
„ guræ ideam hausimus.

Quæ fuerint
tum consideran-
da: infantia ad
eas reflexiones
inepta: in quo
ea sita sit.

162. „ Porro oriebantur hæc phænomena a corporibus e
„ materia jam efformatis, non a singulis materiæ particulis, e
„ quibus ipsa corpora componebantur. Considerandum dili-
„ genter erat, num extensio ejusmodi esset ipsius corporis,
„ non spatii cujusdam, per quod particule corpus efforman-
„ tes diffunderentur: num eæ particule ipsæ iisdem proprie-
„ tatibus essent præditæ: num resistantia exerceretur in ipso
„ contactu, an in minimis distantiiis sub sensus non cadenti-
„ bus vis aliqua impedimento esset, quæ id ageret, & resi-
„ stentia ante ipsum etiam contactum sentiretur: num ejus-
„ modi proprietates essent intrinsecæ ipsi materiæ, ex qua
„ corpora componuntur, & necessaria; an casu tantum ali-
„ quo haberentur, & ab extrinsecæ aliquo determinante. Hæc,
„ & alia sane multa considerare diligentius oportuisset: sed
„ erat id quidem tempus maxime caliginosum, & obscurum, ac
„ reflexionibus minus obviis minime aptum. Præter organo-
„ rum debilitatem, occupabat animum rerum novitas, phæ-
„ nomenorum paucitas, & nullus, aut certe satis tenuis usus
„ in phænomenis ipsis inter se comparandis, & ad certas clas-
„ ses revocandis, ex quibus in eorum leges, & causas li-
„ ceret inquirere, & systema quoddam efformare, quo de
„ rebus extra nos positis possemus ferre judicium. Nam in
„ hac ipsa phænomenorum inopia, in hac efformandi syste-
„ matis difficultate, in hoc exiguo reflexionum usu, magis
„ etiam, quam in organorum imbecillitate, arbitror, sitam
„ esse infantiam.

163. „ In hac tanta rerum caligine ea prima sese obtule-
 „ runt animo, quæ minus alta indagine, minus intentis refle-
 „ xionibus indigebant, eaque ipsa ideis toties repetitis altius
 „ impressa sunt, & tenacius adhæserunt, & quendam veluti
 „ campum nacta prorsus vacuum, & adhuc immunem, suo
 „ quodammodo jure quandam veluti possessionem inierunt.
 „ Intervalla, quæ sub sensum nequaquam cadebant, pro nul-
 „ lis habita: ea, quorum ideæ semper simul conjunctæ exci-
 „ tabantur, habita sunt pro iisdem, vel arctissimo, & necessa-
 „ rio nexu inter se conjunctis. Hinc illud effectum est, ut
 „ ideam extensionis continuæ, ideam impenetrabilitatis prohi-
 „ bentis ulteriorem motum in ipso tantum contactu corpo-
 „ ribus affineximus, & ad omnia, quæ ad corpus pertinent,
 „ ac ad materiam, ex qua ipsum constat, temere transtule-
 „ rimus: quæ ipsa cum primum insedissent animo, cum fre-
 „ quentissimis, immo perpetuis phænomenis, & experimen-
 „ tis confirmarentur; ita tenaciter sibi invicem adhæserunt,
 „ ita firmiter ideæ corporum immixta sunt, & cum ea
 „ copulata; ut ea ipsa pro primis corporibus, & omnium
 „ corporearum rerum, nimirum etiam materiæ corpora com-
 „ ponentis, ejusque partium proprietatibus maxime intrinsicis,
 „ & ad naturam, atque essentiam earundem pertinentibus,
 „ & tum habuerimus, & nunc etiam habeamus, nisi nos
 „ præjudiciis ejusmodi liberemus. Extensionem nimirum
 „ continuam, impenetrabilitatem ex contactu, compositio-
 „ nem ex partibus, & figuram, non solum naturæ corpo-
 „ rum, sed etiam corporeæ materiæ, & singulis ejusdem
 „ partibus, tribuimus tanquam proprietates essentielles: cæ-
 „ tera, quæ serius, & post aliquem reflectendi usum depre-
 „ hendimus, colorem, saporem, odorem, sonum, tanquam
 „ accidentales quasdam, & adventitias proprietates considera-
 „ vimus.

Præjudicia in-
 de orta exten-
 sionis continuæ
 ut essentialis,
 odorum &c., ut
 accidentalium.

164. Ita ego ibi, ubi Theoriam virium deinde refero, quam
 supra hic exposui, ac ad præcipuas corporum proprietates
 applico, quas ex illa deduco, quod hic præstabo in parte
 tertia. Ibi autem ea adduxeram ad probandam primam e se-
 quentibus propositionibus, quibus probatis & evincitur Theo-
 ria mea, & vindicatur: sunt autem hujusmodi: 1. Nullo
prorsus argumento evincitur materiam habere extensionem con-
tinuam, & non potius constare e punctis prorsus indivisibilibus
a se per aliquod intervallum distantibus; nec ulla ratio seclusis
præjudiciis suadet extensionem ipsam continuam potius, quam com-
positionem e punctis prorsus indivisibilibus, inextensis, & nul-
lum continuum extensum constituentibus. 2. Sunt argumenta,
& satis valida illa quidem, quæ hanc compositionem e punctis in-
divisibilibus evincant extensioni ipsi continuæ præferri oportere.

Binæ proposi-
 tiones disfer-
 tationis totam
 Theoriam con-
 tinentis.

165. At quodnam extensionis genus erit istud, quod e
 punctis inextensis, & spatio imaginario, sive puro nihilo

Quo pacto
 congeries pun-
 ctorum coale-

seant in massas
tenaces; transi-
tus ad partem
secundam.

constat? Quo pacto Geometria locum habere poterit, ubi nihil habetur reale continuo extensum? An non punctorum ejusmodi in vacuo innatantium congeries erit, ut quædam nebula unico oris flatu dissolubilis prorsus sine ulla consistenti figura, soliditate, resistantia? Hæc quidem pertinent ad illud extensionis, & cohesionis genus, de quo agam in tertia parte, in qua Theoriam applicabo ad Physicam, ubi istis ipsis difficultatibus faciam satis. Interea hic illud tantummodo inno in antecessum, me cohesionem desumere a limitibus illis, in quibus curva virium ita secant axem, ut a repulsione in minoribus distantis transitus fiat ad attractionem in majoribus. Si enim duo puncta sint in distantia alicujus limitis ejus generis, & vires, quæ immutatis distantis oriuntur, sint satis magnæ, curva secante axem ad angulum fere rectum, & longissime abeunte ab ipso; ejusmodi distantiam ea puncta tuebuntur vi maxima ita, ut etiam insensibiliter compressa resistant ulteriori compressioni, ac distracta resistant ulteriori distractioni; quo pacto si multa etiam puncta cohæreant inter se, tuebuntur utique positionem suam, & massam constituent formæ tenacissimam, ac eadem prorsus phænomena exhibentem, quæ exhiberent solidæ massulæ in communi sententia. Sed de hac re uberius, uti monui, in parte tertia: nunc autem ad secundam faciendus est gradus.



P A R S II.

Theoriæ applicatio ad Mechanicam.

166. **C**onsiderabo in hac secunda parte potissimum generales quasdam leges æquilibrii, & motus tam punctorum, quam massarum, quæ ad Mechanicam utique pertinent, & ad plurima ex iis, quæ in elementis Mechanicæ passim traduntur, ex unico principio, & adhibito constanti ubique agendi modo, demonstranda viam sternunt pronissimam. Sed prius præmittam nonnulla, quæ pertinent ad ipsam virium curvam, a qua utique motuum phænomena pendent omnia.

Ante applicationem ad Mechanicam consideratio curvæ.

167. In ea curva consideranda sunt potissimum tria, arcus curvæ, area comprehensa inter axem, & arcum, quam generat ordinata continuo fluxu, ac puncta illa, in quibus curva fecat axem.

Quid in ea considerandum.

168. Quod ad arcus pertinet, alii dici possunt repulsivi, & alii attractivi, prout nimirum jacent ad partes cruris asymptotici ED, vel ad contrarias, ac terminant ordinatas exhibentes vires repulsivas, vel attractivas. Primus arcus ED debet omnino esse asymptoticus ex parte repulsiva, & in infinitum productus: ultimus TV, si gravitas cum lege virium reciproca duplicata distantiarum protenditur in infinitum, debet itidem esse asymptoticus ex parte attractiva, & itidem natura sua in infinitum productus. Reliquos figura 1 exprimit omnes finitos. Verum curva Geometrica etiam ejus naturæ, quam exposuimus, posset habere alia itidem asymptotica crura, quot libuerit, ut si ordinata *mn* in H abeat in infinitum. Sunt nimirum curvæ continuæ, & uniformis naturæ, quæ asymptotos habent plurimas, & habere possunt etiam numero infinitas. (i)

Diversa arcuum genera: arcus asymptotici etiam numero infiniti.

Fig. 1.

169.

(i) Sit ex.gr. in fig. 12. cyclois continua CDEFGH &c, quam generet punctum peripheriæ circuli continuo revoluti supra rectam AB, quæ natura sua protenditur utrinque in infinitum, adeoque in infinitis punctis C, E, G, I &c occurrit basi AB. Si ubicunque ducatur quævis ordinata PQ, producaturque in R ita, ut sit PR tertia post PQ, & datam quamvis rectam; punctum R erit ad curvam continuam constantem totidem ramis MNO, VXY &c, quot erunt arcus Cycloïdales CDE, EFG &c, quorum ramorum singuli habebunt bina crura asymptotica, cum ordinata PQ in accessu ad omnia puncta, C, E, G &c decrescat ultra quoscunque limites, adeoque ordinata PR crescat ultra limites quoscunque. Erunt hic quidem omnes asymptoti CK, EL, GS &c paralleli inter se, & perpendiculares basi AB, quod in aliis curvis non est necessarium, cum etiam divergentes utcumque possint esse. Erunt autem & totidem numero, quot puncta illa C, E, G &c, nimirum infinita. Eodem autem pacto curvarum

Fig. 12.

Arcus inter-
medius.

169. Arcus intermedii, qui se contorquent circa axem, possunt etiam alicubi, ubi ad ipsum devenerint, retro redire, tangendo ipsum, atque id ex utralibet parte, & possent itidem ante ipsum contactum inflecti, & redire retro, mutando accessum in recessum, ut in fig. 1. videre est in arcu $PefqR$.

Arcus postre-
mus gravitatis
fortasse non a-
symptoticus.

170. Si gravitas generalis legem vis proportionalis inverse quadrato distantia, quam non accurate servat, sed quampro- xime, uti diximus in priore parte, retinet ad sensum non mu- tatum solum per totum planetarium, & cometarium systema, fieri utique poterit, ut curva virium non habeat illud postre- mum crus asymptoticum TV , habens pro asymptoto ipsam rectam AC , sed iterum secet axem, & se contorqueat circa ipsum. Tum vero inter alios casus innumeros, qui haberi pos- sent, unum censeo speciminis gratia hic non omittendum; in- credibile enim est, quam ferax casuum, quorum singuli sunt notatu dignissimi, unica etiam hujusmodi curva esse possit.

Series curva-
rum similibus,
cum serie Mun-
dorum magni.

171. Si in fig. 14. in axe CC sint segmenta AA' , $A'A''$ nu- mero quocunque, quorum posteriora fiat in immensura majo- ra respectu præcedentium, & per singula transeant asympto- ti AB ,

quarumlibet singuli occurrus cum axe in curvis per eas hac eadem lege geni- tis bina crura asymptotica generant, cruribus ipsis jacentibus, vel, ut hic, ad eandem axis partem, ubi curva genitrix ab eo regreditur retro post ap- pulsus, vel etiam ad partes oppositas, ubi curva genitrix ipsum secet, ac transiliat: cumque possit eadem curva altiorum generum secari in punctis plurimis a recta, vel contingi; poterunt utique haberi & rami asymptotici in curva eadem continua, quo libuerit dato numero.

Nam ex ipsa Geometrica continuitate, quam persecutus sum in disserta- tione De Lege Continuitatis, & in dissertatione De Transformatione Locorum Geometricorum adjecta Sectionibus Conicis, exhibui necessitatem generalem secundi illius cruris asymptotici redeuntis ex infinito. Quotiescunque enim curva aliqua saltem algebraica habet asymptoticum crus aliquod, debet ne- cessario habere & alterum ipsi respondens, & habens pro asymptoto eandem rectam: sed id habere potest vel ex eadem parte, vel ex opposita; & crus ipsum jacere potest vel ad easdem plagas partis utriuslibet cum priore cru- re, vel ad oppositas, adeoque cruris redeuntis ex infinito positiones qua- tuor esse possunt. Si in fig. 13 crus ED abeat in infinitum, existente asym- ptoto ACA , potest regredi ex parte A vel ut HI , quod crus jacet ad eandem plagam, vel ut KL , quod jacet ad oppositam: & ex parte A' , vel ut MN , ex eadem plaga, vel ut OP , ex opposita. In posteriore ex iis duabus dissertationibus profero exempla omnium ejusmodi regressuum; ac secundi, & quarti casus exempla exhibet etiam superior genesis, si cur- va generans contingat axem, vel secet, ulterius progressa respectu ipsius. Inde autem fit, ut crura asymptotica rectilineam habentia asymptotum esse non possint, nisi numero pari, ut & radices imaginariæ in equationibus algebraicis.

Verum hic in curva virium, in qua arcus semper debet progredi, ut singulis distantis, sive abscissis, singule vires, sive ordinate respondeant, casus primus, & tertius haberi non possunt. Nam ordinata RQ cruris DE occurreret alicubi in S, S' cruribus etiam HI , MN ; adeoque relinquuntur soli quartus, & secundus, quorum usus eris infra.

ti AB, A'B', A''B'' perpendiculares axi; possent inter binas quasque asymptotos esse curvæ ejus formæ, quam in fig. 1 habuimus, & quæ exhibetur hic in DEFI &c, D'E'F'I' &c, in quibus primum crus ED esset asymptoticum repulsivum, postremum SV attractivum, in singulis vero interval- lum EN, quo arcus curvæ contorquetur, sit perquam exiguum respectu intervalli circa S, ubi arcus diutissime perstet proximus hyperbolæ habenti ordinatas in ratione reciproca duplicata distantiarum, tum vero vel immediate abiret in arcum asymptoticum attractivum, vel iterum contorqueretur utcun- que usque ad ejusmodi asymptoticum attractivum arcum, ha- bente utroque asymptotico arcu aream infinitam; in eo casu collocato quocunque punctorum numero inter binas quasunque asymptotos, vel inter binaria quotlibet, & rite ordinato, pos- set exurgere quivis, ut ita dicam, Mundorum numerus, quo- rum singuli essent inter se simillimi, vel dissimillimi, prout arcus EF &c N, E'F' &c N' essent inter se similes, vel dis- similes, atque id ita, ut quivis ex iis nullum haberet commer- cium cum quovis alio; cum nimirum nullum punctum posset egredi ex spatio incluso iis binis arcubus, hinc repulsivo, & inde attractivo; & ut omnes Mundi minorum dimensionum simul sumpti vices agerent unius puncti respectu proxime ma- joris, qui constaret ex ejusmodi massulis respectu sui tanquam punctualibus, dimensione nimirum omni singulorum, respectu ipsius, & respectu distantiarum, ad quas in illo devenire pos- sint, fere nulla; unde & illud consequi posset, ut quivis ex ejusmodi tanquam Mundis nihil ad sensum perturbaretur a mo- tibus, & viribus Mundi illius majoris, sed dato quovis utcun- que magno tempore totus Mundus inferior vires sentiret a quo- vis puncto materiæ extra ipsum posito accedentes, quantum libuerit, ad æquales, & parallelas, quæ idcirco nihil turbarent respectivum ipsius statum internum.

tudine propor-
tionalium.

Fig. 14.

172. Sed ea jam pertinent ad applicationem ad Physicam, quæ quidem hic innui tantummodo, ut pateret, quam multa notatu dignissima considerari ibi possent, & quanta sit hujusce campi fecunditas, in quo combinationes possibiles, & possibi- les formæ sunt sane infinities infinitæ, quarum, quæ ab hu- mana mente perspicere utcunque possunt, ita sunt paucae respec- tu totius, ut haberi possint pro mero nihilo, quas tamen om- nes unico intuitu præsentis vidit, qui Mundum condidit, DEUS. Nos in iis, quæ consequentur, simpliciora tan- tummodo quædam plerumque consecrabimur, quæ nos ducant ad phænomena iis conformia, quæ in Natura nobis pervia intuemur, & interea progrediemur ad areas arcubus respon- dentes.

Omissis subli-
mioribus, pro-
gressus ad areas.

173. Aream curvæ propositæ cuicunque, utcunque exi- guo, axis segmento respondentem posse esse utcunque ma- gnâ, & aream respondentem cuicunque, utcunque magno, posse

Cuicunque
axis segmento
posse aream re-
spondere utcun-

que magnam
vel parvam
partis secundæ
demonstratio.

Fig. 15.

posse esse utcumque parvam, facile patet. Sit in fig. 15. MQ segmentum axis utcumque parvum, vel magnum; ac detur area utcumque magna, vel parva. Ea applicata ad MQ exhibebit quandam altitudinem MN ita, ut, ducta NR parallela MQ , sit $MNRQ$ æqualis areae datæ, adeoque assumpta QS dupla QR , area trianguli MSQ erit itidem æqualis areae datæ. Jam vero pro secundo casu satis patet, posse curvam transferre infra rectam NR , uti transit XZ , cujus area idcirco esset minor, quam area $MNRQ$; nam esset ejus pars. Quin immo licet ordinata QV sit utcumque magna; facile patet, posse arcum MaV ita accedere ad rectas MQ , QV ; ut area inclusa iis rectis, & ipsa curva, minuaturs infra quoscunque determinatos limites. Potest enim jacere totus arcus intra duo triangula QaM , QaV , quorum altitudines cum minui possint, quantum libuerit, stantibus basibus MQ , QV , potest utique area ultra quoscunque limites imminui. Possset autem ea area esse minor quacunque data; etiamsi QV esset asymptotus, qua de re paullo inferius.

Demonstratio
primæ.

174. Pro primo autem casu vel curva secet axem extra MQ , ut in T , vel in altero extremo, ut in M ; fieri poterit, ut ejus arcus TV , vel MV transeat per aliquod punctum V jacens ultra S , vel etiam per ipsum S ita, ut curvatura illum ferat, quemadmodum figura exhibet, extra triangulum MSQ , quo casu patet, aream curvæ respondentem intervallo MQ fore majorem, quam sit area trianguli MSQ , adeoque quam sit area data; erit enim ejus trianguli area pars areae pertinentis ad curvam. Quod si curva etiam secaret alicubi axem, ut in H inter M , & Q , tum vero fieri possset, ut area respondens alteri e segmentis MH , QH esset major, quam area data simul, & area alia assumpta, qua area assumpta esset minor area respondens segmento alteri, adeoque excessus prioris supra posteriorem remaneret major, quam area data.

Aream asymp-
toticam posse
esse infinitam,
vel finitam ma-
gnitudinis cu-
juscunque.

Fig. 1.

175. Area asymptotica clausa inter asymptotum, & ordinatam quamvis, ut in fig. 1 $BAag$, potest esse vel infinita, vel finita magnitudinis cujusvis ingentis, vel exiguæ. Id quidem etiam geometrice demonstrari potest, sed multo facilius demonstratur calculo integrali admodum elementari; & in Geometriæ sublimioris elementis habentur theoremata, ex quibus id admodum facile deducitur (1). Generaliter nimirum

$$(1) \text{ Sit } Aa \text{ in Fig. 1} = x, ag = y; \text{ ac sit } x^m y^n = 1; \text{ erit } y = x^{-\frac{m}{n}},$$

$$\text{ & } dx \text{ elementum areae} = x^{-\frac{m}{n}} dx, \text{ cujus integrale } \frac{n}{n-m} x^{\frac{n-m}{n}} = \frac{n}{n-m} x^{-\frac{m}{n}} = A,$$

rum area ejusmodi est infinita; si ordinata crescit in ratione reciproca abscissarum simplici, aut majore: & est finita; si, crescit in ratione multiplicata minus, quam per unitatem.

176. Hoc, quod de areis dictum est, necessarium fuit ad applicationem ad Mechanicam, ut nimirum habeatur scala quædam velocitatum, quæ in accessu puncti cujusvis ad aliud punctum, vel recessu generantur, vel eliduntur; prout ejus motus conspiraret cum directione vis, vel sit ipsi contrarius. Nam, quod innuimus & supra in adnot. (f) ad num. 118., ubi vires exprimuntur per ordinatas, & spatia per abscissas, area, quam textit ordinata, exprimit incrementum, vel decrementum quadrati velocitatis, quod itidem ope Geometriæ demonstratur facile, & demonstravi tam in dissertatione *De Viribus Vivis*, quam in *Stayanis Supplementis*; sed multo facilius res conficitur ope calculi integralis. (m)

Areas exprimere incrementa, vel decrementa quadrati velocitatis.

177. Duo tamen hic tantummodo notanda sunt; primo quidem illud: si duo puncta ad se invicem accedant, vel a se invicem recedant in ea recta, quæ ipsa conjungit, segmenta illius

L axis,

Atque id ipsum, licet segmenta axis sint dimidia spatii

addita constanti A, siue ob $x^{-\frac{m}{n}} = y$, habebitur $\frac{n}{n-m} xy + A$. Quo-

nam incipit area in A, in origine abscissarum; si $n - m$ fuerit numerus positivus, adeoque n major, quam m ; area erit finita, ac valor $A = 0$; area vero erit ad rectangulum $Aaxg$, ut n ad $n - m$, quod rectangulum, cum ag possit esse magna, & parva, ut libuerit, potest esse magnitudinis cujusvis. Is valor fit infinitus, si factio $m = n$, divisor evadat $= 0$; adeoque multo magis fit infinitus valor areæ, si m sit major, quam n . Unde constat, aream fore infinitam, quotiescunque ordinata crescit in ratione reciproca simplici, & majore; secus fore finitam.

(m) Sit u vis, c celeritas, t tempus, s spatium: erit $ude = dc$, cum celeritatis incrementum sit proportionale vi, & tempusculo; ac erit $c dt = ds$, cum spatiolum confectum respondeat velocitati, & tempusculo. Hinc eritur $dt = \frac{dc}{u}$, & pariter $ds = \frac{ds}{c}$, adeoque $\frac{dc}{u} = \frac{ds}{c}$, & $c dc = u ds$.

Porro $2c dc$ est incrementum quadrati velocitatis cc , & uds in hypothesi, quod ordinata sit u , & spatium s sit abscissa, est areola respondens spatiolo ds confecto. Igitur incrementam quadrati velocitatis conspirante vi, adeoque decrementum vi contraria, respondet areæ respondententi spatiolo percurso quovis infinitesimo tempusculo; & proinde tempore etiam quovis finito incrementum, vel decrementum quadrati velocitatis respondet areæ pertinenti ad partem axis referentem spatium percursum.

Hinc autem illud sponte consequitur: si per aliquod spatium vires in singulis punctis eadem permaneant, mobile autem adveniat cum velocitate quavis ad ejus initium; differentiam quadrati velocitatis finalis a quadrato velocitatis initialis fore semper eandem, que idcirco erit tota velocitas finalis in casu, in quo mobile initio illius spatii haberet velocitatem nullam. Quare, quod nobis erit inferius usui, quadratum velocitatis finalis, conspirante vi cum directione motus, æquabitur binis quadratis binarum velocitatum, ejus, quam habuit initio, & ejus, quam acquisivisset in fine, si initio ingressum fuisset sine ulla velocitate.

rum percurso-
rum a singulis
punctis.

Si areæ sint
partim attracti-
væ, partim re-
pulsivæ, assu-
mendam esse
differentiam ea-
rundem.

Appulsus ad
axem curvæ se-
cantis, vel tan-
gentis: sectio-
num, seu limi-
tum duo gene-
ra.

Fig. I.

In quo conve-
niant inter se, in
quo differant:
limites echa-
sionis, & non
cohesionis.

axis, qui exprimit distantias, non expriment spatium confectum; nam moveri debet punctum utrumque: adhuc tamen illa segmenta erunt proportionalia ipsi spatio confecto, eorum nimirum dimidio; quod quidem satis est ad hoc, ut illæ areæ adhuc sint proportionales incrementis, vel decrementis quadrati velocitatum, adeoque ipsa expriment.

178. Secundo loco notandum illud, ubi areæ respondentes dato cuiusvis spatio sint partim attractivæ, partim repulsivæ, earum differentiam, quæ oritur subtrahendo summam omnium repulsivarum a summa attractivarum, vel vice versa, exhibituram incrementum illud, vel decrementum quadrati velocitatis; prout directio motus respectivi conspiraret cum vi, vel oppositam habeat directionem. Quamobrem si interea, dum per aliquod majus intervallum a se invicem recesserunt puncta, habuerint vires directionis utriusque; ut innotescat, an celeritas creverit, an decreverit, & quantum; erit investigandum, an areæ omnes attractivæ simul, omnes repulsivas simul superent, an deficient, & quantum; inde enim, & a velocitate, quæ habebatur initio, erui poterit, quod quaeritur.

179. Hæc quidem de arcibus, & areis, nunc aliquanto diligentius considerabimus illa axis puncta, ad quæ curva appellit. Ea puncta vel sunt ejusmodi, ut in iis curva axem secet, cujusmodi in fig. 1 sunt E, G, I &c, vel ejusmodi, ut in iis ipsa curva axem contingat tantummodo. Primi generis puncta sunt ea, in quibus fit transitus a repulsionibus ad attractiones, vel vice versa, & hæc ego appello limites, quod nimirum sint limites inter eas oppositarum directionum vires. Sunt autem hi limites duplicis generis: in aliis, aucta distantia, transitur a repulsione ad attractionem: in aliis contra ab attractione ad repulsionem. Prioris generis sunt E, I, N, R; posterioris G, L, P: & quoniam, posteaquam ex parte repulsiva in una sectione curva transit ad partem attractivam; in proxime sequenti sectione debet necessario ex parte attractiva transire ad repulsivam, ac vice versa; patet, limites fore alternatim prioris illius, & hujus posterioris generis.

180. Porro limites prioris generis, a limitibus posterioris ingens habent inter se discrimen. Habent illi quidem hoc commune, ut duo puncta collocata in distantia unius limitis cujusvisque nullam habeant mutuam vim, adeoque si respective quiescebant, pergant itidem respective quiescere. At si ab illa respectiva quiete dimoveantur; tum vero in limite primi generis ulteriori dimotioni resistent, & conabuntur priorem distantiam recuperare, ac sibi relicta ad illam ibunt; in limite vero secundi generis, utcunque parum dimota, sponte magis fugient, ac a priore distantia statim recedent adhuc magis. Nam si distantia minuatur; habebunt in limite prioris generis vim repulsivam, quæ obstabit ulteriori accessui, & urgebit puncta ad mutuum recessum, quem sibi relicta acquirant, adeo-

adeoque tendent ad illam priorem distantiam : at in limite secundi generis habebunt attractionem , qua adhuc magis ad se accedent , adeoque ab illa priore distantia , quæ erat major , adhuc magis sponte fugient . Pariter si distantia augeatur , in primo limitum genere a vi attractiva , quæ habetur statim in distantia majore ; habebitur resistentia ad ulteriorem recessum , & conatus ad minuendam distantiam , ad quam recuperandam sibi relicta tendent per accessum ; at in limitibus secundi generis orietur repulsio , qua sponte se magis adhuc fugient , adeoque a minore illa priore distantia sponte magis recedent . Hinc illos prioris generis limites , qui mutæ positionis tenaces sunt , ego quidem appellavi *limites cohesionis* , & secundi generis limites appellavi *limites non cohesionis* .

181. Illa puncta , in quibus curva axem tangit , sunt quidem terminus quidam virium , quæ ex utraque parte , dum ad ea acceditur , decrefcunt ultra quoscunque limites , ac demum ibidem evanescunt ; sed in iis non transitur ab una virium directione ad aliam . Si contactus fiat ab arcu repulsivo ; repulsiones evanescunt , sed post contactum remanent itidem repulsiones ; ac si fiat ab arcu attractivo , attractionibus evanescentibus attractiones iterum immediate succedunt . Duo puncta collocata in ejusmodi distantia respective quiescunt ; sed in primo casu resistunt soli compressioni , non etiam distractioni , & in secundo resistunt huic soli , non illi .

Duo genera contactuum .

182. Limites cohesionis possunt esse validissimi , & languidissimi . Si curva ibi quasi ad perpendicularum secat axem , & ab eo longissime recedit ; sunt validissimi : si autem ipsa secet in angulo perquam exiguo , & parum ab ipso recedat ; erunt languidissimi . Primum genus limitum cohesionis exhibet in fig. 1 arcus tNy , secundum cNx . In illo assumptis in axe Nz , Nu utcunque exiguis , possunt vires zt , uy , & areæ Nzt , Nuy esse utcunque magnæ , adeoque , mutatis utcunque parum distantis , possunt haberi vires ab ordinatis expressæ utcunque magnæ , quæ vi comprimenti , vel distrahenti , quantum libuerit , valide resistent , vel areæ utcunque magnæ , quæ velocitates quantumlibet magnas respectivas elidant , adeoque sensibilis mutatio positionis mutæ impediri potest contra utcunque magnam vel vim prementem , vel celeritatem ab aliorum punctorum actionibus impressam . In hoc secundo genere limitum cohesionis , assumptis etiam majoribus segmentis Nz , Nu , possunt & vires zc , ux , & areæ Nzc , Nux , esse quantum libuerit exiguæ , & idcirco exigua itidem , quantum libuerit , resistentia , quæ mutationem vetet .

Limites cohesionis validi , vel languidi pro forma curva prope sectionem .

183. Possunt autem hi limites esse quocunque , utcunque magno numero ; cum demonstratum sit , posse curvam in quocunque , & quibuscunque punctis axem secare . Possunt idcirco etiam esse utcunque inter se proximi , vel remoti , ut

Possent limites esse quocunque numero , utcunque proximos , vel remotos invicem ,

& respectu ori-
ginis abscissa-
rum, positos
orline quocun-
que.

alicubi intervallum inter duos proximos limites sit etiam in quacunque ratione majus, quam sit distantia præcedentis ab origine abscissarum A, alibi in intervallo vel exiguo, vel ingenti sint quamplurimi inter se ita proximi, ut a se invicem distent minus, quam pro quovis assumpto, aut dato intervallo. Id evidenter fluit ex eo ipso, quod possint sectiones curvæ cum axe haberi quocunque, & ubicunque. Sed ex eo, quod arcus curvæ ubicunque possint habere positiones quascunque, cum ad datas curvas accedere possint, quantum libuerit, sequitur, quod limites ipsi cohæſionis possint alii aliis esse utcunque validiores, vel languidiores, atque id quocunque ordine, vel sine ordine ullo; ut nimirum etiam sint in minoribus distantiiis alicubi limites validissimi, tum in majoribus languidiores, deinde itidem in majoribus multo validiores, & ita porro; cum nimirum nullus sit nexus necessarius inter distantiam limitis ab origine abscissarum, & ejus validitatem pendentem ab inclinatione, & recessu arcus secantis respectu axis, quod probe notandum est, futurum nimirum usui ad ostendendum, tenacitatem, sive cohæſionem, a densitate non pendere.

Quæ positio re-
ctæ tangentis
curvam in li-
mite rarissima,
quæ frequentif-
sima. Arcus
exigui hinc &
inde æquales,
& similes.

184. In utroque limitum genere fieri potest, ut curva in ipso occurſu cum axe pro tangente habeat axem ipsum, ut habeat ordinatam, ut aliam rectam aliquam inclinatam. In primo casu maxime ad axem accedit, & initio saltem languidissimus est limes; in secundo maxime recedit, & initio saltem est validissimus; sed hi casus debent esse rarissimi, si uspiam sunt: nam cum ibi debeat & axem secare curva, & progredi, adeoque secari in puncto eodem ab ordinata producta, debet habere flexum contrarium, sive mutare directionem flexus, quod utique fit, ubi curva & rectam tangit simul, & secat. Rarissimos tamen debere esse ibi hos flexus, vel potius nullos, constat ex eo, quod flexus contrarii puncta in quovis finito arcu datæ curvæ cujusvis numero finito esse debent, ut in Theoria curvarum demonstrari potest, & alia puncta sunt infinita numero, adeoque illa cadere in intersectiones est infinities improbabilius. Possunt tamen sæpe cadere prope limites: nam in singulis contorsionibus curvæ saltem singuli flexus contrarii esse debent. Porro quæcumque directionem habuerit tangens, si accipiatur exiguus arcus hinc, & inde a limite, vel maxime accedet ad rectam, vel habebit curvaturam ad sensum æqualem, & ad sensum æquali lege progredientem utrinque, adeoque vires in æquali distantia exigua a limite erunt ad sensum hinc, & inde æquales; sed distantiiis auctis poterunt & diu æqualitatem retinere, & cito etiam ab ea recedere.

Transitus per
infinitum cru-

185. Hi quidem sunt limites per intersectionem curvæ cum axe, viribus evanescentibus in ipso limite. At possunt esse

esse alii limites, ac transitus ab una directione virium ad aliam non per evanescentiam, sed per vires auctas in infinitum, nimirum per asymptoticos curvæ arcus. Diximus supra num. 168. adnot. (i), quando crus asymptoticum abit in infinitum, debere ex infinito regredi crus aliud habens pro asymptoto eandem rectam, & posse regredi cum quatuor diversis positionibus pendentibus a binis partibus ipsius rectæ, & binis plagis pro singulis rectæ partibus; sed cum nostra curva debeat semper progredi, diximus, relinqui pro ea binas ex ejusmodi quatuor positionibus pro quovis crure abeunte in infinitum, in quibus nimirum regressus fiat ex plaga opposita. Quoniam vero, progrediente curva, abire potest in infinitum tam crus repulsivum, quam crus attractivum; jam iterum fiunt casus quatuor possibiles, quos exprimunt figuræ 16, 17, 18, & 19, in quibus omnibus est axis ACB, asymptotus DCD', crus recedens in infinitum EKF, regrediens ex infinito GMH.

Fig. 16,
17, 18, 19,

186. In fig. 16. cruri repulsivo EKF succedit itidem repulsivum GMH; in fig. 17 repulsivo attractivum; in 18. attractivo attractivum; in 19 attractivo repulsivum. Primus & tertius casus respondent contactibus. Ut enim in illis evanescebat vis; sed directionem non mutabit; ita & hic abit quidem in infinitum, sed directionem non mutat. Repulsioni IK in fig. 16 succedit repulsio LM; & attractioni in fig. 18 attractio. Quare ii casus non habent limites quosdam. Secundus, & quartus habent utique limites; nam in fig. 17. repulsioni IK succedit attractio LM; & in Fig. 19 attractioni repulsio; atque idcirco secundus casus continet limitem *cohesionis*, quartus limitem *non cohesionis*.

Quatuor enim genera: bini respondent contactibus, bini limitibus, alter *cohesionis*, alter *non cohesionis*.

187. Ex istis casibus a nostra curva censeo removendos esse omnes præter solum quartum; & in hoc ipso removenda omnia crura, in quibus ordinata crescit in ratione minus, quam simplici reciproca distantiarum a limite. Ratio excludendi est, ne haberi aliquando vis infinita possit, quam & per se se absurdam censeo, & idcirco præterea, quod infinita vis natura sua velocitatem infinitam requirit a se generandam finito tempore. Nam in primo, & secundo casu punctum collocatum in ea distantia ab alio puncto, quam habet I, ab origine abscissarum, abiret ad C per omnes gradus virium auctarum in infinitum, & in C deberet habere vim infinitam; in tertio vero idem accideret puncto collocato in distantia, quam habet L. At in quarto casu accessum ad C prohibet ex parte I attractio IK, & ex parte L repulsio LM. Sed quoniam, si eæ crescant in ratione reciproca minus, quam simplici distantiarum CI, CL; area FKICD, vel GMLCD erit finita, adeoque punctum impulsus versus C velocitate majore, quam quæ respondeat illi areæ, deberet transire per omnes virium magnitudines usque ad vim absolute infinitam in C, quæ ibi præ-

Nullum in Natura a mittendum præter postremum, nec vero eum ipsum utcumque.

præterea & attractiva esse deberet, & repulsiva, limes videlicet omnium & attractivarum, & repulsivarum; idcirco ne hic quidem casus admitti debet, nisi cum hac conditione, ut ordinata crescat in ratione reciproca simplici distantiarum a C, vel etiam majore, ut nimirum area infinita evadat, & accessum a puncto C prohibeat.

Transitus per
-eum litem
impossibilis; in
quibus distanti-
is constat, eum
non haberi.

188. Quando habeatur hic quartus casus in nostra curva cum ea conditione; tum quidem nullum punctum collocatum ex altera parte puncti C poterit ad alteram transilire, quacunque velocitate ad accessum impellatur versus alterum punctum, vel ad recessum ab ipso, impediendo transitum area repulsiva infinita, vel infinita attractiva. Inde vero facile colligitur, eum casum non haberi saltem in ea distantia, quæ a diametris minimarum particularum conspicuarum per microscopia ad maxima protenditur fixarum intervalla nobis conspicuarum per telescopia: lux enim liberrime permeat intervallum id omne. Quamobrem si ejusmodi limites asymptotici sunt uspiam, debent esse extra nostræ sensibilitatis spheram, vel ultra omnes telescopicas fixas, vel citra microscopicas moleculas.

Transitus ad
puncta mate-
riæ, & massas.

189. Expositis hisce, quæ ad curvam virium pertinebant, aggrediar simpliciora quædam, quæ maxime notatu digna sunt, ac pertinent ad combinationem punctorum primo quidem duorum, tum trium, ac deinde plurium in massas etiam coalescentium, ubi & vires mutuas, & motus quosdam, & vires, quas in alia exercent puncta, considerabimus.

Quies in li-
mitibus: mo-
tus puncti po-
sti extra ipsos.

190. Duo puncta posita in distantia æquali distantie limitis cujuscunque ab initio abscissarum, ut in fig. 1. AE, AG, AI &c, (immo etiam si curva alicubi axem tangat, æquali distantie contactus ab eodem), ac ibi posita sine ulla velocitate, quiescent, ut patet, quia nullam habebunt ibi vim mutuam: posita vero extra ejusmodi limites, incipient statim ad se invicem accedere, vel a se invicem recedere per intervalla æqualia, prout fuerint sub arcu attractivo, vel repulsivo. Quoniam autem vis manebit semper usque ad proximum litem directionis ejusdem; pergent progredi in ea recta, quæ ipsa urgebat prius, usque ad distantiam limitis proximi, motu semper accelerato, juxta legem expositam num. 176, ut nimirum quadrata velocitatum integrarum, quæ acquisitæ jam sunt usque ad quodvis momentum (nam velocitas initio ponitur nulla) respondeant areis clausis inter ordinatam respondentem puncto axis terminanti abscissam, quæ exprimebat distantiam initio motus, & ordinatam respondentem puncto axis terminanti abscissam, quæ exprimit distantiam pro eo sequenti momento. Atque id quidem, licet interea occurrat contactus aliquis; quamvis enim in eo vis sit nulla, tamen superata distantia per velocitatem jam acquisitam, statim habentur iterum vires

vires ejusdem directionis, quæ habebatur prius, adeoque perget acceleratio prioris motus.

191. Proximus limes erit ejus generis, cujus generis diximus limites cohesionis, in quo nimirum si distantia per repulsionem augebatur, succedet attractio; si vero minuebatur per attractionem, succedet e contrario repulsio, adeoque in utroque casu limes erit ejusmodi, ut in distantis minoribus repulsionem, in majoribus attractionem secum ferat. In eolimite in utroque casu recessus mutui, vel accessus ex præcedentibus viribus, incipiet velocitas motus minui vi contraria priori, sed motus in eadem directione perget; donec sub sequenti arcu obtineatur area curvæ æqualis illi, quam habebat prior arcus ab initio motus usque ad limitem ipsum. Si ejusmodi æqualitas obtineatur alicubi sub arcu sequente; ibi, extincta omni præcedenti velocitate, utrumque punctum retro reflectet cursum; & si prius accedebant, incipient a se invicem recedere; si recedebant, incipient accedere, atque id recuperando per eosdem gradus velocitates, quas amiserant, usque ad limitem, quem fuerant prætergressa; tum amittendo, quas acquisiverant usque ad distantiam, quam habuerant initio; viribus nimirum iisdem occurrentibus in ingressu, & areolis curvæ iisdem per singula tempuscula exhibentibus quadratorum velocitatis incrementa, vel decrementa eadem, quæ fuerant antea decrementa, vel incrementa. Ibi autem iterum retro cursum reflectent, & oscillabunt circa illum cohesionis limitem, quem fuerant prætergressa, quod facient hinc, & inde perpetuo, nisi aliorum externorum punctorum viribus perturbentur, habentia velocitatem maximam in plagam utramlibet in distantia ipsius illius limitis cohesionis.

Motus post
proximum li-
mitem supera-
tum, & oscil-
latio.

192. Quod si ubi primum transgressa sunt proximum limitem cohesionis, offendant arcum ita minus validum præcedente, qui arcus nimirum ita minorem concludat aream, quam præcedens, ut tota ejus area sit æqualis, vel etiam minor, quam illa præcedentis arcus area, quæ habetur ab ordinata respondente distantia habitæ initio motus, usque ad limitem ipsum; tum vero devenient ad distantiam alterius limitis proximi priori, qui idcirco erit limes non cohesionis. Atque ibi quidem in casu æqualitatis illarum arearum consistent, velocitatibus prioribus prorsus elisis, & nulla vi gignente novas. At in casu, quo tota illa area sequentis arcus fuerit minor, quam illa pars areæ præcedentis, appellent ad distantiam ejus limitis motu quidem retardato, sed cum aliqua velocitate residua, quam distantiam idcirco prætergressa, & nata vires directionis mutatae jam conspirantes cum directione sui motus, non, ut ante, oppositas, accelerabunt motum usque ad distantiam limitis proxime sequentis, quam prætergressa procedent, sed motu retardato, ut in priore; & si area sequentis arcus non sit par extinguendæ ante suum finem toti

Casus oscilla-
tionis majoris
trans plures li-
mites.

velo-

velocitati, quæ fuerat residua in appulsu ad distantiam limitis præcedentis non cohæſionis, & quæ acquisita est in arcu sequenti usque ad limitem cohæſionis proximum; tum puncta appellent ad distantiam limitis non cohæſionis sequentis, ac vel ibi sistent, vel progredientur itidem, eritque semper reciprocatio quædam motus perpetuo accelerati, tum retardati; donec deveniatur ad arcum ita validum, nimirum qui concludat ejusmodi aream, ut tota velocitas acquisita extinguatur: quod si accidat alicubi, & non accidat in distantia alicujus limitis; cursum reflectent retro ipsa puncta, & oscillabunt perpetuo.

Velocitatis mutationes alternæ: ubi ea habeat maximum, & minimum, ubi extingui possit.

193. Porro in hujusmodi motu patet illud, dum itur a distantia limitis cohæſionis ad distantiam limitis non cohæſionis, velocitatem semper debere augeri; tum post transitum per ipsam debere minui, usque ad appulsu ad distantiam limitis non cohæſionis, adeoque habebitur semper in ipsa velocitate aliquod *maximum* in appulsu ad distantiam limitis cohæſionis, & *minimum* in appulsu ad distantiam limitis non cohæſionis. Quamobrem poterit quidem sisti motus in distantia limitis hujus secundi generis; si sola existant illa duo puncta, nec ullum externum punctum turbet illorum motum: sed non poterit sisti in distantia limitis illius primi generis; cum ad ejusmodi distantias deveniatur semper motu accelerato. Præterea patet & illud, si ex quocunque loco impellantur velocitatibus æqualibus vel alterum versus alterum, vel ad partes oppositas, debere haberi reciprocationes easdem auctis semper æque velocitatibus utriusque, dum itur versus distantiam limitis primi generis, & imminutis, dum itur versus distantiam limitis secundi generis.

Circa quos limites oscillatio major esse debeat, & unde pendeat ejus magnitudo.

194. Patet & illud, si a distantia limitis primi generis dimoveantur vi aliqua, vel non ita ingenti velocitate impressa, oscillationem fore perquam exiguam, saltem si quidam validus fuerit limes; nam velocitas incipiet statim minui, & ei vi statim vis contraria inveniatur, ac puncta parum dimota a loco suo, tum sibi relicta statim retro cursum reflectent. At si dimoveantur a distantia limitis secundi generis vi utcunque exigua; oscillatio erit multo major, quia necessario debebunt progredi ultra distantiam sequentis limitis primi generis, post quem motus primo retardari incipiet. Quin immo si arcus proximus hinc, & inde ab ejusmodi limite secundi generis concluderit aream ingentem, ac majorem pluribus sequentibus contrariæ directionis, vel majorem excessu eorundem supra areas interjacentes directionis suæ; tum vero oscillatio poterit esse ingens: nam fieri poterit, ut transcurrantur hinc, & inde limites plurimi, antequam deveniatur ad arcum ita validum, ut velocitatem omnem elidat, & motum retro reflectat. Ingens itidem oscillatio esse poterit, si cum ingenti vi dimoveantur puncta a distantia limitum generis utriuslibet; ac res tota pendet a velocitate initiali, & ab areis, quæ post oc-

currunt , & quadratum velocitatis vel augent , vel minuunt quantitate sibi proportionali .

195. Utcunque magna sit velocitas , qua dimoveantur a distantia limitum illa duo puncta , utcunque validos inveniant arcus conspirantes cum velocitatis directione , si ad se invicem accedunt , debent utique alicubi motum retro reflectere , vel saltem sistere , quia saltem ad distantias illas minimas , quæ respondent arcui asymptotico , cujus area est capax extinguendæ cujuscunque velocitatis utcunque magnæ . At si recedant a se invicem , fieri potest , ut deveniant ad arcum aliquem repulsivum validissimum , cujus area sit major , quam omnis excessus sequentium arearum attractivarum supra repulsivas , usque ad languidissimum illum arcum postremi cruris gravitatem exhibentis . Tum vero motus acquisitus ab illo arcu nunquam poterit a sequentibus sisti , & puncta illa recedent a se invicem in immensum ; quin immo si ille arcus repulsivus cum sequentibus repulsivis ingentem habeat areæ excessum supra arcus sequentes attractivos ; cum ingenti velocitate pergent puncta in immensum recedere a se invicem ; & licet ad initium ejus tam validi arcus repulsivi deveniant puncta cum velocitatibus non parum divertis ; tamen velocitates recessuum post novum ingens illud augmentum erunt parum admodum discrepantes a se invicem : nam si ingentis radicis quadrato addatur quadratum radicis multo minoris , quamvis non exiguæ ; radix extracta ex summa parum admodum differet a radice priorre .

Accessum debere sisti saltem a primo arcu repulsivo , recessum posse haberi in infinitum ; casus notabilis exiguæ differentie velocitatis ingentis .

196. Id quidem ex Euclidea etiam Geometria manifestum fit . Sit in fig. 20 AB linea longior , cui addatur ad perpendiculum BC , multo minor , quam sit ipsa ; tum centro A , intervallo AC , fiat semicirculus occurrens AB hinc , & inde in E , D . Quadrato AB addendo quadratum BC habetur quadratum AC , sive AD ; & tamen hæc excedit præcedentem radicem AB per solam BD , quæ semper est minor , quam BC , & est ad ipsam , ut est ipsa ad totam BE . Exprimat AB velocitatem , quam in punctis quiescentibus gigneret arcus ille repulsivus per suam aream , una cum differentia omnium sequentium arcuum repulsivorum supra omnes sequentes attractivos : exprimat autem BC velocitatem , cum qua advenitur ad distantiam respondentem initio ejus arcus : exprimet AC velocitatem , quæ habebitur , ubi jam distantia evasit major , & vis insensibilis , ac ejus excessus supra priorem AB erit BD , exiguus sane etiam respectu BC , si BC fuerit exigua respectu AB , adeoque multo magis respectu EB ; & ob eandem rationem perquam exigua area sequentis cruris attractivi ingentem illam jam acquisitam velocitatem nihil ad sensum mutabit , quæ permanebit ad sensum eadem post recessum in immensum .

Demonstratio admodum simplex .

Fig. 20.

197. Hæc accident binis punctis sibi relictis , vel impulsis

M

in

Quid accidat

binis punctis, cum sunt sola, quid possit accidere actionibus aliorum externis.

in recta, qua junguntur, cum oppositis velocitatibus æqualibus, quo casu etiam facile demonstratur, punctum, quod illorum distantiam bifariam secat, debere quiescere; nunquam in hisce casibus poterit motus extinguere in adventu ad distantiam limitis cohesionis, & multo minus poterunt ea bina puncta consistere extra distantiam limitis cuiuspiam, ubi adhuc habeatur vis aliqua vel attractiva, vel repulsiva. Verum si alia externa puncta agant in illa, poterit res multo aliter se habere. Ubi ex. gr. a se recedunt, & velocitates recessus augeri deberent in accessu ad distantiam limitis cohesionis; potest externa compressio illam velocitatem minuere, & extinguere in ipso appulsu ad ejusmodi distantiam. Potest externa compressio cogere illa puncta manere immota etiam in ea distantia, in qua se validissime repellunt, uti duæ cuspides elastri manu compressæ detinentur in ea distantia, a qua sibi reliquæ statim recederent; & simile quid accidere potest vi attractivæ per vires externas distrahentes.

Si limites sint a se invicem remoti, mutata multum distantia rediri retro: secus, si sint proximi.

198. Tum vero diligenter notandum discrimen inter casus varios, quos inducit varia arcuum curvæ natura. Si puncta sint in distantia alicujus limitis cohesionis, circa quem sint arcus amplissimi, ita, ut proximi limites plurimum inde distent, & multo magis etiam, quam sit tota distantia proximi ceterioris limitis ab origine abscissarum; tum poterunt externa vi comprimente, vel distrahente redigi ad distantiam multis vicibus minorem, vel majorem priore ita, ut semper adhuc conentur se restituere ad priorem positionem recedendo, vel accedendo, quod nimirum semper adhuc sub arcu repulsivo permaneant, vel attractivo. At si ibi frequentissimi sint limites, curva sæpissime secante axem; tum quidem post compressionem, vel distractionem ab externa vi factam, poterunt sibi in multo minore, vel majore distantia, & adhuc esse in distantia alterius limitis cohesionis sine ullo conatu ad recuperandum priorem locum.

Superiorum usus in Physica.

199. Hæc omnia aliquanto fusius considerare libuit, quia in applicatione ad Physicam magno usui erunt infra hæc ipsa, & multo magis hisce similia, quæ massis respondent habentibus utique multo uberiores casus, quam bina tantummodo habeant puncta. Ulla ingens agitatio cum oscillationibus variis, & motibus jam acceleratis, jam retardatis, jam retro reflexis, fermentationes, & conflagrationes exhibebit: ille egressus ex ingenti arcu repulsivo cum velocitatibus ingentibus, quæ ubi jam ad ingentes deventum est distantias, parum admodum a se invicem differant, nec ad sensum mutantur quidquam per immensa intervalla, luminis emissionem, & propagationem uniformem, ac ferme eandem celeritatem in quovis ejusdem speciei radio fixarum, Solis, flammæ, cum exiguo discrimine inter diversos coloratos radios; illa vis permanens post compressionem ingentem, vel distractionem, elasticitati explicandæ infer-

serviet; quies ob frequentiam limitum, sine conatu ad priorem recuperandam figuram, mollium corporum ideam suggeret; quæ quidem hic innuo in antecessum, ut magis hæreant animo, prospicienti jam hinc insignes eorum usus.

200. Quod si illa duo puncta projiciantur oblique motibus contrariis, & æqualibus per directiones, quæ cum recta jungente ipsa illa duo puncta angulos æquales efficiant; tum vero punctum, in quo recta illa conjungens secatur bifariam, manebit immotum; ipsa autem duo puncta circa id punctum gy-rabunt in curvis lineis æqualibus, & contrariis, quæ data lege virium per distantias ab ipso puncto illo immoto (uti daretur, data nostra curva virium figuræ 1, cujus nimirum abscissæ exprimunt distantias punctorum a se invicem, adeoque eorum dimidiæ distantias a puncto illo medio immoto) invenitur solutione problematis a Newtono jam olim soluti, quod vocant *inversum problema virium centralium*, cujus problematis generalem solutionem & ego exhibui syntheticam eodem cum Newtoniana recidentem, sed non nihil expolitam, in Stayanis Supplementis ad lib. 3. §. 19.

Motus bisorum punctorum oblique projectorum.

201. Hic illud notabo tantummodo, inter infinita curvarum genera, quæ describi possunt; cum nulla sit curva, quæ assumpto quovis puncto pro centro virium describi non possit cum quadam virium lege, quæ definitur per Problema directum virium centralium, esse innumeras, quæ in se redeant, vel in spiras contorqueantur. Hinc fieri potest, ut duo puncta delata sibi obviam e remotissimis regionibus, sed non accurate in ipsa recta, quæ illa jungit (qui quidem casus accurati occursum in ea recta est infinites improbabilior casu deflexionis cujuspiam, cum sit unicus possibilis contra infinitos), non recedant retro, sed circa punctum spatii medium immotum gyrent perpetuo sibi deii ceps semper proxima, intervallo etiam sub sensu non cadente; qui quidem casus itidem diligenter notandi sunt, cum sint futuri usui, ubi de cohæsione, & mollibus corporibus agendum erit.

Casus, in quo duo puncta debeant describere spirales circa medium immotum.

202. Si utcumque alio modo projiciantur bina puncta velocitatibus quibuscunque; potest facile ostendi illud: punctum, quod est medium in recta jungente ipsa, debere quiescere, vel progredi uniformiter in directum, & circa ipsum vel quietum, vel uniformiter progrediens, debere haberi vel illas oscillationes, vel illarum curvarum descriptiones. Verum id generalius pertinet ad massas quocunque, & quascunque, quarum commune gravitatis centrum vel quiescit, vel progreditur uniformiter in directum a viribus mutuis nihil turbatum. Id theoremata Newtonus proposuit, sed non satis demonstravit. Demonstrationem accuratissimam, ac generalem simul, & non per casuum inductionem tantummodo, inveni, ac in dissertatione *De Centro Gravitatis* proposui, quam ipsam demonstrationem hic etiam inferius exhibebo.

Theorema de statu puncti medii, & generaliter in massis centri gravitatis perseverante.

Accessum alterius e binis ad planum quodvis ulterius æquari recessui ex vi mutua.

Transitus a sistema punctorum trium: bina generalia problemata.

203. Interea hic illud postremo loco adnotabo, quod pertinet ad duorum punctorum motum ibi usui futurum: si duo puncta moveantur viribus mutuis tantummodo, & ultra ipsa assumatur planum quodcunque; accessus alterius ad illud planum secundum directionem quamcunque, æquabitur recessui alterius. Id sponte consequitur ex eo, quod eorum absoluti motus sint æquales, & contrarii; cum inde fiat, ut ad directionem aliam quamcunque redacti æquales itidem maneant, & contrarii; ut erant ante. Sed de æquilibrio, & motibus duorum punctorum jam satis.

204. Deveniendo ad systema trium punctorum, uti etiam pro punctis quocunque, res, si generaliter pertractari deberet, reduceretur ad hæc duo problemata, quorum alterum pertinet ad vires, & alterum ad motus: 1. *Data positione, & distantia mutua eorum punctorum, invenire magnitudinem, & directionem vis, qua urgetur quodvis ex ipsis, compositæ a viribus, quibus urgetur a reliquis, quarum singularum virium lex communis datur per curvam figuræ primæ.* 2. *Data illa lege virium figuræ primæ invenire motus eorum punctorum, quorum singula cum datis velocitatibus projiciantur ex datis locis cum datis directionibus.* Primum facile solvi potest, & potest etiam ope curvæ figuræ 1 determinari lex virium generaliter pro omnibus distantis assumptis in quavis recta positionis datæ, atque id tam geometricè determinando per puncta curvas, quæ ejusmodi legem exhibeant, ac determinent sive magnitudinem vis absolutæ, sive magnitudines binarum virium, in quas ea concipiatur resoluta, & quarum altera sit perpendicularis datæ illi rectæ, altera secundum illam agat; quam exhibendo tres formulas analyticas, quæ id præstent. Secundum omnino generaliter acceptum, & ita, ut ipsas curvas describendas liceat definire in quovis casu vel constructione, vel calculo, superat (licet puncta sint tantummodo tria) vires methodorum adhuc cognitarum: & si pro tribus punctis substituantur tres massæ punctorum, est illud ipsum celeberrimum problema quod appellant trium corporum, usque adeo quæsitum per hæc nostra tempora, & non nisi pro peculiaribus quibusdam casibus, & cum ingentibus limitationibus, nec ad huc satis promotum ad accuratorem calculo, solutum a paucissimis nostri ævi Geometris primi ordinis, uti diximus num. 122.

Theorema de motu puncti habentis actionem cum aliis binis.

Fig. 21.

205. Pro hoc secundo casu illud est notissimum, si tria puncta sint in fig. 21 A, C, B, & distantia AB duorum divisa semper bifariam in D, ac ducta CD, & assumpto ejus triente DE, utcunque moveantur eadem puncta motibus compositis a projectionibus quibuscunque, & mutuis viribus; punctum E debere vel quiescere semper, vel progredi in directum motu uniformi. Pendet id a generali theoremate de centro gravitatis, cujus & superius injecta est mentio, & de quo agemus

mus infra pro massis quibuscunque. Hinc si sibi relinquuntur, accedet C ad E, & rectæ AB punctum medium D ibit ipsi obviam versus ipsum cum velocitate dinudia ejus, quam ipsum habebit, vel contra recedent, vel hinc, aut inde movebuntur in latus, per lineas tamen similes, atque ita, ut C, & D semper respectu puncti E immoti ex adverso sint, in quo motu tam directio rectæ AB, quam directio rectæ CD, & ejus inclinatio ad AB, plerumque mutabitur.

206. Quod pertinet ad inveniendam vim pro quacunque positione puncti C respectu punctorum A, & B, ea facile sic invenietur. In fig. 1 assumendæ essent abscissæ in axe æquales rectis AC, BC figuræ 21, & erigendæ ordinatæ ipsis respondentibus, quæ vel ambæ essent ex parte attractiva, vel ambæ ex parte repulsiva; vel prima attractiva, & secunda repulsiva; vel prima repulsiva, & secunda attractiva. In primo casu sumendæ essent CL, CK ipsis æquales (figura 21 exhibet minores, ne nimis excrescat) versus A, & B; in secundo CN, CM ad partes oppositas A, B; in tertio CL versus A, & CM ad partes oppositas B; in quarto CN ad partes oppositas A, & CK versus B. Tum completo parallelogrammo LCKF, vel MCNH, vel LCMI, vel KCNG, diameter CF, vel CH, vel CI, vel CG exprimeret directionem, & magnitudinem vis compositæ, qua urgetur C a reliquis binis punctis.

Determinatio vis ejusdem compositæ e binis viribus.

207. Hinc si assumantur ad arbitrium duo loca quacunque punctorum A, & B, ad quæ referendum sit tertium C; ducta quavis recta DEC indefinita, ex quovis ejus puncto posset erigi recta ipsi perpendicularis, & æqualis illi diametro, ut CF in primo casu, ac haberetur curva exprimens vim absolutam puncti in eo siti, & sollicitati a viribus, quas habet cum ipsis A, & B. Sed satius esset binas curvas construere, alteram, quæ exprimeret vim redactam ad directionem DC per perpendicularum FO, ut CO; alteram, quæ exprimeret vim perpendiculararem OF: nam eo pacto haberentur etiam directiones vis absolutæ ab iis compositæ per ejusmodi binas ordinatas. Oporteret autem ipsam ordinatam curvæ utriuslibet assumere ex altera plaga ipsius CD, vel ex altera opposita; prout CO jaceret versus D, vel ad plagam oppositam pro prima curva; & prout OF jaceret ad alteram partem rectæ DC, vel ad oppositam, pro secunda.

Methodus construendi curvam, quæ generaliter exprimat vim ejusmodi.

208. Hoc pacto datis locis A, B pro singulis rectis egressis e puncto medio D duæ haberentur diversæ curvæ, quæ diversas admodum exhiberent virium leges; ac si quæreretur locus geometricus continuus, qui exprimeret simul omnes ejusmodi leges pertinentes ad omnes ejusmodi curvas, sive indefinite exhiberet omnes vires pertinentes ad omnia puncta C, ubicunque collocata; oporteret erigere in omnibus punctis C rectas normales plano ACB, alteram æqualem CO,

Expressio magis generalis per superficiem.

alteram OP , & vertices ejusmodi normalium determinarent binas superficies quasdam continuas, quarum altera exhiberet vires in directione CD attractivas ad D , vel repulsivas respectu ipsius, prout, cadente O citra, vel ultra C , normalis illa fuisset erecta supra, vel infra hoc planum; & altera pariter vires perpendiculares. Ejusmodi locus geometricus, si algebraice tractari deberet, esset ex iis, quos Geometra tractant tribus indeterminatis per unicam æquationem inter se connexis; ac data æquatione ad illam primam curvam figuræ 1, posset utique inveniri tam æquatio ad utramlibet curvam respondentem singulis rectis DC , constans binis tantum indeterminatis, quam æquatio determinans utramlibet superficiem simul indefinite per tres indeterminatas. (n)

209. Si

Fig. 22.

(n) Stantibus in fig. 22 punctis $ADBCKFLO$, ut in fig. 21, ducantur perpendiculara BP , AQ in CD , quæ dabuntur data inclinatione DC , & punctis B , A , ac pariter dabuntur & DP , DQ . Dicatur præterea $DC = x$, & dabuntur analyticè CQ , CP . Quare ob angulos rectos P , Q , dabuntur etiã analyticè CB , CA . Denominentur $CK = u$, $CL = z$, $CF = y$. Quoniam datur AB , & dantur analyticè AC , CB ; dabitur analyticè ex applicatione Algebra ad Trigonometriam sinus anguli ACB per x , & datas quantitates, qui est idem, ac sinus anguli CKF complementi ad duos rectos. Datur autem idem ex datis analyticè valoribus $CK = u$, $KF = CL = z$, $CF = y$; quare habetur ibi una æquatio per x , y , z , u , & constantes. Si præterea valor CB ponatur pro valore abscissæ in æquatione curvæ figuræ 1; acquiritur altera æquatio per valores CK , CB , sive per x , u , & constantes. Eodem pacto invenietur ope æquationis curvæ figuræ 1 tertiã æquatio per AC , & CL , adeoque per x , z , & constantes. Quare jam habebuntur æquationes tres per x , u , z , y , & constantes, quæ, eliminatis u , & z , reducentur ad unicam per x , y , & constantes, ac ea primam illam curvam definit.

Quod si queratur æquatio ad secundam curvam, ejus ordinata est CO , vel tertiã, ejus ordinata OF , inveniri iidem poterit. Nam datur analyticè sinus anguli $DCB = \frac{BP}{CB}$, & in triangulo FCK datur analyticè sinus $FCK = \frac{FK}{CF}$ x sin CKF . Quare datur analyticè etiam sinus differentie OCF , adeoque & ejus cosinus, & inde, ac ex CF , datur analyticè OF , vel CO . Si igitur altera ex illis dicatur p , acquiritur nova æquatio, cujus ope una cum superioribus eliminari poterit præterea una alia indeterminata; adeoque eliminata $CF = y$, habebitur unica æquatio per x , p , & constantes, quæ exhibebit utramlibet e reliquis curvis determinantibus legem virium CO , vel OF .

Pro æquatione cum binis indeterminatis, quæ exhibeat locum ad superficiem, ducatur CR perpendicularis ad AB , & dicatur $DR = x$, $RC = q$, denominatis, ut prius, $CK = u$, $CL = z$, $CF = y$; & quoniam dantur AD , DB ; dabuntur analyticè per x , & constantes AR , RB , adeoque per x , q , & constantes AC , CB , & factis omnibus reliquis, ut prius, habebuntur quatuor æquationes per x , q , u , z , y , p , & constantes, quæ eliminatis valoribus u , z , y , reducentur ad unicam datam per constantes, & tres indeterminatas x , p , q , sive DR , RC , & CO , vel OF , quæ exhibebit questum locum ad superficiem.

209. Si pro duobus punctis tantummodo agentibus in tertium daretur numerus quicumque punctorum positorum in datis locis, ac agentium in idem punctum, posset utique constructione simili inveniri vis, qua singula agunt in ipsum collocatum in quovis assumpto loci puncto, ac vis ex ejusmodi viribus composita definiretur tam directione, quam magnitudine, per notam virium compositionem. Posset etiam analysis adhiberi ad exprimendas curvas per æquationes duarum indeterminatarum pro rectis quibuscunque, & (o) si omnia puncta jaceant in eodem plano, superficies per æquationem trium.

Mi-

Calculus quidem esset immensus, sed patet methodus, qua deveniri possit ad æquationem quesitam. Mirum autem, quanta curvarum, & superficierum, adeoque & legum virium varietas obveniret, mutata tantummodo distantia AB binorum punctorum agentium in tertium, qua mutata, mutatur tota lex, & æquatio.

(o) Hæc conditio punctorum jacentium in eodem plano necessaria fuit pro loco ad superficiem, & pro æquatione, quæ legem virium exhibeat per æquationem indeterminatarum tantummodo trium: at si puncta sint plura, & in eodem plano non jaceant, quod punctis tantummodo tribus accidere omnino non potest; tum vero locus ad superficiem, & æquatio trium indeterminatarum non sufficit, sed adeam generaliter exprimendam legem Geometria omnis est incapax, & analysis indiget æquatione indeterminatarum quatuor. Primum patet ex eo, quod si manentibus punctis A, B, exeat punctum C ex dato quodam plano, pro quo constructus sit locus ad superficiem; liceret convertere circa rectam AB planum illud cum superficie curva legem virium determinante, donec ad punctum C deveniret planum ipsum: tum enim erecto perpendicularo usque ad superficiem illam curvam, definiretur per ipsum vis agens secundum rectam CD, vel ipsi perpendicularis, prout locus ille ad curvam superficiem constructus fuerit pro altera ex iis.

At secundum sit manifestum ex eo, quod si puncta agentia sint etiam omnia in eodem plano, & punctum, cujus vis composita queritur, in quavis recta posita extra ipsum planum, relationes omnes distantiarum a reliquis punctis, ac directionum, a quibus pendent vires singulorum, & compositio ipsarum virium, longe aliæ essent, ac in quavis recta in eodem plano posita, uti facile videre est. Hinc pro quovis puncto loci ubicunque assumpto sua responderet vis composita, & quarta aliqua plaga, seu dimensio, præter longum, latum, & profundum, requireretur ad ducendas ex omnibus punctis spatii rectas iis viribus proportionales, quarum rectarum vertices locum continuum aliquem exhiberent determinantem virium legem.

Sed quod Geometria non assequitur, assequeretur quarta alia dimensio mente concepta, ut si conciperetur spatium totum plenum materia continua, quod in mea sententia cogitatione tantummodo effingi potest, & ea esset in omnibus spatii punctis densitas diversæ, vel diversi pretii; tum illa diversa densitas, vel illud pretium, vel quæpiam ejusmodi, exhibere posset legem virium ipsi respondentium, quæ nimirum ipsi essent proportionales. Sed ibi iterum ad determinandam directionem vis compositæ non esset satis resolutio in duas vires, alteram secundum rectam transeuntem per datum punctum; alteram ipsi perpendiculararem; sed requirerentur tres, nimirum vel omnes secundum tres datas directiones, vel tendentes per rectas, quæ per data tria puncta transeant, vel quavis alia certa lege definitas: adeoque tria loca ejusmodi ad spatium, quarta aliqua dimensione, vel qualitate affectum requirerentur, quæ tribus ejusmodi plusquam Geometri-

Methodus determinandi vim compositam ex viribus respectibus puncta quocunque. Legum multitudo, & varietas.

Mirum autem, quanta inde diversarum legum combinatio oriatur. Sed & ubi duo tantummodo puncta agant in tertium, incredibile dictu est, quanta diversitas legum, & curvarum inde erumpat. Manente etiam distantia AB , leges pertinentes ad diversas inclinationes rectæ DC ad AB , admodum diversæ obveniunt inter se: mutata vero punctorum A , B distantia a se invicem, leges etiam pertinentes ad eandem inclinationem DC differunt inter se plurimum; & infinitum esset singula persequi; quanquam earum variationum cognitio, si obtineri utcumque posset, mirum in modum vires imaginationis extenderet, & objiceret discrimina quamplurima scitu dignissima, & maximo futura usui, atque incredibilem Theoriæ fecunditatem ostenderet.

Vis in latus in exiguis distantis, ac ejus usus pro solidis: in magnis nulla: in iis summa virium simplicium.

Fig. 21.

210. Ego hic simpliciora quædam, ac faciliora, & usum habitura in sequentibus, ac in applicatione ad Physicam imprimis attingam tantummodo; sed interea quod ad generalem pertinet determinationem expositam, duo adnotanda proponam. Primo quidem in ipsa trium punctorum combinatione occurrit jam hic nobis præter vim determinantem ad accessum, & recessum, vis urgens in latus, ut in fig. 21, præter vim CF , vel CH , vis CI , vel CG . Id erit infra magno usui ad explicanda solidorum phænomena, in quibus, inclinato fundo virgæ solidæ, tota virga, & ejus vertex moventur in latus, ut certam ad basim positionem acquirant. Deinde vero illud: hæc omnia curvarum, & legum discrimina, tam quæ per-

eis legibus vis compositæ legem definirent, sum quod pertinet ad ejus magnitudinem, sum quod ad directionem.

Verum quod non assequitur Geometria, assequeretur Analysis ope æquationis quatuor indeterminatarum; si enim conciperetur planum, quod libere vi, ut ACB , & in eo quævis recta AB , ac in ipsa recta quodvis punctum D ; sum quovis hujus segmento DR appellato x , quavis recta RC ipsi perpendiculari y , quavis tertia perpendiculari ad totum planum z , per hæc tres indeterminatas involveretur positio puncti spatii cujuscumque, in quo collocatum esset punctum materiæ, cujus vis queritur.

Punctorum agentium utcumque collocatorum ubicunque vel intra id planum, vel extra, possent definiri positiones per ejusmodi tres rectas, datas utique pro singulis, si eorum positiones dentur. Per eas, & per illas x , y , z , posset utique haberi distantia cujuscumque ex iis punctis agentibus, & positione datis, a puncto indefinite accepto; adeoque ope æquationis figuræ 1 posset haberi analytice per æquationes quasdam, ut supra, vis ad singula agentia puncta pertinens, & per easdem rectas ejus etiam directio resoluta in tres parallelas illis x , y , z . Hinc haberetur analytice omnium summa pro singulis ejusmodi directionibus per aliam æquationem derivatam ab ejus summa denominatione, ea nimirum facta $= u$, ac expunctis omnibus subsidiariis valoribus, methodo non absimili ei, quam adhibuimus superius pro loco ad superficiem, deveniretur ad unam æquationem constitutam illis quatuor indeterminatis x , y , z , u , & constantibus; ac tres ejusmodi æquationes pro tribus directionibus vim omnem compositam definirent. Sed hæc innuisse sit satis, quæ nimirum & altiora sunt, & ob ingentem complicationem casuum, ac nostræ humanæ mentis imbecillitatem nulli nobis inferius futura sunt usui.

pertinent ad diversas directiones rectarum DC, data distantia punctorum A, B, quam quæ pertinent ad diversas distantias ipsorum punctorum A, B, data etiam directione DC, ac hæc vires in latus haberi debere in exiguis illis distantis, in quibus curva figuræ Σ circa axem contorquetur, ubi nimirum mutata parum admodum distantia, vires singulorum punctorum mutantur plurimum, & e repulsivis etiam abeunt in attractivas, ac vice versa, & ubi respectu alterius puncti haberi possit attractio, respectu alterius repulsio, quod utique requiritur, ut vis dirigatur extra angulum ACB, & extra ipsi ad verticem oppositum. At in majoribus distantis, in quibus jam habetur illud postremum crus figuræ Γ exprimens arcum attractivum ad sensum in ratione reciproca duplicata distantiarum, vis in punctum C a punctis A, B inter se proximis, utcumque ejusmodi distantia mutetur, & quæcunque fuerit inclinatio CD ad AB, erit semper ad sensum eadem, directa ad sensum ad punctum D, ad sensum proportionalis reciproce quadrato distantiae DC ab ipso puncto D, & ad sensum dupla ejus, quam in curva figuræ Γ requireret distantia DC.

211. Id quidem facile demonstratur. Si enim AB respectu DC sit perquam exigua, angulus ACB erit perquam exiguus, & a recta CD ad sensum bifariam sectus: distantiae AC, CB erunt ad se invicem ad sensum in ratione æqualitatis, adeoque & vires CL, CK ambæ attractivæ debebunt ad sensum æquales esse inter se, & proinde LCKF ad sensum rhombus, diametro CF ad sensum secante angulum LCK bifariam, quæ rhombi proprietas est, & ipsa CF congruente cum CO, ac (ob angulum FCK insensibilem, & CKF ad sensum æqualem duobus rectis) æquali ad sensum binis CK, KF, sive CK, CL, simul sumptis; quæ singulæ cum sint quam proxime in ratione reciproca duplicata distantiarum CB, CA; erunt & eadem, & earum summa ad sensum in ratione reciproca duplicata distantiae CD.

Demonstratio
postremi theo-
rematis.

212. Porro id quidem commune est etiam massulis constantibus quocumque punctorum numero. Mutata illarum combinatione, vis composita a viribus singulorum agens in punctum distans a massula ipsa per intervallum perquam exiguum, nimirum ejusmodi, in quo curva figuræ Γ circa axem contorquetur, debet mutare plurimum tam intensitatem suam, quam directionem, & fieri utique potest, quod infra etiam in aliquo simpliciore casu trium punctorum videbimus, ut in alia combinatione punctorum massulæ pro eadem distantia a medio repulsionem prævaleant, in alia attractiones, in alia oriatur vis in latus ad perpendicularum, ac in eadem constitutione massulæ pro diversis directionibus admodum diversæ sint vires pro eadem etiam distantia a medio. At in magnis illis distantis, in quibus singulorum punctorum vires jam attractivæ sunt omnes, & directiones, ob molem massulæ tam exiguam respectu ingentis distantiae, ad sensum conspirant, vis com-

Discrimen in-
gens virium,
quas massula
exercet in mas-
sulam proxi-
mam, confor-
mitas summa in
remotarum vi-
ribus, quæ sunt
directe ut mas-
sæ, & recipro-
ce, ut qua-
drata distanti-
arum.

posita ex omnibus dirigetur necessario ad punctum aliquod intra massulam situm, adeoque ad sensum ejus directio erit eadem, ac directio rectæ tendentis ad mediam massulam, & æquabitur vis ipsa ad sensum summæ virium omnium punctorum constituentium ipsam massulam, adeoque erit attractiva semper, & ad sensum proportionalis in diversis etiam massulis numero punctorum directe, & quadrato distantia a medio massulæ ipsius reciproce; sive generaliter erit in ratione composita ex directa simplici massarum, & reciproca duplicata distantiarum. Multo autem majus erit discrimen in exiguis illis distantius, si non unicum punctum a massula illa sollicitetur, sed massula alia, cujus vis componatur e singulis viribus singulorum suorum punctorum, quod tamen in massula etiam respectu massulæ admodum remotæ evanescet, singulis ejus punctis vires habentibus ad sensum æquales, & agentes in eadem ad sensum directione; unde fiet, ut vis motrix ejus massulæ sollicitatæ, orta ab actionibus illius alterius remotæ massulæ, sit ad sensum proportionalis numero punctorum, quæ habet ipsa, numero eorum, quæ habet altera, & quadrato distantia, quæcunque sit diversa dispositio punctorum in utralibet, quicunque numerus.

Inde necessaria
omnium corpo-
rum unitati
tas in gravitate,
difformitas in
aliis innumeris
proprietatibus.

213. Mirum sane, quantum in applicatione ad Physicam hæc animadvertit habitura sit usum; nam inde constabit, cur omnia corporum genera gravitatem acceleratricem habeant proportionalem massæ, in quam tendunt, & quadrato distantia, adeoque in superficie Terræ aurum, & pluma cum æquali celeritate descendant seclusa resistantia, vim autem totam, quam etiam pondus appellamus, proportionalem præterea massæ suæ, adeoque in ordine ad gravitatem nullum sit discrimen, quæcunque differentia habeatur inter corpora, quæ gravitant, & in quæ gravitant, sed ad solam demum massam, & distantiam res omnis deveniat; at in iis proprietatibus, quæ pendent a minimis distantibus, in quibus nimirum fiunt reflexiones lucis, & refractiones cum separatione colorum pro visu, vellicationes fibrarum palati pro gustu, incursus odoriferarum particularum pro odoratu, tremor communicatus particulis æris proximis, & propagatus usque ad tympanum auriculare pro auditu, asperitas, ac aliæ sensibiles ejusmodi qualitates pro tactu, tot cohesionum tam diversa genera, secretiones, nutritionesque, fermentationes, conflagrationes, dispersones, dissolutiones, præcipitationes, ac alii effectus Chemici omnes, & mille aliæ ejusmodi, quæ diversa corpora a se invicem discernunt, in iis, inquam, tantum sit discrimen, & vires tam variæ, ac tam varii motus, qui tam varia phænomena, & omnes specificas tot corporum differentias inducunt, consensu Theoriæ hujus cum omni Natura sane admirabili. Sed hæc, quæ huc usque dicta sunt ad manus pertinent, & ad applicationem ad Physicam: interea peculiaris quædam persequar ex innumeris iis, quæ per-
tinent

tinent ad diversas leges binorum punctorum agentium in tertium.

214. Si libeat considerare illas leges, quæ oriuntur in recta perpendiculari ad AB ducta per D, vel in ipsa AB hinc, & inde producta, imprimis facile est videre illud, directionem vis compositæ utrobique fore eandem cum ipsa recta line ulla vi in latus, & sine ulla declinatione a recta, quæ tendit ad ipsum D, vel ab ipso. Pro recta AB res constat per se se; nam vires illæ, quæ ad binæ ea puncta pertinent, vel habebunt directionem eandem, vel oppositas, jacente ipso tertio puncto in directum cum utroque e prioribus: unde fit, ut vis composita æquetur summæ, vel differentiæ virium singularum componentium, quæ in eadem recta remaneat. Pro recta perpendiculari facile admodum demonstratur. Si enim in fig. 23 recta DC fuerit perpendicularis ad AB sectam bifariam in D, erunt AC, BC æquales inter se. Quare vires, quibus C agitatur ab A, & B, æquales erunt, & proinde vel ambæ attractivæ, ut CL, CK, vel ambæ repulsivæ, ut CN, CM. Quare vis composita CF, vel CH, erit diameter rhombi, adeoque secabit bifarium angulum LCK, vel NCM; quos angulos cum bifariam secet etiam recta DC, ob æqualitatem triangulorum DCA, DCB, patet, ipsas CF, CH debere cum eadem congruere. Quamobrem in huiusmodi casibus evanescit vis illa perpendicularis FO, quæ in præcedentibus binis figuris habebatur, ac in iis per unicam æquationem res omnis absolvitur (p), quarum ea, quæ ad posteriorem casum pertinet, admodum facile invenitur.

Vis in duo puncta positi in recta jungente ipsa, vel in recta secante hanc bifariam, & ad angulos rectos directi secundum eandem rectam.

Fig. 23.

215. Legem pro recta perpendiculari rectæ jungenti duo puncta, & æque distantia ab utroque exhibet fig. 24, quæ vitandæ confusionis causa exhibetur, ubi sub numero 24 habetur littera B, sed quod ad ejus constructionem pertinet, habetur separatim, ubi sub num. 24 habetur littera A; ex quibus binis figuris fit unica; si puncta X Y E A E' censeantur utrobique eadem. In ea X, Y sunt duo materiæ puncta, & ipsam XY recta CC' secat bifariam in A. Curva, quæ vires compositas ibi exhibet per ordinatas, constructa est ex fig. 1, quod fieri potest, inveniendò vires singulas singulorum punctorum, tum vim compositam ex iis more consueto juxta

Constructio curvæ exhibentis legem casus posterioris.

Fig. 24.

N 2

genera-

(p) Ducta enim LK in Fig. 23, ipsam FC secabit alicubi in I bifariam, & ad angulos rectos ex rhombi natura. Dicatur CD = x, CF = y, DB = a, & erit CB = $\sqrt{a^2 + xx}$, & CI = x. CB = $\sqrt{a^2 + xx} :: CI = \frac{1}{2}y$. CK = $\frac{y}{2x} \sqrt{a^2 + xx}$, quo valore posito in æquatione

curvæ figure 1 pro valore ordinate, & $\sqrt{a^2 + xx}$ pro valore abscissæ, habebitur immediate æquatio nova per x, y, & constantes, quæ quævismodi curvam determinabit.

generalem constructionem numeri 205; sed etiam sic facilius idem præstatur: centro Y intervallo cujusvis abscissæ $A d$ figuræ 1 inveniatur in figura 24 sub litera A in recta CC' punctum d , sumaturque de versus Y æqualis ordinatæ db figuræ 1, ductoque ea perpendicularo in CA , erigatur eidem CA itidem perpendicularis db dupla da versus plagam electam ad arbitrium pro attractionibus, vel versus oppositam, prout illa ordinata in fig. 1 attractionem, vel repulsionem expresserit, & erit punctum b ad curvam exprimentem legem virium, qua punctum ubicunque collocatum in recta CC' sollicitatur a binis X, Y .

Constructio-
nis demonstra-
tio.

216. Demonstratio facilis est: si enim ducatur dX , & in ea sumatur dc æqualis de , ac compleatur rhombus $debc$; patet fore ejus verticem b in recta dA secante angulum $X d Y$ bifariam, cujus diameter db exprimet vim compositam a binis de, dc , quæ bifariam secaretur a diametro altera ec , & ad angulos rectos, adeoque in ipso illo puncto a ; & db , dupla da , æquabitur db exprimenti vim, quæ respectu A erit attractiva, vel repulsiva, prout illa db figuræ 1 fuerit itidem attractiva, vel repulsiva.

Phores ejus
curvæ proprie-
tates.

Fig. 1.
24.

217. Porro ex ipsa constructione patet, si centro Y , interval-
lis AE, AG, AI figuræ 1 inveniatur in recta $CA C'$ hu-
jus figuræ positæ sub litera B puncta E, G, I &c, ea fore li-
mites respectu novæ curvæ; & eodem pacto repariri posse li-
mites $E'G'I'$ &c ex parte opposita A ; in iis enim punctis evanes-
cente de figuræ ejusdem positæ sub A , evadit nulla da , & db .
Notanda tamen, ibi in figura posita sub B mutari plagam at-
tractivam in repulsivam, & vice versa; nam in toto tractu CA
vis attractiva ad A habet directionem CC' , & in tractu AC'
vis itidem attractiva ad A habet directionem oppositam $C'C$.
Deinde facile patebit, vim in A fore nullam, ubi nimirum op-
positæ vires se destruent, adeoque ibi debere curvam axem se-
care; ac licet distantia AX, AY fuerint perquam exigua, ut
idcirco repulsionem singulorum punctorum evadant maximæ; ta-
men prope A vires erunt perquam exigua ob inclinationes dua-
rum virium ad XY ingentes, & contrarias; & si ipsæ $AY,$
 AX fuerint non majores, quam sit AE figuræ 1; postremus
arcus EDA erit repulsivus: secus si fuerint majores, quam
 AE , & non majores, quam AG , atque ita porro; cum vires
in exigua distantia ab A debeant esse ejus directionis, quam in
fig. 1 requirunt abscissæ paullo majores, quam sit hæc YA .
Postrema crura $T p V, T' p' V'$, patet, fore attractiva; & si in
figura 1 fuerint asymptotica, fore asymptotica etiam hic; sed
in A nullum erit asymptoticum crus.

Constructio
curvæ exhiben-
tis legem casus
prioris.

Fig. 1.
25.

218. At curva, quæ exhibet in fig. 25 legem virium pro
recta CC' transeunte per duo puncta X, Y , est admodum di-
versa a priore. Ea facile construitur: satis est pro quovis ejus
puncto d assumere in fig. 1 duas abscissas æquales, alteram $Y d$
hujus figuræ, alteram $X d$ ejusdem, & sumere hic db æqualem
sum-

summæ , vel differentiæ binarum ordinarum pertinentium ad eas abscissas , prout fuerint ejusdem directionis , vel contrariæ , & eam ducere ex parte attractiva , vel repulsiva , prout ambæ ordinatæ figuræ 1 , vel earum major , attractiva fuerit , vel repulsiva . Habebitur autem asymptotus bYc , & ultra ipsam crus asymptoticum DE , citra ipsam autem crus itidem asymptoticum dg attractivum respectu A , cui attractivum , sed directionis mutatae respectu C , ut in fig. superiore diximus , ad partes oppositas A debet esse aliud $g'd$, habens asymptotum $c'b$ transeuntem per X ; ac utrumque crus debet continuari usque ad A , ubi curva secabit axem . Hoc postremum patet ex eo , quod vires oppositæ in A debeant elidi ; illud autem prius ex eo , quod si a sit prope Y , & ad ipsum in infinitum accedat , repulsio ab Y crescat in infinitum , vi , quæ provenit ab X , manente finita ; adeoque tam summa , quam differentia debet esse vis repulsiva respectu Y , & proinde attractiva respectu A , quæ imminutis in infinitum distantibus ab Y augebitur in infinitum . Quare ordinata ag in accessu ad bYc crescat in infinitum ; unde consequitur , arcum gd fore asymptoticum respectu Yc ; & eadem erit ratio pro $a'g'$, & arcu $g'd'$ respectu $b'Xc'$.

219. Poterit autem etiam arcus curvæ interceptus asymptotis bYc , $b'Xc'$, sive cruribus dg , $d'g'$ secare alicubi axem , ut exhibet figura 26 ; quin immo & in locis pluribus , si nimirum AY sit satis major , quam AE figuræ 1 , ut ab Y habeatur alicubi citra A attractio , & ab X repulsio , vel ab X repulsio major , quam repulsio ab Y . Ceterum sola inspectione postremarum duarum figurarum patebit , quantum discrimen inducat in legem virium , vel curvam , sola distantia punctorum X , Y . Utraque enim figura derivata est a figura 1 , & in fig. 25 assumpta est XY æqualis AE figuræ 1 , in fig. 26 æqualis AI , ejusdem quæ variatio usque adeo mutavit figuræ genitæ ductum ; & assumptis aliis , atque aliis distantibus punctorum X , Y , aliæ , atque aliæ curvæ novæ provenirent , quæ inter se collatæ , & cum illis , quæ habentur in recta CAC' perpendiculari ad XAY , uti est in fig. 24 ; ac multo magis cum iis , quæ pertinentes ad alias rectas mente concipi possunt , satis confirmant id , quod supra innui de tanta multitudine , & varietate legum provenientium a sola etiam duorum punctorum agentium in tertium dispositione diversa ; ut & illud itidem patet ex sola etiam harum trium curvarum delineatione , quanta sit ubique conformitas in arcu illo attractivo TPV , ubique conjuncta cum tanto discrimine in arcu se circa axem contorqueute .

220. Verum ex tanto discrimine numero unum feligam maxime notatu dignum , & maximo nobis usui futurum inferius . Sit in fig. 27 CAC axis idem , ac in fig. 1 , & quinque arcus consequenter accepti alicubi GHI , IKL , LMN , NOP , PQR sint æquales prorsus inter se , ac similes . Ponantur autem bina puncta B , B hinc , & inde ab A in fig. 28 ad

Ejus curvæ proprietates: discrimina pro mutata distantia punctorum: collatio cum curva casus alterius .

Fig. 26.

Tria genera hujus casus notatu dignissima .

Fig. 27.

Fig. 28.

29. 30.

ad intervallum æquale dimidiæ amplitudini unius e quinque iis arcibus, uti uni GI, vel IL; in fig. 29 ad intervallum æquale integræ ipsi amplitudini; in fig. 30 ad intervallum æquale duplæ; sint autem puncta L, N in omnibus hisce figuris eadem, & quærat, quæ futura sit vis in quovis puncto g intervalli LN in hisce tribus positionibus punctorum B'B.

Determinatio
vis compositæ
in iisdem.

221. Si in Fig. 27 capiantur hinc, & inde ab ipso g intervalla æqualia intervallis A'B', A B reliquarum trium figurarum ita, ut ge , gi respondeant figuræ 28; gc , gm figuræ 29; ga , go figuræ 30; patet, intervallum ei fore æquale amplitudini LN, adeoque Le , Ni æquales fore dempto communi Li , sed puncta e , i debere cadere sub arcus proximos directionum contrariarum; ob arcuum vero æqualitatem fore æqualem vim ef vi contrariæ il , adeoque in fig. 28 vim ab utraque compositam, respondentem puncto g, fore nullam. At quoniam gc , gm integræ amplitudini æquantur; cadent puncta c , m sub arcus IKL, NOP, conformes etiam directione inter se, sed directionis contrariæ respectu arcus LMN, eruntque æquales mN , cI ipsi gL , adeoque attractiones mn , cd , & repulsiõni gh æquales, & inter se; ac idcirco in figura 29 habebitur vis attractiva gh composita ex iis binis dupla repulsi-væ figuræ 27. Demum cum ga , go sint æquales duplæ amplitudini, cadent puncta a , o sub arcus GHI, PQR conformis directionis inter se, & cum arcu LMN, eruntque pariter binæ repulsiõnes ab , op æquales repulsiõni gh , & inter se. Quare vis ex iis composita pro fig. 30 erit repulsiõ gh dupla repulsiõnis gh figuræ 27, & æqualis attractiõni figuræ 29.

In alia dispo-
sitione vim in
tractu continuo
fore nullam. in
alia attractio-
nem, in alia re-
pulsionem, ma-
nente distantia:
usus in Phy-
sica summus.

222. Inde igitur jam patet, loci geometrici experimentis vim compositam, qua bina puncta B', B agunt in tertium, partem, quæ responderet intervallo eidem LN, fore in prima e tribus eorum positionibus propositis ipsum axem LN, in secunda arcum attractivum LMN, in tertia repulsi-vum, utroque recedente ab axe ubique duplo plus, quam in fig. 27; ac pro quovis situ puncti g in toto intervallo LN in primo e tribus casibus fore prorsus nullam, in secundo fore attractiõnem, in tertio repulsiõnem æqualem ei, quam bina puncta B, B exercerent in tertium punctum situm in g, si collocarentur simul in A, licet in omnibus hisce casibus distantia puncti ejusdem g a medio systematis eorundem duorum punctorum, sive a centro particulæ constantis iis duobus punctis sit omnino eadem. Possunt autem in omnibus hisce casibus puncta B', B esse simul in arctissimis limitibus cohesiõnis inter se, adeoque particulam quandam constantis positionis constitutere. Æqualitas ejusmodi accurata inter arcus, & amplitudines, ac limitum distantias in figura 1 non dabitur uspiam; cum nullus arcus curvæ derivatæ utique continuæ, deductæ nimirum certa lege a curva continua, possit congruere accurate cum re-cta; at poterunt ea omnia ad æqualitatem accedere, quantum libue-

libuerit : poterunt hæc ipsa discrimina haberi ad sensum per tractus continuos aliis modis multo adhuc pluribus, immo etiam pluribus in immensum, ubi non duo tantummodo puncta, sed immensus eorum numerus constituat massulas, quæ in se agant, & ut in hoc simplicissimo exemplo deprompto e solo trium punctorum systemate, multo magis in systematis magis compositis, & plures idcirco variationes admittentibus, in eadem centrorum distantia, pro sola varia positione punctorum componentium massulas ipsas vel a se mutuo repelli, vel se mutuo attrahere, vel nihil ad sensum agere in se invicem. Quod si ita res habet, nihil jam mirum accidet, quod quædam substantiæ inter se commixtæ ingentem acquirant intestinalium partium motum per effervescentiam, & fermentationem, quæ deinde cesset, particulis post novam commixtionem respectively quiescentibus; quod ex eodem cibo alia per secretionem repellantur, alia in succum nutritivum convertantur, ex quo ad eandem præterfluente distantiam alia aliis partibus solidis adhæreant, & per alias valvulas transmittantur, aliis libere progredientibus. Sed adhuc multa supersunt notatu dignissima, quæ pertinent ad ipsum etiam adeo simplex trium punctorum systema.

223. Jaceant in figura 31 tria puncta ADB in directum: ea poterunt respectively quiescere, si omnibus mutuis viribus careant, quod fieret, si tres distantie AD, DB, AB omnes essent distantie limitum; sed potest haberi etiam quies respectiva per elisionem contrariarum virium. Porro virium mutuarum casus diversi tres esse poterunt: vel enim punctum medium D ab utroque extremorum A, B attrahitur, vel ab utroque repellitur, vel ab altero attrahitur, ab altero repellitur. In hoc postremo casu, patet, non haberi quietem respectivam; cum debeat punctum medium moveri versus extremum attrahens recedendo simul ab altero extremo repellente. In reliquis binis casibus poterit utique res haberi: nam vires attractivæ, vel repulsivæ, quas habet medium punctum, possunt esse æquales; tunc autem extrema puncta debebunt itidem attrahi a medio in primo casu, repelli in secundo; quæ si se invicem e contrario æque repellant in casu primo, attrahant in secundo; poterunt mutue vires elidi omnes.

224. Adhuc autem ingens est discrimen inter hosce binos casus. Si nimirum puncta illa a directione rectæ lineæ quidquam removeantur, ut nimirum medium punctum D distet jam non nihil a recta AB, delatum in C, in secundo casu adhuc magis sponte recedet inde, & in primo accedet iterum; vel si vi aliqua externa urgeatur, conabitur recuperare positionem priorem, & ipsi urgenti vi resistet. Nam binæ repulsiones CM, CN adhuc habebuntur in secundo casu in ipso primo recessu a D (licet ea mutatis jam satis distantibus BD, AD in BC, AC, evadere possint attractiones) & vim com-

Alius casus vis nullius trium punctorum in directum ex distantis limitum: tres alii in quorum binis vis nulla ex elisione contrariarum.

Fig. 31.

In eorum altero his ad recuperationem positionem, in altero ad magis ab ea recedendum, si incipiant inde removeri.

ponent

ponent directam per CH contrariam directioni tendenti ad rectam AB. At in primo casu habebuntur attractiones GL, CK, quæ component vim CF directam versus AB, quo casu attractio AP cum repulsione AR, & attractio BV cum repulsione BS component vires AQ, BT, quibus puncta A, B ibunt obviam puncto C redeunti ad rectam transituram per illud punctum E, quod est in triente rectæ DC, & de quo supra mentionem fecimus num. 205.

Theoria generalior indicata: trium punctorum iacentium in directum: vis maxima ad conservandam distantiam.

225. Hæc Theoria generaliter etiam non rectilinearæ tantum, sed & cuivis positioni trium massarum applicari potest, ac applicabitur infra, ubi etiam generale simplicissimum, ac fecundissimum theoremata eruetur pro comparatione virium inter se; sed hic interea evolvemus nonnulla, quæ pertinent ad simpliciore hunc casum trium punctorum. Inprimis fieri utique potest, ut eiusmodi tria puncta positionem ad sensum rectilineam retineant cum prioribus distantis, utcunque magna fuerit vis, quæ illa dimovere tentet, vel utcunque magna velocitas impressa fuerit ad ea e suo respectivo statu deturbanda. Nam vires eiusmodi esse possunt, ut tam in eadem directione ipsius rectæ, quam in directione ad eam perpendiculari, adeoque in quavis obliqua etiam, quæ in eas duas resolvi cogitatione potest, validissimus exurgat conatus ad redeundum ad priorem locum, ubi inde discesserint puncta. Contra vim impressam in directione ejusdem rectæ satis est, si pro puncto medio attractio plurimum crescat, aucta distantia ab utrolibet extremo, & plurimum decrescat, eadem imminuta; ac pro utrovis puncto extremo satis est, si repulsio decrescat plurimum aucta distantia ab extremo, & attractio plurimum crescat, aucta distantia a medio, quod secundum utique fiet, cum, ut dictum est, debeat attractio medii in ipsum crescere, aucta distantia. Si hæc ita se habuerint, ac vice versa; differentia virium vi extrinsecæ resistet, sive ea tentet contrahere, sive distrahere puncta, & si aliquod ex iis velocitatem in ea directione acquisiverit utcunque magnam, poterit differentia virium esse tanta, ut extinguat eiusmodi respectivam velocitatem tempusculo, quantum libuerit, parvo, & post percursum spatium, quantum libuerit, exiguum.

Quid ubi vis externa urgeat in latus: idea virgæ rigidæ, & virgæ flexilis.

226. Quod si vis urgeat perpendiculariter, ut ex. gr. punctum medium D moveatur per rectam DC perpendicularem ad AB; tum vires CK, CL possunt utique esse ita validæ, ut vis composita CF sit post recessum, quantum libuerit, exiguum satis magna ad eiusmodi vim elidendam, vel ad extinguendam velocitatem impressam. In casu vis, quæ constanter urgeat, & punctum D versus C, & puncta A, B ad partes oppositas, habebitur inflexio; ac in casu vis, quæ agat in eadem directione rectæ jungentis puncta, habebitur contractio, seu distractio; sed vires resistentes ipsis poterunt esse ita validæ, ut & inflexio, & contractio, vel distractio, sint prorsus insensibiles;

ac si actione externa velocitas imprimatur punctis ejusmodi, quæ flexionem, vel contractionem, aut distractionem inducat, tum ipsa puncta permittantur sibi libera; habebitur oscillatio quædam, angulo jam in alteram plagam obverso, jam in alteram oppositam, ac longitudine ejus veluti virgæ constantis iis tribus punctis jam aucta, jam imminuta, fieri poterit; ut oscillatio ipsa sensum omnem effugiat, quod quidem exhibebit nobis ideam virgæ, quam vocamus rigidam, & solidam, contractionis nimirum, & dilatationis incapacem, quas proprietates nulla virga in Natura habet accurate tales, sed tantummodo ad sensum. Quod si vires sint aliquanto debiliores, tum vero & inflexio ex vi externa mediocri, & oscillatio, ac tremor erunt majores, & jam hinc ex simplicissimo trium punctorum systemate habebitur species quædam satis idonea ad sistendum animo discrimen, quod in Natura observatur quotidie oculis, inter virgas rigidas, ac eas, quæ sunt flexiles, & ex elasticitate trementes.

227. Ibidem si binæ vires, ut AQ , BT fuerint perpendiculares ad AB , vel etiam utcunque parallelæ inter se, tertia quoque erit parallela illis, & æqualis earum summæ, sed directionis contrariæ. Ducta enim CD parallela iis, tum ad illam KI parallela BA , erit ob CK , VB æquales, triangulum CIK æquale simili BTV , sive TBS , adeoque CI æqualis BT , IK æqualis BS , sive AR , vel QP . Quare si sumpta IF æquali AQ ducatur KF ; erit triangulum FIK æquale AQP , ac proinde FK æqualis, & parallela AP , sive LC , & $CLFK$ parallelogrammum, ac CF , diameter ipsius, exprimet vim puncti C utique parallelam viribus AQ , BT , & æqualem earum summæ, sed directionis contrariæ. Quoniam vero est SB ad BT , ut BD ad DC ; ac AQ ad AR , ut DC ad DA ; erit ex æqualitate perturbata AQ ad BT , ut BD ad DA , nimirum vires in A , & B in ratione reciproca distantiarum AD , DB a recta CD ducta per C secundum directionem virium.

228. Ea, quæ hoc postremo numero demonstravimus, æque pertinent ad actiones mutuas trium punctorum habentium positionem mutuam quamcunque, etiam si a rectilinea recedat quantumlibet; nam demonstratio generalis est: sed ad massas utcunque inæquales, & in se agentes viribus etiam divergentibus, multo generalius traduci possunt, ac traducentur inferius, & ad æquilibrii leges, & vectem, & centra oscillationis ac percussionis nos deducunt. Sed interea pergemus alia nonnulla persequi pertinentia itidem ad puncta tria, quæ in directum non jaceant.

229. Si tria puncta non jaceant in directum, tum vero sine externis viribus non poterunt esse in æquilibrio; nisi omnes tres distantie, quæ latera trianguli constituunt, sint distantie limitum figuræ 1. Cum enim vires illæ mutæ non habeant

Systemate inflexo per vires parallelas vis puncti medii contraria extremis, & æqualis eorum summæ.

Postremum theorema generale, ubi etiam tria puncta non jaceant in directum.

Æquilibrium trium punctorum non in directum jacentium impossibile sine vi externa, nisi

Sint in distantibus limitibus cum iis qui nisus ad retinendam formam systematis.

directiones oppositas; sive unica vis ab altero e reliquis binis punctis agat in tertium punctum, sive ambæ; haberi debet in illo tertio puncto motus, vel in recta, quæ jungit ipsum cum puncto agente, vel in diagonali parallelogrammi, cujus latera binas illas exprimant vires. Quamobrem si assumantur in figura 1 tres distantie limitum ejusmodi, ut nulla ex iis sit major reliquis binis simul sumptis, & ex ipsis constituatur triangulum, ac in singulis angulorum cuspidibus singula materię puncta collocentur; habebitur systema trium punctorum quiescens, cujus punctis singulis si imprimantur velocitates æquales, & parallelæ; habebitur systema progrediens quidem, sed respective quiescens; adeoque istud etiam systema habebit ibi suum quemdam limitem, sed horum quoque limitum duo genera erunt: ii, qui orientur ab omnibus tribus limitibus cohæisionis, erunt ejusmodi, ut mutata positione, contentur ipsam recuperare, cum debeant conari recuperare distantias: ii vero, in quibus etiam una e tribus distantibus fuerit distantia limitis non cohæisionis, erunt ejusmodi, ut mutata positione: ab ipsa etiam sponte magis discedat systema punctorum eorundem. Sed consideremus jam casus quosdam peculiare, & elegantes, & utiles, qui huc pertinent.

Elegans theoria puncti siti in perimetro ellipsis binis aliis occupantibus foco: suis nulla in verticibus axium.

Fig. 1.
32.

230. Sint in fig. 32 tria puncta AEB ita collocata, ut tres distantie AB, AE, BE sint distantie limitum cohæisionis, & postremæ duæ sint æquales. Focis A, B concipiatur ellipsis transiens per E , cujus axis transversus sit FO , conjugatus EH , centrum D : sit in fig. 1 AN æqualis semiaxi transverso hujus DO , sive BE , vel AE , ac sit DB hic minor, quam in fig. 1 amplitudo proximorum arcuum LN, NP , & sint in eadem fig. 1 arcus ipsi NM, NO similes, & æquales ita, ut ordinatæ uy, zt , æque distantes ab N , sint inter se æquales. Inprimis si punctum materię sit hic in E ; nullam ibi habebit vim, cum AE, BE sint æquales distantie AN limitis N figuræ 1; ac eadem est ratio pro puncto collocato in H . Quod si fuerit in O , itidem erit in æquilibrio. Si enim assumantur in fig. 1 Az, Au æquales hisce BO, AO ; erunt Nz, Nu illius æquales DB, DA hujus, adeoque & inter se. Quare & vires illius zt, uy erunt æquales inter se, quæ cum pariter oppositæ directionis sint, se mutuo elident; ac eadem ratio est pro collocatione in F . Attrahetur hic utique A , & repelletur B ab O ; sed si limes, qui respondet distantie AB , sit satis validus; ipsa puncta nihil ad sensum discedent a focis ellipseos, in quibus fuerant collocata, vel si debeant discedere ob limitem minus validum, considerari poterunt per externam vim ibidem immota, ut contemplari liceat solam relationem tertii puncti ad illa duo.

In reliquis puncti perimetro vis directa per ipsam perime-

231. Manet igitur immotum, ac sine vi, punctum collocatum tam in verticibus axis conjugati ejus ellipseos, quam in verticibus axis transversi; & si ponatur in quovis puncto C peri-

perimetri ejus ellipseos, tum ob AC, CB simul æquales in ellipfi axi transverso, sive duplo semiaxi DO; erit AC tanto longior, quam ipsa DO, quanto BC brevior; adeoque si jam in fig. 1 sint Au, Az æquales hisce AC, BC; habebuntur ibi utique uy, zt itidem æquales inter se. Quare hic attractio CL æquabitur repulsioni CM, & LIMC erit rhombus, in quo inclinatio IC secabit bifariam angulum LCM; ac proinde si ea utrinque producat in P, & Q; angulus ACP, qui est idem, ac LCI, erit æqualis angulo BCQ, qui est ad verticem oppositus angulo ICM. Quæ cum in ellipfi sit notissima proprietas tangentis relatæ ad focos; erit ipsa PQ tangens. Quamobrem dirigetur vis puncti C in latus secundum tangentem, sive secundum directionem arcus elliptici, atque id, ubicunque fuerit punctum in perimetro ipsa, versus verticem propiorem axis conjugati, & sibi relictum ibit per ipsam perimetrum versus eum verticem, nisi quatenus ob vim centrifugam motum non nihil adhuc magis incurvabit.

trum versus
vertices axis
conjugati.

232. Quamobrem hic jam licebit contemplari in hac curva perimetro vicissitudinem limitum prorsus analogorum limitibus cohæisionis, & non cohæisionis, qui habentur in axe rectilineo curvæ primigeniæ figuræ 1. Erunt limites quidam in E, in F, in H, in O, in quibus nimirum vis erit nulla, cum in omnibus punctis C intermediis sit aliqua. Sed in E, & H erunt ejusmodi, ut si utraque ex parte punctum dimoveatur, per ipsam perimetrum, debeat redire versus ipsos ejusmodi limites, sicut ibi accidit in limitibus cohæisionis; at in F, & O erit ejusmodi, ut in utramvis partem, quantum libuerit, parum inde punctum dimotum fuerit, sponte debeat inde magis usque recedere, prorsus ut ibi accidit in limitibus non cohæisionis.

Analogia verticum binorum axium cum limitibus curvæ virium.

233. Contrarium accideret, si DO æquaretur distantia limitis non cohæisionis: tum enim distantia BC minor haberet attractionem CK, distantia major AC repulsionem CN, & vis composita per diagonalem CG rhombi CNGK haberet itidem directionem tangentis ellipseos; & in verticibus quidem axis utriusque haberetur limes quidam, sed punctum in perimetro collocatum tenderet versus vertices axis transversi, non versus vertices axis conjugati, & hi referrent limites cohæisionis, illi e contrario limites non cohæisionis. Sed adhuc major analogia in perimetro harum ellipsium habebitur cum axe curvæ primigeniæ figuræ 1; si fuerit DO æqualis distantia limitis cohæisionis AN illius, & DB in hac major, quam in fig. 1 amplitudo NL, NP; multo vero magis, si ipsa hujus DB superet plures ejusmodi amplitudines, ac arcuum æqualitatem maneat hinc, & inde, per totum ejusmodi spatium. Ubi enim AC hujus figuræ fiet æqualis abscissæ AP illius, etiam BC hujus fiet pariter æqualis AL illius. Quare in ejusmodi loco habebitur limes, & ante ejusmodi locum versus A distantia lon-

Quando limites contrario modo positi: casus elegantissimi alternationis plurium limitum in perimetro ellipseos.

longior AC habebit repulsionem, & BC brevior attractionem, ac rhombus erit KGNC, & vis dirigetur versus O. Quod si alicubi ante in loco adhuc propiore O distantia AC, BC æquarentur abscissis AR, AI figuræ 1; ibi iterum esset limes; sed ante eum locum rediret iterum repulsio pro minore distantia, attractio pro majore, & iterum rhombi diameter jaceret versus verticem axis conjugati E. Generaliter autem ubi semiaxis transversus æquatur distantia cujuspiam limitis cohesionis, & distantia punctorum a centro ellipseos, sive ejus eccentricitas est major, quam intervallum dicti limitis a pluribus sibi proximis hinc, & inde, ac maneat æqualitas arcuum, habebuntur in singulis quadrantibus perimetri ellipseos tot limites, quot limites transibit eccentricitas hinc translata in axem figuræ 1, a limite illo nominato, qui terminet in fig. 1 semiaxem transversum hujus ellipseos; ac præterea habebuntur limites in verticibus amborum ellipseos axium; eritque incipiendo ab utrovis vertice axis conjugati in gyrum per ipsam perimetrum is limes primus cohesionis, tum illi proximus esset non cohesionis, deinde alter cohesionis, & ita porro, donec redeatur ad primum, ex quo incæptus fuerit gyrus, vi in transitu per quemvis ex ejusmodi limitibus mutante directionem in oppositam. Quod si semiaxis hujus ellipseos æquetur distantia limitis non cohesionis figuræ 1; res eodem ordine pergit cum hoc solo discrimine, quod primus limes, qui habetur in vertice semiaxis conjugati sit limes non cohesionis, tum eundo in gyrum ipsi proximus sit cohesionis limes, deinde iterum non cohesionis, & ita porro.

Perimetri plurium ellipseos æquivalentes limitibus.

234. Verum est adhuc alia quædam analogia cum iis limitibus; si considerentur plures ellipseos iisdem illis focus, quarum semiaxes ordine suo æquentur distantias, in altera cujuspiam e limitibus cohesionis figuræ 1, in altera limitis non cohesionis ipsi proximi, & ita porro alternatim, communis autem illa eccentricitas sit adhuc etiam minor quavis amplitudine arcuum interceptorum limitibus illis figuræ 1, ut nimirum singulæ ellipseos perimetri habeant quaternos tantummodo limites in quatuor verticibus axium. Ipsæ ejusmodi perimetri totæ erunt quidam veluti limites relate ad accessum, & recessum a centro. Punctum collocatum in quavis perimetro habebit determinationem ad motum secundum directionem perimetri ejusdem; at collocatum inter binas perimetros diriget semper vim suam ita, ut tendat versus perimetrum definitam per limitem cohesionis figuræ 1, & recedat a perimetro definita per limitem non cohesionis; ac proinde punctum a perimetro primi generis dimotum conabitur ad illam redire; & dimotum a perimetro secundi generis, sponte illam adhuc magis fugiet, ac recedet.

Demonstratio. 236. Sint enim in fig. 33. ellipseum FEOH, F'E'O'H', F''E''O''H'' semiaxes DO, DO', DO'' æquales primus distan-

stantiæ AL limitis non cohæſionis figuræ 1; ſecundus diſtantiæ AN limitis cohæſionis; tertius diſtantiæ AP limitis iterum non cohæſionis, & primo quidem collocetur C aliquanto ultra perimetrum mediam F'E'O'H': erunt AC, BC majores, quam ſi eſſent in perimetro, adeoque in fig. 1 factis Au, Az majoribus, quam eſſent prius, decreſcet repulſio zt, creſcet attractio uy; ac proinde hic in parallelogrammo LCMI erit attractio CL major, quam repulſio CM, & idcirco accedet directio diagonalis CI magis ad CL, quam ad CM, & inflectetur introrſum verſus perimetrum mediam. Contra vero ſi C' ſit intra perimetrum mediam, factis BC', AC' minoribus, quam ſi eſſent in perimetro media; creſcet repulſio C'M', & decreſcet attractio C'L', adeoque directio C'I' accedet magis ad priorem C'M', quam ad poſtერიorem C'L', & vis dirigetur extrorſum verſus eandem mediam perimetrum. Contrarium autem accideret ob rationem omnino ſimilem in vicinia primæ, vel tertiæ perimetri: atque inde patet, quod fuerat propoſitum.

236. Quoniam arcus hinc, & inde a quovis limite non ſunt prorsus æquales; quanquam, ut ſupra obſervavimus num. 184, exigui arcus ordinatas ad ſenſum æquales hinc, & inde habere debeant; curva, per cujus tangentem perpetuo dirigatur vis, licet in exigua eccentricitate debeat eſſe ad ſenſum ellipſis, tamen nec in iis erit ellipſis accurate, nec in eccentricitatibus majoribus ad ellipſes multum accedet. Erunt tamen ſemper aliqua curvæ, quæ determinent continuam directionem virium, & curvæ etiam, quæ trajectoriam deſcribendam definiant, habita quoque ratione vis centrifugæ: atque hic quidem uberrima ſeges ſuccreſcit problematum Geometriæ, & Analyſi exercendæ aptiſſimorum; ſed omnem ego quidem ejuſmodi perquiſitionem omittam, cujus nimirum ad Theoriæ applicationem uſus mihi idoneus occurrit nullus; & quæ huc uſque vidimus, abunde ſunt ad oſtendendam elegantem ſane analogiam alternationis in directione virium agentium in latus, cum viribus primigeniis ſimplicibus, ac harum limitum cum illarum limitibus, & ad ingerendam animo ſemper magis caſum, & combinationum diverſarum ubertatem tantam in ſolo etiam trium punctorum ſyſtemate ſimpliciſſimo; unde conjeſtare liceat, quid futurum ſit, ubi immenſus quidam punctorum numerus coaleſcat in maſſulas conſtituentes omnem hanc uſque adeo inter ſe diverſorum corporum multitudinem ſane immenſam.

237. At præterea eſt & alius inſignis, ac magis determinatus fructus, quem ex ejuſmodi contemplationibus capere poſſumus, uſui futurus etiam in applicatione Theoriæ ad Phyſicam. Si nimirum duo puncta A, & B ſint in diſtantiâ limitis cohæſionis ſatis validi, & punctum tertium collocatum in vertice axis conjugati in E diſtantiâ a reliquis habeat, quam habet luncs itidem cohæſionis ſatis validus; poterit ſane

vis,

Fig. 1,
33.

Alias curvas ellipſibus ſubſtituendas: ampla problematum ſeges, ſed minus utilis: immenſa combinationum varietas.

Converſio totius ſyſtematis illæſi: impulſu per perimetrum ellipſens oſcillatio: idea liquationis, & congelationis.

vis, qua ipsum retinetur in eo vertice, esse admodum ingens pro utcumque exigua dimotione ab eo loco, ut sine ingenti externa vi inde magis dimoveri non possit. Tum quidem si quis impediatur motum puncti B, & circa ipsum circumducatur punctum A, ut in fig. 34 abeat in A'; abibit utique & E versus E', ut servetur forma trianguli AEB, quam necessario requirit conservatio distantiarum, sive laterum inducta a limitum validitate, & in qua sola poterit respective quiescere systema, ac habebitur idea quædam soliditatis cujus & supra injecta est mentio. At si stantibus in fig. 32 punctis A, B per quaspiam vires externas, quæ eorum motum impediunt, vis aliqua exercentur in E ad ipsum a sua positione deturbandum; donec ea fuerit mediocris, dimovebit illud non nihil; tum, illa cessante, ipsum se restituet, & oscillabit hinc, & inde ab illo vertice per perimetrum curvæ cujusdam proximæ arcui elliptico. Quo major fuerit vis externa dimovens, eo major oscillatio fiet; sed si non fuerit tanta, ut punctum a vertice axis conjugati recedens deveniat ad verticem axis transversæ; semper retro cursus reflectetur, & describetur minus, quam semiellipsis. Verum si vis externa coegerit percurrere totum quadrantem, & transilire ultra verticem axis transversæ; tum vero gyrabit punctum circumquaque per totam perimetrum motu continuo, quem a vertice axis conjugati ad verticem transversæ retardabit, tum ab hoc ad verticem conjugati accelerabit, & ita porro, nec sistetur periodicus conversionis motus, nisi exteriorum punctorum impedimentis occurrentibus, quæ sensim celeritatem imminuant, & post ipsos ejusmodi motus periodicos per totum ambitum reducant meras oscillationes, quas contrahant, & pristinam debitam positionem restituant, in qua una haberi potest quies respectiva. An non ejusmodi aliquid accidit, ubi solida corpora, quorum partes certam positionem servant ad se invicem, ingenti agitatione accepta ab igneis particulis liquefcunt, tum iterum refrigerantes, agitatione sensim cessante per vires, quibus igneæ particulæ emittuntur, & evolant, positionem priorem recuperant, ac tenacissime iterum servant, & tuentur? Sed hæc de trium punctorum systemate hucusque dicta sint satis.

Systema punctorum quatuor, in eodem plano cum distantibus limitum, suæ formæ tenax.

238. Quatuor, & multo magis plurium, punctorum systemata multo plures nobis variationes objicerent; si rite ad examen vocarentur; sed de iis id unum innuam. Ea quidem in plano eodem possunt positionem mutuam tueri tenacissime; si singulorum distantia a reliquis æquentur distantibus limitum satis validorum figuræ 1: neque enim in eodem plano positionem respectivam mutare possunt, aut aliquod ex iis exire e plano ducto per reliqua tria, nisi mutet distantiam ab aliquo e reliquis, cum datis trium punctorum distantibus mutuis detur triangulum, quod constituere debent, tum datis distantibus quarti a duobus detur itidem ejus positio respectu eorum in eodem plano, & detur distantia ab eorum tertio, quæ, si id punctum exeat e priore

priore plano, sed retineat ab iis duobus distantiam priorem, mutari utique debet, ut facili negotio demonstrari potest.

239. Quin immo in ipsa ellipsi considerari possunt puncta quatuor, duo in focus, & alia duo hinc, & inde a vertice axis conjugati in ea distantia a se invicem, ut vi mutua repulsiva sibi invicem elidant vim, qua juxta præcedentem Theoriam urgentur in ipsum verticem; quo quidem pacto rectangulum quoddam terminabunt, ut exhibet fig. 35, in punctis A, B, C, D. Atque inde si supra angulos quadratæ basis assurgant series ejusmodi punctorum exhibentium series continuas rectangulorum, habebitur quædam adhuc magis præcisa idea virgæ solidæ, in qua si basis ima inclinetur; statim omnia superiora puncta movebuntur in latus, ut rectangulorum illorum positionem retineant, & celeritas conversionis erit major, vel minor, prout major fuerit, vel minor vis illa in latus, quæ ubi fuerit aliquanto languidior, multo serius progredietur vertex, quam fundum, & inflectetur virga, quæ inflexio in omni virgarum genere apparet adhuc multo magis manifesta, si celeritas conversionis fuerit ingens. Sed extra idem planum possunt quatuor puncta collocari ita, ut positionem suam validissime tueantur, etiam ope unicæ distantie limitis unici satis validi. Potest enim fieri pyramis regularis, cujus latera singula triangularia habeant ejusmodi distantiam. Tum ea pyramis constituet particulam quandam suæ figuræ tenacissimam, quæ in puncta, vel pyramides ejusmodi aliquanto remotiores ita poterit agere, ut ejus puncta respectivum situm nihil ad sensum mutant. Ex quatuor ejusmodi particulis in aliam majorem pyramidem dispositis fieri poterit particula secundi ordinis aliquanto minus figuræ tenax ob majorem distantiam particularum primi eam componentium, qua fit, ut vires in easdem ab externis punctis impressæ multo magis inæquales inter se sint, quam fuerint in punctis constituentibus particulas ordinis primi; ac eodem pacto ex his secundi ordinis particulis fieri possunt particulæ ordinis tertii adhuc minus tenaces figuræ suæ, atque ita porro, donec ad eas deventum sit multo majores, sed adhuc multo magis mobiles, atque variabiles, ex quibus pendent chemicæ operationes, & ex quibus hæc ipsa crassiora corpora componuntur, ubi id ipsum accideret, quod Newtonus in postrema Opticæ quæstione proposuit de particulis suis primigeniis, & elementaribus, alias diversorum ordinum particulas efformantibus. Sed de particularibus hisce systematis determinati punctorum numeri jam satis, ac ad massas potius generaliter considerandas faciemus gradum.

240. In massis primum nobis se offerunt considerandæ elegantissimæ sane, ac & sæcundissimæ, & utilissimæ proprietates centri gravitatis, quæ quidem e nostra Theoria sponte propemodum fluunt, aut saltem ejus ope evidentissime demonstrantur. Porro centrum gravitatis a gravium æquilibrio nomen accepit suum, a quo etiam ejus consideratio ortum duxit; sed id quidem a gravi-

Alia ratio systematis punctorum quatuor in eodem plano cum idea virgæ rigidæ, & flexilis: systema eorundem formæ pyramidalis: ordines varii particularum pyramidalium.

Fig. 35.

Transitus ad massas: quid centrum gravitatis: theorema hic de eo demonstranda.

tate

tate non pender, sed ad massam potius pertinet. Quamobrem ejus definitionem proferam ab ipsa gravitate nihil omnino pendentem, quanquam & nomen retinebo, & innuam, unde originem duxerit; tum demonstrabo accuratissime, in quavis massa haberi aliquod gravitatis centrum, idque unicum, quod quidem passim omittere solent, & perperam; deinde ad ejus proprietatem præcipuam exponendam gradum faciam, demonstrando celeberrimum theorema a Newtono propositum, centrum gravitatis commune massarum, sive mihi punctorum quocunque, & utcunque dispositorum, quorum singula moveantur sola inertiae vi motibus quibuscunque, qui in singulis punctis uniformes sint, in diversis utcunque diversi, vel quiescere, vel moveri uniformiter in directum: tum vero mutuas actiones quascunque inter puncta quælibet, vel omnia simul, nihil omnino turbare centri communis gravitatis statum quiescendi, vel movendi uniformiter in directum, unde nobis & actionis, ac reactionis æqualitas in massis quibusque, & principia collisiones corporum definientia, & alia plurima sponte provenient. Sed aggrediamur rem ipsam.

Definitio centri gravitatis non pendens ab idea gravitatis: ejus congruentia cum idea communi.

241. Centrum igitur commune gravitatis punctorum quocunque, & utcunque dispositorum, appellabo id punctum, per quod si ducatur planum quodcunque; summa distantiarum perpendicularium ab eo plano punctorum omnium jacentium ex altera ejusdem parte, æquetur summæ distantiarum ex altera. Id quidem extenditur ad quascunque, & quocunque massas; nam eorum singulæ punctis utique constant, & omnes simul sunt quædam punctorum diversorum congeries. Nomen traxit ab æquilibrio gravium, & natura vectis, de quibus agemus infra: ex iis habetur illud, singula pondera ita connexa per virgas inflexiles, ut moveri non possint, nisi motu circa aliquem horizontalem axem, exerere ad conversionem vim proportionalem sibi, & distantiae perpendiculari a plano verticali ducto per axem ipsum; unde fit, ut ubi ejusmodi vires, vel, ut ea vocant, momenta virium hinc, & inde æqualia fuerint, habeatur æquilibrium. Porro ipsa pondera in nostris gravibus, in quibus gravitatem concipimus, ac etiam ad sensum experimur, proportionalem in singulis quantitati materiae, & agentem directionibus inter se parallelis, proportionalia sunt massis, adeoque punctorum eas constituentium numero; quam ob rem idem est, ea pondera in distantias ducere, ac assumere summam omnium distantiarum omnium punctorum ab eodem plano. Quod si igitur respectu aggregati cujuscunque punctorum materiae quocunque, & quomodocunque dispositorum sit aliquod punctum spatii ejusmodi, ut, ducto per ipsum quovis plano, summa distantiarum ab illo punctorum jacentium ex parte altera æquetur summæ distantiarum jacentium ex altera; concipiantur autem singula ea puncta animata viribus æqualibus, & parallelis, cujuscumodi sunt vires, quas in nostris gravibus concipimus; illud utique consequitur, suspen-

suspensio utcunque ex ejusmodi puncto, quale definivimus gravitatis centrum, omni eo systemate, cujus systematis puncta viribus quibuscunque, vel conceptis virgis inflexilibus, & gravitate carentibus, positionem mutuam, & respectivum statum, ac distantias omnino servant, id systema fore in æquilibrio; atque illud ipsum requiri, ut in æquilibrio sit. Si enim vel unicum planum ductum per id punctum sit ejusmodi, ut summæ illæ distantiarum non sint æquales hinc, & inde; converso systemate omni ita, ut illud punctum evadat verticale, jam non essent æquales inter se summæ momentorum hinc, & inde, & altera pars alteri præponderaret. Verum hæc quidem, uti supra monui, fuit occasio quædam nominis imponendi; at ipsum punctum ea lege determinatum longe ulterius extenditur, quam ad solas massas animatas viribus æqualibus, & parallelis, cujusmodi concipiuntur a nobis in nostris gravibus, licet ne in ipsis quidem accurate sint tales. Quamobrem assumpta superiore definitione, quæ a gravitatis, & æquilibrii natura non pendet, progrediar ad deducenda inde corollaria quædam, quæ nos ad ejus proprietates demonstrandas deducant.

242. Primo quidem si aliquod fuerit ejusmodi planum, ut binæ summæ distantiarum perpendicularium punctorum omnium hinc, & inde acceptorum æquantur inter se; æquabuntur & summæ distantiarum acceptarum secundum quancunque aliam directionem datam, & communem pro omnibus. Erit enim quævis distantia perpendicularis ad quavis in dato angulo inclinatam semper in eadem ratione, ut patet. Quare & summæ illarum ad harum summas erunt in eadem ratione, ac æqualitas summarum alterius binarii utriuslibet secum trahet æqualitatem alterius. Quare in sequentibus, ubi distantias nominavero, nisi exprimam perpendiculares, intelligam generaliter distantias acceptas in quavis directione data.

Corollarium generale pertinet ad summæ distantiarum omnium punctorum massæ a plano transeunte per centrum gravitatis æquales utriusque.

243. Quod si assumatur planum aliud quodcunque parallelum plano habenti æquales hinc, & inde distantiarum summas; summa distantiarum omnium punctorum jacentium ex parte altera superabit summam jacentium ex altera, excessu æquali distantiarum planorum acceptæ secundum directionem eandem ductæ in numerum punctorum: & vice versa si duo plana parallela sint, ac is excessus alterius summæ supra summam alterius in altero ex iis æquetur eorum distantiarum ductæ in numerum punctorum; planum alterum habebit oppositarum distantiarum summas æquales. Id quidem facile concipitur; si concipiatur, planum distantiarum æqualium moveri versus illud alterum planum motu parallelo secundum eam directionem, secundum quam sumuntur distantiarum. In eo motu distantiarum singulæ ex altera parte crescunt, ex altera decrescunt continuo tantum, quantum promovetur planum, & si aliqua distantia evanescit interea; jam eadem deinde incipit tantundem ex parte contraria crescere. Quare patet excessum omnium ceteriorum

Bina theoremata pertinent ad planum parallelum plano distantiarum æqualium cum eorum demonstrationibus.

Fig. 36.

distantiarum supra omnes posteriores æquari progressui plani toties sumpto, quot puncta habentur, & in regressu destruitur e contrario, quidquid in ejusmodi progressu est factum, atque idcirco ad æqualitatem reditur. Verum ut demonstratio quam accuratissima evadat, exprimat in fig. 36 recta AB planum distantiarum æqualium, & CD planum ipsi parallelum, ac omnia puncta distribui poterunt in classes tres; in quorum prima sint omnia puncta jacentia citra utrumque planum, ut punctum E; in secunda omnia puncta jacentia inter utrumque, ut F, in tertia omnia puncta adhuc jacentia ultra utrumque, ut G. Rectæ autem per ipsa ductæ in directione data quacunque, occurrant rectæ AB in M, H, K, & rectæ CD in N, I, L; ac sit quædam recta directionis ejusdem ipsis AB, CD occurrens in O, P. Patet, ipsam OP fore æqualem ipsis MN, HI, KL. Dicatur jam summa omnium punctorum E primæ classis E, & distantiarum omnium EM summa e; punctorum F secundæ classis F, & distantiarum f; punctorum G tertiæ classis summa G, & distantiarum earundem g; distantia vero OP dicatur O. Patet, summam omnium MN fore $E \times O$; summam omnium HI fore $F \times O$; summam omnium KL fore $G \times O$; erit autem quævis $EN = EM + MN$; quævis $FI = HI - FH$; quævis $GL = KG - KL$. Quare summa omnium EN erit $e + E \times O$; summa omnium FI $= F \times O - f$, & summa omnium GL $= g - G \times O$; adeoque summa omnium distantiarum punctorum jacentium citra planum CD, primæ nimirum, ac secundæ classis, erit $e + E \times O + F \times O - f$, & summa omnium jacentium ultra, nimirum classis tertiæ, erit $g - G \times O$. Quare excessus prioris summæ supra secundam erit $e + E \times O + F \times O - f - g + G \times O$; adeoque si prius fuerit $e = f + g$; deleto $e - f - g$, totus excessus erit $E \times O + F \times O + G \times O$, sive $(E + F + G) \times O$, summa omnium punctorum ducta in distantiam planorum; & vice versa si is excessus respectu secundi plani BC fuerit æqualis huic summæ ductæ in distantiam O, oportebit, $e - f - g$ æquetur nihilo, adeoque sit $e = f + g$, nimirum respectu primi plani AB summas distantiarum hinc, & inde æquales esse.

Complementum demonstrationis, ut extendatur ad omnes casus.

244. Si aliqua puncta sint in altero ex iis planis, ea superioribus formulis contineri possunt, concepta zero singulorum distantia a plano, in quo jacent; sed & ii casus involvi facile possent, concipiendo alias binas punctorum classes; quorum priora sint in priore plano AB, posteriora in posteriore CB, quæ quidem nihil rem turbant: nam prioris classis distantia a priore plano erunt omnes simul zero, & a posteriore æquabuntur distantia O ductæ in eorum numerum, quæ summa accedit priori summæ punctorum jacentium citra; posterioris autem classis distantia a priore erant prius simul æquales summæ ipsorum ductæ itidem in O, & deinde fiunt nihil; adeoque sum-

summa distantiarum punctorum jacentium ultra, demitur horum posteriorum punctorum summa itidem ducta in O, & proinde excessui summae ceteriorum supra summam ulteriorum accedit summa omnium punctorum harum duarum classium ducta in eandem O.

245. Quod si planum parallelum plano distantiarum æqualium jaceat ultra omnia puncta; jam habebitur hoc theorema: Summa omnium distantiarum punctorum omnium ab eo plano æquabitur distantie planorum ductæ in omnium punctorum summam, & si fuerint duo plana parallela ejusmodi, ut alterum jaceat ultra omnia puncta, & summa omnium distantiarum ab ipso æquetur distantie planorum ductæ in omnium punctorum numerum; alterum illud planum erit planum distantiarum æqualium. Id sane patet ex eo, quod jam secunda summa pertinens ad puncta ulteriora, quæ nulla sunt, evanescat, & excessus totus sit sola prior summa. Quin immo idem theorema habebit locum pro quovis plano habente etiam ulteriora puncta, si ceteriorum distantia habeantur pro positivis, & ulteriorum pro negativis; cum nimirum summa constans positivis, & negativis sit ipse excessus positivorum supra negativa; quo quidem pacto licebit considerare planum distantiarum æqualium, ut planum, in quo summa omnium distantiarum sit nulla, negativis nimirum distantibus elidentibus positivis.

Theorema pro plano positivo ultra omnia puncta: eorum extensio ad quavis plana.

246. Hinc autem facile jam patet, dato cuivis plano haberi aliquod planum parallelum, quod sit planum distantiarum æqualium; quin immo data positione punctorum, & plano illo ipso, facile id alterum definitur. Satis est ducere a singulis punctis datis rectas in data directione ad planum datum, quæ dabuntur: tum a summa omnium, quæ jacent ex parte altera, demere summam omnium, si quæ sunt, jacentium ex opposita, ac residuum dividere per numerum punctorum. Ad eam distantiam ducto plano priori parallelo, id erit planum quæsitum distantiarum æqualium. Patet autem admodum facile & illud ex eadem demonstratione, & ex solutione superioris problematis, dato cuivis plano non nisi unicum esse posse planum distantiarum æqualium, quod quidem per se satis patet.

Cuivis plano inveniri posse parallelum planum distantiarum æqualium.

247. Hisce accuratissime demonstratis, atque explicatis, progrediar ad demonstrandum, haberi aliquod gravitatis centrum in quavis punctorum congerie, utcunque dispersorum, & in quocunque massas ubicunque sitas coalescentium. Id fiet ope sequentis theorematis: si per quoddam punctum transeant tria plana distantiarum æqualium se non in eadem communi aliqua recta secantia; omnia alia plana transeuntia per illud idem punctum erunt itidem distantiarum æqualium plana. Sit enim in fig. 37. ejusmodi punctum C, per quod transeant tria plana GABH, XABY, ECDF, quæ omnia sint plana distantiarum æqualium, ac sit quodvis aliud planum KICL tran-

Theorema principium si tria plana distantiarum æqualium habeant unicum punctum commune; reliqua omnia per id transeuntia erunt ejusmodi.

Fig. 37.

fiens itidem per C , ac secans primum ex iis recta CI quacunque; oportet ostendere, hoc quoque fore planum distantiarum æqualium, si illa priora ejusmodi sint. Concipiatur quodcunque punctum P ; & per ipsum P concipiantur tria plana parallela planis $DCEF$, $ABYX$, $GABH$, quorum sibi priora duo mutuo occurrant in recta PM , postrema duo in recta PV , primum cum tertio in recta PO ; ac primum occurrat plano $GABH$ in MN , secundum vero eidem in MS , plano $DCEF$ in QR , ac plano $CIKL$ in SV , ducaturque ST parallela rectis QR , MP , quas, utpote parallelorum planorum intersectiones, patet fore itidem parallelas inter se, uti & MN , PO , DC inter se, ac MS , PTV , BA inter se.

Demonstratio
ejusdem.

248. Jam vero summa omnium distantiarum a plano $KICL$ secundum datam directionem BA erit summa omnium PV , quæ resolvitur in tres summas, omnium PR , omnium RT , omnium TV , sive eæ, ut figura exhibet, in unam colligendæ sint, sive, quod in aliis plani novi inclinationibus posset accidere, una ex iis demenda a reliquis binis, ut habeatur omnium PV summa. Porro quævis PR est distantia a plano $DCEF$ secundum eandem eam directionem; quævis RT est æqualis QS sibi respondentis, quæ ob datas directiones laterum trianguli SCQ est ad CQ , æqualem MN , sive PO , distantia a plano $XABY$ secundum datam directionem DC , in ratione data; & quævis VT est itidem in ratione data ad TS æqualem PM , distantia a plano $GABH$ secundum datam directionem EC ; ac idcirco etiam nulla ex ipsis PR , RT , TV poterit evanescere, vel directione mutata abire e positiva in negativam, aut vice versa, mutato situ puncti P , nisi sua sibi respondens ipsius puncti P distantia ex iis PR , PO , PM evanescat simul, aut directionem mutet. Quamobrem & summa omnium positivarum vel PR , vel RT , vel TV ad summam omnium positivarum vel PR , vel PO , vel PM , & summa omnium negativarum prioris directionis ad summam omnium negativarum posterioris sibi respondentis, erit itidem in ratione data: ac proinde si omnes positivæ directionum PR , PO , PM a suis negativis destruuntur in illis tribus æqualium distantiarum planis, etiam omnes positivæ PR , RT , TV a suis negativis destruuntur, adeoque & omnes PV positivæ a suis negativis. Quamobrem planum $LCIK$ erit planum distantiarum æqualium. Q. E. D.

249. Demonstrato hoc theoremate jam sponte illud consequitur, in quavis punctorum congerie, adeoque massarum utcunque dispersarum summa, haberi semper aliquod gravitatis centrum, atque id esse unicum, quod quidem data omnium punctorum positione faciliè determinabitur. Nam assumpto puncto quovis ad arbitrium ubicunque, ut puncto P , poterunt duci per ipsum tria plana quæcunque, ut OPM , RPM , RPO . Tum singulis poterunt per num. 246 inveniri plana parallela, quæ

quæ sint plana distantiarum æqualium, quorum priora duo si sint DCEF, XABY, se secabunt in aliqua recta CE parallela illorum intersectioni MP; tertium autem GABH ipsam CE debet alicubi secare in C; cum planum RPO secet PM in P: nam ex hac sectione constat, hanc rectam non esse parallelam huic plano, adeoque nec illa illi erit, sed in ipsum alicubi incurret. Transibunt igitur per punctum C tria plana distantiarum æqualium, adeoque per num. 247 & aliud quodvis planum transiens per punctum idem C erit planum æqualium distantiarum pro quavis directione, & idcirco etiam pro distantiiis perpendicularibus; ac ipsum punctum C juxta definitionem num. 241, erit commune gravitatis centrum omnium massarum, sive omnis congeriei punctorum, quod quidem esse unicum, facile deducitur ex definitione, & hac ipsa demonstratione; nam si duo essent, possent utique per ipsa duci duo plana parallela directionis cujuscvis, & eorum utrumque esset planum distantiarum æqualium, quod est contra id, quod num. 246 demonstravimus.

250. Demonstrandum necessario fuit, haberi aliquod gravitatis centrum, atque id esse unicum; & perperam id quidem a Mechanicis passim omittitur: si enim id non ubique adesset, & non esset unicum, in paralogismum incurrerent quamplurimæ Mechanicorum ipsorum demonstrationes, qui ubi in plano duas invenerunt rectas, & in solidis tria plana determinantia æquilibrium, in ipsa intersectione constituunt gravitatis centrum, & supponunt omnes alias rectas, vel omnia alia plana, quæ per id punctum ducantur, eandem æquilibrii proprietatem habere, quod utique fuerat non supponendum, sed demonstrandum. Et quidem facile est similis paralogismi exemplum præbere in alio quodam, quod magnitudinis centrum appellare liceret, per quod nimirum figura sectione quavis secaretur in duas partes æquales inter se, sicut per centrum gravitatis secta, secatur in duas partes æquilibratas in hypothese gravitatis constantis, & certam directionem habentis plano secanti parallelam.

251. Erraret sane, qui ita definiret centrum magnitudinis, tum determinaret in ipsum in datis figuris eadem illa methodo, quæ pro centro gravitatis adhibetur. Is ex. gr. pro triangulo ABG in fig. 38 sic ratiocinationem institueret. Secetur AG bifariam in D, ducaturque BD, quæ utique ipsum triangulum secabit in duas partes æquales. Deinde, secta AB itidem bifariam in E, ducatur GE, quam itidem constat, debere secare triangulum in partes æquales duas. In earum igitur concursu C habetur centrum magnitudinis. Hoc invento si progrediretur ulterius, & haberet pro æqualibus partes, quæ alia sectione acunque facta per C obtinentur; erraret pessime. Nam facta ED, jam constat, fore ipsam ED parallelam BG ejus dimidiam; adeoque similia fore triangula ECD,

Necessitas demonstrandi haberi semper centrum gravitatis.

Centrum enim magnitudinis non semper haberi.

Fig. 38.

ECD , BCG , & CD dimidiam CB . Quare si per C ducatur FH parallela AG ; triangulum FBH , erit ad ABG , ut quadratum BC ad quadratum BD , seu ut 4 ad 9, adeoque segmentum FBH ad residuum $FAGH$ est ut 4 ad 5, & non in ratione æqualitatis.

Ubi hæc primo demonstrata. 252. Nimirum quæcunque punctorum, & massarum congeries, adeoque & figura quævis, in qua concipiatur punctorum numerus auctus in infinitum, donec figura ipsa evadat continua, habet suum gravitatis centrum; centrum magnitudinis infinitæ earum non habent; & illud primum, quod hic accuratissime demonstravi, demonstraveram jam olim methodo aliquanto contractiore in dissertatione *De Centro Gravitatis*; hujus vero secundi exemplum hic patet, ac in dissertatione *De Centro Magnitudinis*, priori illi addita in secunda ejusdem impressione, determinavi generaliter, in quibus figuris centrum magnitudinis habeatur, in quibus desit; sed ea ad rem præsentem non pertinent.

Inde ubi fit centrum commune massarum duarum.

Fig. 39.

253. Ex hac generali determinatione centri gravitatis facile colligitur illud, centrum commune binarum massarum jacere in directum cum centrīs gravitatis singularum, & horum distantias ab eodem esse reciproce, ut ipsas massas. Sint enim binæ massæ, quarum centra gravitatis sint in fig. 39 in A , & B . Si per rectam AB ducatur planum quodvis, id debet esse planum distantiarum æqualium respectu utriuslibet. Quare etiam respectu summæ omnium punctorum ad utrumque simul pertinentium distantia omnes hinc, & inde acceptæ æquantur inter se; ac proinde id etiam respectu summæ debet esse planum distantiarum æqualium, & centrum commune debet esse in quovis ex ejusmodi planis, adeoque in interfectione duorum quorumcunque ex iis, nimirum in ipsa recta AB . Sit id in C , & si jam concipiatur per C planum quodvis secans ipsam AB ; erit summa omnium distantiarum ab eo plano secundum directionem AB punctorum pertinentium ad massam A , si a positivis demantur negativæ, æqualis per num. 243 numero punctorum massæ A ducto in AC , & summa pertinentium ad B numero punctorum in B ducto in BC ; quæ producta æquari debent inter se, cum omnium distantiarum summæ positivæ a negativis elidi debeant respectu centri gravitatis C . Erit igitur AC ad CB , ut numerus punctorum in B ad numerum in A , nimirum in ratione massarum reciproca.

Inde & communis methodus pro quotcunque massis.

254. Hinc autem facile deducitur communis methodus inveniendi centrum gravitatis commune plurium massarum. Coniunguntur prius centra duarum, & eorum distantia dividitur in ratione reciproca ipsarum. Tum harum commune centrum sic inventum coniungitur cum centro tertiæ, & dividitur distantia in ratione reciproca summæ massarum priorum ad massam tertiam, & ita porro. Quin immo possunt seorsum inveniri centra gravitatis binarum quarumvis, ternarum, denarum quocunque ordine,

ordine, tum binaria conjungi cum ternariis, denariis, aliisque, ordine itidem quocunque, & semper eadem methodo devenitur ad centrum commune gravitatis massæ totius. Id patet, quia quocunque massæ considerari possunt pro massa unica, cum agatur de numero punctorum massæ tantummodo, & de summa distantiarum punctorum omnium: summæ massarum constituunt massam, & summæ distantiarum summam per solam conjunctionem ipsarum. Quoniam autem ex generali demonstratione superius facta devenitur semper ad centrum gravitatis, atque id centrum est unicum; quocunque ordine res peragatur, ad illud utique unicum devenitur.

255. Inde vero illud consequitur, quod est itidem commune, si plurius massarum centra gravitatis sint in eadem aliqua recta, fore etiam in eadem centrum gravitatis summæ omnium; quod viam sternit ad investiganda gravitatis centra etiam in pluribus figuris continuis. Sic in fig. 38 centrum commune gravitatis totius trianguli est in illo puncto, quod a recta ducta a vertice anguli cujusvis ad mediam basim oppositam relinquit trientem versus basim ipsam. Nam omnium reclarum basi parallelarum, quæ omnes a recta *BD* secantur bisariam, ut *FH*, centra gravitatis sunt in eadem recta, adeoque & areæ ab iis contextæ centrum gravitatis est tam in recta *BD*, quam in recta *GE* ob eandem rationem, nempe in illo puncto *C*. Eadem methodus applicatur aliis Figuris solidis, ut pyramidibus; at id, ut & reliqua omnia pertinentia ad inventionem centri gravitatis in diversis curvis lineis, superficiebus, solidis, hinc profluentia, sed meæ Theoriæ communia jam cum vulgaribus elementis, hic omitto, & solum illud iterum innuam, ea rite procedere, ubi jam semel demonstratum fuerit, haberi in massis omnibus aliquod gravitatis centrum, & esse unicum, ex quo nimirum hic & illud fluit, areas *FAGH*, *FBH* licet inæquales, habere tamen æquales summam distantiarum omnium suorum punctorum ab eadem recta *FH*.

256. In communi methodo alio modo se res habet. Postquam inventum est in fig. 40 centrum gravitatis commune massis *A*, & *B*, juncta pro tertia massa *DC*, & secta in *F* in ratione massarum *D*, & *A + B* reciproca, habetur *F* pro centro communi omnium trium. Si prius inventum esset centrum commune *E* massarum *D*, *B*, & juncta *AE*, ea secta fuisset in *F* in ratione reciproca massarum *A*, & *B + D*; haberetur itidem illud sectionis punctum pro centro gravitatis. Nisi generaliter demonstratum fuisset, haberi semper aliquod, & esse unicum gravitatis centrum; oporteret hic iterum demonstrare, id novum sectionis punctum fore idem, ac illud prius; sed per singulos casus ire, res infinita esset, cum diversæ rationes conjungendi massas eodem redeant, quo diversi ordines litterarum conjungendarum in voces, de quarum multitudine immensa in exiguo etiam terminorum numero mentionem fecimus num. 114.

257. At-

Inde & theoremata, ope cuius investigatur id in figuris continuis.

F. 38.

Difficultas demonstrationis in communi methodo.

Fig. 40.

Similis difficultas in summa, & multiplicatione plurium numerorum, & in vi composita ex pluribus: methodus componendi simul omnes.

257. Atque hic illud quidem accidit, quod in numerorum summa, & multiplicatione experimur, ut nimirum quocunque ordine accipiantur numeri, vel singuli, ut addantur numero jam invento, vel ipsum multiplicent, vel plurium aggregata seorsum addita, vel multiplicata; semper ad eundem demum deveniatur numerum post omnes, qui dati fuerant, adhibitos semel singulos; ac in summa patet facile deveniri eodem, & in multiplicatione potest res itidem demonstrari etiam generaliter, sed ea huc non pertinent. Pertinet autem huc magis aliud ejusmodi exemplum petatum a compositione virium, in qua itidem si multæ vires componantur communi methodo componendo inter se duas per diagonalem parallelogrammi, cujus latera eas exprimant, tum hanc diagonalem cum tertia, & ita porro; quocunque ordine res procedat, semper ad eandem demum post omnes adhibitas devenitur. Hujusmodi compositione plurimarum virium generali jam indigebimus, & ad absolutam demonstrationem requiritur generalis expressio compositionis virium quocunque, qua uti soleo. Compono nimirum generaliter motus, qui sunt virium effectus, & ex effectu composito metior vim, ut e spatioso, quod dato tempusculo vi aliqua percurreretur, solet ipsa vis simplex quælibet æstimari. Assumo illud, quod & rationi est consentaneum, & experimentis constat, & facile etiam demonstratur consentire cum communi methodo componendi vires, ac motus per parallelogramma, nimirum punctum sollicitatum simul initio cujusvis tempusculi actione conjuncta virium quarumcunque, quarum directio, & magnitudo toto tempusculo perseveret eadem, fore in fine ejus tempusculi in eo loci puncto, in quo esset, si singulæ eadem intensitate, & directione egissent aliæ post alias totidem tempusculis, quot sunt ipsæ vires, cessante omni nova sollicitatione, & omni velocitate jam producta a vi qualibet post suum tempusculum: tum rectam, quæ conjungit primum illud punctum cum hoc postremo, assumo pro mensura vis ex omnibus compositæ, quæ cum eadem perseveret per totum tempusculum; punctum mobile utique per unicam illam eandem rectam abiret. Quod si & velocitatem aliquam habuerit initio illius tempusculi jam acquisitam ante; assumo itidem, fore in eo puncto loci, in quo esset, si altero tempusculo percurreret spatiosulum, ad quod determinatur ab illa velocitate, altero spatiosulum, ad quod determinatur a vi, sive aliis totidem tempusculis percurreret spatiosa, ad quorum singula determinatur a viribus singulis.

Consensus ejus methodi cum communi per parallelogramma.

Fig. 41.

258. Huc recidere methodum componendi per parallelogramma facile constat; si enim in fig. 41 componendi sint plures motus, vel vires expressæ a rectis PA, PB, PC &c, & incipiendo a binis quibusque PA, PB, eæ componantur per parallelogrammum PAMB, tum vis composita PM cum tertia PC per parallelogrammum PMNC, & ita porro; patet,

patet, ad idem loci punctum N per hæc parallelogramma definitum debere devenire punctum mobile, quod prius percurrat PA, tum AM parallelam, & æqualem PB; tum MN parallelam, & æqualem PC, atque ita porro additis quotcunque aliis motibus, vel viribus, quæ per nova parallela, & æqualia parallelogrammorum latera debeant componi.

259. Deveniretur quidem ad idem punctum N, si alio etiam ordine componerentur ii motus, vel vires, ut compositis viribus PA, PC per parallelogrammum PAOC, tum vi PO cum vi PB per novum parallelogrammum, quod itidem haberet cuspidem in N; sed eo deveniretur alia via PAON. Hoc autem ipsum, quod tam multis viis, quam multas diversæ plurium compositiones motuum, ac virium exhibere possunt, eodem semper deveniri debeat, sic generaliter demonstro. Si assumatur ultra omnia puncta, ad quæ per ejusmodi compositiones deveniri potest, planum quodcunque; ubi punctum mobile percurrit lineolam pertinentem ad quencunque determinatum motum, habet eundem perpendicularem accessum ad id planum, vel recessum ab eo, quocunque tempusculo id fiat, sive aliquo e prioribus, sive aliquo e postremis, vel mediis. Nam ea lineola ex quocunque puncto discedat, ad quod deventum jam sit, habet semper eandem & longitudinem, & directionem, cum eidem e componentibus parallela esse debeat, & æqualis. Quare summa ejusmodi accessuum, ac summa recessuum erit eadem in fine omnium tempusculorum, quocunque ordine disponantur lineolæ hæc parallelæ, & æquales lineolis componentibus, adeoque etiam id, quod prodit demendo recessuum summam a summa accessuum, vel vice versa, erit idem, & distantia puncti postremi, ad quod deventum est ab illo eodem plano, erit eadem. Inde autem sponte jam fluit id, quod demonstrandum erat, nimirum punctum illud esse idem semper. Si enim ad duo puncta duabus diversis viis deveniretur, assumpto plano perpendiculari ad rectam, quæ illa duo puncta jungeret, distantia perpendicularis ab ipso non esset utique eadem pro utroque, cum altera distantia deberet alterius esse pars.

Demonstratio
generalis metho-
di.

260. Porro similis admodum est etiam methodus, qua utor ad demonstrandum præclarissimum Newtoni theorema, in quod coalescunt simul duo, quæ superius innui, & huc reducuntur. Si quotcunque materiae puncta utcunque disposita, & in quotcunque utcunque disjunctas massas coalescentia habeant velocitates quascunque cum directionibus quibuscunque, & præterea urgeantur viribus mutuis quibuscunque, quæ in binis quibusque punctis equaliter agant in plagas oppositas; centrum commune gravitatis omnium vel quiescet, vel movebitur uniformiter in directum eodem motu, quem haberet, si nulla adesset mutua punctorum actio in se invicem. Hoc autem theorema sic generaliter, & admodum facile, ac luculenter demonstratur.

Theorema de
statu centri gra-
vitatatis manen-
te etiam ubi
agant utcunque
vires mutue,
ac ejus demon-
strationis inci-
tium.

Q

Con-

Concipiamus vires singulas per quodvis determinatum tempusculum servare directiones suas, & magnitudines: in fine ejus tempusculi punctum materiæ quodvis erit in eo loci puncto, in quo esset, si singularum virium effectus, vel effectus velocitatis ipsius illi tempusculo debitus, haberentur cum eadem sua directione, & magnitudine alii post alios totidem tempusculis, quot vires agunt. Assumantur jam totidem tempuscula, quot sunt punctorum binaria diversa in ea omni congerie, & præterea unum, ac primo tempusculo habeant omnia puncta motus debitos velocitatibus illis suis, quas habent initio ipsius, singula singulos; tum assignato quovis e sequentibus tempusculis cuivis binario, habeat binarium quodvis tempusculo sibi respondente motum debitum vi mutuz, quæ agit inter bina ejus puncta, ceteris omnibus quiescentibus. In fine postremi tempusculi omnia puncta materiæ erunt in hac hypothese in iis punctis loci, in quibus revera esse debent in fine unici primi tempusculi ex actione conjuncta virium omnium cum singulis singulorum velocitatibus.

Progressus ejusdem demonstrationis.

261. Concipiatur jam ultra omnia ejusmodi puncta planum quodcunque. Primo ex illis tot assumptis tempusculis alia puncta accedent, alia recedent ab eo plano, & summa omnium accessuum punctorum omnium demptis omnibus recessibus, si qua superest, vel vice versa summa recessuum demptis accessibus, divisa per numerum omnium punctorum, æquabitur accessui perpendiculari ad idem planum, vel recessui centri gravitatis communis; cum summa distantiarum perpendicularium tam initio tempusculi, quam in fine, divisa per eundem numerum exhibeat ipsius communis centri gravitatis distantiam juxta num. 246. Sequentibus autem tempusculis manebit utique eadem distantia centri gravitatis communis ab eodem plano nunquam mutata; quia ob æquales & contrarios punctorum motus, alterius accessus ab alterius recessu æquali eliditur. Quamobrem in fine omnium tempusculorum ejus distantia erit eadem, & accessus ad planum erit idem, qui esset, si solæ adfuissent ejusmodi velocitates, quæ habebantur initio; adeoque etiam cum omnes vires simul agunt, in fine illius unici tempusculi habebitur distantia, quæ haberetur, si vires illæ mutuz non egissent, & accessus æquabitur summæ accessuum, qui haberentur ex solis velocitatibus, demptis recessibus. Si jam consideretur secundum tempusculum in quo simul agant vires mutuz, & velocitates; debent considerari tria genera motuum: primum eorum, qui proveniunt a velocitatibus, quæ habebantur initio primi tempusculi; secundum eorum, qui proveniunt a velocitatibus acquisitis actione virium durante per primum tempusculum; tertium eorum, qui proveniunt a novis actionibus virium mutuarum, quæ ob mutatas jam positiones concipiuntur aliis directionibus agere per totum secundum tempusculum. Porro quoniam hi posteriorum duorum generum motus sunt

sunt in singulis punctorum binariis contrarii, & æquales; illi itidem distantiam centri gravitatis ab eodem plano, & accessum, vel recessum debitum secundo tempusculo non mutant; sed ea habentur, sicuti haberentur, si semper durarent solæ illæ velocitates, quæ habebantur initio primi tempusculi; & idem redit argumentum pro tempusculo quocunque: singulis advenientibus tempusculis accedet novum motuum genus durantibus cum sua directione, & magnitudine velocitatibus omnibus inductis per singula præcedentia tempuscula, ex quibus omnibus, & ex nova actione vis mutæ, componitur quovis tempusculo motus puncti cujuscvis: sed omnia ista inducunt motus contrarios, & æquales, adeoque summam accessuum, vel recessuum ortam ab illis solis initialibus velocitatibus non mutant.

262. Quod si jam tempusculorum magnitudo minuatur in infinitum, aucto itidem in infinitum intra quodvis finitum ^{Progressus} tempus eorundem numero, donec evadat continuum tempus, ^{ulterior.} & continua positionum, ac virium mutatio; adhuc centrum gravitatis in fine continui temporis cujuscunque, adeoque & in fine partium quarumcunque ejusdem temporis, habebit ab eodem plano distantiam perpendicularem, quam haberet ex solis velocitatibus habitis initio ejus temporis, si nullæ deinde egissent mutæ vires; & accessus ad illud planum, vel recessus ab eo, æquabitur summæ omnium accessuum pertinentium ad omnia puncta demptis omnibus recessibus, vel vice versa. Is vero accessus, vel recessus assumptis binis ejus temporis partibus quibuscunque, erit proportionalis ipsis temporibus. Nam singulorum punctorum accessus, vel recessus orti ab illis velocitatibus initialibus perseverantibus, adeoque ab motu æquabili, sunt in ratione eadem earundem temporis partium; ac proinde & eorum summæ in eadem ratione sunt.

263. Inde vero prona jam est theorematis demonstratio. ^{Demonstratio} Ponamus enim, centrum gravitatis quiescere quodam tempore, ^{nis finis.} tum moveri per aliquod aliud tempus. Debet utique aliquo momento ejus temporis esse in alio loci puncto, diverso ab eo, in quo erat initio motus. Sumatur pro prima & duabus partibus temporis continui pars ejus temporis, quo punctum quiescebat, & pro secunda tempus ab initio motus usque ad quodvis momentum, quo centrum illud gravitatis devenit ad aliud aliquod punctum loci. Ducta recta ab initio ad finem hujusce motus, tum accepto plano aliquo perpendiculari ipsi productæ ultra omnia puncta, centrum gravitatis ad id planum accederet secunda continui ejus temporis parte per intervalum æquale illi rectæ, & nihil accessisset primo tempore, adeoque accessus non fuissent proportionales illis partibus continui temporis. Quamobrem ipsum commune gravitatis centrum vel semper quiescit, vel movetur semper. Si autem movetur, debet moveri in directum. Si enim omnia puncta loci, per quæ transit, non jacent in directum, sumantur tria in dire-

Etum non jacentia, & ducatur recta per prima duo, quæ per tertium non transibit, adeoque per ipsam duci poterit planum, quod non transeat per tertium, tum ultra omnem punctorum congeriem planum ipsi parallelum. Ad id secundum nihil accessisset illo tempore, quo a primo loci puncto devenisset ad secundum, & eo tempore, quo ivisset a secundo ad tertium. accessisset per intervallum æquale distantia a priore plano, adeoque accessus iterum proportionales temporibus non fuissent. Demum motus erit æquabilis. Si enim ultra omnia puncta concipiatur planum perpendiculare rectæ, per quam movetur ipsum centrum commune gravitatis, jacens ad eam partem, in quam id progreditur, accessus ad ipsum planum erit totus integer motus ejusdem centri; adeoque cum ii accessus debeant esse proportionales temporibus; erunt ipsis temporibus proportionales motus integri; & idcirco non tantum rectilineus, sed & uniformis erit motus; unde jam evidentissime patet theorema totum.

Corollarium de
quantitate mo-
tus in eandem
plagam conser-
vata in Mun-
do.

264. Ex eodem fonte, ex quo profluxit hoc generale theorema, sponte fluit hoc aliud ut consuetarium: *quantitas motus in Mundo conservatur semper eadem, si ea computetur secundum directionem quancunque ita, ut motus secundum directionem oppositam consideretur ut negativus, ejusmodi motuum contrariorum summa subtracta a summa directorum.* Si enim consideretur eadem directioni perpendiculare planum ultra omnia materiæ puncta, quantitas motus in ea directione est summa omnium accessuum, demptis omnibus recessibus, quæ summa tempusculis æqualibus manet eadem, cum mutæ vires inducant accessus, & recessus se mutuo destruentes; nec ejusmodi conservationi obstant liberi motus ab anima nostra producti, cum nec ipsa vires ullas possit exerere, nisi quæ agant in partes oppositas æqualiter juxta num. 74.

Æqualitas a-
ctionis & re-
actionis in mas-
sis inde orta.

265. Porro ex illo Newtoniano theoremate statim jam profluit lex actionis, & reactionis æqualium pro massis omnibus. Nimirum si duæ massæ quæcunque in se invicem agant viribus quibuscunque mutuis, & inter singula punctorum binaria æqualibus; binæ illæ massæ acquirant ab actionibus mutuis summas motuum æquales in partes contrarias, & celeritates acquisite ab earum centrīs gravitatis in partes oppositas, componendæ cum antecedentibus ipsarum celeritatibus, erunt in ratione reciproca massarum. Nam centrum commune gravitatis omnium a mutuis actionibus nihil turbabitur per hoc theorema, & sive ejusmodi vires agant, sive non agant, sed solius inertia effectus habeantur; semper ab eodem communi gravitatis centro distabunt ea bina gravitatis centra hinc, & inde in directum ad distantias reciproce proportionales massis ipsis per num. 253. Quare si præter priores motus ex vi inertia uniformes, ob actionem mutuam adhuc magis ad hoc commune centrum accedet alterum ex iis, vel ab eo recedet; accedet & alterum, vel

vel recedet, accessibus, vel recessibus reciproce proportionalibus ipsis massis. Nam accessus ipsi, vel recessus, sunt differentia distantiarum habitarum cum actione mutuarum virium a distantis habendis sine iis, adeoque erunt & ipsi in ratione reciproca massarum, in qua sunt totae distantiae. Quod si per centrum commune gravitatis concipiatur planum quodcumque, cui quaequam data directio non sit parallela; summa accessuum, vel recessuum punctorum omnium massae utriuslibet ad ipsum secundum eam directionem demptis oppositis, quae est summa motuum secundum directionem eandem, aequabitur accessui, vel recessui centri gravitatis ejus massae ducto in punctorum numerum; accessus vero, vel recessus alterius centri ad accessum, vel recessum alterius in directione eadem, erit ut secundus numerus ad primum; nam accessus, & recessus in quavis directione data sunt inter se, ut accessus, vel recessus in quavis alia itidem data; & accessus, ac recessus in directione, quae jungit centra massarum, sunt in ratione reciproca ipsarum massarum. Quare productum accessus, vel recessus centri primae massae per numerum punctorum, quae habentur in ipsa, aequatur producto accessus, vel recessus secundae per numerum punctorum, quae in ipsa continentur; nimirum ipsae motuum summae in illa directione computatorum aequales sunt inter se, in quo ipsa actionis, & reactionis aequalitas est sita.

266 Ex hac actionum, & reactionum aequalitate sponte profluunt leges collisionis corporum, quas ex hoc ipso principio Wrennus olim, Hugenius, & Wallisius invenerunt simul, ut in hac ipsa lege Naturae exponenda Newtonus etiam memorat Principiorum lib. 1. Ostendam autem, quo pacto generales formulae inde deducantur tam pro directis collisionibus corporum mollium, quam pro perfecte, vel pro imperfecte elasticorum. Corpora mollia dicuntur ea, quae resistunt mutationi figurae, seu compressioni, sed compressa nullam exercent vim ad figuram recuperandam, ut est cera, vel sebum: corpora elastica, quae figuram amissam recuperare nituntur; & si vis ad recuperandam sit aequalis vi ad non amittendam; dicuntur perfecte elastica, quae quidem, ut & perfecte mollia, nulla, ut arbitror, sunt in Natura; si autem imperfecte elastica sunt, vis, quae in amittenda, ad vim, quae in recuperanda figura exercetur, datam aliquam rationem habet. Ad di solet & tertium corporum genus, quae dura dicunt, quae nimirum figuram prorsus non mutant; sed ea itidem in Natura nusquam sunt juxta communem sententiam, & multo magis nulla usquam sunt in hac mea Theoria. Adhuc qui ipsa velit agnoscere, is mollia consideret, quae minus, ac minus comprimantur, donec compressio evadat nulla; & ita, quae de mollibus dicuntur, aptari poterunt duris multo meliore jure, quam alii elasticorum leges ad ipsa transferant, considerando elasticitatem infinitam ita, ut figura nec mutetur, nec se restituat;

Inde leges collisionum; discrimen virium in corporibus elasticis, & mollibus.

nam si figura non mutetur, adhuc concipi poterit, impenetrabilitatis vi amissus motus, ut amitteretur in compressione; sed ad supplendam vim, quæ exeritur ab elasticis in recuperanda figura, non est, quod concipi possit, ubi figura recuperari non debet. Porro unde corpora mollia sint, vel elastica, hic non quæro; id pertinet ad tertiam partem, quanquam id ipsum innui superius num. 199; sed leges, quæ in eorum collisionibus observari debent, & ex superiore theoremate fluunt, expono. Ut autem simplicior evadat res, considerabo globos, atque hos ipsos circumquaque circa centrum, in eadem saltem ab ipso centro distantia, homogeneos, qui primo quidem concurrant directe; nam deinde ad obliquas etiam collisiones faciemus gradum.

Præparatio pro collisionibus globorum, planorum, circulorum.

267. Porro ubi globus in globum agit, & ambo paribus a centro distantis homogenei sunt, facile constat, vim mutuam, quæ est summa omnium virium, qua singula alterius puncta agunt in singula puncta alterius, habituram semper directionem, quæ jungit centra; nam in ea recta jacent centra ipsorum globorum, quæ in eo homogeneitatis casu facile constat, esse centra itidem gravitatis globorum ipsorum; & in eadem jacet centrum commune gravitatis utriusque, ad quod viribus illis mutuis, quas alter globus exercet in alterum, debent ad se invicem accedere, vel a se invicem recedere; unde fit, ut motus, quos acquirunt globorum centra ex actione mutua alterius in alterum, debeant esse in directione, quæ jungit centra. Id autem generaliter extendi potest etiam ad casum, in quo concipiatur, massam immensam terminatam superficie plana, sive quoddam immensum planum agere in globum finitum, vel in punctum unicum, ac vice versa: nam alterius globi radio in infinitum aucto superficies in planum definit; & radio alterius in infinitum imminuto, globus abit in punctum. Quin etiam si massa quævis teres, sive circa axem quendam rotunda, & in quovis plano perpendiculari axi homogenea, vel etiam circulus simplex, agat, vel concipiatur agens in globum, vel punctum in ipso axe constitutum; res eodem redit.

Formulæ pro corpore molli incurrente in molle lentius progrediens in eandem planam.

268. Præcurrat jam globus mollis cum velocitate minore, quem alius itidem mollis consequatur cum majore ita, ut centra ferantur in eadem recta, quæ illa conjungit, & hic demum incurrat in illum, quæ dicitur collisio directa. Is incursus mihi quidem non fiet per immediatum contactum, sed antequam ad contactum deveniant, vi mutua repulsiva comprimuntur partes posteriores præcedentis, & anteriores sequentis, quæ compressio fiet semper major, donec ad æquales celeritates devenerint; tum enim accessus ulterior desinet, adeoque & ulterior compressio; & quoniam corpora sunt mollia, nullam aliam exercent vim mutuam post ejusmodi compressionem, sed cum æquali illa velocitate pergunt moveri porro. Hæc æqualitas velocitatis, ad quam reducuntur ii duo globi,

bi, una cum æqualitate actionis, & reactionis æqualium, rem totam perficient. Sit enim massa, sive quantitas materiæ, globi præcurrentis = q , insequentis = Q ; celeritas illius = c , hujus = C : quantitas motus illius ante collisionem erit cq , hujus CQ ; nam celeritas ducta per numerum punctorum exhibet summam motuum punctorum omnium, sive quantitatem motus; unde etiam fit, ut quantitas motus per massam divisa exhibeat celeritatem. Ob actionem, & reactionem æquales, hæc quantitas erit eadem etiam post collisionem, post quam motus totus utriusque massæ, erit $CQ + cq$. Quoniam autem progrediuntur cum æquali celeritate; celeritas illa habebitur; si quantitas motus dividatur per totam quantitatem materiæ; quæ

idcirco erit $\frac{CQ + cq}{Q + q}$. Nimirum ad habendam velocitatem

communem post collisionem, oportebit ducere singulas massas in suas celeritates, & productorum summam dividere per summam massarum.

269. Si alter globus q quiescat; satis erit illius celeritatem considerare = 0 : & si moveatur motu contrario motui prioris globi; satis erit illi valorem negativum tribuere; ut adeo & hic, & in sequentibus formula inventa pro illo primo casu globorum in eandem progredientium plagam, omnes casus contineat. In eo autem si libeat invenire celeritatem amissam a globo Q , & celeritatem acquisitam a globo q , satis erit reducere singulas formulas $C - \frac{CQ + cq}{Q + q}$, & $\frac{CQ + cq}{Q + q} - c$

Ejus extensio ad omnes casus: celeritas amissa, vel acquisita.

ad eundem denominatorem, ac habebitur $\frac{Cq - cq}{Q + q}$, &

$\frac{CQ - cQ}{Q + q}$, ex quibus deducitur hujusmodi theorema: ut sum-

ma massarum ad massam alteram, ita differentia celeritatum ad celeritatem ab altera acquisitam, quæ in eo casu accelerabit motum præcurrentis, & retardabit motum consequentis.

270. Ex hisce, quæ pertinent ad corpora mollia, facile est progredi ad perfecte elastica. In iis post compressionem maximam, & mutationem figuræ inductam ab ipsa, quæ habetur, ubi ad æquales velocitates est ventum, agent adhuc in se invicem bini globi, donec deveniant ad figuram priorem, & hæc actio duplicabit effectum priorem. Ubi ad sphericam figuram deventum fuerit, quod fit recessu mutuo oppositarum superficierum, quæ in compressione ad se invicem accesserant, pergunt utique a se invicem recedere aliquanto magis eadem superficies, & figura producet, sed opposita jam vi mutua inter partes ejusdem globi incipient retrahi, & productio perget fieri, sed usque lentius, donec ad maximam quandam productionem deven-

Transitus ad elasticorum collisiones.

ventum fuerit, quæ deinde incipiet minui, & globus ad sphaericam figuram accedet iterum, ac iterum comprimetur motu quodam oscillatorio, ac partium trepidatione hinc, & inde a figura sphaerica, uti supra vidimus etiam duo puncta circa distantiam limitis cohesionis oscillare hinc, & inde; sed id ad collisionem, & motus centrorum gravitatis nihil pertinebit, quorum status a viribus mutuis nihil turbatur; actio autem unius globi in alterum statim cessabit post regressum ad figuram sphaericam, post quem superficies alterius postica, & alterius antica in centra jam retractæ, ulteriore centrorum discessu a se invicem incipient ita distare, ut vires in se invicem non exerant, quarum effectus sentiri possit; & hypothesis perfecte elasticorum est, ut tantus sit mutuae actionis effectus in recuperanda, quantus fuit in amittenda figura.

Formulae pro
perfecte elasti-
cis.

271. Duplicato igitur effectû, globus Q amittet celeritatem $\frac{2Cq - 2cq}{Q + q}$, & globus q acquirat celeritatem $\frac{2CQ - 2cQ}{Q + q}$.

Quare illius celeritas post collisionem erit $C - \frac{2CQ - 2cQ}{Q + q}$

sive $\frac{CQ - Cq + 2cq}{Q + q}$; hujus vero erit $c + \frac{2CQ - 2cQ}{Q + q}$

$\frac{cQ - cQ + 2CQ}{Q + q}$, & motus fient in eandem plagam, vel glo-

bus alter quiescet, vel fient in plagas oppositas; prout determinatis valoribus Q, q, C, c , formulae valor evaserit positivus, nullus, vel negativus.

Formulae pro
imperfecte elasti-
cis.

272. Quod si elasticitas fuerit imperfecta, & vis in amittenda ad vim in recuperanda figura fuerit in aliqua ratione data, erit & effectus prioris ad effectum posterioris itidem in ratione data, nimirum in ratione subduplicata prioris. Nam ubi per idem spatium agunt vires, & velocitas oritur, vel extinguitur tota, ut hic respectiva velocitas extinguitur in compressione, oritur in restitutione figurae, quadrata velocitatum sunt ut areae, quas describunt ordinatae viribus proportionales juxta num. 176, & hinc areae erunt in ratione virium, si, viribus constantibus, sint constantes & ordinatae, cum inde fiat, ut scalae celeritatum ab iis descriptae sint rectangula. Sit igitur rationis constantis illarum virium ratio subduplicata m ad n , & erit effectus in amittenda figura ad summam effectuum in tota collisione, ut m ad $m + n$, quæ ratio

si ponatur esse 1 ad r , ut sit $r = \frac{m + n}{m}$, fatis erit, effectus il-

los inventos pro globis mollibus, sive celeritatem ab altero amissam, ab altero acquisitam, non duplicare, ut in perfecte elasticis, sed multiplicare per r , ut habeantur velocitates acquisitæ in partes contrarias, & componendæ cum velocitatibus prio-

prioribus. Erit nimirum illa quæ pertinet ad globum $Q = \frac{rCq - rcq}{Q + q}$, & quæ pertinet ad globum q , erit $= \frac{rCQ - rcQ}{Q + q}$

adeoque velocitas illius post congressum erit $C - \frac{rCq - rcq}{Q + q}$
& hujus $c + \frac{rCQ - rcQ}{Q + q}$; quæ formulæ itidem reducuntur

ad eosdem denominatores; ac tum ex hisce formulis, tum e superioribus quam plurima elegantissima theoremata deducuntur, quæ quidem passim inveniuntur in elementaribus libris, & ego ipse aliquanto uberius persecutus sum in Supplementis Stayanis ad lib. 2, §. 2; sed hic satis est, fundamenta ipsa, & primarias formulas derivasse ex eadem Theoria, & ex proprietatibus centri gravitatis, ac motuum oppositorum æqualium, deductis ex Theoria eadem; nec nisi binos, vel ternos evolvam casus usui futuros infra, antequam ad obliquam collisionem, ac reflexionem motuum gradum faciam.

273. Si globus perfecte elasticus incurrat in globum itidem quiescentem, erit $c = 0$, adeoque velocitas contraria priori pertinet ad incurrentem, quæ erat $\frac{2Cq - 2cq}{Q + q}$, erit $\frac{2Cq}{Q + q}$; ve-

Casus, in quo globus perfecte elasticus incurrit in alium.

locitas acquisita a quiescente, quæ erat $\frac{2CQ - 2cQ}{Q + q}$, erit $\frac{2CQ}{Q + q}$; unde habebitur hoc theoremata: ut summa massarum ad

duplam massam quiescentis, vel incurrentis, ita celeritas incurrentis ad celeritatem amissam a secundo, vel acquisitam a primo; & si massæ æquales fuerint, fit ea ratio æqualitatis; ac proinde globus incurrens totam suam velocitatem amittit, acquirendo nimirum æqualem contrariam, a qua ea elidatur, & globus quiescens acquirit velocitatem, quam ante habuerat globus incurrens.

274. Si globus imperfecte elasticus incurrat in globum quiescentem immensum, & qui habeatur pro absolute infinito, cuius idcirco superficies habetur pro plana, in formula velocitatis acquisitæ a globo quiescente $\frac{rCQ - rcQ}{Q + q}$, cum evanescat Q

Casus triplex globi incurrentis in planum immobile.

respectu q absolute infiniti, & proinde $\frac{Q}{Q + q}$ evadat $= 0$, tota

formula evanescit, adeoque ipse haberi potest pro plano immobili. In formula vero velocitatis, quam in partem oppositam

acquiret globus incurrens, $\frac{rCq - rcq}{Q + q}$, evadit $c = 0$,
R & Q

& Q evanescit itidem respectu q . Hinc habetur $\frac{rCq}{q}$, sive rC , nimirum ob $r = \frac{m+n}{m}$ fit $\left(\frac{m+n}{m}\right) \times C$, cujus prima pars $\frac{m}{m} \times C$, sive C , est illa, quæ amittitur, sive acquiritur in partem oppositam in comprimenda figura, & $\frac{n}{m} \times C$ est illa, quæ acquiritur in recuperanda, ubi si sit $n = 0$, quod accidit nimirum in perfecte mollibus; habetur sola pars prima; si $m = n$, quod accidit in perfecte elasticis, est $\frac{n}{m} \times C = C$, se-

cunda pars æqualis primæ; & in reliquis casibus est, ut m ad n , ita illa pars prima C , sive præcedens velocitas, quæ per primam partem acquisitam eliditur, ad partem secundam, quæ remanet in plagam oppositam. Quamobrem habetur ejusmodi theorema. *Si incurrat ad perpendiculum in planum immobile globus perfecte mollis, acquirit velocitatem contrariam æqualem suæ priori, & quiescit; si perfecte elasticus, acquirit duplam suæ, nimirum æqualem in compressione, qua motus omnis sistitur, & æqualem in recuperanda figura, cum qua resilit; si fuerit imperfecte elasticus in ratione m ad n , in illa eadem ratione erit velocitas priori suæ contraria acquisita, dum figura mutatur, quæ priorem ipsam velocitatem extinguit, ad velocitatem, quam acquirit, dum figura restituitur, & cum qua resilit.*

Summa quadratorum velocitatis ductorum in massas manens in perfecte elasticis.

275. Est & aliud theorema aliquanto operosius, sed generale, & elegans, ab Hugenio inventum pro perfectæ elasticis, quod nimirum summa quadratorum velocitatis ductorum in massas post congressum remaneat eadem, quæ fuerat ante ipsam.

Nam Velocitates post congressum sunt $C - \frac{2q}{Q+q} \times (C - c)$, & $c + \frac{2Q}{Q+q} \times (C - c)$; quadrata ducta in massas continent singula ternos terminos: primi erunt $QCC + qcc$; secundi erunt $(-CC + Cc) \times \frac{4Qq}{Q+q} + (cC - cc) \times \frac{4Qq}{Q+q}$, quorum summa evadit $(-CC + 2Cc - cc) \times \frac{4Qq}{Q+q}$; postremi erunt $\frac{4Qqq}{(Q+q)^2} \times (CC - 2Cc + cc)$, & $\frac{4qQQ}{(Q+q)^2} \times (CC - 2Cc + cc)$, sive simul $\frac{4(Q+q) \times Qq}{(Q+q)^2} \times (CC$

$$\times (CC - 2Cc + cc), \text{ vel } \frac{4Qq}{Q+q} \times (CC - 2Cc + cc),$$

quod destruit summam secundi terminorum binarii, remanente sola illa $QCC + qcc$, summa quadratorum velocitatum præcedentium ducta in massas. Sed hæc æqualitas nec habetur in mollibus, nec in imperfecte elasticis.

276. Veniendo jam ad congressus obliquos, deveniant dato tempore bini globi A, C in fig. 42 per rectas quasunque AB, CD, quæ illorum velocitates metiantur, in B, & D ad physicum contactum, in quo jam sensibilem effectum edunt vires mutæ. Communi methodo collisionis effectus sic definitur. Junctis eorum centrīs per rectam BD, ducantur ad eam productam, qua opus est, perpendiculara AF, CH, & completis rectangulis AFBE, CHDG resolvantur singuli motus AB, CD in binos; ille quidem in AF, AE, sive EB, FB, hic vero in CH, CG, sive GD, HD. Primus utrobique manet illæsus; secundus FB, & HD collisionem facit directam. Inveniantur per legem collisionis directæ velocitates BI, DK, quæ juxta ejusmodi leges superius expositas haberentur post collisionem diversæ pro diversis corporum speciebus, & componantur cum velocitatibus expositis per rectas BL, DQ jacentes in directum cum EB, GD, & illis æquales. His peractis expriment BM, DP celeritates, ac directiones motuum post collisionem.

Collisionis obliquæ communi methodus per virium resolutionem.

Fig. 42.

278. Hoc pacto consideratur resolutio motuum, ut vera quædam resolutio in duos, quorum alter illæsus perseveret, alter mutationem patiat, ac in casu, quem figura exprimit, extinguatur penitus, tum iterum alius producat. At sine ulla vera resolutione res vere accidit hoc pacto. Mutua vis, quæ agit in globos B, D, dat illis toto collisionis tempore velocitates contrarias BN, DS æquales in casu, quem figura exprimit, binis illis, quarum altera vulgo concipitur ut elisa, altera ut renascens. Eæ compositæ cum BO, DR jacentibus in directum cum AB, CD, & æqualibus iis ipsis, adeoque exprimentibus effectus integros præcedentium velocitatum, exhibent illas ipsas velocitates BM, DP. Facile enim patet, fore LO æqualem AE, sive FB, adeoque MO æqualem NB, & BNMO fore parallelogrammum; ac eadem demonstratione est itidem parallelogrammum DRPS. Quamobrem nulla ibi est vera resolutio, sed sola compositio motuum, perseverante nimirum velocitate priore per vim inertię, & ea composita cum nova velocitate, quam generant vires, quæ agunt in collisione.

Compositio virium resolutioni substituta.

278. Idem etiam mihi accidit, ubi oblique globus incurrit in planum, sive consideretur motus, qui haberi debet deinde, sive percussione obliquæ energia respectu perpendicularis. Deveniat in fig. 43 globus A cum directione obliqua AB ad planum

Compositio resolutioni substituta etiam ubi globus incurrit in pla-

nura immobili.
le.

Fig. 43.

CD consideratum ut immobile, quod contingat physice in N, & concipiatur planum GI parallelum priori ductum per centrum B, ad quod appellet ipsum centrum, & a quo resiliet, si resilit. Ducta AF perpendiculari ad GI, & completo parallelogrammo AFBE, in communi methodo resolvitur velocitas AB in duas AF, AE: five FB, EB, primam dicunt manere illasam, secundam destitui a resistantia plani: tum perseverare illam solam per BI æqualem ipsi FB; si corpus incurrens sit perfecte molle, vel componi cum alia in perfecte elasticis BE æquali priori EB, in imperfecte elasticis B_e , quæ ad priorem EB habeat rationem datam, & percurrere in primo casu BI, in secundo BM, in tertio B_m . At in mea Theoria globus a viribus in illa minima distantia agentibus, quæ ibi sunt repulsivæ, acquirit secundum directionem NE perpendicularem plano repellenti CD in primo casu velocitatem BE, æqualem illi, quam acquireret, si cum velocitate EB perpendiculariter advenisset per EB, in secundo BL ejus duplam, in tertio BP, quæ ad ipsam habeat illam rationem datam r ad 1, five $m+n$ ad m , & habet deinde velocitatem compositam ex velocitate priore manente, ac expressa per BO æqualem AB, & positam ipsi in directum, ac ex altera BE, BL, BP, ex quibus constat, componi illas ipsas BI, BM, B_m , quas prius; cum ob IO æqualem AF, five EB, & IM, I_m æquales BE, B_e , five EL, EP, totæ etiam BE, BP, BL totis OI, OM, O_m sint æquales, & parallelæ.

Ubique in hac Theoria compositionem resolutioni substitui, easque sibi invicem æquivalente.

279. Res mihi per compositionem virium ubique eodem redit, quo in communi methodo per earum resolutionem. Resolutionem solent vulgo admittere in motibus, quos vocant impeditos, ubi vel planum subjectum, vel ripa ad latus procursum impediens, ut in fluviorum alveis, vel filum, aut virga sustentans, ut in pendulorum oscillationibus, impedit motum secundum eam directionem, qua agunt velocitates jam conceptæ, vel vires; ut & virium resolutionem agnoscunt, ubi binæ, vel plures etiam vires unius cujusdam vis alia directione agentis effectum impediunt, ut ubi grave a binis obliquis planis sustinetur, quorum utrumque premit directione ipsi plano perpendiculari, vel ubi a pluribus filis elasticis oblique sitis sustinetur. In omnibus istis casibus illi velocitatem, vel vim agnoscunt vere resolutam in duas, quarum utriusque simul illa unica velocitas, vel vis æquivalent, ex illis veluti partibus constituta, quarum si altera impediatur, debeat altera perseverare, vel si impediatur utraque, suum utraque effectum edat seorsum. At quoniam id impedimentum in mea Theoria nunquam habebitur ab immediato contactu plani rigidi subjecti, nec a virga vere rigida, & inflexili sustentante, sed semper a viribus mutuis repulsivis in primo casu, attractivis in secundo; semper habebitur nova velocitas, vel vis æqualis, & contraria illi, quam communis methodus elisam dicit, quæ cum
tota

tota velocitate, vel vi obliqua composita eundem motum, vel idem æquilibrium restituet, ac idem omnino erit, in effectuum computatione considerare partes illas binas, & alteram, vel utramque impeditam, ac considerare priorem totam, aut velocitatem, aut vim, compositam cum iis novis contrariis, & æqualibus illi parti, vel illis partibus, quæ dicebantur elidi. In id autem, quod vel inferne, vel superne motum massæ cuiuspiam impedit, vel vim, non ager pars illa prioris velocitatis, vel illius vis, quæ concipitur resoluta, sed velocitas orta a vi mutua, & contraria velocitati illi novæ genitæ in eadem massa, a vi mutua, vel ipsa vis mutua, quæ semper debet agere in partes contrarias, & cui occasionem præbet illa determinata distantia major, vel minor, quam sit, quæ limites, & æquilibrium constitueret,

280. Id quidem abunde apparet in ipso superiore exemplo. Ibi in fig. 43 globus (quem concipiamus mollem) advenit oblique per AB , & oblique impeditur a plano ejus progressus. Non est velocitas perpendicularis AF , vel EB , quæ extinguitur, durante AE , vel FB , uti diximus; nec illa urfit planum CD . Velocitas AB occasionem dedit globo accedendi ad planum CD usque ad eam exiguam distantiam, in qua vires variæ agerent; donec ex omnium actionibus conjunctis impediretur ulterior accessus ad ipsum planum, sive perpendicularis distantia ulterior diminutio. Illæ vires agent simul in directione perpendiculari ad ipsum planum juxta num. 266: debent autem, ut impediunt ejusmodi ulteriorem accessum, producere in ipso globo velocitatem, quæ composita cum tota BO perseverante in eadem directione AB , exhibeat velocitatem per BI parallelam CD . Quoniam vero triangula rectangula AFB , BIO æqualia erunt necessario ob AB , BO æquales; erit $BEIO$ parallelogrammum, adeoque velocitas perpendicularis, quæ cum priore velocitate BO debeat componere velocitatem per rectam parallelam plano, debeat necessario esse contraria, & æqualis illi ipsi EB perpendiculari eidem plano, in quam resolvunt vulgo velocitatem AB . Interea vero vis, quæ semper agit in partes contrarias æqualiter, urferit planum tantundem, & omnes in eo produxerit effectus illos, qui vulgo tribuuntur globo adveniendi cum velocitate ejusmodi, ut perpendicularis ejus pars sit EB .

281. Idem accidet etiam in reliquis omnibus casibus superius memoratis. Descendat globus gravis per planum inclinatum CD (fig. 44) oblique, quod in communi sententia continget hunc in modum. Resolvunt gravitatem BO in duas, alteram BR perpendicularem plano CD , qua urgetur ipsum planum, quod eum sustinet; alteram BI , parallelam eidem plano, quæ obliquum descensum accelerat. In mea Theoria gravitas cogit globum semper magis accedere ad planum CD ; donec distantia ab eodem evadat ejusmodi; ut vires mutue

Exemplum rei in ipso globo molli incurrente in planum immobile.

Aliud globi descendens per planum inclinatum.

Fig. 44.

repul-

repulsivæ agant, & illa quidem, quæ agit in B, sit ejusmodi, ut composita cum BO exhibeat BI parallelam plano ipsi, adeoque non inducentem ulteriorem accessum, sit autem perpendicularis plano ipsi. Porro ejusmodi est BE, jacens in directum cum RB, & ipsi æqualis, cum nimirum debeat esse parallela, & æqualis OI. Vis autem æqualis ipsi, & contraria, adeoque expressa per BR, urgebit planum.

Aliud in pendulo.

Fig. 45.

282. Quod si grave suspensum in fig. 45 filo, vel virga BC debeat oblique descendere per arcum circuli BD; tum vero in communi methodo gravitatem BO itidem resolvunt in duas BR, BI, quarum prima filum, vel virgam tendat, & elidatur, secunda acceleret descensum obliquum, qui fieret ex velocitate concepta per rectam BA perpendicularem BC, ac præterea etiam tensionem fili agnoscunt ortam a vi centrifuga, quæ exprimitur per DA perpendicularem tangenti. At in mea Theoria res hoc pacto procedit. Globus ex B abit ad D per vires tres compositas simul cum velocitate præcedente; prima e viribus est vis gravitatis BO; secunda attractio versus C orta a tensione fili, vel virgæ, expressa per BE parallelam, & æqualem OI, adeoque RB, quæ solæ componerent vim BI; tertia est attractio in C expressa per BH æqualem AD orta itidem a tensione fili respondente vi centrifugæ, & incurvante motum. Adest præterea velocitas præcedens, quam exprimit BK æqualis IA, ut sit BI æqualis KA. His viribus cum ea velocitate simul agentibus erit globus in D in fine ejus tempusculi, cui ejusmodi effectus illarum virium respondent. Nam ibi debet esse, ubi esset, si aliæ ex illis causis agerent post alias: gravitate agente veniret per BO, vi BE abiret per OI, velocitate BK abiret per IA ipsi æqualem, vi BH abiret per AD. Quamobrem res tota itidem peragitur sola compositione virium, & motuum.

Alia ratio componendi vires in eodem casu.

283. Porro si sumatur EG æqualis BH; tum tota attractio orta a tensione fili erit BG, quæ prius considerata est tanquam e binis partibus in directum agentibus composita, ac res eodem redit; nam si prius componantur BH, & BE in BG (quo casu tota BG ut unica vis haberetur), tum BO, ac demum BK, ad idem punctum D rediretur juxta generalem demonstrationem, quam dedi num. 259. Jam vero vi expressa per totam BG attraheretur ad centrum suspensionis C ab integra tensione fili, ubi pars EG, vel BH ad partem BE habet proportionem pendentem a celeritate BK, ab angulo RBO, ac a radio CB; sed ista meæ Theoriæ cum omnium usitatis Mechanicæ elementis communia sunt, posteaquam compositionis hujus cum illa resolutione æquivalentia est demonstrata.

Aliud exemplum in globo sustentato a binis planis. Difficultas com.

284. Quæ de motu diximus facta vi oblique, sed non penitus impedita, eadem in æquilibrio habent locum, ubi omnis impeditur motus. Innitatur globus gravis B in fig. 46 binis planis AC, CD, quæ accurate, vel in mea Theoria phy-

physice solum, contingat in H, & F, & gravitatem referat recta verticalis BO, ac ex puncto O ad rectas BH, BF ducantur rectae OR, OI parallelae ipsis BF, BH, & producta sursum BK tantundem, ducantur ex K ipsis BF, BH parallelae KE, KL usque ad easdem BH, BF; ac patet, fore rectas BE, BL aequales, & contrarias BR, BI. In communi methodo resolutionis virium concipitur gravitas BO resoluta in binas BR, BI, quarum prima urgeat planum AC, secunda DC: & quoniam si angulus HCF fuerit satis acutus; erit itidem satis acutus angulus R, qui ipsi aequalis esse debet, cum uterque sit complementum HBF ad duos rectos, alter ob parallelogrammum, alter ob angulos BHC, BFC rectos; fieri potest, ut singula latera BR, RO, sive BI, sint, quantum libuerit, longiora quam BO; vires singulae, quae urgent illa plana, possunt esse, quantum libuerit, majores, quam sola gravitas: mirantur multi, fieri posse, ut gravitas per solam ejusmodi applicationem tantum quodammodo supra se assurgat, & effectum tanto majorem edat.

communis methodi in eodem.

Fig. 46.

285. Difficultas ejusmodi in communi etiam sententia evitari facile potest exemplo vectis, de quo agemus infra, in quo sola applicatio vis in multo majore distantia collocata multo majorem effectum edit. Verum in mea Theoria ne ullus quidem difficultati est locus. Non resolvitur revera gravitas in duas vires BR, BI, quarum singulae plana urgeant, sed gravitas inducit ejusmodi accessum ad ea plana, in quo vires repulsivae perpendiculares ipsis planis agentes in globum componant vim BK aequalem, & contrariam gravitati BO, quam sustineat, & ulteriorem accessum impediatur. Ad id praestandum requiruntur illae vires BE, BL aequales, & contrariae hisce BR, BI, quae rem conficiunt. Sed quoniam vires sunt mutuae, habebuntur repulsiones agentes in ipsa plana contrariae, & aequales illis ipsis BE, BL, adeoque agent vires expressae per illas ipsas BR, BI, in quas communis methodus gravitatem resolvit.

Solutio in ipsa methodo communi: in hac Theoria nullum ipsi difficultati esse locum.

286. Quod si globus gravis P in fig. 47 e filo BP pendeat, ac sustineatur ab obliquis filis AB, DB, exprimat autem BH gravitatem, & sit BK ipsi contraria, & aequalis, ac sint HI, KL parallelae DB, & HR, KE parallelae filo AB; communis methodus resolvit gravitatem BH in duas BR, BI, quae a filis sustineantur, & illa tendant; sed ego compono vim BK gravitati contrariam, & aequalem e viribus BE, BL, quas exerunt attractivas puncta fili, quae ob pondus P delatum deorsum sua gravitate ita distrahuntur a se invicem, donec habeantur vires attractivae componentes ejusmodi vim contrariam, & aequalem gravitati.

Aliud in globo suspenso filis obliquis.

Fig. 47.

287. Quamobrem per omnia casuum diversorum genera pervagati jam vidimus, nullam esse uspiam in mea Theoria veram aut virium, aut motuum resolutionem, sed omnia prorsus phaenomena pendere a sola compositione virium, & motuum, adeoque

Conclusio generalis pro hac theoria, quae omnia praestat per solam compositionem.

que

que naturam eodem ubique modo simplicissimo agere, componendo tantummodo vires, & motus plures, sive edendo simul eum effectum, quem ederent illæ omnes causæ; si aliæ post alias effectus ederent suos æquales, & eandem habentes directionem cum iis, quos singulæ, si solæ essent, producerent. Et quidem id generale esse Theoriæ meæ, patet vel ex eo, quod nulli possunt esse motus ex parte impediti, ubi nullus est immediatus contactus, sed in libero vacuo spatio punctum quodvis liberrime movetur parendo simul velocitati, quam habet jam acquisitam, & viribus omnibus, quæ ab aliis omnibus pendent materiæ punctis.

Resolutio tantum mente concepta sæpe utilis ad contrahendas solutiones.

288. Quanquam autem habeatur revera sola compositio virium; licebit adhuc vires imaginatione nostra resolvere in plures, quod sæpe demonstrationes theorematum, & solutionem problematum contrahet mirum in modum, ac expeditiores reddet, & elegantiores; nam licebit pro unica vi assumere vires illas, ex quibus ea componeretur. Quoniam enim idem omnino effectus oriri debet, sive adsit unica vis componens, sive reapse habeantur simul plures illæ vires componentes; manifestum est, substitutione harum pro illa nihil turbari conclusiones, quæ inde deducuntur: & si post resolutionem ejusmodi inveniatur vis contraria, & æqualis alicui e viribus, in quas vis illa data resolvitur; illa haberi potest pro nulla, consideratis solis reliquis, si in plures resoluta fuit, vel sola altera reliqua, si resoluta fuit in duas. Nam componendo vim, quæ resolvitur, cum illa contraria uni ex iis, in quas resolvitur, eadem vis provenire debet omnino, quæ oritur componendo simul reliquas, quæ fuerant in resolutione sociæ illius elisæ, vel retinendo unicam illam alteram reliquam, si resolutio facta est in duas tantummodo; atque id ipsum constat pro resolutione in duas ipsis superioribus exemplis, & pro quacunque resolutione in vires quotcunque facile demonstratur;

Methodus generalis resolvendi vim in alias quotcunque.

Fig. 48.

289. Porro quod pertinet ad resolutionem in plures vires, vel motus, facile est ex iis, quæ dicta sunt num. 257. definire legem, quæ ipsam resolutionem rite dirigat, ut habeantur vires, quæ datam aliquam componant. Sit in fig. 48. vis quæcunque, vel motus AP , & incipiendo ab A ducantur quotcunque, & cujuscunque longitudinis rectæ AB , BC , CD , DE , EF , FG , GP , continuo inter se connexæ ita, ut incipiant ex A , ac desinant in P ; & si ipsis BC , CD &c. ducantur parallelæ, & æquales Ac , Ad &c; vires omnes AB , Ac , Ad , Ae , Af , Ag , Ap component vim AP ; unde patet illud: ad componendam vim quamcumque posse assumi vires quotcunque, & quascunque, quibus assumptis determinari poterit una alia præterea, quæ compositionem perficiat; nam poterunt duci rectæ AB , BC , CD &c. parallelæ, & æquales datis quibuscunque, & ubi postremo deventum fuerit ad aliquod punctum G , satis erit addere vim expressam per GP .

290. Eo

290. Eo autem generali casu continetur particularis casus resolutionis in vires tantummodo duas, quæ potest fieri per duo quævis latera trianguli cujuscunque, ut in fig. 49, si datur vis AP , & fiat quodcunque triangulum ABP ; vis resolvi potest in duas AB , BP , & data illarum altera, datur & altera, quod quidem constat etiam ex ipsa compositione, seu resolutione per parallelogrammum $ABPC$, quod semper compleri potest, & in quo AC est parallela, & æqualis BP , ac binæ vires AB , AC componunt vim AP : atque idem dicendum de motibus.

Evolutio resolutionis in duas tantum.

Fig. 49.

291. Ejusmodi resolutio illud etiam palam faciet; cur vis composita a viribus non in directum jacentibus, sit minor ipsis componentibus, quæ nimirum sunt ex parte sibi invicem contrariæ, & elidis mutuo contrariis, & æqualibus, remanet in vi composita summa virium conspirantium, vel differentia oppositarum pertinentium ad componentes. Si enim in fig. 50, 51, 52 vis AP componatur ex viribus AB , AC , quæ sint latera parallelogrammi $ABPC$, & ducantur in AP perpendiculara BE , CF , cadentibus E , & F inter A , & P in fig. 50, in A , & P in fig. 51, extra in fig. 52; satis patet, fore in prima, & postrema æqualia triangula AEB , PFC , adeoque vires EB , FC contrarias, & æquales elidi; vim vero AP in primo casu esse summam binarum virium conspirantium AE , AF , æquari unicæ AF in secundo, & fore differentiam in tertio oppositarum AE , AF .

Cur vis composita sit minor componentibus simul sumptis.

Fig. 50.
51.
52.

292. In resolutione quidem vis crescit quodammodo; quia mente adjungimus alias oppositas, & æquales, quæ adjunctæ cum se invicem elidant, rem non turbant. Sic in fig. 52 resolvendo AP in binas AB , AC , adjicimus ipsi AP binas AE , PF contrarias, & præterea in directione perpendiculari binas EB , FC itidem contrarias, & æquales. Cum resolutio non sit realis, sed imaginaria tantummodo ad faciliorem problematum solutionem; nihil inde difficultatis afferri potest contra communem methodum concipiendi vires, quas huc usque consideravimus, & quæ momento temporis exercent solum nisum, sive pressionem; unde etiam fit, ut dicantur vires mortuæ, & idcirco solum continuo durantes tempore sine contraria aliqua vi, quæ illas elidat, velocitatem inducunt, ut causæ velocitatis ipsius inductæ: nec inde argumentum ullum desumi poterit pro admittendis illis, quas Leibnitiu*s* invexit primus, & vires vivas appellavit, quas hinc potissimum necessario saltem concipiendas esse arbitrantur nonnulli, ne nimirum in resolutione virium habeatur effectus non æqualis suæ causæ. Effectus quidem non æqualis, sed proportionalis esse debet, non causæ, sed actioni causæ, ubi ejusmodi actio contraria aliqua actione non impeditur vel tota, vel ex parte, quod accidit, uti vidimus, in obliqua compositione: ac utcunque & aliæ responsiones sint in communi etiam sententia pro casu resolutionis;

Cur ea crescere videatur in resolutione nihil inde posse deduci pro viribus vivis.

in mea Theoria, cum ipsa resolutio realis nulla sit, nulla itidem est, uti monui, difficultas.

Satis patere ex hac Theoria, Vires Vivas in Natura nullas esse.

293. Et quidem tam ex iis, quæ huc usque demonstrata sunt, quam ex iis, quæ consequentur, satis apparebit, nullum usquam esse ejusmodi virium vivarum indicium, nullam necessitatem; cum omnia Naturæ phænomena pendeant a motibus, & æquilibrio, adeoque a viribus mortuis, & velocitatibus inductis per earum actiones, quam ipsam ob causam in illa dissertatione *De Viribus Vivis*, quæ hujus ipsius Theoriæ occasionem mihi præbuit ante annos 13, affirmavi, *Vires Vivas in Natura nullas esse*, & multa, quæ ad eas probandas præferri solebant, satis luculenter exposui per solas velocitates a viribus non vivis inductas.

Impactus obliquus globi elastici in quatuor globos qui pro iis afferri solet.

Fig 53.

294. Unum hic proferam, quod pertinet ad collisionem globorum elasticorum obliquam, quæ compositionem resolutioni substitutam illustrat. Sint in fig. 53 triangula ADB , BHG , GML rectangula in D , H , M ita, ut latera BD , GH , LM sint æqualia singula dimidiæ basi AB , ac sint BG , GL , LQ parallelæ AD , BH , GM . Globus A cum velocitate $AB = 2$ incurrat in B in globum C sibi æqualem jacentem in DB producta: ex collisione obliqua dabit illi velocitatem $CE = 1$, æqualem suæ BD , quam amittet, & progredietur per BG cum velocitate $= AD = \sqrt{3}$. Ibi eodem pacto si inveniatur globum I , dabit ipsi velocitatem $IK = 1$, amissa suæ GH , & progredietur per GL cum $\sqrt{2}$; tum ibi dabit globo O velocitatem $OP = 1$, amissa suæ LM , & abibit cum $LQ = 1$, quam globo R , directe in eum incurrens, communicabit. Quare, ajunt, illa vi, quam habebat cum velocitate $= 2$, communicabit quatuor globis sibi æqualibus vires, quæ junguntur cum velocitatibus singulis $= 1$; ubi si vires fuerint itidem singulæ $= 1$, erit summa virium $= 4$, quæ cum fuerit simul cum velocitate $= 2$, vires sunt, non ut simplices velocitates in massis æqualibus, sed ut quadrata velocitatum.

Ejus explicatio in hac Theoria sine viribus vis per solam compositionem.

295. At in mea Theoria id argumentum nullam sane vim habet. Globus A non transfert in globum C partem DB suæ velocitatis AB resolutæ in duas DB , TB , & cum ea partem suæ vis. Agit in globos vis nova mutua in partes oppositas, quæ alteri imprimat velocitatem CE , alteri BD . Velocitas prior globi A expressa per BF positam in directum cum AB , & ipsi æqualem, componitur cum hac nova accepta BD , & oritur velocitas BG minor ipsa BF ob obliquitatem compositionis. Eodem pacto nova vis mutua agit in globos in G , & I , in L , & O , in Q , & R , & velocitates novas primi globi GL , LQ , zero, componunt velocitates GH , & GN ; LM , & LS ; LQ , & QL , sine ulla aut vera resolutione, aut translatione vis vivæ, Natura in omni omnino casu, & in omni corporum genere agente prorsus eodem modo.

Quid notan-

295 Sed quod attinet ad collisiones corporum, & motus

re-

reflexos, unde digressi eramus; inprimis illud monendum duco: cum nulli mihi sint continui globi, nulla plana continua; pleraque ex illis, quæ dicta sunt, habebunt locum tantummodo ad sensum, & proxime tantummodo, non accurate; nam intervalla, quæ habentur inter puncta, inducent inæqualitates sane multas. Sic etiam in fig. 43. ubi globus delatus ad B incurrit in CD, mutatio viæ directionis non fiet in unico puncto B, sed per continuam curvaturam; ac ubi globus reflectetur, ipsa reflexio non fiet in unico puncto B, sed per curvam quandam. Recta AB, per quam globus adveniet, non erit accurate recta, sed proxime; nam vires ad distantias omnes constanti lege se extendunt, sed in majoribus distantis sunt insensibiles; nisi massa, in quam tenditur, sit enormis, ut est totius Terræ massa, in quam sensibili vi tendunt gravia. At ubi globus advenerit satis prope planum CD; incipiet incurvari etiam via centri, quæ quidem, jam attracto, jam repulso globo, serpet etiam, donec alicubi repulsio satis prævaleat ad omnem ejus perpendicularem velocitatem extinguendam (utar enim impofterum etiam ego vocabulis communibus a virium resolutione petitis, uti & superius aliquando usus fueram, & nunc quidem potiore jure, posteaquam demonstravi æquipollentiam veræ compositionis virium cum imaginaria resolutione), & retro etiam motum reflectat.

297. Et quidem si vires in accessu ad planum, ac in recessu a plano fuerint prorsus æquales inter se; dimidia curva ab initio sensibilis curvaturæ usque ad minimam distantiam a plano erit prorsus æqualis, & similis reliquæ dimidiæ curvæ, quæ habebitur inde usque ad finem curvaturæ sensibilis, ac angulus incidentiæ erit æqualis angulo reflexionis. Id in casu, quem exprimit fig. 43, curva ob insensibilem ejus tractum considerata pro unico puncto, pro perfecte elasticis patet ex eo, quod in triangulis rectangulis AFB, MIB latera æqualia circa angulos rectos secum trahant æqualitatem angulorum ABF, MBI, quorum alter dicitur angulus incidentiæ, & alter reflexionis, ubi in imperfecte elasticis non habetur ejusmodi æqualitas, sed tantummodo constans ratio inter tangentem anguli incidentiæ, & tangentem anguli reflexionis, quæ nimirum ad radios æquales BF, BI sunt FA, & Im, & sunt juxta denominationem, quam supra adhibuimus num. 272, & retinui-
mus huc usque, ut *m* ad *n*.

298. Curvaturam in reflexione exhibet figura 54, ubi via puncti mobilis repulsi a plano CO est ABQDM, quæ circa B, ubi vires incipiunt esse sensibiles, incipit ad sensum incurvari, & definit in eadem distantia circa D. Ea quidem, si habeatur semper repulsio, incurvatur perpetuo in eandem plagam, ut figura exhibet; si vero & attractio repulsionibus interseratur, serpit, uti monui; sed si paribus a plano distantis vires æquales sunt; satis patet, & accuratissime demonstrari

dum idcirco, quod nulli sunt globi continui, aut plana continua, aut mathematicus contactus.

Fig. 43.

Lex reflexionis perfecte, & imperfecte elasticorum.

Eadem facta vi agente in aliqua distantia, considerata curvatura semitæ.

Fig. 54.

etiam posset, ubi semel deventum sit alicubi, ut in Q , ad directionem parallelam plano, debere deinceps describi arcum QD prorsus æqualem, & similem arcui QB , & ita similiter positum respectu plani CO , ut ejus inclinationes ad ipsum planum in distantis æqualibus ab eo, & a Q hinc, & inde sint prorsus æquales; quam ob causam tangentes BN , DP , quæ sunt quasi continuationes rectorum AB , MD , angulos faciunt ANC , MPO æquales, qui deinde habentur pro angulis incidentiæ, & reflexionis.

Quid, si planum sit asperum: applicatio ad reflexionem lucis.

299. Si planum sit asperum, ut Figura exhibet, & ut semper contingit in Natura; æqualitas illa virium utique non habetur. At si scabrities sit satis exigua respectu ejus distantia, ad quam vires sensibiles protenduntur; inæqualitas ejusmodi erit perquam exigua, & anguli incidentiæ, & reflexionis æquales erunt ad sensum. Si enim eo intervallo concipiatur sphaera $VRTS$ habens centrum in puncto mobili, cujus segmentum RTS jaceat ultra planum; agent omnia puncta constituta intra illud segmentum, adeoque monticuli prominentes satis exigui respectu totius ejus massæ, satis exiguam inæqualitatem poterunt inducere; & proinde sensibilem æqualitatem angulorum incidentiæ, & reflexionis non turbabunt, sicut & nostri terrestres montes in globo oblique projecto, & ita ponderante, ut a resistencia aeris non multum patiatur, sensibilibiter non turbant parabolicum motum ipsius, in quo bina crura ad idem horizontale planum eandem ad sensum inclinationem habent. Secus accideret, si illi monticuli ingentes essent etiam respectu ejusdem sphaeræ. Atque hæc quidem, qui diligentius perpenderit, videbit sane, & lucem a vitro satis lævigato resilire debere cum angulo reflexionis æquali ad sensum angulo incidentiæ; licet & ibi pulvisculus, quo poliuntur vitra, relinquat sulcos, & monticulos, sed perquam exiguos etiam respectu distantia, ad quam extenditur sensibilis actio vitri in lucem; sed respectu superficialium, quæ ad sensum scabræ sunt, debere ipsam lucem irregulariter dispergi quaqua versus.

Quid in impactu obliquo globi mollis in planum: velocitas amissa, quæ manet illæsa in curvatura continua.

Fig. 43.

300. Pariter ubi globus non elasticus deveniat per AB in eadem illa fig. 43, & deinde debeat sine reflexione excurrere per BQ , non describet utique rectoram lineam accurate, sed serpet, & saltitabit non nihil: erit tamen rectora ad sensum: velocitas vero mutabitur ita; ut sit velocitas prior AB ad posteriorem BI , ut radius ad cosinum inclinationis OBI rectoræ BO ad planum CD , ac ipsa velocitas prior ad velocitatum differentiam, sive ad partem velocitatis amissam, quam exprimit IQ determinata ab arcu OQ habente centrum in B , erit ut radius ad sinum versus ipsius inclinationis. Quoniam autem imminuto in infinitum angulo, sinus versus decrescit in infinitum etiam respectu ipsius arcus, adeoque summa omnium sinuum versus pertinentium ad omnes inflexiones infinitesimas tempore finito factas adhuc in infinitum decrescit; ubi inflexio evadat con-

con-

continua, uti fit in curvis continuis, ea summa evanescit, & nulla fit velocitatis amissio ex inflexione continua orta, sed vis perpetua, quæ tantummodo ad habendam curvaturam requiritur perpendicularis ipsi curvæ, nihil turbat velocitatem, quam parit vis tangentialis, si qua est, quæ motum perpetuo acceleret, vel retardet; æ. in curvilineis motibus quibuscunque, qui habeantur per quascunque directiones virium, semper resolvi potest vis illa, quæ agit, in duas, alteram perpendicularem curvæ, alteram secundum directionem tangentis, & motus in curva per hanc tangentialem vim augebitur, vel retardabitur eodem modo, quo si eadem vires agerent, & motus haberetur in eadem recta linea constanter. Sed hæc jam meæ Theoriæ communia sunt cum Theoria vulgari.

301. Communis est itidem in fig. 44, & 45 ratio gravitatis absolutæ BO ad vim BI, quæ obliquum descensum accelerat, vel ascensum retardat, quæ est, ut radius ad sinum anguli BOI, vel OBR, sive cosinum OBI. Angulus OBI est is in fig. 44, quem continet directio BI, quæ est eadem, ac directio plani CD, cum linea verticali BO, adeoque angulus OBR est æqualis inclinationi plani ad horizontem, & angulus idem OBR in fig. 45 est is, quem continet cum verticali BO recta CB jungens punctum oscillans cum puncto suspensionis. Quare habentur hæc theoremata; *Vis accelerans descensum, vel retardans ascensum in planis inclinatis, vel ubi oscillatio fit in arcu circulari, est ad gravitatem absolutam, ibi quidem ut sinus inclinationis ipsius plani, hic vero ut sinus anguli, quem cum verticali linea continet recta jungens punctum oscillans cum puncto suspensionis, ad radium.* E quorum theorematum priore fluunt omnia, quæ Galilæus tradidit de descensu per plana inclinata; ac e posteriore omnia, quæ pertinent ad oscillationes in circulo; quin immo etiam ad oscillationes factas in curvis quibuscunque pondere per filum suspenso, & curvis evolutis applicato; ac eodem utemur infra in definiendo centro oscillationis.

302. Hisce perspectis, applicanda est etiam Theoria ad motum refractionem, ubi continentur elementa mechanica pro refractione luminis, & occurrit elegantissimum theoremata a Newtono inventum huc pertinens. Sint in fig. 55 binæ superficies AB, CD parallelæ inter se, & punctum mobile quodpiam extra illa plana nullam sentiat vim, inter ipsa vero urgeatur viribus quibuscunque, quæ tamen & semper habeant directionem perpendicularem ad ipsa plana, & in æqualibus distantis ab altero ex iis æquales sint ubique; ac mobile deferatur ad alterum ex iis, ut AB, directione quacunque GE. Ante appulsum feretur motu rectilineo, & æquabili, cum nulla urgeatur vi: ejus velocitatem exprimat EH, quæ erecta ER, perpendiculari ad AB, resolvi poterit in duas, alteram perpendicularem ES, alteram parallelam HS. Post ingressum inter illa duo plana

Theoremata pro vi accelerante descensum, vel retardante ascensum in planis inclinatis, & pendulis.

Fig. 44.
45.

Applicatio Theoriæ ad refractionem: tres casus velocitatis normalis extinctæ, immunitæ, auctæ.

Fig. 55.

plana incurvabitur motus illis viribus, sed ita, ut velocitas parallela ab iis nihil turbetur, velocitas autem perpendicularis vel minuatur, vel augeatur; prout vires tendent versus planum citerius AB , vel versus ulterius CD . Jam vero tres casus haberi hinc possunt; vel enim iis viribus tota velocitas perpendicularis ES extinguatur, antequam deveniatur ad planum ulterius CD ; vel persistat usque ad appulsum ad ipsum CD , sed imminuta, vi contraria prævalente viribus eadem directione agentibus; vel persistat potius aucta.

Primo reflexionem induci.

303. In primo casu, ubi primum velocitas perpendicularis extincta fuerit alicubi in X , punctum mobile reflectet cursum retro per XI , & iisdem viribus agentibus in regressu, quæ egerant in progressu, acquirat velocitatem perpendicularem IL æqualem amissæ ES , quæ composita cum parallela LM , æquali priori HS , exhibebit obliquam IM in recta nova IK , quam describet post egressum, & erunt æquales anguli HIL , MES , adeoque & anguli KIB , GEA ; quod congruit cum iis, quæ in fig. 54. sunt exhibitæ, & pertinent ad reflexionem.

Secundo refractionem cum accessu ad superficiem refringentem, tertio itidem refractionem, sed cum recessu.

304. In secundo casu prodibit ultra superficiem ulteriorem CD , sed ob velocitatem perpendicularem OP minorem prioris ES , parallelam vero PN æqualem priori HS , erit angulus ONP minor, quam EHS , adeoque inclinatio VOD ad superficiem in egressu minor inclinatione GEA in ingressu. Contra vero in tertio casu ob op majorem ES , angulus uod erit major. In utroque autem hoc casu differentia quadratorum velocitatis ES , & OP vel op , erit constans, per num. 177 in adn. m , quæcunque fuerit inclinatio GE in ingressu, a qua inclinatione pendet velocitas perpendicularis SE .

Ratio constans sinus anguli incidentiæ, ad sinus anguli refracti.

305. Inde autem facile demonstratur, fore sinum anguli incidentiæ HES , ad sinum anguli refracti PON (& quidquid dicitur de iis, quæ designantur litteris PON , erunt communia iis, quæ exprimentur litteris pon) in ratione constanti, quæcunque fuerit inclinatio rectæ incidentis GE . Sumatur enim HE constans, quæ exprimat velocitatem ante incidentiam: exprimet HS velocitatem parallelam, quæ erit æqualis rectæ PN exprimenti velocitatem parallelam post refractionem; ac ES , OP expriment velocitates perpendiculares ante, & post, quarum quadrata habebunt differentiam constantem. Sed ob HS , PN semper æquales, differentia quadratorum HE , ON æquatur differentiæ quadratorum ES , OP . Igitur etiam differentia quadratorum HE , ON erit constans; cumque ob HE constantem debeat esse constans ejus quadratum; erit constans etiam quadratum ON , adeoque constans etiam ipsa ON , & proinde constans erit & ratio HE ad ON ; quæ quidem ratio est eadem, ac sinus anguli NOP ad sinus HES : cum enim sit in quovis triangulo rectangulo radius ad latos utrumvis, ut basis ad sinum anguli oppositi; in diversis triangulis rectangulis sunt sinus, ut latera opposita divisa per

bases, five directe ut latera, & reciproce ut bases, & ubi latera sunt æqualia, ut hic HS, PN, erunt reciproce ut bases.

306. Quamobrem in refractionibus, quæ hoc modo fiant motu libero per intervallum inter duo plana parallela, in quo vires paribus distantis ab altero eorum pares sint, ratio sinus anguli incidentiæ, five anguli, quem facit via ante incursum cum recta perpendiculari plano, ad sinum anguli refracti, quem facit via post egressum itidem cum verticali, est constans, quæcunque fuerit inclinatio in ingressu. Præterea vero habetur & illud, fore celeritates absolutas ante, & post in ratione reciproca eorum sinuum. Sunt enim ejusmodi velocitates ut HE, ON, quæ sunt reciproce ut illi sinus.

Ratio sinuum constans, & ratio velocitatum reciproca rationis sinuum.

307. Hæc quidem ad luminis refractiones explicandas viam sternunt, ac in Tertia Parte videbimus, quo pacto hypothesis hujusce theorematis applicetur particulis luminis. Sed interea considerabo vires mutuas, quibus in se invicem agant tres massæ, ubi habebuntur generalius ea, quæ pertinent etiam ad actiones trium punctorum, & quæ a num. 225, & 228 huc reservavimus. Porro si integræ vires alterius in alteram diriguntur ad ipsa centra gravitatis, referam hic ad se invicem vires ex integris compositas; sed etiam ubi vires aliam directionem habeant quancunque; si singulæ resolvantur in duas, alteram, quæ se dirigat a centro ad centrum; alteram, quæ sit ipsi perpendicularis, vel in quocunque dato angulo obliqua; omnia in prioribus habebunt itidem locum.

Transitus ad Theorema, quod huic operi occasionem dedit.

308. Agant in se invicem in fig. 56 tres massæ, quarum centra gravitatis sint A, B, C, viribus mutuis ad ipsa centra directis, & considerentur imprimis directiones virium. Vis puncti C ex utraque CV, Cd attractiva erit Ce; ex utraque repulsiva CY, Ca, erit CZ, & utriusque directio saltem ad partes oppositas producta ingreditur triangulum, & secat illa angulum internum ACB, hæc ipsi ad verticem oppositum aCY. Vi CV attractiva in B, ac CY repulsiva ab A, habetur CX; & vi Cd attractiva in A, ac Ca repulsiva a B, habetur Cb, quarum utraque abit extra triangulum, & secat angulos ipsius externos. Primæ Ce, cum debeant respondere attractiones BP, AG, respondent cum attractionibus mutuis BN, AE, vires BO, AF, vel cum repulsionibus BR, AI, vires BQ, AH, ac tam priores binæ, quam posteriores, jacent ad eandem partem lateris AB, & vel ambæ ingrediuntur triangulum tendentes versus ipsum, vel ambæ extra ipsum etiam productæ abeunt, & tendunt ad partes oppositas directionis Ce respectu AB. Secundæ CZ debent respondere repulsiones BT, AL, quæ cum repulsionibus BR, AI, constituunt BS, AK, cum attractionibus BN, AE constituunt BM, AD, ac tam priores binæ, quam posteriores jacent ad eandem plagam respectu AB, & ambarum dire-

Consideratio directionis virium, quibus tres massæ in se mutuo agunt.

Fig. 56.

dire-

directiones vel productæ ex parte posteriore ingrediuntur triangulum, sed tendunt ad partes ipsi contrarias, ut CZ, vel extra triangulum utrinque abeunt ad partes oppositas directioni CZ respectu AB. Quod si habeatur CX, quam exponunt CV, CY, tum illi respondent BP, & AL, ac si prima jungitur cum BN, jam habetur BO ingrediens triangulum; si BR, tum habetur quidem BQ, cadens etiam ipsa extra triangulum, ut cadit ipsa CX; sed secunda AL jungitur cum AI, & habebitur AK, quæ producta ad partes A ingrediatur triangulum. Eodem autem argumento cum vi Cb vel jungitur AF ingrediens triangulum, vel BS, quæ producta ad B triangulum itidem ingreditur. Quamobrem semper aliqua ingreditur, & tum de reliquis binis redeunt, quæ dicta sunt in casu virium Ce, CZ.

Theorema pertinens ad directiones virium.

309. Habetur igitur hoc theorema. Quando tres massæ in se invicem agunt viribus directis ad centra gravitatis, vis composita saltem unius habet directionem, quæ saltem producta ad partes oppositas faciat angulum internum trianguli, & ipsum ingreditur: reliquæ autem duæ vel simul ingrediuntur, vel simul evitant, & semper diriguntur ad eandem plagam respectu lateris jungentis earum duarum massarum centra; ac in primo casu vel omnes tres tendunt ad interiora trianguli jacendo in angulis internis, vel omnes tres ad exteriora in partes triangulo oppositas jacendo in angulis ad verticem oppositis; in secundo vero casu respectu lateris jungentis eas binas massas tendunt in plagas oppositas ei, in quam tendit vis illa prioris massæ.

Theorema elegantius ad eas pertinens cum ejus demonstratione.

310. Sed est adhuc elegantius theorema, quod ad directionem pertinet, nimirum: Omnium trium compositarum virium directiones utrinque productæ transeunt per idem punctum: & si id jaceat intra triangulum; vel omnes simul tendunt ad ipsum, vel omnes simul ad partes ipsi contrarias: si vero jaceat extra triangulum; binæ, quarum directiones non ingrediuntur triangulum, tendunt ad ipsum, ac tertia, cujus directio triangulum ingreditur, tendit ad partes ipsi contrarias; vel illæ binæ ad partes ipsi contrarias, & tertia ad ipsum.

Prima pars, quod omnes transeant per idem punctum, sic demonstratur. In figura quavis a 57 ad 62, quæ omnes casus exhibent, vis pertinens ad C sit ea, quæ triangulum ingreditur, ac reliquæ binæ HA, QB concurrant in D: oportet demonstrare, vim etiam, quæ pertinet ad C, dirigi ad D. Sint CV, Cd vires componentes, ac ducta CD, ducatur VT parallela CA, occurrens CD in T; & si ostensum fuerit, ipsam fore æqualem Cd; res erit perfecta: ducta enim dT remanebit CVTd parallelogrammum, per cujus diagonalem CT dirigetur vis composita ex CV, Cd. Ejusmodi autem æqualitas demonstrabitur considerando rationem CV ad Cd compositam ex quinque intermediis, CV ad BP, BP ad PQ, PQ, sive BR ad AI, AI, sive HG ad AG, AG ad Cd.

Fig. 57.
58.
.
.
62.

Cd. Prima vocando *A, B, C* massas, quarum ea puncta sunt centra gravitatum, est ex actione, & reactione æqualibus ratio massæ *B* ad *C*: secunda *sin PQB*, five *ABD* ad *sin PBQ*, five *CBD*: tertia *A* ad *B*: quarta *sin HAG*, five *CAD* ad *sin GHA*, five *BAD*: quinta *C* ad *A*. Tres rationes, in quibus habentur massæ, componunt rationem $B \times A \times C$ ad $C \times B \times A$, quæ est 1 ad 1, & remanet ratio *sin ABD* × *sin CAD* ad *sin CBD* × *sin BAD*. Pro *sin ABD*, & *sin BAD*, ponantur *AD*, & *BD* ipsis proportionales; ac pro *sinu CAD*, & *sin CBD* ponantur $\frac{\sin ACD \times CD}{AD}$, & $\frac{\sin BCD \times CD}{BD}$,

ipsis æquales ex Trigonometria, & habebitur ratio *sin ACD* × *CD* ad *sin BCD* × *CD*, five *sin ACD*, vel *CTV*, qui ipsi æquatur ob *VT*, *CA* parallelas, ad *sin BCD*, five *VCT*, nimirum ratio ejusdem illius *CV* ad *VT*. Quare *VT* æquatur *Cd*, *CVTd* est parallelogrammum, & vis pertinens ad *C*, habet directionem itidem transeuntem per *D*.

Secunda pars patet ex iis, quæ demonstrata sunt de directione duarum virium, ubi tertia triangulum ingreditur, & sex casus, qui haberi possunt, exhibentur totidem figuris. In fig. 57, & 58 cadit *D* extra triangulum ultra basim *AB*, in 59, & 60 intra triangulum, in 61, & 62 extra triangulum citra verticem ad partes basi oppositas, ac in singulorum binariorum priore vis *CT* tendit versus basim, in posteriore ad partes ipsi oppositas. In iis omnibus demonstratio est communis juxta leges transformationis locorum geometricorum, quas diligenter exposui, & fusius persecutus sum in dissertatione adjecta meis *Sectionum Conicarum Elementis*, Elementorum tomo 3.

311. Quoniam evadentibus binis *HA*, *QB* parallelis, punctum *D* abit in infinitum, & tertia *CT* evadit parallela reliquis binis etiam ipsa juxta easdem leges; patet illud: *Si binæ ex ejusmodi directionibus fuerint parallele inter se; erit iisdem parallela & tertia: ac illa, quæ jacet inter directiones virium transeuntes per reliquas binas, quæ idcirco in eo casu appellari potest media, habebit directionem oppositam directionibus reliquarum conformibus inter se.*

Corollarium pro casu directionum parallelarum.

312. Patet autem, datis binis directionibus virium, dari semper & tertiam. Si enim illæ sint parallele; erit illis parallela & tertia: si autem concurrant in aliquo puncto; tertiam determinabit recta ad idem punctum ducta: sed oportet, habeant illam conditionem, ut tam binæ, quæ triangulum non ingrediantur, quam quæ ingrediantur, vel simul tendant ad illud punctum, vel simul ad partes ipsi contrarias.

Aliud generale tertie directionis datæ datis binis.

313. Hæc quidem pertinent ad directiones: nunc ipsas earum virium magnitudines inter se comparabimus, ubi statim occurret elegantissimum illud theorema, de quo mentionem feci num 225: *Vires acceleratrices binarum quarumvis e tribus massis in se mutuo agentibus sunt in ratione composita ex tribus,*

Theorema præcipuum de magnitudine, quod toti Operi occasionem dedit.

nimiram ex directa sinuum angulorum, quos continet recta jungens ipsarum centra gravitatis cum rectis ductis ab iisdem centris ad centrum tertiae massae; reciproca sinuum angulorum, quos directiones ipsarum virium continent cum iisdem rectis illas jungentibus cum tertia; & reciproca massarum.

Ejus demonstratio expeditissima.

Nam est BQ ad AH assumptis terminis mediis BR, AI in ratione composita ex rationibus BQ, ad BR, & BR ad AI, & AI ad AH. Prima ratio est sinus QRB, sive CBA ad sinum BQR, sive PBQ, vel CBD: secunda massae A ad massam B: tertia sinus IHA, sive HAG, vel CAD, ad sinum HIA, sive CAB; ex rationes, permutato solo ordine antecedentium, & consequentium, sunt rationes sinus CBA ad sinum CAB, quae est illa prima e rationibus propositis directa; sinus CAD ad sinum CBD, quae est secunda reciproca: & massae A ad massam B, quae est tertia itidem reciproca. Eadem autem est prorsus demonstratio; si comparetur BQ, vel AH cum CT, ac in hac demonstratione, ut & alibi ubique, ubi de sinibus angulorum agitur, angulis quibusvis substitui possunt, uti saepe est factum, & fiet impostero, eorum complementa ad duos rectos, quae eosdem habent sinus.

Corollarium simplex pro viribus ipsis.

314. Inde consequitur, esse ejusmodi vires reciprocae, ut massas ductas in suas distantias a tertia massa, & reciprocae, ut sinus, quos earum directiones continent cum iisdem rectis; adeoque ubi ea ad ejusmodi rectas inclinentur in angulis aequalibus, esse tantummodo reciprocae, ut producta massarum per distantias a massa tertia. Nam ratio directa sinuum CBA, CAB est eadem, ac distantiarum AC, BC, sive reciproca distantiarum BC, AC, qua substituta pro illa, habentur tres rationes reciprocae, quas exprimit ipsum theorema hic propositum. Porro ubi anguli aequales sunt, sinus itidem sunt aequales, adeoque eorum sinuum ratio fit 1 ad 1.

Ratio virium motricium.

315. Vires autem motrices sunt in ratione composita ex binis tantummodo, nimirum directa sinuum angulorum, quos continent distantiae a tertia massa cum distantia a se invicem; & reciproca sinuum angulorum, quos continent cum iisdem distantis directiones virium; vel in ratione composita ex reciproca illarum distantiarum, & reciproca horum posteriorum sinuum: ac si inclinationes ad distantias sint aequales, in sola ratione reciproca distantiarum. Nam vires motrices sunt summæ omnium virium determinantium celeritatem in punctis omnibus secundum eam directionem, secundum quam movetur centrum gravitatis commune, quae idcirco sunt praeterea directe, ut massae, sive ut numeri punctorum; adeoque ratio directa, & reciproca massarum mutuo eliduntur.

Ratio virium acceleratricium, ubi ea diriguntur ad aliquod commune punctum.

316. Praeterea vires acceleratrices, si alicubi earum directiones concurrunt, sunt ad se invicem in ratione composita ex reciproca massarum, & reciproca sinuum angulorum, quibus inclinantur ad directionem tertiae; & vires motrices in hac posteriore

vire tantum. Nam ob latera proportionalia sinibus angulorum oppositorum, erit $AC \times \sin CAD = CD \times \sin CDA$; & pariter $CB \times \sin CBA = CD \times \sin CDB$. Quare ob CD communem, sola ratio sinuum ADC, BDC , quibus directiones AD, BD inclinantur ad CD , æquatur compositæ ex rationibus sinuum CAD, CBD , & distantiarum CA, CB , quæ ingrediebantur rationem virium $B, \& A$; ac eodem pacto $AC \times \sin ACD = AD \times \sin ADC$, & $AB \times \sin ABD = AD \times \sin ADB$, adeoque $AC \times \sin ACD$ ad $AB \times \sin ABD$, ut sinus ADC ad sinum ADB , quibus directiones CD, BD inclinantur ad AD ; & eadem est demonstratio pro sinibus ADB, EDB assumpto communi latere BD .

317. Si ducatur MO parallela DA , occurrens BD, CD in M, O , & compleatur parallelogrammum $DMON$; erunt vires motrices in C, B, A ad se invicem, ut rectæ DO, DM, DN , & vires acceleratrices præterea in ratione massarum reciproca. Est enim ex præcedenti vis motrix in C ad vim in B , ut $\sin BDA$ ad $\sin CDA$, vel ob AD, OM parallelas, ut $\sin DMO$ ad $\sin DOM$, nimirum ut DO ad DM , & simili argumento vis in C ad vim in A , ut DO ad DN . Vires autem motrices divisæ per massas evadunt acceleratrices. Quamobrem si tres vires agerent in idem punctum cum directionibus, quas habent eæ vires motrices, & essent iis proportionales; binæ componerent vim oppositam, & æqualem tertiæ, ac essent in æquilibrio. Id autem etiam directe patet: nam vires BQ, AH componuntur ex quatuor viribus BR, BP, AI, AG , quæ si ducantur in massas suas, ut fiant motrices; evadit prima æqualis, & contraria tertiæ, quam idcirco elidit, ubi deinde AH, BQ componantur simul, & in ejusmodi compositione remanent BP, AG , ex quarum oppositis, & æqualibus CV, Cd componitur tertia CT .

Alia expressio tam virium motricium, quam acceleratricium in eodem casu.

318. Hinc in hisce viribus motricibus habebuntur omnia, quæ habentur in compositione virium; dummodo capiatur compositæ contraria. Si nimirum resolvantur singulæ componentes in duas, alteram secundum directionem tertiæ, alteram ipsi perpendicularem, hæ posteriores elidentur, illæ priores conficiunt summam æqualem tertiæ, ubi ambæ eandem directionem habent, uti sunt binæ, quæ simul ingrediantur, vel simul evitent triangulum; nam in iis, quarum altera ingreditur, altera evitat, tertia æquaretur differentiæ; & facile tam hic, quam in ratione composita, res traducitur ad resolutionem in aliam quamcunque directionem datam, præter directionem tertiæ, binis semper elisis, & reliquarum accepta summa; si rite habeatur ratio positivorum, & negativorum.

Hic debere haberi ea, quæ habentur in compositione, & resolutione virium.

319. Est & illud utile: tres vires motrices in C, B, A sunt inter se, ut $\frac{AB \times ED}{AD \times BD}, \frac{AE}{AD}, \frac{BE}{BD}$, & acceleratrices præterea

Alia expressio rationum eorundem virium.

in ratione reciproca massarum. Nam ex Trigonometria est
 $\frac{AB}{BD} = \frac{\sin ADB}{\sin BAD}$, & $\frac{AE}{ED} = \frac{\sin ADE}{\sin EAD}$. Quare cum di-

visor $\sin BAD$, & $\sin EAD$ sit communis; erit $\sin ADB$ ad

$\sin ADE$, ut $\frac{AB}{BD}$ ad $\frac{AE}{ED}$, vel, ducendo utrumque terminum

in $\frac{ED}{AD}$, ut $\frac{AB \times ED}{AD \times BD}$ ad $\frac{AE}{AD}$. Simili autem argumento est

itidem $\sin BDA \cdot \sin BDE :: \frac{AB \times ED}{AD \times BD} \cdot \frac{BE}{BD}$; ex quo pa-
 tent omnia.

Expressio sim-
 plicior pro ca-
 su parallelismi.

320. Si punctum D abeat in infinitum, directionibus virium evadentibus parallelis; ratio rectorum ED, AD, BD, ad se invicem evadit ratio æqualitatis. Quare in eo casu illæ tres vires sunt ut AB, AE, EB, in quibus prima æquatur summæ reliquarum. Concipiantur rectæ parallelæ directioni virium ductæ per omnium trium massarum centra gravitatis, quarum massarum eam, quæ jacuerit inter reliquarum binarum parallelas, diximus mediam: ac si ducantur in quavis alia directione data rectæ ab iis massis ad illas parallelas; erunt ejusmodi distantie ab iis parallelis, ut ipsæ AB, EB, ad quas erunt singulæ in ratione data, ob datas directiones. Quare pro viribus parallelis habetur hujusmodi theorema: *Vires parallelæ motrices binarum quarumvis ex tribus massis sunt inter se reciproce ut distantie a directione communi transeunte per tertiam: vires autem acceleratrices præterea in ratione reciproca massarum, & media est directionis contrarie respectu reliquarum, ac vis media motrix æquatur reliquarum summæ, utralibet vero extrema differentie.*

Applicatio ra-
 tionum superio-
 rum ad cen-
 trum æquili-
 brii.

321. Hoc theorema primo quidem exhibet centrum æquilibrii, viribus utcunque divergentibus, vel convergentibus. Si nimirum sint tres massæ A, B, C (& nomine massarum etiam intelligi possunt singula puncta), quarum binæ, ut A, & B, sollicitentur viribus motricibus externis; poterunt mutuis viribus illas elidere, ac esse in æquilibrio, & eas elident omnino, mutatis, quantum libuerit, parum mutuis distantii; si fuerint ante applicationem earum virium externarum in satis validis limitibus cohesionis, ac vis massæ C elidatur fulcro opposito in directione DC, vel suspensione contraria: dummodo binæ illæ vires ductæ in massas habeant condiciones requisitas in superioribus, ut nimirum ambæ tendant ad idem punctum, vel ab eodem, aut si fuerint parallelæ, ambæ eandem directionem habeant, ubi simul ambæ ingrediantur, vel simul ambæ evitent triangulum ABC: ubi vero altera ingrediatur triangulum, altera evitet, tendat altera ad punctum concursus, altera ad partes illi oppositas: vel si fuerint parallelæ, habeant directiones opposi-

oppositas: & si parallelae fuerint; sint inter se, ut distantiae a directione virium transeunte per C; si fuerint convergentes, sint reciproce, ut sinus angulorum, quos earum directiones continent cum recta ex C tendente ad earum concursum, vel sint in ratione reciproca sinuum angulorum, quos continent cum rectis AC, BC, & ipsarum rectarum conjunctim.

322. Determinabitur autem admodum facile per ipsa theorema. ta etiam vis, quam sustinebit fulcrum C, quae in casu parallelismi aequabitur summae, vel differentiae reliquarum, prout ibi fuerit media, vel extrema: & in casibus reliquis omnibus aequabitur summae pariter, vel differentiae reliquarum ad suam directionem reductarum, reliquis binis in resolutione priorum sociis se per contrariam directionem, & aequalitatem elidentibus.

Determinatio vis, quam fulcrum sustinet.

323. Habebitur igitur, quidquid pertinet ad aequilibrium virium agentium in eodem plano, & connexarum non per virgas inflexiles carentes omni vi praeter cohesionem, uti eas vulgo concipiunt, sed hisce viribus mutuis. Et Theoria quidem habebit locum tum hic, tum in sequentibus; licet massae A, B, C non agant in se invicem immediate, sed sint aliae massae intermediae, quae ipsas jungant. Nam si inter massam B, & C sint aliae massae nullis externis viribus agitatae, & positae in aequilibrio cum hisce massis, & inter se, ac prima, quae venit post B, agat in ipsam vi motrice aequali BP, aget & B in ipsam vi aequali: quare debebit illa ad servandum aequilibrium urgeri a secunda, quae est post ipsam, vi aequali in partes contrarias. Hinc aequali contraria aget tertia in secundam, ut secunda in aequilibrio sit, & ita porro, donec deveniatur ad C, ubi habebitur vis motrix aequalis motrici, quae erat in B, & erunt vires BP, CV acceleratrices in ratione reciproca in massarum B, & C, cum vires illae motrices aequales sint producta ex acceleratricibus ductis in massas. At si circumquaque sint massae quotcunque cum vacuis quibuscunque, ac ubicunque interjectis, quae connectantur cum punctis A, B, C, affectis illis tribus viribus externis, quarum una concipitur provenire a fulcro, una solet appellari potentia, & una resistentia, ac vires illae externae QB, HA concipiantur resolutae singulae in binas agentes secundum eas rectas, quae illa tria puncta jungunt; poterit elisis mutuo reliquis omnibus aequilibrium constituentibus deveniri ad vires in punctis binis, ut A, & C, acceleratrices contrarias viribus BP, BR, & reciproce proportionales massis ipsarum respectu massae B; licet ipsae proveniant a massis quibusvis etiam non in eadem directione sitis, & agentibus in latera: nam per ejusmodi resolutionem, & ejusmodi virium considerationem, adhuc habetur aequilibrium totius systematis affecti in illis tribus punctis per illas tres vires, cum assumantur in iis tantummodo vires motrices contrariae, & aequales: unde fit, ut etiam illae, quae praeterea ad has in illis considerandas assumuntur, & per quas connectuntur cum reliquis massis, se mutuo elidant.

Consideratio massarum etiam intermediarum, quae connectantur massas viribus externis praeditas, & positas in aequilibrio.

Qui motus, ubi non habeatur æquilibrium.

324. Quod si vires ejusmodi non fuerint in ea ratione inter se; non poterunt puncta B, & A esse in æquilibrium, sed consequetur motus secundum directionem ejus, quæ prævalet: ac si omnis motus puncti C fuerit impeditus; habebitur conversio circa ipsum C.

Extensio ad æquilibrium quocunque massarum, & inde principium generale pro machinis, & ratio momentorum.

325. Quod si non in tribus tantummodo massis habeantur vires externæ, sed in pluribus; licebit considerare quanvis aliam massam carentem omni externa vi, & eam concipere connexam cum singulis reliquarum massis, & massa C per vires mutuas, ac habebitur itidem Theoria pro æquilibrium omnium, cum positione omnium constanter servata etiam sine ulla figuræ mutatione, quæ sensu percipi possit. Quin immo si singulæ vires illæ externæ resolvantur in duas, quarum altera urgeat in directione rectæ transeuntis per C, ac elidatur vi proveniente a solo puncto C, & altera agat perpendiculariter ad ipsam, ut habeatur æquilibrium in singulis ternariis; oportebit esse singulas vires novæ massæ assumptæ ad vim ejus, cum qua conjungitur, in ratione reciproca distantiarum ipsarum massarum a C; cum jam sinus anguli recti ubique sit idem. Debeant autem omnes vires, quæ in massam assumptam agunt directionibus contrariis, se mutuo elidere ad habendum æquilibrium. Quare debet summa omnium productorum earum virium, quæ urgent conversionem in unam plagam, per ipsarum distantias a centro conversionis, æquari summæ productorum earum, quæ urgent in plagam oppositam, per distantias ipsarum, ut habeatur æquilibrium: cumque arcus circulares in ea conversione descripti dato tempusculo sint illis distantis proportionalis, & proportionales sint ipsis arcibus velocitates; debent singularum virium agentium in unam plagam producta per velocitates, quas haberent puncta, quibus applicantur secundum suam directionem, si vincerentur, vel contra, si vincerent; simul sumpta æquari summæ ejusmodi productorum agentium in plagam oppositam. Atque inde habetur principium pro machinis & simplicibus, & compositis, ac notio illius, quod appellant momentum virium, deducta ex eadem Theoria.

Applicatio ad omnia vectium genera.

326. Casus trium tantummodo massarum exhibet vectem, cujus brachia sint utcunque inflexa. Quod si tres massæ jaceant in directum, efformabunt rectilineum vectem, qui quidem applicatis viribus inflectetur semper nonnihil, ut & in superioribus casibus semper non nihil a priore positione discedet systema novis viribus externis affectum; sed is discessus poterit esse utcunque exiguus, ut supra monui: si limites sint satis validi; adeoque poterit adhuc vectis esse ad sensum rectilineus. Tum vero vires externæ debent esse unius directionis, & contrariæ directioni vis mediæ, & binæ quævis ex iis erunt ad se invicem reciproce, ut distantia a tertia. Inde autem oriuntur tria genera vectium: si fulcrum, vel hypomochlium, sit in medio in E, vis in altero extremo A, resisten-

resistentia in altero B; vis ad resistentiam est, ut BE, distantia resistentiæ a fulcro, ad AE distantiam vis ab eodem; fulcrum autem sentiet summam virium. Et quod de hoc vectis genere dicitur, id omne ad libram pariter pertinet, quæ ad hoc ipsum vectis genus reducitur. Si fulcrum sit in altero extremo, ut in B, vis in altero, ut in A, & resistentia in medio, ut in E; vis ad resistentiam erit in ratione distantia EB ad distantiam majorem AB, cujus idcirco momentum, seu energia, augetur in ratione suæ distantia AB ad EB, ut nimirum possit tanto majori resistentiæ æquivalere. Si demum fuerit quidem fulcrum in altero extremo B, & resistentia in A, vis prior in E; tum e contrario erit resistentia ad vim in majore ratione AB ad EB, decrescente tantundem hujus energia, seu momento. In utroque autem casu fulcrum sentiet differentiam virium.

327. Quod si perticæ utcumque inclinatæ applicetur pondus in aliquo puncto E, & bini humeros supponant in A, & B, sentient ponderis partes inæquales in ratione reciproca distantiarum ab ipso; & si e contrario bina pondera suspendantur in A, & B utcumque inæqualia, assumpto autem puncto E, cujus distantia a punctis A, & B sint in ratione reciproca ipsorum ponderum, adeoque massarum, quibus pondera proportionalia sunt, quod idcirco erit centrum gravitatis; suspensa per id punctum pertica, vel supposito fulcro, habebitur æquilibrium, & in E habebitur vis æqualis summæ ponderum. Quin immo si pertica sit utcumque inflexa, & pendeant in A, & B pondera; suspendatur autem ipsa pertica per C ita, ut directio verticalis transeat per centrum gravitatis; habebitur æquilibrium, & ibi sentietur vis æqualis summæ ponderum, cum ob naturam centri gravitatis debeant esse singula pondera, seu massæ ductæ in suas perpendiculares distantias a linea verticali, quam etiam vocant lineam directionis, hinc, & inde æqualia. Nam vires ponderum sunt parallelæ, & in iis juxta num. 320 satis est ad æquilibrium, si vires motrices sint reciproce proportionales distantis a directione virium transeunte per tertium punctum: sentietur autem in suspensione vis æqualis summæ ponderum. Atque inde fluit, quidquid vulgo traditur de æquilibrio solidorum, ubi linea directionis transit per basim, sive fulcrum, vel per punctum suspensionis, & simul illud apparet, cur in iis casibus haberi possit tota massa tanquam collecta in suo centro gravitatis, & habeatur æquilibrium impedito ejus descensu tantummodo. Gravitatis omnium punctorum non applicatur ad centrum gravitatis, nec ibi ipsa agit per sese; sed ejusmodi esse debent distantia punctorum totius systematis, ut inter fulcrum, & punctum ipsi imminens habeatur vis quædam æqualis summæ virium omnium parallelarum, & directæ ad partes oppositas directionibus illarum.

Conjectaria doctrinæ de vectibus, & principium pro statéra: cur totum pondus consideretur, ut collectum in centro gravitatis.

Theoriam exhibere egregie
 itidem centrum
 oscillationis
 Quid ipsum sit

328. At non minus feliciter ex eadem Theoria, & ex eodem illo theoremate, fuit determinatio centri oscillationis. Pendula breviora citius oscillant, remotiora lentius. Quare ubi connexa sunt inter se plura pondera, aliud propius axi oscillationis, aliud remotius ab ipso, oscillatio neque fiet tam cito, quam requirunt propiora, neque tam lente, quam remotiora, sed actio mutua debet accelerare hæc, retardare illa. Erit autem aliquod punctum, quod nec accelerabitur, nec retardabitur, sed oscillabit, tanquam si esset solum. Illud dicitur centrum oscillationis. Determinatio illius ab Hugenio primum est facta, sed precario, & non demonstrato principio: tum alii alias itidem obliquas inierunt vias, ac præcipuas quasque methodos huc usque notas persecutus sum in Supplementis Stayanis § 4 lib. 3. En autem ejus determinationem simplicissimam ope ejusdem theorematis numeri 313.

Præparatio ad
 olutionem problematis
 que rentis ipsum
 centrum.

Fig. 63.

329. Sint plures massæ, quarum una A in fig. 63, mutuis viribus singulæ connexæ cum P, cujus motus sit impeditus suspensione, vel fulcro, & cum massa Q jacente in quavis recta PQ, cujus massæ Q motus a mutuo nexu nihil turbetur, quæ nimirum sit in centro oscillationis. Porro hic cum massas pono in punctis spatii A, P, Q, intelligo vel puncta singula, vel quævis aggregata punctorum, quæ concipiuntur, ut compenetrata in iis punctis. Velocitati jam acquisitæ in descensu nihil obstabit is nexus, cum ea sit proportionalis distantia a puncto suspensionis P, nisi quatenus per eum nexum retrahentur omnes massæ a recta tangente ad arcum circuli, sustinente puncto ipso suspensionis juxta num. 282 vim mutuam respondentem iis omnibus viribus centrifugis. Resoluta gravitate in duas partes, quarum altera agat secundum rectam, quæ jungit massam cum P, altera sit ipsi perpendicularis, idem punctum P sustinebit etiam priorem illam, posterior autem determinabit massas ad motus AN, QM, perpendiculares ipsis AP, QP, ac proportionales per num. 301 sinus angulorum APR, QPR, existente PR verticali. Sed nexus cogit describere arcus similes, adeoque proportionales distantias a P. Quare si sit AO spatium, quod vi gravitatis obliquæ, sed ex parte impeditæ a nexu, revera percurrat massa A; quoniam Q non turbatur, adeoque percurrit totum suum spatium QM; erit QM ad AO, ut QP ad AP. Demum actio ex A in Q ad actionem ex Q in A proportionalem ON, erit ex theoremate numeri 314 ut est $Q \times QP$ ad $A \times AP$, & omnes ejusmodi actiones ab omnibus massis in Q debebunt evanescere, positivis, & negativis valoribus se mutuo elidentibus. Ex illis tribus proportionibus, & hac æqualitate res omnis sic facillime expeditur.

330. Dicatur $QM = V$, sinus $APR = a$, sinus $QPR = q$.

Erit ex prima proportionem $q : a :: QM = V : AN = \frac{a}{q} \times V$.

Ex

Ex secunda $QP, AP :: QM = V, AO = \frac{AP}{QP} \times V$. Quare

$$ON = \left(\frac{a}{q} - \frac{AP}{QP} \right) \times V. \text{ Sed ex tertia } Q \times QP, A \times AP ::$$

$$ON = \left(\frac{a}{q} - \frac{AP}{QP} \right) \times V. \left(\frac{a \times A \times AP}{q} - \frac{A \times AP^2}{QP} \right) \times$$

$\frac{V}{Q \times QP}$, quæ erit actio in Q ex nexu cum A . Ac eodem

paçto si effet alibi alia massa B itidem connexa cum P , & Q , actio in Q inde orta haberetur, positis B, b loco A, a ; & ita porro in quibusvis massis C, D &c. Omnes autem isti

valores positi = 0, dividi possent per $\frac{V}{Q \times QP}$, utique com-

mune omnibus, & deberent e valoribus conclusis intra parenthe-

$$\frac{a \times A \times AP + b \times B \times BP}{q} = \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2 \&c.}{QP},$$

$$\& \text{ inde } QP = q \times \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2 \&c.}{a \times A \times AP + b \times B \times BP \&c.}$$

331. Sint jam primo omnes massæ in eadem recta linea cum puncto suspensionis P , & cum centro oscillationis Q ; & angulus QPR æquabitur cuivis ex angulis APR , ac ejus sinus q singulis sinibus a, b &c. Quare pro eo casu formula evadit

Evolutio casus ponderum jacentium in eadem recta cum puncto suspensionis.

$$\frac{A \times AP^2 + B \times BP^2 \&c.}{A \times AP + B \times BP \&c.}, \text{ quæ est ipsa formula Hugeniana pro}$$

ponderibus jacentibus in recta transeunte per centrum suspensionis.

Et casus jacentium extra.

332. Quod si jaceant extra ejusmodi rectam in plano POR perpendiculari ad axem rotationis transeuntem per P ; sit G centrum commune gravitatis omnium massarum, ducanturque perpendiculara AA', GG', QQ' ad PR , & erit ut radius = 1 ad a , ita AP ad $AA' = a \times AP$; & eodem pacto $QQ' = q \times QP$, $GG' = g \times GP$. Substitutis AA' pro $a \times AP$, & eodem pacto BB' (quam Figura non exprimit) pro $b \times BP$

$$\&c., \text{ evadet } QP = q \times \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2 \&c.}{A \times AA' + B \times BB' \&c.} \text{ Sed si sum-}$$

ma massarum dicatur M , est per num. 245 ex natura centri gravitatis $A \times AA' + B \times BB' \&c. = M \times GG' = M \times g \times GP$. Habebitur igitur valor QP radii nihil turbati in ea inclinatio-

$$\text{ne } \frac{q}{g} \times \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{M \times GP} \cdot V$$

Initium appli-
cationis ad o-
scillationes in
latus ponderum
jacentium in
eodem plano.

333. Is valor erit variabilis pro varia inclinatione ob valores
sintium q , & g variatos, nisi QP transeat per G , quo casu
fit $q = g$; & quidem ubi G accedit in infinitum ad PR , de-
crescente g in infinitum, si PQ non transeat per G , manen-

te finito q , valor $\frac{q}{g}$ excrefcit in infinitum; contra vero appel-
lente QP ad PR , evadit $q = 0$, & g remanet aliquid, adeo-

que $\frac{q}{g}$ evanescit. Id vero accidit, quia in appulsu G ad verti-

calem totum systema vim acceleratricem in infinitum immi-
nuit, & lentissime acceleratur; adeoque ut radius PQ adhuc
obliquus sit ipsi in ea particula oscillationis infinitesima iso-
chronus, nimirum æque parum acceleratus, debet in infini-
tam produci. Contra vero appellente PQ ad PR ipsius ac-
celeratio minima esse debet, dum adhuc acceleratio radii PG
obliqui est in immensum major, quam ipsa; adeoque brevita-
te sua ipse radius compensare debet accelerationis imminutio-
nem.

Finis est legem
cum formula
generalis.

334. Quare ut habeatur pendulum simplex constantis longi-
tudinis, & in quacunque inclinatione isochronum composito,
debet radius PQ ita assumi, ut transeat per centrum gravita-
tis G , quo unico casu fit constanter $q = g$, & formula evadit

constans $QP = \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{M \times GP}$ &c, quæ est formula ge-

neralis pro oscillationibus in latus massarum quotcumque, &
quomodocunque collocatarum in eodem plano perpendiculari
ad axem rotationis, qui casus generaliter continet casum mas-
sarum jacentium in eadem recta transeunte per punctum sus-
pensionis, quem prius eruimus.

Corollarium
Est, quod
Centrum oscilla-
tionis,
gravitatis ex ea-
dem parte a
puncto suspen-
sionis.

335. Inde autem pro hujusmodi casibus plura corollaria de-
ducuntur. Inprimis patet: *gravitatis centrum debere jacere in
recta, quæ a centro suspensionis ducitur per centrum oscillationis,*
uti demonstratum est num. 334. Sed & *debet jacere ad eandem
partem cum ipso centro oscillationis.* Nam utcumque mutetur si-
tus massarum per illud planum, manentibus puncto suspensio-
nis P , & centro gravitatis G , signum valoris quadrati cujus-
vis AP , BP manebit semper idem. Quare formula valoris
sui signum mutare non poterit; adeoque si in uno aliquo ca-
su jaceat Q respectu P ad eandem plagam, ad quam jacet G ;
debebit jacere semper. Jacet autem ad eandem plagam in ca-
su, in quo concipiatur, omnes massas abire in ipsum centrum
gravitatis, quo casu pendulum evadit simplex, & centrum o-
scillationis cadit in ipsum centrum gravitatis, in quo sunt
massa. Jacebit igitur semper ad eandem partem cum G .

336. Deinde debet centrum gravitatis jacere inter punctum suspensionis, & centrum oscillationis. Sint enim in fig. 64 puncta A, P, G, Q eadem, ac in fig. 63, ducanturque AG, AQ, & Aa perpendicularis ad PQ; summa autem omnium massarum ductarum in suas distantias a recta quapiam, vel plano, vel in earum quadrata, designetur præfixa litera f soli termino pertinente ad massam A, ut contractiones evadant de-

Centrum gra-
vitatatis debere
esse inter bina
reliqua ex iis
punctis.

Fig. 64.

monstrationes. Erit ex formula inventa $PQ = \frac{f.A \times AP^2}{M \times GP}$ Por-

ro est $AG^2 = AP^2 + GP^2 - 2GP \times Pa$, adeoque $AP^2 = AG^2 - GP^2 + 2GP \times Pa$, & $f.A \times GP^2$ est $M \times GP^2$, ob GP constantem; ac $f.A \times Pa$ est $M \times GP$, cum Pa sit æqualis distantie massæ a plano perpendiculari rectæ QP transeunte per P, & eorum productorum summa æquetur distantie centri gravitatis ductæ in summam massarum; adeo-

que $f.A \times 2GP \times Pa$ erit $= 2M \times GP^2$. Quare $\frac{f.A \times AP^2}{M \times GP}$

erit $= \frac{f.A \times AG^2 - M \times GP^2 + 2M \times GP^2}{M \times GP} = \frac{f.A \times AG^2}{M \times GP}$

+ GP. Erit igitur PQ major, quam PG, excessu $GQ = \frac{f.A \times AG^2}{M \times GP}$.

337. Ex illo excessu facile constat, mutato utcunque puncto suspensionis, rectangulum sub binis distantis centri gravitatis ab ipso, & a centro oscillationis fore constans. Cum enim sit

Valor constans
producti ex bi-
nis distantis
centri gravita-
tis ab eisdem.

$QG = \frac{f.A \times AG^2}{M \times GP}$, erit $GQ \times GP = \frac{f.A \times AG^2}{M}$, quod pro-

ductum est constans, & habetur hujusmodi elegans theoremata: *singule massæ ducantur in quadrata suarum distantiarum a centro gravitatis communi, & dividatur omnium ejusmodi productorum summa per summam massarum, ac habebitur productum sub binis distantis centri gravitatis a centro suspensionis, & a centro oscillationis.*

338. Inde autem primo eruitur illud: *manente puncto suspensionis, & centro gravitatis, debere etiam centrum oscillationis manere nihil mutatum; utcunque totum systema, servata respectiva omnium massarum distantia, & positione ad se invicem convertatur intra idem planum circa ipsum gravitatis centrum; nam illa GP inventa eo pacto pendet tantummodo a distantis, quas singule massæ habent a centro gravitatis.*

Manente pun-
cto suspensionis
& centro gra-
vitatatis, manere
centrum oscil-
lationis.

339. Sed & illud sponte consequitur: *centrum oscillationis, & centrum suspensionis reciprocari ita, ut, si fiat suspensio per id punctum, quod fuerat centrum oscillationis; evadat oscillationis*

Centrum oscil-
lationis, & pon-
ctum suspensi-
onis reciprocari.

centrum illud, quod fuerat punctum suspensionis; & alterius distantia a centro gravitatis mutata, mutetur & alterius distantia in eadem ratione reciproca. Cum enim earum distantiarum re-ctangulum debeat esse constans; si pro secunda ponatur valor, quem habuerat prima; debet pro prima obvenire valor, quem habuerat secunda, & altera debet æquari quantitati constanti divisa per alteram.

Altera ex iis distantis evanescente, abire alteram in infinitum.

340. Consequitur etiam illud: Altera ex iis binis distantis evanescente, abibit altera in infinitum, nisi omnes massæ in unico puncto sint simul compenetratæ. Nam sine ejusmodi compenetracione summa omnium productorum ex massis, & quadratis distantiarum a centro gravitatis, remanet semper finita quantitas: adeoque remanet finita etiam, si dividatur per summam massarum, & quotus, manente diviso finito, crescit in infinitum; si divisor in infinitum decrescat.

Suspensione facta per centrum gravitatis, nullum haberi motum.

341. Hinc vero iterum deducitur: Suspensione facta per ipsum centrum gravitatis nullum motum consequi. Evanescit enim in eo casu distantia centri gravitatis a puncto suspensionis, adeoque distantia centri oscillationis crescit in infinitum, & celeritas oscillationis evadit nulla.

Quæ distantia centri oscillationis omnium minima pro data positione mutua massarum datarum; maximam haberi nullam.

342. Quoniam utraque distantia simul evanescere non potest, potest autem centrum oscillationis abire in infinitum; nulla erit maxima e longitudinibus penduli simplicis isochroni pendulo facto per suspensionem dati systematis; sed aliqua debet esse minima, suspensione quadam inducente omnium celerissimam dati systematis oscillationem. Ea vero minima debet esse, ubi illæ binæ distantie æquantur inter se: ibi enim evadit minima earum summa, ubi altera crescente, & altera decrescante, incrementa prius minora decrementis, incipiunt esse majora, adeoque ubi ea æquantur inter se. Quoniam autem illæ binæ distantie mutantur in eadem ratione, utut reciproca, incrementum alterius infinitesimum erit ad alterius decrementum in ratione ipsarum, nec ea æquari poterunt inter se, nisi ubi ipsæ distantie inter se æquales fiant. Tum vero illarum productum evadit utriuslibet quadratum, & longitudo penduli simplicis isochroni æquatur eorum summæ; ac proinde habetur hujusmodi theorema: Singulæ massæ ducantur in quadrata suarum distantiarum a centro gravitatis, ac productorum summa dividatur per summam massarum: & dupla radix quadrata quoti exhibebit minimam penduli simplicis isochroni longitudinem. Vel Geometricè sic: Pro quavis massa capiatur recta, quæ ad distantiam cujusvis massæ a centro gravitatis sit in ratione subduplicata ejusdem massæ ad massarum summam: inveniaturs recta, cujus quadratum æquetur quadratis omnium ejusmodi rectarum simul: & ipsius duplum dabit quæsitam longitudinem mediam, quæ brevissimam præstet oscillationem.

Superiora habere locum tantummodo, ubi

343. Hæc quidem omnia locum habent, ubi omnes massæ sint in unico plano perpendiculari ad axem rotationis, ut nimirum

mirum singulæ massæ possint connecti cum puncto suspensionis, & centro oscillationis. At ubi in diversis sunt planis, vel in plano non perpendiculari ad axem rotationis, oportet singulas massas connectere cum binis punctis axis, & cum centro oscillationis, ubi jam occurrit systema quatuor massarum in se mutuo agentium (q); & ratio virium, quæ in latum agant extra planum, in quo tres e massis jaceant, quæ perquisitio est operosior, sed multo fecundior, & ad problemata plurima rite solvenda magni usus; sed quæ hucusque protuli, speciminis loco abunde sunt; mirum enim, quo in hujusmodi Theoria promovenda, & ad Mechanicam applicanda progredi liceat. Sic etiam in determinando centro percussionis, virgam tantummodo rectilineam considerabo, speciminis loco futuram, sive massas in eadem recta linea sitas, & mutuis actionibus inter se connexas.

omnes masse sint in eodem plano perpendiculari ad axem rotationis: transitus ad centrum percussionis.

344. Sint in fig. 65 massæ A, B, C, D connexæ inter se in recta quadam, quæ concipiatur revoluta circa punctum P in ea situm, & quærat in eadem recta punctum quoddam Q, cujus motu impedito debeat impediri omnis motus earundem massarum per mutuas actiones; quod punctum appellatur *centrum percussionis*. Quoniam systema totum gyrat circa P, singulæ massæ habebunt velocitates Aa, Bb &c proportionales distantis a puncto P, adeoque singularum motus, qui per mutuas vires motrices extingui debent, poterunt exprimi per $A \times AP$, $B \times BP$ &c. Quare vires motrices in iis debebunt esse proportionales iis motibus. Concipiantur singulæ connexæ cum punctis P, & Q, & quoniam velocitas puncti P erat nulla; ibi omnium actionum summa debebit esse = 0: summa autem earum, quæ habentur in Q, elidetur a vi externa percussione sustinente.

Præparatio ad inveniendum centrum percussionis massarum jacentium in eadem recta.

Fig. 65.

345. Quoniam actiones debent esse perpendiculares eidem rectæ jungenti massas, erit per theorema numeri 314, ut ad AQ, ita actio in A = $A \times AP$, ad actionem in P = $\frac{A \times AP \times AQ}{PQ}$, sive ob $AQ = PQ - AP$, erit ea actio $A \times$

Calculus eius determinatione.

(q) Systema binarum massarum cum binis punctis connexarum, & inter se, sed adhuc in eodem plano jacentium, persecutus fueram ante aliquot annos; quod sibi a me communicatum exhibuit in sua Synopsi Phylicæ Generalis P. Benvenutus, ut ibidem ipse innuit. Id inde excerptum habetur hic in Supplementis §. 5.

Habetur autem post idem Supplementum & Epistola, quam delatus Florentiam scripsi ad P. Scherfferum, dum hoc ipsum opus relictum Viennæ ante tres menses jam ibidem imprimeretur, quæ quidem adjuncta est in ipsa prima editione in fine operis. Ibi & theoriam trium massarum extendi ad casum massarum quatuor ita; ut inde generaliter deduci possit & equilibrium, & centrum oscillationis, & centrum percussionis, pro massis quocumque, & utcumque dispositis.

$\frac{A \times AP \times PQ - A \times AP^2}{PQ}$. Eodem pacto actio in P ex ne-

xu cum B erit $\frac{B \times BP \times PQ = B \times BP^2}{PQ}$, & ita porro. Iis o-

mnibus positis = 0, divisor communis PQ abit, & omnia po-
sitiva æquantur negativis. Erit igitur $A \times AP \times PQ +$
 $B \times BP \times PQ \&c = A \times AP^2 + B \times BP^2 \&c$; quare $PQ =$
 $\frac{A \times AP^2 + B \times BP^2 \&c}{A \times AP + B \times BP \&c}$, quæ formula est eadem, ac formula

centri oscillationis, ac habetur hujusmodi theoremata: *Distantia*
centri percussionis a puncto conversionis æquatur distantie centri
oscillationis a puncto suspensionis; adeoque hic locum habent in
hoc casu, quæcunque de centro oscillationis superius dicta
sunt.

Determinatio
vis percussionis
in ipso centro.

346. Quod si quis quærat vim percussionis in Q, hic habe-
bit $QP. AP :: A \times AP. \frac{A \times AP^2}{PQ}$, quæ erit vis in Q ex

nexu cum A. Eodem pacto inveniuntur vires ex reliquis: ade-
oque summa virium erit $\frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{PQ} \&c$, sive ob PQ

$= \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{A \times AP + B \times BP \&c}$, summa illa erit $A \times AP + B \times RP$

&c; nimirum ejusmodi vis erit æqualis summæ virium, quæ
requiruntur ad sistendos omnes motus massarum A, B &c cum
illis diversis velocitatibus progredientium, videlicet ejusmodi,
quæ in massa percussione excipiente possit producere quanti-
tatem motus æqualem toti motui, qui sistitur in massis omni-
bus, quod congruit cum lege actionis, & reactionis æqualium,
& cum conservatione ejusdem quantitatis motus in eandem
plagam, de quibus egimus num. 265, & 264.

Omitti hic
multa, quæ ad
hanc Theoriam
pertinent, ad
quam pertinet
universa Me-
chanica.

347. Haberent hic locum alia sane multa, quæ pertinent ad
summas virium, quibus agunt massæ, compositarum e viri-
bus, quibus agunt puncta, vel a Newtono, vel ab aliis de-
monstrata, & magni usus in Mechanica, & Physica: hujus-
modi sunt ea omnia, quæ Newtonus habet sectione 12, & 13
libri 1 Princip. de attractionibus corporum sphericorum, &
non sphericorum, quæ componantur ex attractionibus particu-
larum; ubi habentur præclarissima theoremata tam pro viribus
quibuscunque generaliter, quam pro certis virium legibus, ut
illud, quod pertinet ad rationem reciprocam duplicatam distan-
tiarum, in qua globus globum trahit, tanquam si omnis ma-
teria esset compenetrata in centrīs eorundem; punctum intra

orbem sphaericum, vel ellipticum vacuum nullas vires sentit, elisis contrariis; intra globos plenos punctum habet vim directe proportionalem distantiae a centro; unde fit, ut in particulis exiguis ejusmodi vires fere evanescant, & ad hoc, ut vires adhuc etiam in iis sint admodum sensibiles, debeant decrescere in ratione multo majore, quam reciproca duplicata distantiarum. Hujusmodi etiam sunt, quae Mac-Laurinus tradidit de sphaeroide elliptico potissimum, quae Clairautius de attractionibus pro tubulis capillaribus, quae D' Alembertus, Eulerus, alique pluribus in locis persecuti sunt; quin omnis Mechanica, quae agit vel de aequilibrio, vel de motibus, seclusa omni impulsione, huc pertinet, & ad diversos arcus reduci potest curvae nostrae, qui possunt esse quantumlibet multi, habere quascunque amplitudines, sive distantias limitum, & areas, quae sint inter se in ratione quacunque, ac ad curvas quascunque ibi accedere, quantum libuerit; sed res in immensum abiret, & satis est, ea omnia innuisse.

348. Addam nonnulla tantummodo, quae generaliter pertinent ad pressionem, & velocitatem fluidorum. Tendant directione quacunque AB puncta disposita in eadem recta in fig. 66 vi quadam externa respectu systematis eorum punctorum, cujus actionem mutuis viribus elidant ea puncta, & sint in aequilibrio. Inter primum punctum A , & secundum ipsi proximum debet esse vis repulsiva, quae aequetur vi externae puncti A . Quare urgebitur punctum secundum hac vi repulsiva, & praeterea vi externa sua. Hinc vis repulsiva inter secundum, & tertium punctum debet aequari vi huic utrique, adeoque erit aequalis summae virium externarum puncti primi, & secundi. Adjecta igitur sua vi externa tendet deorsum cum vi aequali summae virium externarum omnium trium; & ita porro progrediendo usque ad B , quodvis punctum urgebitur deorsum vi aequali summae virium externarum omnium superiorum punctorum.

Pressio fluidorum si puncta sint in recta verticali.

Fig. 66.

349. Quod si non in directum disposita sint, sed utcunque dispersa per parallelepipedum, cujus basim perpendicularem directioni vis externae exprimat recta FH in fig. 67, & $FEGH$ faciem ipsi parallelam; adhuc facile demonstrari potest componendo, vel resolvendo vires; sed & per se patet, vires repulsivas, quas debet ipsa basis exercere in particulas sibi propinquas, & ad quas vis ejus mutua pertinebit, fore aequales summae omnium superiorum virium externarum; atque id erit commune tam solidis, quam fluidis. At quoniam in fluidis particulae possunt ferri directione quacunque, quod unde proveniat, videbimus in tertia parte; quaevis particula, ut ibidem videbimus, in omnem plagam urgebitur viribus aequalibus, & urgebit sibi proximas, quae pressionem in alias propagabunt ita, ut, quae sint in eodem plano LI , parallelo FH , in cujus directione nulla

Eadem punctis utcunque dispersis, & cum omnibus directionibus agens.

Fig. 67.

nulla vis externa agit, vires ubique eadem sint. Quamobrem quævis particula sita ubicunque in ea recta in N , habebit eandem vim tam versus planum EF , quam versus planum EG , & versus FH , quam habet particula collocata in eadem linea in MK etiam, ubi addantur parietes AM , CK paralleli FE , cum planis LM , KI , parallelis FH , nimirum vi, quæ respondet altitudini MA : ac particula sita in O prope basim FH urgetur; ut quaquaversum, ita & versus ipsam, iisdem viribus, quibus particula sita in BD sub AC . Ipsam urgebunt particule in eodem plano horizontali jacentes, & accedet ad omnes fluidi, & baseos particulas, donec vi contraria elidatur vis ejus tota ab ejusmodi pressione derivata. Quamobrem basis FH a fluido tanto minore $FLMACKIH$ sentiet pressionem, quam sentiret a toto fluido $FEGH$: superficies autem LM sentiet a particulis N vim æqualem vi massæ $LEAM$, accedentibus ad ipsam particulis, donec vis mutua repulsiva ei vi æquetur.

Inde, cur ex quo fluidi pondere fieri possit ingans pressio.

350. Hinc autem patet, cur in fluidis nostris gravitate præditis basis FH sentiat pressionem tanto majorem massæ fluidæ incumbentis pondere, & cur pondere perquam exiguo fluidi $AMKC$ elevetur pondus collocatum supra LM etiam immane, ubi repagulum LM sit ejusmodi, ut pressioni fluidi parere possit, quemadmodum sunt coriacea. At totum vas $FLMACKIH$ bilanci impositum habebit pondus æquale ponderi suo, & fluidi contenti tantummodo: nam superficies vasis LM , KI horizontalis vi repulsiva mutua urgetur sursum, quantum urget deorsum puncta omnia N versus O , & illa pressio tantundem imminuit vim, quam in balancem exercet vas, ac tota vis ipsius habebitur dempta pressione sursum superficiem LM , KI a pressione fundi FH facta deorsum: & pariter se mutuo elident vires exercitæ in parietes oppositos. Atque hæc Theoria poterit applicari facile aliis etiam figuris quibuscunque. Respondebit semper pressio superficiem, & toti ponderi fluidi, quod habeat basim illi superficiem æqualem, & altitudinem ejusmodi, quæ usque ad supremam superficiem pertinet inde accepta in directione illius externæ vis.

Pressio fluidorum cum compressione sensibili unde proveniat in hac Theoria.

351. Quod si vires particularum repulsivæ sint ejusmodi, ut ad eas multum augendas requiratur mutatio distantie, quæ ad distantiam totam habeat rationem sensibilem; tum vero compressio massæ erit sensibilis, & densitas in diversis altitudinibus admodum diversa: sed in iisdem horizontalibus planis eadem. Si vero mutatio sufficiat, quæ rationem habet prorsus insensibilem ad totam distantiam; tum vero compressio sensibilis nulla erit, & massa in fundo eandem habebit ad sensum densitatem, quam prope superficiem supremam. Id pendet a lege virium mutua inter particulas, & a curva, quæ illam exprimit.

mit. Exprimat in fig. 68. AD distantiam quandam, & assumpta BD ad AB in quacunq[ue] ratione utcunq[ue] parva, vel utcunq[ue] sensibili, capiantur rectæ perpendiculares DE, BF itidem in quacunq[ue] ratione minoris inæqualitatis utcunq[ue] magna: poterit utique arcus MN curvæ experimentis mutuas particularum vires transire per illa puncta E, F, & exhibere quodcunq[ue] pressiois incrementum cum quacunq[ue] pressione utcunq[ue] magna, vel utcunq[ue] insensibili.

Fig. 68.

352. Compressionem ingentem experimur in aere, quæ in eo est proportionalis vi comprimenti. Pro eo casu demonstravit Newtonus Princ. Lib. 3. prop. 23, vim particularum repulsivam mutuas debere esse in ratione reciproca simplici distantiarum. Quare in iis distantis, quas habere possunt particulæ aeris perseverantis cum ejusmodi proprietate, & formam aliam non inducentis (nam & aerem posse e volatili fieri fixum, Newtonus innuit, ac Halesius inprimis uberrime demonstravit), oportet, arcus MN accedat ad formam arcus hyperbolæ conicæ Apollonianæ. At in aqua compressio sensibilis habetur nulla, utcunq[ue] magnis ponderibus comprimatur. Inde aliqui inferunt, ipsam elastica vi carere, sed perperam; quin immo vires habere debet ingentes distantis utcunq[ue] parum imminutis; quanquam eadem particulæ debent esse prope limites, nam & distractioni resistit aqua. Infinita sunt curvarum genera, quæ possunt rei satisfacere, & satis est, si arcus EF directionem habeat fere perpendicularem axi AC. Si curvam cognitam adhibere libeat; satis est, ut arcus EF accedat plurimum ad logisticam, cujus subtangens sit perquam exigua respectu distantis AD. Demonstratur passim, subtangentem logisticæ ad intervallum ordinarum exhibens rationem dupl. esse proxime ut 14 ad 10; & eadem subtangens ad intervallum, quod exhibeat ordinatas in quacunq[ue] magna ratione inæqualitatis, habet in omnibus logisticis rationem eandem. Si igitur minuatur subtangens logisticæ, quantum libuerit; minuetur utique in eadem ratione intervallum BD respondens cuicunq[ue] rationi ordinarum BF, DE, & accedet ad æqualitatem, quantum libuerit, ratio AB ad AD, a qua pendet compressio; & cujus ratio reciproca triplicata est ratio densitatum, cum spatia similia sint in ratione triplicata laterum homologorum, & massa compressa possit cum eadem nova densitate redigi ad formam similem. Quare poterit haberi incrementum vis comprimenti in quacunq[ue] ingenti ratione auctæ cum compressione utcunq[ue] exigua, & ratione densitatum utcunq[ue] accedente ad æqualitatem. Verum ubi ordinata ED jam satis exigua fuerit, debet curva recedere plurimum ab arcu logisticæ, ad quem accesserat, & qui in infinitum protenditur ex parte eadem, ac debet accedere ad axem AC, & ipsum secare, ut habeantur deinde vires attractivæ, quæ ingentes etiam esse possunt; tum post exiguum intervallum debet haberi alius arcus

Compressio aeris a qua vi proveniat: aquæ compressio cur ad sensum nulli: unde mutatio in vapores tam elasticos.

repulsivus, recedens plurimum ab axe, qui exhibeat vires illas repulsivas ingentes, quas habent particulæ aqueæ, ubi in vapores abierunt per fermentationem, vel calorem.

Ubi pressio
proportionalis
altitudini, &
unde.

353. In casu densitatis non immutatæ ad sensum, & virium illarum parallelarum æqualium, uti eas in gravitate nostra concipimus, pressiones erunt ut bases, & altitudines; nam numerus particularum paribus altitudinibus respondens erit æqualis, adeoque in diversis altitudinibus erit in earum ratione; virium autem æqualium summæ erunt ut particularum numeri. Atque id experimur in omnibus homogeneis fluidis, ut in Mercurio, & aqua.

Quomodo fiat
acceleratio in
effluxu.

354. Ubi facto foramine liber exitus relinquitur ejusmodi massæ particulis, erumpent ipsæ velocitatibus, quas acquirunt, & quæ respondebunt viribus, quibus urgentur, & spatio, quo indigent, ut recedant a particulis se insequentibus; donec vis mutua repulsiva jam nulla sit. Prima particula relicta libera statim incipit moveri vi illa repulsiva, qua premebatur a particulis proximis: utcumque parum illa recesserit, jam secunda illi proxima magis distat ab ea, quam a tertia, adeoque movetur in eandem plagam, differentia virium accelerante motum; & eodem pacto aliæ post alias ita, ut tempusculo utcumque exiguo omnes aliquem motum habeant, sed initio eo minorem, quo posteriores sunt. Eo pacto discedunt a se invicem, & semper minuitur vis accelerans motum, donec ea evadat nulla; quin immo etiam aliquanto plus æquo a se invicem deinde recedunt particulæ, & jam attractivis viribus retrahuntur, accedentes iterum, non quod retro redeant, sed quod anteriores moveantur jam aliquanto minus velociter, quam posteriores; tum iterum aucta vi repulsiva incipiunt accelerari magis, & recedere, ubi & oscillationes habentur quædam hinc, & inde.

Unde velocitas
aquæ effluen-
tis subduplicata
altitudinis.

355. Velocitates, quæ remanent post exiguum quoddam determinatum spatium, in quo vires mutux, vel nullæ jam sunt, vel æque augentur, & minuuntur, pendent ab area curvæ, cujus axis partes exprimant non distantias a proxima particula, sed tota spatia ab initio motus percursa, & ordinatæ in singulis punctis axis exprimant vires, quas in iis habebat particula. Velocitates in effluxu aquæ experimur in ratione subduplicata altitudinum, adeoque subduplicata virium comprimentium. Id haberi debet, si id spatium sit ejusdem longitudinis, & vires in singulis punctis respondentibus ejus spatii sint in ratione primæ illius vis. Tum enim area totæ erunt ut ipsæ vires initiales, & proinde velocitatum quadrata, ut ipsæ vires. Infinita sunt curvarum genera, quæ rem exhibere possunt; verum id ipsum ad sensum exhibere potest etiam arcus alterius logisticae cujuscumque amplioris illa, quæ exhibuit distantias singularum particularum. Sit ea in fig. 69 MFIN. Tota ejus area infinita ad partes CN asymptotica a quavis ordinata aqua-

Fig. 69.

æquatur producto sub ipsa ordinata, & subtangente constanti. Quare ubi ordinata ED jam est perquam exigua respectu ordinarum BF, HI, tota area CDEN respectu CBFN insensibilis erit, & area CBFN, CHIN integræ accipi poterunt pro areis FBDE, IHDE, quæ idcirco erunt, ut vires initiales BF, HI.

356. Inde quidem habebuntur quadrata celeritatum proportionalia pressionibus, sive altitudinibus. Ut autem velocitas absoluta sit æqualis illi, quam particula acquireret cadendo a superficie suprema, quod in aqua experimur ad sensum; debet præterea tota ejusmodi area æquari rectangulo facto sub recta exprimente vim gravitatis unius particulæ, sive vis repulsivæ, quam in se mutuo exercent binæ particulæ, quæ se primo repellunt, sustinente inferiore gravitatem superioris, & sub tota altitudine. Deberet eo casu esse totum pondus BF ad illam vim, ut est altitudo tota fluidi ad subtangentem logisticæ, si FE est ipsius logisticæ arcus. Est autem pondus BF ad gravitatem primæ particulæ, ut numerus particularum in ea altitudine ad unitatem, adeoque ut eadem illa tota altitudo ad distantiam primarum particularum. Quare subtangens illius logisticæ deberet æquari illi distantia primarum particularum, quæ quidem subtangens erit itidem idcirco perquam exigua.

Quid requiritur, ut velocitas sit æqualis illi, quæ habetur cadendo per altitudinem.

357. An in omnibus fluidis habeatur ejusmodi absoluta velocitas, & an quadrata velocitatum in effluxu respondeant altitudinibus; per experimenta videndum est, ut constet, an curvæ virium in omnibus sequantur superiores leges, an diversas. Sed ego jam ab applicatione ad Mechanicam ad applicationem ad Physicam gradum feci, quam uberius in tertia Parte persequar. Hæc interea speciminis loco sint satis ad immensam quandam hujusce campi fecunditatem indicandam utcunque.

Tentandum an in omnibus fluidis id accidat. Transitus ad partem tertiam.



P A R S III.

 Applicatio Theoriæ ad Physicam.

Agendum hic
primo de gene-
ralibus proprie-
tatibus corpo-
rum, tum de
discrimine in-
ter varias spe-
cies.

358. **I**N secunda hujusce Operis parte, dum Theoriam meam applicarem ad Mechanicam, multa identidem immiscui, quæ applicationi ad Physicam sternerent viam, & vero etiam ad eandem pertinerent; at hic, quæ pertinent ad ipsam Physicam, ordinatius persequar; & primo quidem de generalibus agam proprietatibus corporum, quas omnes omnino exhibet illa lex virium, quam initio primæ partis exposui; tum ex eadem præcipua discrimina deducam, quæ inter diversas observamus corporum species, & mutationes, quæ ipsis accidunt, alterationes, atque transformationes evolvam.

Enumeratio
earum, de qui-
bus agetur, &
ordo.

359. Primum igitur agam de Impenetrabilitate, de Extensione, de Figurabilitate, de Mole, Massa, & Densitate, de Inertia, de Mobilitate, de Continuitate motuum, de Æqualitate Actionis & Reactionis, de Divisibilitate, & Componibilitate, quam ego divisibilitati in infinitum substituo, de Immutabilitate primorum materiæ elementorum, de Gravitate, de Cohæsione, quæ quidem generalia sunt. Tum agam de Varietate Naturæ, & particularibus proprietatibus corporum, nimirum de varietate particularum, & massarum multiplici, de Solidis, & Fluidis, de Elasticis, & Mollibus, de Principiis Chemicarum Operationum, ubi de Dissolutione, Præcipitatione, Adhæsione, & Coalescentia, de Fermentatione, & emissione Vaporum, de Igne, & emissione Luminis; ac ipsis præcipuis Luminis proprietatibus, de Odore, de Sapore, de Sono, de Electricitate, de Magnetismo itidem aliquid inuam sub finem; ac demum ad generaliora regressus, quid Alterationes, Corruptiones, Transformationes mihi sint, explicabo. Verum in horum pluribus rem a mea Theoria deducam tantummodo ad communia principia, ex quibus peculiare singulorum tractatus pendent; ac alicubi methodum indicabo tantummodo, quæ ad rei perquisitionem aptissima mihi videatur.

Impenetrabili-
tas unde in hac
Theoria.

360. Impenetrabilitas corporum a mea Theoria omnino sponte fluit; si enim in minimis distantis agunt vires repulsivæ, quæ iis in infinitum imminutis crescunt in infinitum ita, ut pares sint extinguendæ cuilibet velocitati utcumque magnæ, utique non potest ulla finita vis, aut velocitas efficere, ut distantia duorum punctorum evanescat, quod requiritur ad compenetrationem; sed ad id præstandum infinita Divina virtus, quæ infinitam vim exercent, vel infinitam producat velocitatem, sola sufficit.

361. Præter hoc impenetrabilitatis genus, quod a viribus repulsivis oritur, est & aliud, quod provenit ab inextensione punctorum, & quod evolvi in dissertationibus *De Spatio, & Tempore*, quas ex Stayanis Supplementis huc transtuli, & habetur hic in fine Supplementorum §. 1, & 2. Ibi enim ex eo, quod in spatio continuo numerus punctorum loci sit infinitus infinitus, & numerus punctorum materiæ finitus, erui illud: nullum punctum materiæ occupare unquam punctum loci, non solum illud, quod tunc occupat aliud materiæ punctum, sed nec illud, quod vel ipsum, vel ullum aliud materiæ punctum occupavit unquam. Probatio inde petitur, quod si ex casibus ejusdem generis una classis infinities plures contineat, quam altera, infinities improbabilius sit, casum aliquem, de quo ignoremus, ad utram classem pertineat, pertinere ad secundam, quam ad primam. Ex hoc autem principio id etiam immediate consequitur; si enim una massa projiciatur contra alteram, & ab omnibus viribus repulsivis abstrahamus animum; numerus projectionum, quæ aliquod punctum massæ projectæ dirigant per rectam transeuntem per aliquod punctum massæ, contra quam projicitur, est utique finitus; cum numerus punctorum in utraque massa finitus sit; at numerus projectionum, quæ dirigant puncta omnia per rectas nulli secundæ massæ puncto occurrentes, est infinities infinitus, ob puncta spatii in quovis plano infinities infinita. Quamobrem, habita etiam ratione infinitorum continui temporis momentorum, est infinities improbabilius primus casus secundo; & in quacunque projectione massæ contra massam nullus habebitur immediatus occurfus puncti materiæ cum altero puncto materiæ, adeoque nulla compenetratio, etiam independentem a viribus repulsivis.

362. Si vires repulsivæ non adessent; omnis massa libere transiret per aliam quamvis massam, ut lux per vitra, & gemmas transit, ut oleum per marmora insinuat; atque id semper fieret sine ulla vera compenetratione. Vires, quæ ad aliquod intervallum extenduntur satis magnæ, impediunt ejusmodi liberum comitatum. Porro hic duo casus distinguendi sunt; alter, in quo curva virium non habeat ullum arcum asymptoticum cum asymptoto perpendiculari ad axem, præter illum primum, quem exhibet figura 1, cujus asymptotus est in origine abscissarum; alter, in quo adsint alii ejusmodi arcus asymptotici. In hoc secundo casu si sit aliqua asymptotus ad aliquam distantiam ab origine abscissarum, quæ habeat arcum citra se attractivum, ultra repulsivum cum area infinita, ut juxta num. 188 puncta posita in minore distantia non possint acquirere distantiam majorem, nec, quæ in majore sunt, minorem; tum vero particula composita ex punctis in minore distantia positis, esset prorsus impenetrabilis a particula posita in majore distantia ab ipsa, nec ulla finita velocitate posset cum illa commisceri, & in ejus locum irrumpere; & si dæ habeantur asym-

Aliud impenetrabilitatis genus: proprium huic Theoriæ.

Sine viribus repulsivis debere haberi compenetrationem apparentem. Quid esse præsent in particulis, & velo quodam, potissimum si habeantur asymptoti.

afymptoti ejusmodi fatis proximæ, quarum citerior habeat ulterius crus repulfivum, ulterior citerius attractivum cum areis infinitis, tum duo puncta collocata in distantia a fe invicem intermedia inter distantias earum afymptotorum, nec poffent ulla finita vi, aut velocitate acquirere distantiam minorem, quam fit distantia afymptoti citerioris, nec majorem, quam fit ulterioris; & cum eæ duæ afymptoti poffint effe utcunque fibi invicem proximæ; illa puncta poffent effe neceffitata ad non mutandam distantiam intervallo utcunque parvo. Si jam in uno plano fit series continua triangulorum æquilaterorum habentium eas distantias pro lateribus, & in fingulis angulis poneretur quicunque numerus punctorum ad distantiam inter fe fatis minorem ea, qua diftent illæ duæ afymptoti, vel etiam puncta fingula; fieret utique velum quoddam indifolubile, quod tamen effet plicatile in quavis e rectis continentibus triangulorum latera, & poffet etiam plicari in gyrum more veterum voluminum.

Solidum indifolubile, & impermeabile.

363. Si autem fit folidum compositum ex ejusmodi velis, quorum alia ita effent aliis imposita, ut punctum quodlibet fuperioris veli terminaret pyramidem regularem habentem pro bafi unum e triangulis veli inferioris, & in fingulis angulis collocarentur puncta, vel massæ punctorum; id effet folidiffimum, & ne plicatile quidem; etiamfi crassitudo unicam pyramidum feriem admitteret. Poffent autem effe difperfa inter latera illius veli, vel hujus muri, puncta quotcunque, nec eorum ullum poffet inde egredi ad distantiam a punctis positis in angulis veli, vel muri, majorem illa distantia ulterioris afymptoti. Quod fi præterea ultra afymptotum ulteriorem haberetur area repulfiva infinita; nulla externa puncta poffent perrumpere nec murum, nec velum ipsum, vel per vacua spatiola tranfire, utcunque magna cum velocitate advenirent; cum nullum in triangulo æquilatere fit punctum, quod ab aliquo ex angulis non diftet minus, quam per latus ipsius trianguli.

Alligatio acquirendi impenetrabilitatem, & nexum per afymptotos remotas ab origine æquifum.

364. Quod fi ejusmodi binæ afymptoti inter fe proximæ fint in ingenti distantia a principio absciffarum, & in distantia media inter earum binas distantias ab ipfo initio ponantur in cuspide trianguli æquilateri tria puncta materiæ, tum in cuspide pyramidis regularis habentis id triangulum æquilaterum pro bafi ponantur quotcunque puncta, quæ inter fe minus diftent, quam pro distantia illarum afymptotorum; massula conftans hifce punctis erit indifolubilis; cum nec ullum ex iis punctis poffit acquirere distantiam a reliquis, nec reliqua inter fe distantiam minorem distantia afymptoti citerioris, & majorem distantia ulterioris, & ipsa hæc particula impenetrabilis a quovis puncto externo materiæ, cum nullum ad reliqua illa tria puncta poffit ita accedere, fi diftat magis, vel recedere, fi minus, ut acquirat distantiam, quam habent puncta ejus massæ. Ejusmodi massis ita cohibitis per terna puncta ad maximas distantias fita poffet integer conftare Mundus, qui haberet

beret in suis illis massulis, seu primigeniis particulis impenetrabilitatem continuam prorsus insuperabilem, sine ulla extensione continua, & indissolubilitatem itidem insuperabilem etiam sine ullo mutuo nexu inter earum puncta, per solum nexum, quem haberent singula cum illis tribus punctis remotis.

365. In omnibus hisce casibus habetur in massa non continua vis ita continua, ut nulla ne apparens quidem compenetratio, & permixtio haberi possit æque, ac in communi sententia de continua impenetrabilis materiæ extensione. Quod autem in illo velo, vel muro exhibuit triangulorum, & pyramidum series, idem obtineri potest per figuras alias quamplurimas, & id multo pluribus adhuc modis obtineretur; si non in unica, sed in pluribus distantis essent ejusmodi asymptotica repagula cum impenetrabilitate continua per non continuam punctorum dispersorum dispositionem.

In iis & aliis casibus resistentia continua sine continuo faciente vim, & absoluta impermeabilitas.

366. At in primo illo casu, in quo nulla habetur ejusmodi asymptotus præter primam, res longe alio modo se haberet. Patet in eo casu illud, si velocitas imprimi possit massæ cuiuspiam satis magna; fore, ut ea transeat per massam quancunque sine ulla perturbatione suarum partium, & sine ulla partium alterius: nam vires, ut agant, & motum aliquem finitum sensibilem gignant, indigent continuo tempore, quo imminuto in immensum, uti imminuitur, si velocitas in immensum augeatur, imminuitur itidem in immensum earum effectus. Rei ideam exhibebit globulus ferreus, qui debeat transire per planum, in quo dispersæ sint hac, illac plurimæ massæ magneticæ vim habentes validam satis. Si is globus cum velocitate non ita ingenti projiciatur per directionem etiam, quæ in nullam massam debeat incurrere; progredi ultra illas massas non poterit; sed ejus motus sistetur ab illarum attractionibus. At si velocitas sit satis magna, ut actiones virium magneticarum satis exiguo tempore durare possint, prætervolabit utique, nullo sensibili damno ejus velocitati illato.

Sine asymptoto omnes substantias permeabiles fore ab aliis; si iis satis magnas velocitates imprimatur. Exemplum globuli ferrei inter magnetes transeuntis.

367. Quin immo ibi considerandum & illud: si velocitas ejus fuerit exigua, ipsum globum facile sisti, exiguo motu a vi mutua æquali, seu reactione, impresso magnetibus, quo per solam plani frictionem, & mutuas eorum vires impedito, exigua in eorum positionibus mutatio fiat. Si velocitas impressa aliquantulum creverit; tum mutatio in positione magnetum major fiet, & adhuc sistetur globuli motus; sed si velocitas fuerit multo major, globulus autem transeat satis prope aliquas e massis magneticis; ab actione mutua inter ipsum, & eas massas communicabitur satis ingens motus iis ipsis massis, quo possint etiam ipsum non nihil retardatum, sed adhuc progredientem sequi, avulsæ a cæteris, quæ ob actiones in majore distantia minores, & brevitatem temporis, remaneant ad sensum immotæ, & nihil turbatæ. Sed si velo-

Diversi effectus relate ad magnetes pro diversa velocitate ejus globuli.

citas

citas ipsa adhuc augetur, quantum est opus, eo deveniri posset; ut massa utcumque proxima in globuli transitu nullum sensibilem motum auferret illi, & ipsa sibi acquireret.

Inde facilis explicatio phaenomeni, quo globus sclopeto explosus perforat plana mobilia, nec movet: cur luminis data tanta velocitas.

368. Porro ejusmodi exemplum intueri licet, ubi globus aliquis contra obstaculum aliquod projicitur, quod, si satis magnam velocitatem habet, concutit totum, & diffringit, ac eo majorem effectum edit, quo major est velocitas, ut in muris arcium accidit, qui tormentariis globis impetuntur. At ubi velocitas ad ingentem quandam magnitudinem devenerit; nisi satis solida sit compages obstaculi, sive vires cohaesionis satis validæ; jam non major effectus fit, sed potius minor, foramine tantum excavato, quod æquetur ipsi globo. Id experimur; si globus ferreus explodatur sclopeto contra portam ligneam, quæ licet semiaperta sit, & summam habeat super suis cardinibus mobilitatem; tamen nihil prorsus commoveatur; sed excavatur tantummodo foramen æquale ad sensum diametro globi, quod in mea Theoria multo facilius utique intelligitur, quam si continuo nexu partes perfecte solidæ inter se complicarentur, & conjungerentur. Nimirum, ut in superiore magnetum casu, particulae globi secum abripiunt particulas ligni, ad quas accesserunt magis, quam ipsæ ad sibi proximas accederent, & brevitatis temporis non permittit viribus illis, a quibus distantium ligni punctorum nexus præstabatur, ut in iis motus sensibilis haberetur, qui nexum cum aliis sibi proximis a vi mutua ortum dissolveret, aut illis, & toti portæ satis sensibilem motum communicaret. Quod si velocitas satis adhuc augeri posset; ne iis quidem avulsis massa per massam transvolaret, nulla sensibili mutatione facta, & sine vera compenetracione haberetur illa apparens compenetratio, quam habet lumen, dum per homogeneum spatium liberrimo rectilineo motu progreditur; quam ipsam fortasse ob causam Divinus Naturæ Opifex tam immanem luci velocitatem voluit imprimi, quantum in ea nobis ostendunt eclipses Jovis satellitum, & annua fixarum aberratio, ex quibus Roemerus, & Bradleyus deprehenderunt, lumen semiquadrante horæ percurrere distantiam æqualem distantia Solis a Terra, sive plura miliariorum millia singulis arteria pulsibus.

Cur in cinere remaneat illæsa forma plantæ avolante parte volatili per ignem.

369. Ac eodem pacto, ubi herbarum forma in cinere cum tenuissimis filamentis remanet intacta, avolantibus oleosis partibus omnibus sine ulla læsione structuræ illarum, id quidem admodum facile intelligitur, qui fiat: ibi nova vis excitata ingentem velocitatem parit brevi tempore, quæ omnem alium effectum impediatur virium mutuarum inter olea, & cineres, oleaginosas particulas inter terreas cum hac apparenti compenetracione liberrime avolantibus sine ullo immediato impactu, & incurfu.

Compenetratio apparens,

370. Quod si ita res habet; liceret utique nobis per occlusas ingredi portas, & per durissima transvolare murorum septa

pta sine ullo obstaculo, & sine ulla vera compenetracione, si quæ haberetur, nimirum satis magnam velocitatem nobis ipsis possemus imprimere, si possemus nobis imprimere quod si Natura nobis permisisset, & velocitates corporum, quæ habemus præ manibus, ac nostrorum digitorum celeritates solerent esse satis magnæ; apparentibus ejusmodi continuis compenetracionibus assueti, nullam impenetrabilitatis haberemus ideam, quam mediocritati nostrarum virium, & velocitatum, ac experimentis hujus generis a sinu materno, & prima infantia usque adeo frequentibus, & perpetuo repetitis debemus omnem.

371. Ex impenetrabilitate oritur extensio. Ea sita est in eo, quod aliæ partes sint extra alias: id autem necessario haberi debet; si plura puncta idem spatii punctum simul occupare non possint. Et quidem si nihil aliunde sciremus de distributione punctorum materiæ; ex regulis probabilitatis constaret nobis, dispersa esse per spatium extensum in longum, latum, & profundum, atque ita constaret, ut de eo dubitare omnino non liceret, adeoque haberemus extensionem in longum, latum, & profundum ex eadem etiam sola Theoria deductam. Nam in quovis plano pro quavis recta linea infinita sunt curvarum genera, quæ eadem directione egressæ e dato puncto extenduntur in longum, & latum respectu ejusdem rectæ, & pro quavis ex ejusmodi curvis infinitæ sunt curvæ, quæ ex illo puncto egressæ habeant etiam tertiam dimensionem per distantiam ab ipso. Quare sunt infinites plures casus positionum cum tribus dimensionibus, quam cum duabus solis, vel unica, & idcirco infinites major est probabilitas pro uno ex iis, quam pro uno ex his, & probabilitas absolute infinita omnem eximit dubitationem de casu infinite improbabili, ut ut absolute possibili. Quin immo si res rite consideretur, & numeri casuum inter se conferantur; inveniemus, esse infinite improbabile, uspiam jacere prorsus accurate in directum plura, quam duo puncta, & accurate in eodem plano plura, quam tria.

372. Hæc quidem extensio non est mathematicæ, sed physice tantum continua: at de præjudicio, ex quo ideam omnino continuæ extensionis ab infantia nobis efformavimus, satis dictum est in prima Parte a num. 158; ubi etiam vidimus, contra meam Theoriam non posse afferi argumenta, quæ contra Zenonistas olim sunt facta, & nunc contra Leibnitianos militant, quibus probatur, extensum ab inextenso fieri non posse. Nam illi inextensa contigua ponunt, ut mathematicum continuum efforment, quod fieri non potest, cum inextensa contigua debeant compenetrari, dum ego inextensa admitto a se invicem disjuncta. Nec vero illud vim ullam contra me habet, quod nonnulli adhibent, dicentes, hujusmodi extensionem nullam esse, cum constet punctis penitus inextensis

sis, & vacuo spatio, quod est purum nihil. Constat per me non solis punctis, sed punctis habentibus relationes distantiarum a se invicem: eæ relationes in mea Theoria non constituuntur a spatio vacuo intermedio, quod spatium nihil est actu existens, sed est aliquid solum possibile a nobis indefinite conceptum, nimirum est possibilitas realium modorum localium existendi cognita a nobis secludentibus mente omnem hiatum, uti exposui in prima Parte num. 142, & fusius in ea dissertatione De Spatio & Tempore, quam hic ad calcem adjicio; constituuntur a realibus existendi modis, qui realem utique relationem inducunt realiter, & non imaginarie tantum diversam in diversis distantis. Porro si quis dicat, puncta inextensa, & hosce existendi modos inextensos non posse constituere extensum aliquid; reponam facile, non posse constituere extensum mathematice continuum, sed posse extensum physice continuum, quale ego unicum admitto, & positivis argumentis evinco, nullo argumento favente alteri mathematice continuo extenso, quod potius etiam independenter a meis argumentis difficultates habet quamplurimas. Id extensum, quod admitto, est ejusmodi, ut puncta materiæ alia sint extra alia, ac distantias habeant aliquas inter se, nec omnia jaceant in eadem recta, nec in eodem plano omnia, sint vero multa ita proxima, ut eorum intervalla omnem sensum effugiant. In eo sita est extensio, quam admitto, quæ erit reale quidpiam, non imaginarium, & erit physice continua.

Quomodo existat Geometria sublato continuo actu existente.

373. At erit fortasse, qui dicet, sublata extensione absolute mathematica tolli omnem Geometriam. Respondeo, Geometriam non tolli, quæ considerat relationes inter distantias, & inter intervalla distantis intercepta, quæ mente concipimus, & per quam ex hypothesibus quibusdam conclusiones cum iis connexas ex primis quibusdam principiis deducimus. Tollitur Geometria actu existens, quatenus nulla linea, nulla superficies mathematice continua, nullum solidum mathematice continuum ego admitto inter ea, quæ existunt; an autem inter ea, quæ possunt existere, habeantur, omnino ignoro. Sed aliquid ejusmodi in communi etiam sententia accidit. Nulla existit revera in Natura recta linea, nullus circulus, nulla ellipsis, nec in ejusmodi lineis accurate talibus fit motus ullus, cum omnium Planetarum, & Terræ in communi sententia motus habeantur in curvis admodum complicatis, atque altissimis; &, ut est admodum probabile, transcendentibus. Nec vero in magnis corporibus ullam habemus superficiem accurate planam, & continuam, aut sphericam, aut cujusvis e curvis, quas Geometriæ contemplantur, & plerique ex iis ipsis, qui solida volunt elementa, simplices ejusmodi figuras ne in ipsis quidem elementis admittent.

Quid in ea imaginariis,

374. Quamobrem Geometria tota imaginaria est, & idealis, sed propositiones hypotheticæ, quæ inde deducuntur, sunt

sunt veræ, & si existant conditiones ab illa assumptæ, existent utique & conditionata inde eruta, ac relationes inter distantias punctorum imaginarias ope Geometriæ ex certis conditionibus deductæ, semper erunt reales, & tales, quales eas invenit Geometria, ubi illæ ipsæ conditiones in realibus punctorum distantis existant. Ceterum ubi de realibus distantis agitur, nec illud in sensu physico est verum, ubi punctum interiacet aliis binis in eadem recta positis, a quibus æque distet, binas illas distantias fore partes distantis punctorum extremorum juxta ea quæ diximus num. 67. Physice distantia puncti primi a secundo constituitur per puncta ipsa, & binos reales ipsorum existendi modos, ita & distantia secundi a tertio; quorum summa continet omnia tria puncta cum tribus existendi modis, dum distantia primi a tertio constituitur per sola duo puncta extrema, & duos ipsorum existendi modos, quæ ablato intermedio reali puncto manet prorsus eadem. Illæ duæ sunt partes illius tertis tantummodo in imaginario, & geometrico statu, qui concipit indefinite omnes possibiles intermedios existendi modos locales, & per eam cognitionem abstractam concipit continua intervalla, ac eorum partes assignat, & ope ejusmodi conceptuum ratiocinationes instituit ab assumptis conditionibus petitas, quæ, ubi demum ad aliquod reale deducunt, non nisi ad verum possunt deducere, sed quod verum sit tantummodo, si rite intelligantur termini, & explicentur. Sic quod aliqua distantia duorum punctorum sit æqualis distantis aliorum duorum, situm est in ipsa natura illorum modorum, quibus existunt, non in eo, quod illi modi, qui eam individuum distantiam constituunt, transferri possint, ut congruant. Eodem pacto relatio duplæ, vel triplæ distantis habetur immediate in ipsa essentia, & natura illorum modorum. Vel si potius velimus illam referre ad distantiam æqualem; dici poterit, eam esse duplam alterius, quæ talis sit, ut si alteri ex alterius punctis ponatur tertium novum ad æqualem distantiam ex parte altera; distantia nova hujus tertii a primo sit æqualis illi, quæ duplæ nomen habet, & sic de reliquis, ubi ad realem statum transitur. Neque enim in statu reali haberi potest usquam congruentia duarum magnitudinum in extensione, ut haberi nec in tempore potest unquam; adeoque nec æqualitas per congruentiam in statu reali haberi potest, nec ratio dupla per partium æqualitatem. Ubi decempeda transfertur ex uno loco in alium, succedunt alii, atque alii punctorum extremorum existendi modi, qui relationes inducunt distantiarum ad sensum æqualium: ea æqualitas a nobis supponitur ex causis, nimirum ex mutuo nexu per vires muruas, uti hora hodierna ope egregii horologii comparatur cum hesternâ, itidem æqualitate supposita ex causis, sed loco suo divelli, & ex uno die in alterum hora eadem traduci nequaquam potest. Verum hæc omnia ad Metaphysicam potius pertinent, & ea fusius cum omnibus

quid reale: elegans analogia loci cum tempore in ordine ad æqualitatis mensuras.

loci, ac temporis relationibus persecutus sum in memoratis dissertationibus, quas hic in fine subjicio.

Figurabilitas
orta ab exten-
sione: quid sit
figura, & quam
vaga, & incerta
sit ejus idea et-
iam in commu-
ni sententia.

375. Ex extensione oritur figurabilitas, cum qua connectitur moles, & densitas supposita massa. Quoniam puncta disperguntur per spatium extensum in longum, latum, & profundum; spatium, per quod extenduntur, habet suos terminos, a quibus figura pendet. Porro figuram determinatam ab ipsa natura, & existentem in re, possunt agnoscere tantummodo in elementis ii, qui admittunt elementa ipsa solida, atque compacta, & continua, & qui ab inextensis extensum continuum componi posse arbitrantur, ubi nimirum tota illa materia superficie continua quadam terminetur. Ceterum in corporibus hisce, quæ nobis sub sensum cadunt, idea figuræ, quæ videtur maxime distincta, est admodum vaga, & indefinita, quod quidem diligenter exposui agens superiore anno de figura Telluris in dissertatione inserta postremo Bononiensium Actorum tomo, in qua continetur Synopsis mei operis de *Expeditione Litteraria per Pontificiam ditionem*, ubi sic habeo: *Inprimis hoc ipsum nomen figuræ terrestris, quod certam quandam, ac determinatam significationem videtur habere, habet illam quidem admodum incertam, & vagam. Superficies illa, quæ maria, & lacus, & fluvios, ac montes, & campos, vallesque terminat, est illa quidem admodum, nobis saltem, irregularis, & vero etiam instabilis: mutatur enim quovis utcunque minimo undarum, & glebarum motu, nec de hac Telluris figura agunt, qui in figuram Telluris inquirunt: aliam ipsi substituunt, quæ regularis quodammodo sit, sit autem illi priori proxima, quæ nimirum abrasis haberetur montibus, collibusque, vallibus vero oppletis. At hæc iterum terrestris figuræ notio vaga admodum est, & incerta. Uti enim infinita sunt curvarum regularium genera, quæ per datum datorum punctorum numerum transire possunt, ita infinita sunt genera curvarum superficialium, quæ Tellurem ita ambire possunt, atque concludere, ut vel omnes, vel datos contingant in datis punctis montes, collesque, vel si per medios transire colles, ac montes debeat superficies quedam ita, ut regularis sit, & tantundem materiæ concludat extra, quantum vacui aeris infra sese concludat usque ad veram hanc nobis irregularem Telluris superficiem, quam intuemur: infinitæ itidem, & a se invicem diversæ admodum superficies haberi possunt, quæ problemati satisfaciant, atque eæ ejusmodi etiam, ut nullam, quæ sensu percipi possit, præ se ferant gibbositatem, quæ ipsa vox non ita determinatam continet ideam.*

Quanto magis
in hac Theoria.

376. Hæc ego ibi de Telluris figura, quæ omnino pertinent ad figuram corporis cujuscunque in communi etiam sententia de continua extensione materiæ: nam omnium fere corporum superficies hic apud nos utique multo magis scabræ sunt pro ratione suæ magnitudinis, quam Terra pro ratione magnitudinis suæ, & vacuitates internas habent quamplurimas. Verum

rum in mea Theoria res adhuc magis indefinita, & incerta est. Nam infinitæ sunt etiam superficies curvæ continuæ, in quibus tamen omnia jaceant puncta massæ cujusvis: quin immo infinitæ numero curvæ sunt lineæ, quæ per omnia ejusmodi puncta transeant. Quamobrem mente tantummodo confingenda est quædam superficies, quæ omnia puncta includat, vel quæ pauciora, & a reliquorum coacervatione remotiora excludat, quod æstimatione quadam morali fiet, non accurata geometrica determinatione. Ea superficies figuram exhibebit corporis; atque hic jam, quæ ad diversa figurarum genera pertinent; id omne mihi commune est cum communi Theoria de continua extensione materiæ.

377. A figura pendet moles, quæ nihil est aliud, nisi totum spatium extensum in longum, latum, & profundum externa superficie conclusum. Porro nisi concipiamus superficiem illam, quam innui, quæ figuram determinet; nulla certa habebitur molis idea: quin immo si superficiem concipiamus tortuosam illam, in qua jaceant puncta omnia; jam moles triplici dimensione prædita erit nulla; si lineam curvam concipimus per omnia transeuntem: nec duarum dimensionum habebitur ulla moles. Sed in eo itidem incerta æstimatione indiget sententia communis ob interstitia illa vacua, quæ habentur in omnibus corporibus, & scabritiem, juxta ea, quæ diximus, de indeterminatione figuræ. Hic autem itidem concepta superficie extrema terminante figuram ipsam, quæ deinde de mole relata ad superficiem tradi solent, mihi communia sunt cum aliis omnibus, ut illud: posse eandem magnitudine molem terminari superficiebus admodum diversis, & forma, & magnitudine, ac omnium minimam esse sphericæ figuræ superficiem respectu molis: in figuris autem similibus molem esse in ratione triplicata laterum homologorum, & superficiem in duplicata, ex quibus pendent phænomena sane multa, atque ea inprimis, quæ pertinent ad resistantiam tam fluidorum, quam solidorum.

Moles a figura pendens: incerta ejus idea & in sententia communi, & multo magis in hac Theoria.

378. Massa corporis est tota quantitas materiæ pertinentis ad id corpus, quæ quidem mihi erit ipse numerus punctorum pertinentium ad illud corpus. At hic jam oritur indeterminationis quædam, vel saltem summa difficultas determinandi massæ ideam, nec id tantum in mea, verum etiam in communi sententia, ob illud additum *punctorum pertinentium ad illud corpus*, quod heterogeneas substantias excludit. Ea de re sic ego quidem in Stavianis Supplementis § 10 Lib. 1: *Nam admodum difficile est determinare, quæ sint illæ substantiæ heterogeneæ, quæ non pertinent ad corporis constitutionem. Si materiam spectemus; ea & mihi, & aliis plurimis homogenea est, & solis ejus diversis combinationibus diversæ oriuntur corporum species. Quare ab ipsa materia non potest desumi discrimen illud inter substantias pertinentes, & non pertinentes. Si autem & diversam*

Massa: quid in ejus idea incertum ob materiam exteram inmixtam. Omnia corpora constare partibus diversæ naturæ.

illam

illam combinationem spectemus, corpora omnia, quæ observamus, mixta sunt ex substantiis admodum dissimilibus, quæ tamen omnes ad ejus corporis constitutionem pertinent. Id in animalium corporibus, in plantis, in marmoribus plerisque, oculis etiam patet, in omnibus autem corporibus Chemia docet, quæ mixtionem illam dissolvit.

Plures substantiæ non pertinentes ad substantiam corporis.

379. Ex alia parte tenuissima ætherea materia, quæ omnino est assiqua nostro aere rarior, ad constitutionem massæ nequaquam pertinere censetur, ut nec pro corporibus plerisque aer, qui meatibus internis interjacet. Sic aer inclusus spongiæ meatibus, ad ipsius constitutionem nequaquam censetur pertinere. Idem autem ad multorum corporum constitutionem pertinet: saltem ad fixam naturam redactus, ut Halesius demonstravit, plures & animalis regni, & vegetabilis substantias magna sui parte constare aere fixitatem adeptæ. Rursus substantiæ volatiles, aere ipso tenuiores multo, quæ in corporum dissolutione chemica in halitus, & fumos abeunt, & plures fortasse, quas nos nullo sensu percipimus, ad ipsa corpora pertinebant.

Nec excludi omnia fluida, nec ea omnia includi posse, quæ translato corpore cum ipso transferuntur.

380. Nec illud assumi potest, quidquid solidum, & fixum est, id tantummodo pertinere ad corporis massam: quis enim a corporis humani massa sanguinem omnem, & tot lymphas excludat, a lignis resectis succos nondum concretos? Præterquam quod massæ idea non ad solida solum corpora pertinet, sed etiam ad fluida, in quibus ipsis alia tenuiora aliorum densiorum meatibus interjacent. Nec vero dici potest, pertinere ad corporis constitutionem, quidquid materiæ translato corpore, simul cum ipso transfertur; nam aer, qui intra spongiam est, partim mutatur in ea translatione, is nimirum, qui orificio est propior, partim manet, qui nimirum intimior, & qui aliquandiu manet, mutatur deinde.

Hinc indistinctam esse & rarisissimam Quid densitas, & raritas: utranque augeri, & minui posse in hac theoria in quacunque ratione.

381. Hæc, & alia mihi diligentius perpendenti, illud videtur demum, ideam massæ non esse accurate determinatam, & distinctam, sed admodum vagam, arbitrariam, & confusam. Erit massa materia omnis ad corporis constitutionem pertinens; sed a crassa quadam, & arbitraria æstimatione pendebit illud, quod est pertinere ad ipsam ejus constitutionem. Hæc ego ibi; tum ad molem transeo, de cujus indeterminatione jam hic superius egimus, ac deinde ad densitatem, quæ est ratio massæ ad molem, eo major, quo pari mole est major massa, vel quo pari massa est minor moles. Hinc mensura densitatis est massa divisa per molem; & quæcunque vulgo proferuntur de comparisonibus inter massam, molem, & densitatem, hæc omnia & mihi communia sunt. Massa est ut factum ex mole & densitate; moles ut massa divisa per densitatem. Raritas autem etiam mihi, ut & aliis, est densitatis inversa, ut nimirum idem sit dicere, corpus aliquod esse decuplo minus densum alio aliquo corpore, ac dicere, esse decuplo magis rarum. Verum quod ad densitatem & raritatem pertinet, in eo ego quidem a communi sententia discrepo, uti exposui num. 89, quod ego

ego nullum habeo limitem densitatis & raritatis, nec maximum, nec minimum; dum illi minimam debent aliquam raritatem agnoscere, & maximam densitatem possibilem, utut finitam, quæ illis idcirco per saltum quendam necessario abrum-
pitur; licet nullam agnoscant raritatem maximam, & minimam densitatem. Mihi enim materiæ puncta possunt & augere distantias a se invicem, & imminuere in quacunque ratione; cum data linea quavis, possit ex ipsis Euclideis elementis inveniri semper alia, quæ ad ipsam habeat rationem quancunque utcunque magnam, vel parvam; adeoque potest, stante eadem massa, augeri moles, & minui in quacunque ratione data; at illis potest quidem quævis massa dividi in quovis numerum particularum, quæ dispersæ per molem utcunque magnam augeant raritatem, & minuant densitatem in immensum; sed ubi massa omnis ita ad contactus immediatos devenit, ut nihil jam supersit vacui spatii; tum vero densitas est maxima, & raritas minima omnium, quæ haberi possunt, & tamen finita est, cum mensura prioris habeatur, massa finita per finitam molem divisa, & mensura posterioris, divisa mole per massam.

382. Inertia corporum oritur ab inertia punctorum, & a viribus mutuis; nam illud demonstravimus num. 260, si puncta quæcunque vel quiescant, vel moveantur directionibus, & celeritatibus quibuscunque, sed singula æquabili motu; centrum commune gravitatis vel quiescere, vel moveri uniformiter in directum, ac vires mutuas quascunque inter eadem puncta nihil turbare statum centri communis gravitatis sive quiescendi, sive movendi uniformiter in directum. Porro vis inertiae in eo ipso est sita: nam vis inertiae est determinatio perseverandi in eodem statu quiescendi, vel movendi uniformiter in directum; nisi externa vis cogat statum suum mutare: & cum ex mea Theoria demonstratur, eam proprietatem debere habere centrum gravitatis massæ cujuscunque compositæ punctis quocunque, & utcunque dispositis; patet, eam deduci pro corporibus omnibus: & hic illud etiam intelligitur, cur concipiuntur corpora tanquam collecta, & compenetrata in ipso gravitatis centro.

Inertia massarum orta ex inertia punctorum: ipsi respondentis conservatio status centri gravitatis, & itea massæ unitæ in ipso.

383. Mobilitas recenseri solet inter generales corporum proprietates, quæ quidem sponte consequitur vel ex ipsa curva virium: cum enim ipsa exprimat suarum ordinarum ope determinationes ad accessum, vel recessum, requirit necessario mobilitatem, sive possibilitatem motuum, sine quibus accessus, & recessus ipsi haberi utique non possunt. Aliqui & quiescibilitatem adscribunt corporibus: at ego quidem corporum quietem saltem in Natura, uti constituta est, haberi non posse arbitror, uti exposui num. 86. Eam excludi oportere censeo etiam infinitæ improbabilitatis argumento, quo sum usus in ea dissertatione *De Spatio, & Tempore*, quam toties jam nominavi, & in Supplementis hic proferam § 1, ubi evinco,

Mobilitas: quiescibilitatem non haberi, exclusâ prorsus quiete a Natura.

evinco, casum, quo punctum aliquod materiæ occupet quovis momento temporis punctum spatii, quod alio quopiam quocunque occuparit vel ipsum, vel aliud punctum quodcunque, esse infinities improbabilem, considerato nimirum numero punctorum materiæ finito, numero momentorum possibilium infinito ejus generis, cujus sunt infinita puncta in una recta, qui numerus momentorum bis sumitur, semel cum consideratur puncti dati materiæ cujuscunque momentum quodvis, & iterum cum consideratur momentum quodvis, quo aliud quodpiam materiæ punctum alicubi fuerit, ac iis collatis cum numero punctorum spatii habentis extensionem in longum, latum, & profundum, qui idcirco debet esse infinitus ordinis tertii respectu superiorum. Deinde ab omnium corporum motu circa centrum commune gravitatis, vel quiescens, vel uniformiter progrediens in recta linea, quies actualis itidem a Natura excluditur.

Quies exclusa
etiam a conti-
nuitate omnium
motuum: pro-
blema generale
eo pertinens.

384. Verum ipsam quietem excludit alia mihi proprietas, quam omnibus itidem materiæ punctis, & omnium corporum centris gravitatis communem censeo, nimirum continuitas motuum, de qua egi num. 883, & alibi. Quodvis materiæ punctum seclusis motibus liberis, qui oriuntur ab imperio liberorum spirituum, debet describere curvam quandam lineam continuam, cujus determinatio reducitur ad hujusmodi problema generale: Dato numero punctorum materiæ, ac pro singulis dato puncto loci, quod occupent dato quopiam momento temporis, ac data directione, & velocitate motus initialis, si tum primo projiciuntur, vel tangentialis, si jam ante fuerunt in motu, ac data lege virium expressa per curvam aliquam continuam, cujusmodi est curva figuræ 1, quæ meam hanc Theoriam continet, invenire singulorum punctorum trajectorias, lineas nimirum, per quas ea moventur singula. Id problema mechanicum quam sublime sit, quam omnem humanæ mentis excedat vim, ille satis intelliget, qui in Mechanica versatus non nihil noverit, trium etiam corporum motus, admodum simplici etiam vi præditorum, nondum esse generaliter definitos, uti monui num. 204, & consideret immensum punctorum numerum, ac altissimam curvæ virium tantis flexibus circa axem circumvolutæ elevationem.

Quid curvæ de-
scriptæ a pun-
ctis non ha-
beant. Proble-
ma inversum
datis particulis
descriptis tem-
pusculo utcu-
que parvo.

385. Sed licet ejusmodi problema vires omnes humanæ mentis excedat; adhuc tamen unusquisque Geometra videbit facile, problema esse prorsus determinatum, & curvas ejusmodi fore omnes continuas sine ullo saltu, si in lege virium nullus sit saltus. Quin immo & illud arbitror, in ejusmodi curvis nec ullas usquam cuspidis occurrere; nam nodos nullos esse consequitur ex eo, quod nullum materiæ punctum redeat ad idem punctum spatii, in quo ipsum aliquando fuerit, adeoque nullus habeatur regressus, qui tamen ad nodum est necessarius. Hujusmodi curvæ necessariæ essent omnes, & mens, quæ

quæ tantam haberet vim, quanta requiritur ad ejusmodi problemata rite tractanda, & intimius perspiciendas solutiones (quæ quidem mens posset etiam finita esse, si finitus sit punctorum numerus, & per finitam expressionem sit data notio curvæ exprimentis legem virium) posset ex arcu continuo descripto tempore etiam utcunque exiguo a punctis materiæ omnibus derivare ipsam virium legem, cum quidam finiti tantummodo positionum numeri finitos determinare possint numeros punctorum curvæ virium, & arcus continuus legem ipsam continuam: & fortasse solæ etiam positiones omnium punctorum cum dato arcu continuo percurso ab unico etiam puncto motu continuo, exiguo etiam aliquo tempusculo, ad rem præstandam satis essent. Cognita autem lege virium, & positione, ac velocitate, & directione punctorum omnium dato tempore, posset ejusmodi mens prævidere omnes futuros necessarios motus, ac status, & omnia Naturæ phænomena necessaria, ab iis utique pendentia, atque prædicere: & ex unico arcu descripto a quovis puncto, tempore continuo utcunque parvo, quem aliqua mens satis comprehenderet, eadem determinare posset reliquum omnem ejusdem continuæ curvæ tractum utraque e parte in infinitum productum.

386. Nos eo aspirare non possumus, tum ob nostræ mentis imbecillitatem, tum quia ignoramus numerum, & positionem, ac motum punctorum singulorum (nam nec motus absolutos intuemur, sed respectivos tantummodo respectu Telluris, vel ad summum respectu systematis planetarii, vel systematis fixarum omnium) tum etiam, quia curvas illas turbant liberi motus, quos producant spirituales substantiæ. Harmonia præstabilita Leibnitianorum ejusmodi perturbationem tollit omnem, saltem respectu animæ nostræ, cum omne immediatum commercium demat inter corpus, & animam; & id, quod tantopere improbatum est in Theoria Cartesiana, quæ bruta redegerat ad automata, ad homines etiam ipsos transfert, quorum motus a machina provenire omnes, & necessarios esse in ea Theoria, facile constat: & quidem idcirco etiam eadem mihi Theoria displicet plurimum, quam præterea si admitterem, nullam sane viderem, ne tenuissimam quidem rationem, quæ mihi suadere posset, præter animam meam, cujus ideæ per se, & sine ullo immediato nexu cum corpore evolvantur, me habere aliquod corpus, quod motus ullos habeat, & multo minus, ejusmodi motus esse conformes iis ideis, aut ullos alios esse homines, ullam naturam corpoream extra me; ad quæ omnia, & multo adhuc pejora, mentem suis omnia momentis librantem deducat omnino oportet ejusmodi sententia, quam promoveri passim, & vero etiam recipi, ac usque adeo gliscere, quin & omnino tolerari, semper miratus sum.

387. Censeo igitur, & id intuna vi, qua anima suarum

Z

idea-

Motus liberos

Cur ab humana mente solvi non possit. Quid officiat ei determinationi libertas: Harmoniæ præstabilitæ impugnatio.

omnino ab anima progigni, sed non imprimi, nisi æqualiter in partes oppositas, & sine saltu.

idearum naturam, & proprietates quasdam, atque originem novit, constare arbitror, motus liberos corporis ab anima provenire: ac quemadmodum virium lex necessaria, in ipsa fortasse materiæ natura sita, ejusmodi est; ut juxta eam bina materiæ puncta debeant ad se invicem accedere, vel a se invicem recedere, determinata & quantitate motus, & directione per distantias; ita esse alias leges virium liberas animæ, secundum quas debeant quædam puncta materiæ habentia ejusmodi dispositionem, quæ ad vivum, & sanum corpus organicum requiritur, ad ipsius animæ nutum moveri; sed hujusmodi leges itidem censeo requirere illud, ut nulli materiæ puncto imprimatur motus aliquis, nisi alicui alteri imprimatur alius contrarius, & æqualis, quod constat ex ipso nisu, quem semper exercemus in partes contrarias, juxta ea, quæ diximus num. 74; ac itidem arbitror, & id ipsum diligenti observatione, & reflexione facile colligitur, ejusmodi quoque motus imprimi non posse, nisi servata lege continuitatis sine ullo saltu, quod si ab omnibus spiritibus observari debeat; discedent quidem veri motus a curvis illis necessariis, & a libera voluntatis determinatione pendebunt curvæ descriptæ; sed motuum continuas nequaquam turbabitur.

Conclusiones deductæ: potissimum exclusio quietis.

388. Porro inde constat, cur in motibus nullum usquam deprehendamus saltum, cur nullum materiæ punctum ab uno loci puncto abeat ad aliud punctum loci sine transitu per intermedia, cur nulla densitas mutetur per saltum, cur & motus reflexi, & refracti fiant per curvaturam continuam, ac alia ejusmodi, quæ huc pertinent. Verum simul patebit & illud, in cujus gratiam hæc congeffimus, nullam fore absolutam quietem, in qua nimirum continuatus ille curvæ descriptæ ductus abrumptur, ea continuitate læ nihilominus, quam læderetur, si curva continua desineret alicubi in rectam.

Æqualitas actionis, & reactionis, & ejus consecutaria.

389. Jam vero ad actionis, & reactionis æqualitatem gradu facta, eam abunde deduximus a num. 265, pro binis quibusque corporibus ex actione, & reactione æqualibus in punctis quibuscunque. Cum nimirum mutue vires nihil turbent statum centri gravitatis communis, & centra gravitatis binarum massarum debeant cum ipso communi centro jacere in directum ad distantias hinc, & inde reciproce proportionales ipsis massis, ut ibidem demonstravimus; consequitur illud, motus quoscunque, quos ex mutua actione habebunt binarum massarum centra gravitatis, debere fieri in lineis similibus, & proportionalibus distantiarum singularum ab ipso gravitatis centro communi, adeoque reciproce proportionalibus ipsis massis; & quod inde consequitur, summam motuum computatorum secundum directionem quancunque, quam ex mutuis actionibus acquireret altera massa, fore semper æqualem summæ motuum computatorum secundum oppositam, quam massa altera acquireret simul, in quo ipso sita est actionis & reactionis æqualitas, ex qua corporum colli-

collisiones deduximus in secunda parte, & ex qua multa phænomena pendent, in Astronomia inprimis.

390. Illud unum hic adnotandum censeo, per hanc ipsam legem comprobari plurimum ipsas vires mutuas inter materiæ particulas, & deveniri ad originem motuum plurimorum, quæ inde pendet; si nimirum particulæ massæ cujuslibet ingentem habeant motum reciprocum hac, illac, & interea centrum commune gravitatis iisdem iis motibus careat; id sane indicio est, eos motus provenire ab internis viribus mutuis inter puncta ejusdem massæ. Id vero accidit inprimis in fermentationibus, quæ habentur post quarundam substantiarum permixtionem, quarum particulæ non omnes simul jam in unam feruntur plagam, jam in aliam, sed singillatim motibus diversissimis, & inter se etiam contrariis, quos idcirco motus omnes illarum centra gravitatis habere non possunt: ii motus provenire omnino debent a mutuis viribus, & commune gravitatis centrum interea quiescet respectu ejus vasis, in quo fermentatio fit, & Terræ, respectu cujus quiescit vas.

Inde an motus massæ proveniat a viribus internis, an ab externis.

391. Quod ad divisibilitatem pertinet, eam quidem in infinitum progredientem sine ullo limite in spatio continuo ille solus non agnosceret, qui Geometriæ etiam elementaris vim non sentiat, a qua pro ejusmodi divisibilitate in infinitum tam multa, & simplicia, & perspicua sane argumenta desumuntur. Ubi ad materiam fit transitus; si, ubi de ea agitur, quæ distinctas occupant loci partes, distincta etiam sunt; ab illa spatii continui divisibilitate in infinitum, materiæ quoque divisibilitas in infinitum consequitur evidentissime, & utcunque prima materiæ elementa atomos, sive Naturæ vi insectilia censeant multi, ut & Newtonus; adhuc tamen absolutam eorum divisibilitatem agnoscunt passim illi ipsi.

Divisibilitas in infinitum spatii continui; & materiæ itidem si sit continua, & sine virtuali extensione.

392. Materiæ elementa extensa per spatium divisibile, sed omnino simplicia, & carentia partibus, admiserunt nonnulli e Peripateticis, & est etiam nunc, qui recentiore Philosophiam professus admittat; at eam sententiam non ex præjudicio quodam, quanquam id etiam est ingens, & commune, sed ex inductionis principio, & analogia impugnavi in prima parte num. 83. Quamobrem arbitror, si quid corporeum extensionem habeat per totum quodpiam continuum spatium, id ipsum debere absolute habere partes, & esse divisibile in infinitum æque, ac illud ipsum est spatium.

Virtualem extensionem non haberi.

393. At in mea Theoria, in qua prima elementa materiæ mihi sunt simplicia, ac inextensa, nullam eorum divisibilitatem haberi constat. Massæ autem, quæcunque actu existant, sunt mihi congeries punctorum ejusmodi numero finitæ. Hinc eæ congeries dividi utique possunt in partes, sed non plures, quam sit ipse punctorum numerus massam constituentium, cum nulla pars minus continere possit, quam unum ex iis punctis. Nec Geometrica argumenta quidquam probant in mea Theo-

Puncta esse indivisibilia: massas divisibiles usque ad certum limitem singulas.

ria pro divisibilitate ultra eum limitem; posteaquam enim deventum fuerit ad intervalla minora, quam sit distantia duorum punctorum, sectiones posteriores secabunt intervalla ipsa vacua, non materiam.

Componibilitas in infinitum.

394. Verum licet ego non habeam divisibilitatem in infinitum, habeo tamen componibilitatem, ut appellare soleo, in infinitum. In quovis dato spatio habebitur quidem semper certus quidam punctorum numerus, qui idcirco etiam finitus erit; neque enim ego admitto infinitum ullum in Natura, aut in extensione, neque infinite parvum in se determinatum, quod ego positiva demonstratione exclusi primum in mea Dissertatione de Natura, & usu infinitorum, & infinite parvorum; tum & aliis in locis; quod tamen requireretur ad hoc, ut intra finitum spatium contineretur punctorum numerus indefinitus: at longe aliter se res habet; si consideremus, qui numerus punctorum in dato spatio possit existere: tum enim nullus est numerus finitus ita magnus, ut alius adhuc finitus ipso major haberi in eo spatio non possit. Nam inter duo puncta quæcunque potest in medio interferi aliud, quod quidem neutrum continget; aliter enim etiam ea duo se contingerent mutuo, & non distarent, sed compenetrarentur. Potest autem eadem ratione inter hoc novum, & priora illa interferi novum utrinque, & ita porro sine ullo limite: adeoque deveniri potest ad numerum punctorum quovis determinato utcunque magno majorem in unica etiam recta, & proinde multo magis in spatio extenso in longum, latum, & profundum. Hanc ego voco componibilitatem in infinitum. Numerus, qui in quavis data massa existit, finitus est: sed dum eum Naturæ Conditor determinare voluit, nullos habuit limites, quos non potuerit prætergredi, nullum ultimum habente terminum serie illa possibilium finitorum in infinitum crescentium.

Ejus æquivalentia cum divisibilitate in infinitum.

395. Hæc componibilitas in infinitum æquivalet divisibilitati in ordine ad explicanda Naturæ phænomena. Posita divisibilitate materiæ in infinitum, solvitur facile illud problema: *Datam massam utcunque parvam, ita distribuere per datum spatium utcunque magnum, ut in eo nullum sit spatiolum majus dato quocunque utcunque parvo penitus vacuum, & sine ulla ejus materiæ particula.* Concipitur enim numerus, quo illud magnum spatium datum continere possit hoc spatiolum exiguum, qui utique finitus est, & in se determinatus: concipitur in totidem particulas divisa massula, & singulæ particulæ destinantur singulis spatiolis; quæ iterum dividi possunt, quantum libuerit, ut parietes spatioli sui convestiant, qui utique ad unam ejus transversam sectionem habent finitam rationem, adeoque continua sectione planis parallelis facta possunt ipsi parietes convestiri segmentis suæ particulæ, vel possunt ejus particulæ segmenta iterum per illud spatiolum utcunque dispergi. In
mea

mea Theoria substituitur hujusmodi aliud problema: *Intra datum spatiolum collocare eum punctorum numerum, qui deinde distribui possit per spatium utcumque magnum ita, ut in eo nullum sit spatiolum cubicum majus dato quocumque utcumque parvo penitus vacuum, & quod in se non habeat numerum punctorum utcumque magnum.*

396. Quod in ordine ad explicanda phænomena hoc secundum problema æquivalet illi primo, patet utique: nam solum deest convestitio parietum continua mathematice: sed illi succedit continuatio physica, cum in singulis parietibus collocari possit ejus ope quicumque numerus utcumque magnus, distantis idcirco imminutis utcumque. Quod in mea Theoria secundum illud problema solvi possit ope expositæ componibilitatis in infinitum, patet: quia ut inveniatur numerus, qui ponendus est in spatiolo dato, satis est, ut numerus vicium, quo ingens spatium datum continet illud spatiolum posterius, multiplicetur per numerum punctorum, quem velimus collocari in hoc ipso quovis posteriore spatiolo post dispersionem, & auctor Naturæ potuit utique intra illud spatiolum primum hunc punctorum numerum collocare.

Demonstratur
ea ipsa.

397. Jam quod pertinet ad divisibilitatem immanem, quam nobis ostendunt Naturæ phænomena in coloratis quibusdam corporibus, immanem molem aquæ inficientibus eodem colore, in auro usque adeo ductili, in odoribus, & ante omnia in lumine, omnia mihi cum aliis communia erunt; & quoniam nulla ex observationibus nobis potest ostendere divisibilitatem absolute infinitam, sed ingentem tantummodo respectu divisionum, quibus plerumque assuevimus; res ex meo problemate æque bene explicabitur per componibilitatem, ac in communi Theoria ex illo alio per divisibilitatem materiæ in infinitum.

Divisibilitas in
Natura immanis.

398. Prima materiæ elementa volunt plerumque immutabilia, & ejusmodi, ut atteri, atque confringi omnino non possint, ne nimirum phænomenorum ordo, & tota Naturæ facies commutetur. At elementa mea sunt sane ejusmodi, ut nec immutari ipsa, nec legem suam virium, ac agendi modum in compositionibus commutare ullo modo possint; cum nimirum simplicia sint, indivisibilia, & inextensa. Ex iis autem juxta ea, quæ diximus num. 239 ad distantias perquam exiguas collocatis in limitibus virium admodum validis oriri possunt primæ particulæ minus jam tenaces suæ formæ, quam simplicia elementa, sed ob ingentem illam viciniam adhuc tenacissimæ idcirco, quod alia particula quævis ejusdem ordinis in omnia simul ejus puncta fere æqualiter agat, & vires mutæ majores sint, quam sit discrimen virium, quibus diversa ejus puncta sollicitantur ab illa particula. Ex hisce primi ordinis particulis possunt constare particulæ ordinis secundi; adhuc minus tenaces, & ita porro; quo enim plures compositiones sunt, & majores distantie, eo facilius fieri potest, ut inæqualitas

Immutabilitas
primorum elementorum materiæ: ordines diversi particularum minus, ac minus immutabilium.

virium, quæ sola mutuam positionem turbat, incipiat esse major, quam sint vires mutuae, quæ tendunt ad conservandam mutuam positionem, & formam particularum; & tunc jam alterationes, & transformationes habebuntur, quas videmus in corporibus hisce nostris, & quæ habentur etiam in pluribus particulis postremorum ordinum, hæc ipsa nova corpora componentibus. Sed prima materiae elementa erunt omnino immutabilia, & primorum etiam ordinum particulæ formas suas contra externas vires validissime tuebuntur.

Gravitas exhibitæ a postremo arcu curvæ accedens ad Newtonianam quam proxime posse nostro concipiendi modo fieri absolute talem.

399. Gravitas etiam inter generales proprietates a Newtonianis imprimis numeratur, quibus assentior; dummodo ea re ipsa non habeat rationem reciprocam duplicatam distantiarum extensam ad omnes distantias, sed tantum ad distantias ejusmodi, cujusmodi sunt eæ, quæ interjacent inter distantiam nostrorum corporum a parte multo maxima massæ terrestris, & distantias a Sole apheliorum pertinentium ad cometas remotissimos, & dummodo in hoc ipso tractu sequatur non accuratissime, sed, quam libuerit, proxime, rationem ipsam reciprocam duplicatam, juxta ea, quæ diximus num. 121. Ejusmodi autem gravitas exhibetur ab arcu illo postremo meæ curvæ figuræ 1, qui, si gravitas extenditur cum eadem illa lege ad sensum, vel cum aliqua simili, in infinitum, erit asymptoticus. Possent quidem, ut monui num. 119, concipi gravitas etiam accurate talis, quæ extendatur ad quascunque distantias cum eadem lege, & præterea alia quædam vis exposita per aliam curvam, in quam vim, & in gravitatem accurate reciprocam quadratis distantiarum resolvatur lex virium figuræ 1; quæ quidem vis in illis distantias, in quibus gravitas sequitur quam proxime ejusmodi legem, esset insensibilis; in aliis autem distantias plurimis ingens esset: ac ubi figura 1 exhibet repulsionem, deberet esse vis hujus alterius conceptæ legis itidem repulsiva tanto major, quam vis legis primitivæ figuræ 1, quanta esset gravitas ibi concepta, quæ nimirum ab illo additamento vis repulsivæ elidi deberet. Sed hæc jam a nostro concipiendi modo penderent, ac in ipsa mea lege primitiva, & reali, gravitas utique est generalis materiae, ac legem sequitur rationis reciprocae duplicatæ distantiarum, quanquam non accurate, sed quamproxime, nec ad omnes extenditur distantias; sed illas, quas exposui.

Gravitatem generalem haberi in toto solari systemate, nec posse tribui pressioni fluidi.

400. Ceterum gravitatem generalem haberi in toto planetario systemate, ego quidem arbitror omnino evinci iisdem argumentis ex Astronomia petitis, quibus utuntur Newtoniani, quæ hic non repeto, cum ubique prostant, & quæ tum alibi ego quidem congesti pluribus in locis, tum in *Adnotationibus ad poema P. Noceti De Aurora Boreali*. Illud autem arbitror evidentissimum, illum accessum ad Solem cometarum, & planetarum primariorum, ac secundariorum ad primarios, quem videmus in descensu a recta tangente ad arcum curvæ, & multo magis alios motus a mutua gravitate pendentes haberi omnino non

non posse per ullius fluidi pressionem; nam ut alia prætermit-
tam sane multa, id fluidum, quod sola sua pressione tantum
possit in ejusmodi globos, multo plus utique posset occurfu suo
contra illorum tangentialem velocitatem, quæ omnino deberet
imminui per ejusmodi resistantiam, cum ingenti perturbatione
arearum, & totius Astronomiæ Mechanicæ perversione; adeo-
que id fluidum vel resistantiam ingentem deberet parere pla-
netæ, aut cometæ progredienti, vel ne pressione quidem ullum
ipsi sensibilem imprimit motum.

401. Ejus autem præcipuæ leges sunt, ut directe respondeat
massæ, & reciproce quadratis distantiarum a singulis punctis
massæ ipsius, quod in mea Theoria est admodum manifestum
ita esse debere; nam ubi ventum est ad arcum illum meæ cur-
væ, qui gravitatem refert, vires omnes jam sunt attractivæ,
& eandem illam ad sensum sequuntur legem, adeoque aliæ alias
non elidunt contrariis directionibus, sed summa earum respon-
det ad sensum summæ punctorum; nisi quatenus ob inæqua-
lem punctorum distantiam, & positionem, ad habendam accu-
rate ipsam summam, ubi moles sunt aliquanto majores, opus
erit illa reductione, qua Mechanici utuntur passim, & cujus ope
inveniuntur leges, secundum quas punctum in data distantia, &
positione situm respectu massæ habentis datam figuram, ab ip-
sa attrahitur; ubi, quemadmodum indicavimus num. 347,
globus in globum ita gravitat, ut gravitaret; si totæ eorum
massæ essent compenetratæ in eorum centris: at in aliis figu-
ris longe aliæ leges obveniunt.

Eam ex ipsa
Theoria respon-
dere massæ di-
recte, & qua-
drato distantia
reciproce.

402. Verum hic illud maxime Theoriam commendat meam,
quod num. 212 notandum dixi, quod videamus tantam hanc
conformitatem in vi gravitatis in omnibus massis; licet eæ-
dem in ordine ad alia phænomena, quæ a minoribus distan-
tiis pendent, tantum discrimen habeant, quantum habent di-
versa corpora in duritie, colore, sapore, odore, sono. Nam
diversa combinatio punctorum materiæ inducit summas virium
admodum diversas pro iis distantis, in quibus adhuc curva
virium contorquetur circa axem; & proinde exigua mutatio
distantiæ vires attractivas mutat in repulsivas, ac vice versa
summæ differentias substituit; dum in distantis illis, in qui-
bus gravitas servat quamproxime leges, quas diximus, curva
ordinatas omnes ejusdem directionis habet, & vero etiam di-
stantia parum mutata, fere easdem; quod necessario inducit tan-
ta priorum casuum discrimina, & tantam in hoc postremo
conformitatem.

Commendatio
Theoriæ ex
conformitate o-
mnium corpo-
rum in ea, &
discrimine in
tot aliis.

403. Distinctio gravitatis (quæ est ut massa, in quam ten-
ditur, directe, & quadratum distantia reciproce) a pondere
(quod est præterea ut massa, quæ gravitat) est mihi eadem,
ac Newtonianis, & omnibus Mechanicis; & illa vim acce-
leratricem exhibet, hoc vim motricem, cum illa determinet
vim puncti gravitantis cujusvis, a qua pendet celeritas massæ;

Omnia fere a
gravitate pen-
dentia sint com-
munia huic
Theoriæ cum
communis non-
nullorum in ea
facilior dedu-
ctio.

hoc

hoc summam virium ad omnia ejusmodi puncta pertinentium. Pariter communia mihi sunt, quæcunque pertinent ad gravium motus a Galilæo, & Hugenio definitos, nisi quod gravitatis resolutionem in descensu per plana inclinata, & in gravibus sustentatis per bina obliqua plana, vel obliqua fila, reducam ad compositionem juxta num. 284, & 286, & centrum oscillationis, una cum centro æquilibrii, & vecte, & libra, & machinarum principiis deducam e consideratione systematis trium massarum in se mutuo agentium, ac potissimum a simplici theoremate ad id pertinente, quæ fuscè persecutus sum a num. 307. Communia pariter mihi sunt, quæcunque habentur in cælesti Newtoniana Mechanica jam ubique recepta de planetarum, & cometarum motibus, de perturbationibus motuum potissimum Jovis, & Saturni in distantis minoribus a se invicem, de aberrationibus Lunæ, de maris æstu, de figura Telluris, de præcessione æquinoctiorum, & nutatione axis; quin immo ad hæc postrema problemata rite solvenda, multo tutior, & expeditior mihi panditur via, quæ me eo deducet post considerationem systematis massarum quatuor jacentium etiam non in eodem plano communi, & connexarum invicem per vires mutuas, uti ad centrum oscillationis etiam in latus in eodem plano, & ad centrum percussionis in eadem recta tam facile me deduxit consideratio systematis massarum trium.

Immobilitas
fixarum quo-
modo a New-
tonianis expli-
cetur.

404. Illud mihi præterea non est commune, quod pertinet ad immobilitatem stellarum fixarum, quam contra generalem Newtoni gravitatem vulgo solent objicere, quæ nimirum debeant ea attractione mutua ad se invicem accedere, & in unam demum coire massam. Respondent alii, Mundum in infinitum protendi, & proinde quamvis fixam æque in omnes partes trahi. Sed in actu existentibus infinitum absolutum, ego quidem censeo, haberi omnino non posse. Recurrunt alii ad immensam distantiam, quæ non sinat motum in fixis oriundum a vi gravitatis, ne post immanem quidem sæculorum seriem sensu percipi. Ii in eo verum omnino affirmant; si enim concipiamus fixas Soli nostro æquales & similes, vel saltem rationem luminum, quæ emittunt, non multum discedere a ratione massarum; quoniam & vis ipsis massis proportionalis est, ac præterea tam vis, quam lumen decrescit in ratione reciproca duplicata distantiarum; erit vis gravitatis nostræ solaris systematis in omnes stellas, ad vim gravitatis nostræ in Solem, quæ multis vicibus est minor, quam vis gravitatis nostrorum gravium in Terram, ut est tota lux, quæ provenit a fixis omnibus, ad lucem, quæ provenit a Sole, quæ ratio est eadem, ac ratio noctis ad diem in genere lucis. Quam exiguus motus inde consequi possit eo tempore, cujus temporis ad nos devenire potuit notitia, nemo non videt. Si fixæ omnes ad eandem etiam jaceant plagam, is motus omnino haberi posset pro nullo.

Difficultas refi-
dua sublata ab
hac Theoria.

405. Adhuc tamen, quoniam nostra vita, & memoria re-
spectu immensi fortasse subsecuturi ævi est itidem fere nihil;
si gra-

si gravitas generalis in infinitum protendatur cum eadem illa lege, & eodem asymptotico crure, utique non solum hoc systema nostrum solare, sed universa corporea natura ita, paulatim utique, sed tamen perpetuo ab eo statu recederet, in quo est condita, & universa ad interitum necessario rueret, ac omnis materia deberet denuin in unicam informem massam conglobari, cum fixarum gravitas in se invicem, nullo obliquo, & curvilineo motu elidatur. Id quidem haud ita se habere, demonstrari omnino non potest: adhuc tamen Divinae Providentiæ videtur melius consulere Theoria, quæ ejus etiam ruinæ universalis evitandæ viam aperiat, ut aperit sane mea. Fieri enim potest, uti notavimus n. 170, ut postremus ille curvæ meæ arcus, qui exhibet gravitatem, posteaquam recesserit ad distantias majores, quam sint cometarum omnium ad nostrum solare systema pertinentium distantia maximæ a Sole, incipiat recedere plurimum ab hyperbola habente ordinatas reciprocas quadratorum distantia, ac iterum axem secet, & contorqueatur. Eo pacto posset totum aggregatum fixarum cum Sole esse unica particula ordinis superioris ad eas, quæ hoc ipsum systema componunt, & pertinere ad systema adhuc in immensum majus, & fieri posset, ut plurimi sint ejus generis ordines particularum ejusmodi etiam, ut ejusdem ordinis particulæ sint penitus a se invicem segregatæ sine ullo possibili comœatu ex una in aliam per asymptoticos arcus plures meæ curvæ, juxta ea, quæ exposui a num. 171.

406. Hoc pacto difficultas, quæ a necessario fixarum accessu repetebatur contra Newtonianam Theoriam, in mea penitus evanescit, ac simul a gravitate jam gradum fecimus ad cohesionem, quam ex generalibus materiæ proprietatibus posueram postremo loco. Cohæsiõnem explicuerunt aliqui per puram quietem, ut Cartesiani, alii per motus conspirantes, ut Joannes Bernoullius, ac Leibnitius, quam explicationem illustrarunt exemplo illius veli aquæ, quod in fontibus quibusdam cernimus, quod velum fit tantummodo ex conspirante motu guttularum tenuissimarum, & tamen si quis digito velit per-rumpere, eo majorem resistantiam sentit, quo velocitas aquæ effluentis est major, ut idcirco multo adhuc major conspirantis motus velocitas videatur nostrorum cohesionem corporum exhibere, quæ non nisi immani vi confringimus, ac in partes dividimus. Utraque explicandi ratio eodem redit, si quietis nomine intelligatur non utique absoluta quies, quæ translata Tellure a Cartesianis nequaquam admittebatur, sed respectiva: nam etiam conspirantes motus nihil sunt aliud, nisi quies respectiva illarum partium, quæ conspirant in motibus.

407. At neutra eam explicat, quam cohesionem reipsa dicimus, sed cohesionis quendam velut effectum. Ea, quæ coheret, utique respectively quiescunt, sive motus conspirantes habent, & id quidem ipsum in hac mea Theoria accidit

Cohæsiõ: explicatio per quietem, vel motus conspirantes.

Illas exponere effectum, causam non exhibere.

itidem, in qua cum singula puncta materiae suam pergant semper eandem continuam curvam describere, ea, quæ cohærent inter se, toto eo tempore, quo cohærent, arcus habent curvarum suarum inter se proximos, & in arcubus ipsis conspirantes motus. Sed in iis, quæ cohærent, id ipsum, quod motus ibi sine conspirantes, non est sine causa pendente a mutuis eorum viribus, quæ causa impediatur separationem alterius ab altero, ac in ea ipsa causa stat discrimen cohærentium a contiguis. Si duo lapides in plano horizontali jaceant, utique habent motum conspirantem, quem circa Solem habet Tellus; sed si tertius lapis in alterutrum incurrit, vel ego ipsum submoveo manu, statim sine ulla vi mutua, quæ separationem impediatur, dividuntur, & motus desinit esse conspirans. Hanc ipsam quærimus causam, dum in cohætionem inquirimus. Nec velocitas motus, & exemplum veli aquæ rem conficit. Motus conspirans duorum lapidum contiguorum cum tota Tellure est utique multo velocior, quam motus particularum aquæ proveniens a gravitate in illo velo, & tamen sine ulla difficultate separantur. In aqua experimur difficultatem perrumpendi velum, quia ille motus conspirans non est communis etiam nobis & Telluri, ut est motus illorum lapidum; unde fit, ut vis, quam pro separatione applicamus singulis particulis, perquam exiguo tempore possit agere, & ejus effectus citissime cesset, iis decidentibus, & supervenientibus semper novis particulis, quæ cum tota sua ingenti respectiva velocitate incurrunt in digitum. At in corporibus, in quibus partes cohærentes cernimus, eæ partes nullam habent velocitatem respectivam respectu nostri, nec aliæ succedunt aliis fugientibus. Quamobrem longe aliter in iis se res habet, & oportet invenire causam longe aliam, præter ipsum solum conspirantem motum, ut explicetur difficultas, quam experimur in iis separandis, & in inducendo motu non conspirante.

Explicatio petita a pressione fluidi: cur adhiberi non possit.

408. Sunt, qui adducant pressionem fluidi cujuscumque tenuissimi, uti pressio atmospheræ extracto aere ex hemispheriis etiam vacuis ipsorum separationem impedit vi respondente ponderi ipsius atmospheræ, quæ vis cum in vulgaribus cohætionibus, & vero etiam in hemispheriis bene ad se invicem adductis, sit multis vicibus major, quam pondus atmospheræ ipsius, quod se prodit in suspensione mercurii in barometris; aliud auxilio advocant tenuius fluidum. At imprimis ejus fluidi hypothesis precaria est; deinde huc illud redit, quod supra etiam monui, ubi de gravitatis causa egimus, quod nimirum meo quidem judicio explicari nullo modo possit, cur illud fluidum, quod sola pressione tantum potest, nihil omnino ad sensum possit incurru suo contra celerrimos planetarum, & cometarum motus. Accedit etiam, quod distractio, & compressio fibrarum, quæ habetur ante fractionem solidorum corporum, ubi franguntur appenso inferne, vel superne imposito pon-

pondere ingenti, non ita bene cum ea sententia conciliari posse videatur.

409. Newtonus adhibuit ad eam rem attractionem diversam ab attractione gravitatis, quanquam is quidem videtur eam repetere itidem a tenuissimo aliquo fluido comprimente; repetit certe sub finem Opticæ a spiritu quodam intimas corporum substantias penetrante, cujus spiritus nomine quid intellexerit, ego quidem nunquam satis assequi potui; cujus quidem agendi modum & sibi incognitum esse profitetur. Is posuit ejusmodi attractionem imminutis distantis crescentem ita, ut in contactu sit admodum ingens, & ubi primigeniæ particulae se in planis continuis, adeoque in punctis numero infinitis contingant, sit infinities major, quam ubi particulae primigeniæ particulas primigenias in certis punctis numero finitis contingant, ac eo minor sit, quo pauciores contactus sunt respectu numeri particularum primigeniarum, quibus constant particulae majores, quæ se contingunt, quorum contactuum numerus cum eo sit minor, quo altius ascenditur in ordine particularum a minoribus particulis compositarum, donec deveniatur ad hæc nostra corpora; inde ipse deducit, particulas ordinum altiorum minus itidem tenaces esse, & minime omnium hæc ipsa corpora, quæ malleis, & cuneis dividimus. At mihi positiva argumenta sunt contra vires attractivas crescentes in infinitum, ubi in infinitum decrevant distantia, de quibus mentionem feci num. 126; & ipsa meæ Theoriæ probatio evincit, in minimis distantis vires repulsivas esse, non attractivas, ac omnem immediatum contactum excludit: quamobrem alibi ego quidem cohesionis rationem invenio, quam mea mihi Theoria sponte propemodum subministrat.

Explicatio
Newtoni ab
attractione in
minimis distan-
tiis: cur admitti
non possit.

410. Cohæsiō mihi est igitur juxta num. 165 in iis virium limitibus, in quibus transitur a vi repulsiva in minoribus distantis, ad attractivam in majoribus; & hæc quidem est co- hæsiō inter duo puncta, qua fit, ut repulsio diminutionem distantia impediatur, attractio incrementum, & puncta ipsa distantiam, quam habent, tueantur. At pro punctis pluribus co- hæsiō haberi potest, tum ubi singula binaria punctorum sunt inter se in distantis limitum co- hæsiōum, tum ubi vires opposita eliduntur, cujusmodi exemplum dedi num. 223.

Cohæsiōnem re-
petendam a li-
mitibus virium

411. Porro quod ad ejusmodi co- hæsiōnem pertinet, multa ibi sunt notatu digna. Inprimis ubi agitur de binis punctis, tot diversæ haberi possunt distantia cum co- hæsiōne, quot ex- primit numerus interseciōnum curvæ virium cum axe unita- te auctus, si forte sit impar, ac divisus per duo. Nam primus quidem limes, in quo curva ab arcu asymptotico illo primo, sive a repulsionibus impenetrabilitatem exhibentibus transit ad primum attractivum arcum, est limes co- hæsiōnis, & deinde alterni interseciōnum limites sunt non co- hæsiōnis, & co- hæsiōnis,

Cohæsiō duo-
rum punctorum:
Limes co- hæsiō-
nis posse esse
quotcunque, ut-
cunque tortes,
quotcunque or-
dine positos.

tionis, juxta num. 179; unde fit, ut si intersectionum se consequentium assumatur numerus par; dimidium sit limitum cohesionis. Hinc quoniam in solutione problematis expositi num. 117 ostensum est, curvam simplicem illam meam habere posse quencunque demum intersectionum numerum; poterit utique etiam pro duobus tantummodo punctis haberi quicunque numerus distantiarum differentium a se invicem cum cohesione. Poterunt autem ejusmodi cohesiones ipsæ esse diversissimæ a se invicem soliditatis, ac nexus, limitibus vel validissimis, vel languidissimis utcunque, prout nimirum ibi curva secuerit axem fere ad perpendicularum, & longissime abierit, vel potius ad illum inclinetur plurimum, & parum admodum discedat; nam in priore eorum casuum vires repulsivæ imminutis, & attractivæ auctis utcunque parum distantis, ingentes erunt; in posteriore plurimum immutatis, perquam exiguæ. Poterunt autem etiam e remotioribus limitibus aliqui esse multo languidiores, & alii multo validiores aliquibus e propioribus; ut idcirco cohesionis vis nihil omnino pendeat a densitate, sed cohesio possit in densioribus corporibus esse vel multo magis, vel multo minus valida, quam in rarioribus, & id in ratione quacunque.

In massis numerus limitum multo major: problema pro his inveniendis quomodo solvendum.

412. Quæ de binis punctis sunt dicta, multo magis de massis continentibus plurima puncta, dicenda sunt. In iis numerus limitum est adhuc major in immensum, & discrimen utique majus. Inventio omnium positionum pro dato punctorum numero, in quibus tota massa haberet limitem quendam virium, esset problema molestum, & calculus ad id solvendum necessarius in immensum excreveret, existente aliquo majore punctorum numero. Sed tamen data virium lege solvi utique posset. Satis esset assumere positiones omnium punctorum respectu cujusdam puncti in quadam arbitraria recta ad arbitrium collocati, & substitutis singulorum binariorum distantis a se invicem in æquatione curvæ primæ pro abscissa, ac valoribus itidem assumptis pro viribus singulorum punctorum pro ordinatis, eruere totidem æquationes, tum reducere vires singulas singulorum punctorum ad tres datas directiones, & summam omnium eandem directionem habentium in quovis puncto ponere = 0: orientur æquationes, quæ paullatim eliminatis valoribus incognitis assumptis, demum ad æquationes perducerent definientes punctorum distantias necessarias ad æquilibrium, & respectivam quietem, quæ altissimæ essent, & plurimas haberent radices; nam æquationes, quo altiores sunt, eo plures radices habere possunt, ac singulis radicibus singuli limites exhiberentur, vel singulæ positiones exhibentes vim nullam. Inter ejusmodi positiones illæ, in quibus repulsioni in minoribus distantis habitæ, succederent attractiones in majoribus, exhiberent limites cohesionis, qui adhuc essent quam plurimi, & inter se magis diversi, quam limites ad duo tantummodo puncta

Et pertinentes ; cum in compositione plurium semper utique crescat multitudo, & diversitas casuum . Sed hæc innuisse sit satis.

413. Ubi confringitur massa aliqua, & dividitur in duas partes, quæ prius tenacissime inter se cohærebant, si iterum illæ partes adducantur ad se invicem; cohæsiō prior non redit, utcunque apprimantur. Ejus rei ratio apud Newtonianos est, quod in illa divisione non æque divellantur simul omnes particulæ, ut textus remaneat idem, qui prius: sed prominentibus jam multis, harum in restitutione contactus impediat, ne ad contactum deveniant tam multæ particulæ, quam multæ prius se mutuo contingebant, & quam multis opus esset ad hoc, ut cohæsiō fieret iterum satis firma: at ubi satis lævigatæ binæ superficies ad se invicem apprimantur, sentiri primo resistentiam ingentem dicunt, donec apprimuntur: sed ubi semel satis appressæ sint, cohærere multis vicibus majore vi, quam sit pondus aeris comprimentis; quia antequam deveniatur ad eos contactus, haberi debet repulsiva vis ingens, quam in majoribus distantis, sed adhuc exiguis, agnovit Newtonus ipse, cui cum deinde succedat in minoribus vis attractiva, quæ in contactu evadat maxima, & in lævigato marmore satis multi contactus obtineantur simul; idcirco deinde satis validam cohæsiōnem consequi.

Cur partes solidi fracti ad se invicem appressæ non accurrant cohæsiōnem priorem, ratio in Theoria Newtoniana.

414. Quidquid ipsi de contactibus dicunt, id in mea Theoria dicitur æque de satis validis cohæsiōnis limitibus. In scabra superficie satis multæ prominentes particulæ progressæ ultra limites, in quibus ante sibi cohærebant, repulsionem habent ejusmodi, quæ impediat accessum reliquarum ad limites illos ipsos, in quibus fuerant ante divulsionem. Inde fit, ut ibi nimis pauca simul reduci possint ad cohæsiōnem particulæ, dum in lævigatis corporibus adducuntur simul satis multæ. Ubi autem duo marmora, vel duo quæcunque satis solida corpora, bene complanata, & lævigata sola appensione cohæserunt invicem, illa quidem admodum facile divellantur; si una superficies per alteram excurrat motu ipsis superficiebus parallelo; licet motu ad ipsas superficies perpendiculari usque adeo difficulter distrahi possint: quia particulæ eo motu parallelo delatæ, quæ adhuc sunt procul a marginibus partium congruentium, vires sentiunt hinc, & inde a particulis lateralibus, a quibus fere æquidistant, fere æquales, adeoque sentitur resistentia earum attractionum tantummodo, quas in se invicem exercent marginales particulæ, dum augent distantias limitum: nam mihi citra limitem quævis cohæsiōnis est repulsio, ultra vero attractio; licet ipsi deinde adhuc aliæ & attractiones, & repulsionem possint succedere. Ubi autem perpendiculariter distrahuntur, debet omnium simul limitum resistentia vinci.

Ejusdem ratio in hac Theoria.

415. Nec vero idem accidit, ubi marmora integra, & nunquam adhuc divisa, inter se cohærent; tum enim fibræ possunt esse multæ, quarum particulæ adhuc in minori-

Discrimen massæ primigeniæ, a binis frustis etiam lævigatis

bus

ad se invicem
appressis.

bus distantibus, & multo validioribus limitibus inter se cohaereant, ad quos sensim devenerint aliae post alias iis viribus, quibus marmor induruit, ad quos nunc iterum reduci nequeant omnes simul, dum marmora apprimuntur, quae ulteriorum limitum minus adhuc validorum, sed validorum satis repulsivas vires simul sentiunt, ob quas non possunt denticuli, qui adhuc superfunt perquam exigui post quamvis laevigationem, in foveolas se immittere, & ad superiores limites validiores devenire; praeterquam quod attritione, & laevigatione illa plurimarum particularum ordinis proximi massis nobis sensibilibus inducitur discrimen satis amplum inter massam solidam primigeniam, & binas massas complanatas, laevigatasque ad se invicem appressas.

Distractio, &
compressio fi-
brarum ante
fractionem hic
commode ex-
ta.

416. Inde autem in mea Theoria satis commode explicatur & distractio, & compressio fibrarum ante fractionem; cum nimirum nihil apud me pendeat ab immediato contactu, sed a limitibus, quorum distantia mutatur vi utcumque exigua; sed si satis validi sint, ad vincendam satis magno accessu omnem repulsionem, vel recessu attractionem, requiritur satis magna vis: quae quidem repulsio, & attractio in aliis limitibus longe mihi alia est, tam si vis ipsa consideretur, quam si consideretur spatii, per quod ea agit, magnitudo, quae omnia pendent a forma, & amplitudine arcuum, quibus hinc, & inde circa axem contorquetur mea virium curva. Hinc in aliis corporibus ante fractionem compressiones, & distractiones esse possunt longe majores, vel minores, & longe major, vel minor vis requiri potest ad fractionem ipsam, quae vis, ubi distantibus immutatis, superaverit maximam arcus ulterioris repulsivam vim in recessu, superatis multo magis reliquis omnibus posterioribus viribus repulsivis ope celeritatis quoque jam acquisitae per ipsam vincentem vim, & per attractivas intermixtas vires, quae ipsam juvant, defert particulas massam constituentes ad illas distantias, in quibus iam nulla vis habetur sensibilis, sed ad tenuissimum gravitatis arcum acceditur.

Hinc cur soli-
da corpora ni-
mio pondere
pressa confrin-
gantur.

417. Hinc autem etiam illud in mea Theoria commodius accidit, quam in communi, quod in mea statim apparet, cur pila quaecumque utcumque solidi corporis post certa imposita pondera confringatur, & confringatur etiam solidus globus utrinque compressus; cum multo magis appareat, quo pacto textus, & dispositio particularum necessaria ad summam virium satis validam mutari possit, ubi omnia puncta a se invicem distant in vacuo libero, quam ubi continuae compactae partes se contingant, nec ulla mihi est possibilis solida pila, quae Mundum totum, si vi gravitatis in certam plagam feratur totus, sustineat, ut in sententia de continua extensione materiae pila perfecte solida utcumque tenuis ad eam rem abunde sufficeret.

Communia esse
huic theoriae
eum communi

418. Hisce omnibus jam accurate expositis, communia mihi sunt ea omnia, quae pertinent ad methodos explorandi per

ex-

experimenta diversam diverforum corporum cohaesionis vim, quod argumentum diligenter, ut solet, excoluit Musschenbroekius, & comparandi resistantiam ad fractionem, ubi divisio fieri debeat divulsione perpendiculari ad superficies divellendas, ut ubi trabi verticali ingens pondus appenditur inferne, cum resistantia, quæ habetur, ubi circa latus suum aliquod gyrare debeat superficies, quæ divellitur, quod accidit, ubi extremæ parti trabis horizontalis pondus appenditur; quam perquisitionem a Galileo inchoatam, sed sine ulla consideratione flexionis, & compressionis fibrarum, quæ habetur in ima parte, alii plures excoluerunt post ipsum; & in quibus omnibus discrimina inveniuntur quamplurima. Illud unum hic addam: posse cohaesionem ingentem acquiri ab iis, quæ per se nullam haberent, nova materia interposita, ut ubi cineres, qui oleis actione ignis avolantibus inter se inertes remanserunt, oleis novis in massam coherentem rediguntur iterum, ac in aliis ejusmodi casibus: sed id jam pendet a discrimine inter diversas particulas, & massas, ac pertinet ad soliditatem explicandam imprimis, non generaliter ad cohaesionem, de quibus jam agam gradu facto a generalibus corporum proprietatibus ad multiplicem varietatem Naturæ, & proprietates corporum particulares.

multa, quæ pertinent ad explorandam cohaesionis vim, & resistantiam ad fractionem in diversis positionibus.

419. Et primo quidem se hic mihi offert ingens illud plurimum generum discrimen, quod haberi potest inter diversas punctorum congeries, quæ constituunt diversa genera particularum corpora constituentium. Primum discrimen, quod se objicit, repeti potest ab ipso numero punctorum constituentium particulam, qui potest esse sub eadem etiam mole admodum diversus. Deinde moles ipsa diversa itidem esse potest, ac diversa densitas, ut nimirum duæ particulæ nec massam habeant, nec molem, nec densitatem æqualem. Deinde data etiam & massa, & mole, adeoque data densitate media particulæ; potest haberi ingens discrimen in ipsa figura, sive in superficie omnia includente puncta, & eorum sequente ductum. Possunt enim in una particula disponi puncta in sphaeram, in alia in pyramidem, vel quadratum, vel triangulare prisma. Sumatur figura quæcunque, & in eam disponantur puncta utcunque: tot erunt ibi distantiae, quot erunt punctorum binaria, qui numerus utique finitus erit. Curva virium potest habere limites cohaesionis quotcunque, & ubicunque. Fieri igitur potest, ut limites iis ipsis distantis respondeant, & tum eam ipsam formam habeat particula, & ejus formæ poterit esse admodum tenax. Quin immo per unicam etiam distantiam cum repagulo infinitæ resistantiæ, orto a binis asymptotis parallelis, & sibi proximis, cum area hinc attractiva, & inde repulsiva infinita, potest haberi in quavis massa cujuscunque figuræ soliditas etiam infinita, sive vis, quæ impediret dispositionis mutationem non minorem data quacunque. Nam intra illam figuram possit

Discrimen inter particulas diversas, a numero punctorum, a mole, a densitate, a figura, quæ potest esse quævis, cum quavis vi ad eam retinendam.

posset inscribi continuata series pyramidum juxta num. 363 habentium pro lateribus illas distantias nunquam mutandas magis, quam pro distantia binarum illarum asymptotorum, & positis punctis ad singulos angulos, haberetur massa punctorum, quorum nullum jaceret extra ejusmodi figuram, nec ullum adesset intra illam figuram, vel in ejus superficie spatii punctum, a quo ad distantiam minorem illa distantia data non haberetur punctum materiæ aliquod. Possent autem intra massam haberi hiatus ubicunque, & quotcunque prorsus vacui, inscriptis in solo residuo spatio pyramidibus illis, & in angulis quibusvis posset haberi quivis numerus punctorum distantium a se invicem minus, quam distent illæ binæ asymptoti, & quivis eorum numerus collocari posset inter latera, & facies pyramidum. Quare posset variari densitas ad libitum. Sed absque eo, quod singulis distantis respondeant in curva primigenia singuli limites, vel singula asymptotorum binaria, vel ullæ sint ejusmodi asymptoti præter illam primam, innumera sunt sane figurarum genera, in quibus pro dato punctorum numero haberi potest æquilibrium, & cohæsionis limes per elisionem contrariarum virium, ex solutione problematis indicati num. 412. Hoc discrimen est maxime notatu dignum.

Discrimen in punctorum distributione per figuram eandem.

420. Data etiam figura potest adhuc in diversis particulis haberi discrimen maximum ob diversam distributionem punctorum ipsorum. Sic in eadem sphaera possunt puncta esse admodum inæqualiter distributa ita, ut etiam paribus distantis ex altera parte sint plurima, ex altera paucissima, vel in diversis locis superficiæ ejusdem concentricæ esse congeries plurimæ punctorum conglobatorum, in aliis eorum raritas ingens, & hæc ipsa loca possunt in diversis a centro distantis jacere ad plagas admodum diversas in eadem etiam particula, & in eadem a centro distantia esse in diversis particulis admodum diversis modis distributa. Verum etiam si particulæ habeant eandem figuram, ut sphericam, & in singulis circunquaque in eadem a centro distantia puncta æqualiter distributa sint; ingens adhuc discrimen esse poterit in densitate diversis a centro distantis respondente. Possunt enim in altera esse fere omnia versus centrum, in altera versus medium, in altera versus superficiem extimam: & in hisce ipsis discrimina, tam quod pertinet ad loca densitatum earundem, quam quod pertinet ad rationem inter diversas densitates, possunt in infinitum variari.

Discrimen in vi, qua figuram continentur retinere: posse esse talem, ut nulla finita vi dissolvi possit.

421. Hæc omnia discrimina pertinent ad numerum, & distributionem punctorum in diversis particulis: sed ex iis oriuntur alia discrimina præcipua, quæ maximam corporum, & phænomenorum varietatem inducunt, quæ nimirum pertinent ad vires, quibus puncta particulam constituentia agunt inter se, vel quibus tota una particula agit in totam alteram. Possunt imprimis, & in tanta dispositionum varietate debent, pun-

puncta constituentia eandem particulam habere vires cohæſionis admodum inter ſe diverſas, ut aliæ multo facilius, aliæ multo difficilius diſpoſitionem mutant mutatione, quæ aliquam non ita parvam rationem habeat ad totum. Eſt autem caſus, in quo poſſint puncta particulæ cohærere inter ſe ita, ut nulla finita vi nexus diſſolvi poſſit, ut ubi adſint aſymptotici arcus in curva primitiva, juxta ea, quæ perſecutus ſum num. 362.

422. Discrimina autem virium, quas una particula exercet in aliam, debent eſſe adhuc plura. Inprimis ex num. 222 patet, fieri poſſe, ut una particula conſtans etiam duobus punctis tertium punctum in iſdem diſtantiis collocatum ab earum medio attrahat per totum quoddam intervallum, vel repellat per idem intervallum totum, vel nec uſquam in eo repellat, nec attrahat, conſpirantibus in primo caſu binis attractionibus, in ſecundo binis repulſionibus itidem conſpirantibus, & in tertio attractione, & repulſione æqualibus ſe mutuo elidentibus. Multo autem magis ſumma virium totius cujuſdam particulæ in aliam totam in eadem etiam diſtantiâ ſitam, ſi medium utriuſque ſpectetur, erit pro diverſa diſpoſitione punctorum admodum inter ſe diverſa, ut nimirum in una attractiones prævaleant, in alia repulſiones, in alia vires oppoſitæ ſe mutuo elidant. Inde habebuntur particulæ in ſe invicem agentes viribus admodum diverſis, pro diverſa ſua conſtitutione, & particulæ ad ſenſum inertes inter ſe, quæ quidem perſecutus ſum ipſo num. 222.

Particulæ aliæ ſe attrahentes, aliæ repellentes, aliæ inertes inter ſe.

423. Aliud diſcrimen admodum notabile inter ejuſmodi particularum vires eſt illud, quod eadem particula ex altera parte poterit datam aliam particulam attrahere, ex altera repellere; quin immo poſſunt eſſe loca quotcunque in ſuperficie particulæ etiam ſphæricæ, quæ alteram particulam in eadem a centro diſtantiâ ſitam attrahant, quæ repellant, quæ nihil agant; cum nimirum in iis locis poſſint vel plura, vel pauciora eſſe puncta, quam in aliis, & ea ad diverſas a centro, & a ſe invicem diſtantias collocata. Inde autem & illud fieri poterit, ut, quemadmodum in iis, quæ vidimus a num. 231, unum punctum a duorum aliorum altero attractum, ab altero repulſum, vi compoſita urgetur in latera, ita etiam una particula ab una alterius parte attracta, & repulſa ab altera in altera diſtione ſita, urgeatur itidem in latera, & certam aſſecuta poſitionem reſpectu ipſius, ad eam tuendam determinetur, nec conſiſtere poſſit, niſi in ea unica poſitione reſpectu ipſius, vel in quibuſdam determinatis poſitionibus, ad quas trudatur ab aliis rejecta. Quod ſi particula ſphærica ſit, & in omnibus concentricis ſuperficiebus puncta æqualiter diſtributa ſint, ad diſtantias a ſe invicem perquam exiguas; tum ejus, & alterius ejus ſimilis particulæ vires mutuæ dirigentur ad ſenſum ad earum centra, & fieri poterit, ut in quibuſdam diſtantiis ſe repellant mutuo, in aliis ſe attrahant, quo caſu habebitur quidem diſ-

Particulæ quæ in certis punctis ſe repellant, in aliis attrahant: quæ ſe urgeant in latera, quæ circumquaque eandem vim exercent.

cultas in avellenda altera ab altera, sed nulla difficultas habebitur in altera circa alteram circumducenda in gyrum, sicut si Terræ superficies horizontalis ubique sit, & egregie lævigata; globus ponderis cujuscunque posset quavis minima vi rotari per superficiem ipsam, elevari non posset sine vi, quæ totum ipsius pondus excedat.

Quo minores
particulæ, eo
difficilius dis-
solubiles.

424. In hac actione unius particulæ in aliam generaliter, quo particulæ ipsæ minorem habuerint molem, eo minus ceteris paribus perturbabitur earum respectiva positio ab alia particula in data quavis distantia sita: nam diversitas directionis & intensitatis, quam habent vires agentes in diversas ejus partes, quæ sola positionem turbare nititur, viribus æqualibus & parallelis nullam mutæ positionis mutationem inducentibus, eo erit minor, quo distantiarum, & directionum discrimen minus erit: atque idcirco, quemadmodum jam exposui num. 239, inferiorum ordinum particulæ difficiliter dissolvi possunt, quam particulæ ordinum superiorum.

Discrimina in-
ter particulas
oriri ex pun-
ctorum vicinia:
quanto magis
debeant differ-
re corpora, quæ
ex iis constant.

425. Hæc quidem præcipue notatu digna mihi sunt visa inter particularum ex homogeneis etiam punctis compositarum discrimina, quæ tamen, quod ad vires pertinet, intra admodum exiguos distantiarum limites sistunt; nam pro majoribus distantibus particularum omnium vires sunt prorsus uniformes, uti ostensum jam est num. 212, nimirum attractivæ in ratione reciproca duplicata distantiarum ad sensum. Porro hinc illud admodum evidenter consequitur, massas majores ex adeo diversis particulis compositas, nimirum hæc ipsa nostra majora corpora, quæ sub sensum cadunt, debere esse adhuc multo magis diversa inter se in iis, quæ ad eorum nexum pertinent, & ad phænomena exhibita a viribus, se extendentibus ad distantias illas exiguas, licet omnia in lege gravitatis generalis, quæ ad illas pertinet majores distantias, conformia sint penitus, quod etiam supra num. 402 notandum proposui. De hoc autem discrimine, & de particularibus diversorum corporum proprietatibus ad diversas pertinentium classes jam agere incipiam.

Quæ natura
solidorum, &
fluidorum: quid
in solidis rigi-
da, quid virgæ
elasticæ: in
fluidis quid vi-
scosa, quid hu-
mida.

426. Prima se mihi offerunt solida, & fluida, quorum discrimina quæ sint, & quomodo a mea Theoria ortum ducant, est exponendum. Solida ita inter se connexa sunt, ut quemlibet aliquot particularum motum sequantur reliquæ: promotæ, si illæ promoventur: retractæ, si illæ retrahuntur: conversæ in latus, si linea, in qua ipsæ jacent, directionem mutet: & in eo soliditas est sita: porro ea dicuntur rigida; si ingenti etiam adhibita vi positio, quam habet recta ducta per duas quavis particulas massæ, respectu rectæ, quæ jungit alias quascunque, mutari ad sensum non possit, sed ad inclinandam unam partem oporteat inclinare totam massam, & basim, & quanvis ejus rectam eodem angulo: nam in iis, quæ flexilia sunt, ut elasticæ virgæ, pars una directionem positionis mutat, & incli-

inclinatur, altera priorem positionem servante: & priora illa franguntur, alia majore, alia minore vi adhibita; hæc posteriora se restitunt. Fluida autem passim non utique carent vi mutua inter particulas, immo pleraque exercent, & aliqua satis magnam, repulsivam vim, ut aer, qui ad expansionem semper tendit, aliqua attractivam, & vel non exiguam, ut aqua, vel etiam admodum ingentem, ut mercurius, quorum liquorum particulae se in globum etiam conformant mutua particularum suarum attractione, & tamen separantur admodum facile a se invicem majores eorum massae, ac aliquot partibus motus facile ita imprimitur: ut eodem tempore ad remotas satis sensibilis non protendatur; unde fit, ut fluida cedant vi cuicumque impressae, ac cedendo facile moveantur, solida vero nonnisi tota simul moveri possint, & viribus impressis idcirco resistunt magis: quæ autem resistunt quidem multum, sed non ita multum, ut solida, dicuntur viscosa. Ipsa vero fluida dicuntur humida, si solido admoto adhærescant, & sicca, si non adhæreant.

427. Hæc omnia phænomena præstari possunt per illa sola discrimina, quæ in diverso particularum textu consideravimus. Ut enim a fluiditate incipiamus, imprimis in ipsis fluidis omnes, particulae in æquillbriio esse debent, dum quiescunt, & si nulla externa vi comprimantur, vel in certam dirigantur plagam; id æquilibrium debet haberi a solis mutuis actionibus: sed ejusmodi casum non habemus hic in nostris fluidis, quæ incumbētis massæ premuntur pondere, & aliqua, ut aer, etiam continentis vasis parietibus comprimuntur, in quibus idcirco omnibus aliqua haberi debet repulsiva vis inter particulas proximas, licet inter remotiores haberi possit attractio, ut jam constabit. Tria autem genera fluidorum considerari poterunt: illud, in quo in majoribus ejus massulis nulla se prodit mutua particularum vis: illud, in quo se prodit vis repulsiva: illud, in quo vis attractiva se prodit. Primi generis fere sunt pulveres, & arenulae, ut illæ, ex quibus etiam horologia clepsydris veterum similia construuntur, & ad fluidorum naturam accedunt maxime, si satis lævigatam habeant superficiem, quod in quibusdam granulis cernimus, ut in milio: nam plerumque scabritiem habent aliquam & inæqualitates, quæ motum difficiliorem reddunt. Secundi generis sunt fluida elastica, ut aer: tertii vero generis liquores, ut aqua, & mercurius. Porro in primis ostensum est num. 222, & 422, posse binas particulas eodem etiam punctorum numero constantes, sed diverso modo dispositas, ita diversas habere virium summas in iisdem etiam centrorum distantis, ut aliæ se attrahant, aliæ se repellant, aliæ nihil in se invicem agant. Quamobrem ejusmodi discrimina exhibet abunde Theoria. Verum multa in singulis diligenter notanda sunt; nam ibi etiam, ubi nulla se prodit vis attractiva, habetur inter proximas particulas repulsio, ut innui paullo ante, & jam patebit.

Unde fluiditas:
tria fluidorum
genera.

Unde facilis
motus in fluidis
præmi generis.

428. Porro in primo casu statim apparet, unde facilis ille habeatur motus. Quoniam, aucta distantia, nulla sensibili vi se attrahunt particulæ; altera non sequetur motum alterius; nisi ubi illa versus hanc promota ita accesserit, ut vi repulsiva mutua, quemadmodum in corporum collisionibus accidit, cogatur illi loco cedere, quæ cessio, si satis lævigatæ superficies fuerint, ut prominentes monticuli in exiguos hiatus ingressi motum non impediunt, & sit locus aliquis, versus quem possint vel in gyrum actæ particulæ, vel elevatae, vel per apertum foramen erumpentes, loco cedere; facile fiet, nec alia requiretur vis ad eum motum, nisi quæ ad inertiam vim vincendam requiritur, vel, si graves particulæ sint versus externam massam, ut hic versus Tellurem, & fluidum motu impresso debeat ascendere, vis, quæ requiritur ad vincendam gravitatem ipsam: verum ad vincendam solam vim inertiam, satis est quæcunque activa vis utcunque exigua, & ad vincendam gravitatem, in hoc fluidorum genere, si perfecta sit lævigatio; satis est vis utcunque paullo major pondere massæ fluidæ ascendenti: quanquam nisi excessus fuerit major; lentissimus erit motus: ipsum autem pondus coget particulas ad se invicem accedere nonnihil, donec obtineatur vis repulsiva ipsum elidens, uti supra ostendimus num. 348; adeoque in statu æquilibrii se particulæ, in hoc etiam casu, repellent, sed erunt citra, & propè ejusmodi limites, ultra quos vis attractiva sit ad sensum nulla. Quod si figura particularum præterea fuerit spherica, multo facilior habebitur motus in omnem plagam ob ipsam circumquaque uniformem figuram.

Eadem ratio,
& in reliquis
binis: discrimen
inter ipsa.

429. In secundo, ac tertio genere motus itidem habebitur facilis, si particulæ sphericæ sint, & paribus a centro distantibus homogeneæ, ut nimirum vires dirigantur ad centra. In ejusmodi enim particulis motus quidem unius particulæ circa aliam omni difficultate carebit, & vires mutuae solum accessum, vel recessum impediunt. Hinc impresso motu particulis aliquot, poterunt ipsæ moveri in gyrum alia circa alias, & alia succedere poterit loco ab alia relicto, quin partes remotiores motum ejusmodi sentiant: quanquam fere semper fortuita quedam particularum dispositio hiatus, qui necessario relinqui debent inter globos, & directio impressionis varia inducent etiam accessus & recessus aliquos, quibus fiet, ut motus ad remotiores etiam particulas deveniat, sed eo minor, quo major fuerit earum distantia. Verum hic notandum erit discrimen ingens inter duos casus, in quibus partes fluidi se repellunt, & casus, in quibus se attrahunt.

In elasticis fluidis
particulas esse
extra limites
sub arcibus
repulsivis
latis.

430. In primo casu particulæ proximæ debent se omnino repellere, & vis ex parte altera elidet vim ex altera; sed si repente relinquatur libertas ex parte quavis, sine ulla externa vi, sed sola illa particularum actione mutua, recedent reipsa particulæ a se invicem, & fluidum dilatabitur; quin

immo externa vi opus est, ad continendum in eo statu massam ejusmodi, uti aerem gravitas superioris atmosphære continet, vel in vase occluso valis ipsius parietes; & aucta illa externa vi comprimente augeri poterit compressio, imminuta imminui. Particulæ illæ inter se non erunt in limitibus quibusdam cohæisionis, sed erunt sub repulsivo arcu curvæ exprimentis vires compositas particularum ipsarum.

431. At in tertio genere particulæ quidem proximæ se mutuo repellent, repulsionem æquali illi vi, quæ necessaria est ad elidendam vim externam, & ad elidendam pressionem, quæ oritur a remotiorum attractionibus: verum si fluidum est parum admodum compressibile, vel etiam nihil ad sensum, ut aqua; debent esse citra, & admodum prope limitem, ultra quem vel immediate, vel potius, si id fluidum neque distrahitur (ut nimirum durante sua forma nequeat acquirere spatium multo majus, quod itidem in aqua accidit) habeat post limites alios satis inter se proximos arcum attractivum ad distantias aliquanto majores protensum, a quo attractio illa prodeat, quæ se in ejusmodi fluidorum massulis prodit; licet si iterum id fluidum majore vi abire possit in elasticos vapores, ut ipsa aqua post eum attractivum arcum; arcus repulsivus debeat succedere satis amplus, juxta ea, quæ diximus num. 195.

432. In hoc fluidi genere illud mirum videri potest, quod illa attractiva vis, quæ in majoribus succedit distantis, & ille validus cohæisionis limes, qui & compressionem, & rarefactionem impedit, non impediatur divisionem massæ, & separationem unius partis massæ ab alia. At quomodo id facile fieri ibi possit, & non possit in solidis, patebit hoc exemplo. Concipiatur Terræ superficies spherica accurate, & bene lævigata, ac gravitas sit ejusmodi, ut in distantia perquam exigua fiat jam insensibilis, ut vis magnetica in exigua distantia sensum jam effugit. Sint autem globi multi itidem læves mutua attractiva vi præditi, quæ vim in totam Terram superet. Si quis unum ejusmodi globum apprehendat, & attollat; secundus ipsi adhærebit relicta Terra, & post ipsum ascendet, reliquis per superficiem Terræ progredientibus, donec alii post alios eleventur, vi in globum jam elevatum superante vim in Terram. Is, qui primum manu teneret globum, sentiret, & deberet vincere vim unius tantummodo globi in Terram, quem separat, cum nulla sit difficultas in progressu reliquorum per superficiem Terræ, quo distantia non augetur, & globorum jam altiorum vis in Terram ponatur insensibilis. Vinceret igitur aliorum vim post vim aliorum, & vis ab eo abhibita major tantummodo vi globi unici requireretur ad rem præstandam. At si illi globi deberent elevari simul, ut si simul omnes colligati essent per virgas rigidas; deberent utique omnes illæ vires omnium in Terram simul superari, & requireretur vis major omnibus simul. Res eodem redit, ac ubi fasciculus virgarum de-

In fluidis humidis limitem valis in cohæisionis fore proximum, & si abeat in vapores debere haberi prope validissimum arcum repulsivum.

Motus non obstantes vi mutua facilis, quod ad motum aliquot particularum non deteant moveri remote simul ut in solidis. Exemplum in quadam hypothese globorum gravium.

debeat totus frangi simul, vel potius debeant aliæ post alias frangi virgæ.

Applicatio exempli ad fluida, & solida: successiva particularum separatio in fluidis.

433. Id ipsum est discrimen inter fluida hujus generis, & solida. In his motus particularum circa particulas liber ob earum uniformitatem permittit, ut separentur aliæ post alias; dum in solidis vis in latus, de qua egimus jam in pluribus locis, & anguli prominentes, ac figurarum irregularitas, impediunt ejusmodi liberum motum, qui fiat sine mutatione distantiarum, & cogunt divulsionem plurimarum particularum simul: unde oritur difficultas illa ingens dividendi a se invicem particulas solidas, quæ in divisione fluidorum est adeo tenuis, ac ad sensum nulla.

Exemplum ipsius in aqua: resistantiam in fluidis ad separationem fieri eandem, ac in solidis, si velocitas debeat esse ingens.

434. Successivam hujusmodi separationem particularum aliarum post alias videmus utique in ipsis aquæ guttis pendentibus, quæ ubi ita excreverunt; ut pondus totius guttæ superet vim attractivam mutuam partium ipsius; non divellitur tota simul ingens ejus aliqua massa, sed a superiore parte, utut brevissimo tempore, attenuatur per gradus; donec illud veluti filum jam tenuissimum penitus superetur. Fuerunt prius mille particule in superficie, quæ guttam pendentem connectebant cum superiore parte aquæ, quæ relinquitur adhærens corpori, ex quo pendebat gutta, fiunt paullo post ibi 900, 800, 700: & ita porro imminuto earum numero per gradus, dum laterales accedunt ad se invicem, & attenuatur figura: quarum idcirco resistantia facile vincitur, ut ubi in illo virgarum fasciculo frangantur aliæ post alias. At ubi celerrimo motu in fluidum ejusmodi incurritur ita; ut non possint tam brevi tempore aliæ aliis particule locum dare, & in gyrum agi; tum vero fluida resistunt, ut solida. Id experimur in globis tormentariis, qui ex aqua resiliunt, in eam satis oblique projecti, ut manente satis magna horizontali velocitate collisio in perpendiculari fiat more solidorum: ac eandem quoque resistantiam in aqua scindenda experiuntur, qui se ex editiore loco in eam demittunt.

Soliditatis causa in vi, & motu in latus: exemplum in parallelepipedis.

435. Hinc autem primum est videre, unde soliditatis phænomena ortum ducant. Nimirum ubi particularum figura recedit plurimum a spherica, vel distributio punctorum intra particulam inæqualis est, ibi nec habetur libertas illa motus circularis, & omnia, quæ ad soliditatem pertinent, consequi debent ex vi in latus. Cum enim una particula respectu alterius non distantiam tantummodo, sed & positionem servare debeat; non solum, ea promotâ, vel retractâ, alteram quoque promoveri, vel retrahi necesse est; sed præterea, ea circa axem quencunque conversa, oportet & illam aliam loco cedere, ac eo abire, ubi positionem priorem respectivam acquirat: quod cum & tertia respectu secundæ præstare debeat, & omnes reliquæ circumquaque circa illam positæ; patet utique, non posse motum in eo casu imprimi parti cuiuspiam systematis; quin & totius systematis motus consequatur respectivam positionem.

sitionem servantis, quæ est ipsa superius indicata solidorum natura. Res autem multo adhuc magis manifesta fit, ubi figura multum abluat a spherica, ut si sint bina parallelepipedum inter se constituta in quodam cohesionis limite, alterum ex adverso alterius. Alterum ex iis moveri non poterit, nisi vel utrinque a lateribus accedat ad alterum, vel utrinque recedat, vel ex altero latere accedat, & recedat ex altero. In primo casu imminuta distantia habetur repulsiva vis, & illud alterum progreditur: in secundo, eadem aucta, habetur attractio, & illud secundum ad prioris motum consequitur; in tertio casu, qui haberi non potest, nisi per inclinationem prioris parallelepipedum, altero latere attracto, & altero repulso inclinari necesse est etiam secundum; quo pacto si ejusmodi parallelepipedorum sit series quædam continua, quæ fibram longiorem, vel virgam constituat; inclinata basi, inclinatur illico series tota: & si ex ejusmodi particulis massa constet; tota moveri debet, ac inclinari, inclinato latere quocunque,

436. Quod de parallelepipedis est dictum, id ipsum ad figuras quæcunque transferri potest inæquales utcunque, quæ ex altero latere possint accedere ad aliam particulam, ex altero recedere: habebitur semper motus in latus, & habebuntur soliditatis phænomena, nisi paribus a centro distantis homogeneæ, & sphericæ formæ particulæ sint. Verum ingens in eo motu discrimen erit inter diversa corpora. Si nimirum vires illæ hinc, & inde a limite, in quo particulæ constitutæ sunt, sint admodum validæ; motus in latus fiet celerrime, & nulla flexio in virga, aut in massa apparebit; quanquam erit utique semper aliqua. Si minores sint vires; longiore tempore opus erit ad motum, & ad positionem debitam acquirendam, quo casu, inclinata parte una virgæ, nondum pars summa obtinere potest positionem jacentem in directum cum ipsa, adeoque habebitur inflexio, quæ quidem eo erit major, quo major fuerit celeritas conversionis ipsius virgæ, uti omnino per experimentaprehendimus.

437. Nec vero minus facile intelligitur illud, quid intersit inter flexilia solida corpora, & fragilia. Si nimirum vires hinc, & inde ab illo limite, in quo sunt particulæ, extenduntur ad satis magnas distantias eadem, arcu utroque habente amplitudinem non ita exiguam; tum vero, vi externa adhibita utrique extremo, vel majore velocitate impressa alteri, incurvabitur virga, atque inflectetur, sed sibi relicta ad positionem abibit suam, & in illo inflexionis violento statu vim exercebit perpetuam ad regressum, quod in elasticis virgis accidit. Si vires illæ non diu durent hinc, & inde eadem, vel per satis magnum intervallum sit ingens frequentia limitum; tum quidem inflexio habebitur sine conatu ad se restituendum, & sine fractione, tam vi adhibita utrique extremo, quam ingenti velocitate impressa alteri, ut videmus accidere in maxime ductilibus, velut

Idem in figuris omnibus: unde discrimen inter flexilia, & rigida.

Discrimen inter flexilia, & fragilia unde.

velut in plumbo. Si demum vires hinc, & inde per exiguum intervallum durent, post quod nulla sit actio, vel ingens repulsivus arcus consequatur, qui sequentes attractivos superet, habebitur virga rigida, & fractio, ac eo major erit soliditas, & illa, quæ vulgo appellatur durities, quo vires illæ hinc & inde statim post limites fuerint majores.

438. Atque hic quidem jam etiam ad discrimen devenimus inter elastica, & mollia: verum antequam ad ea faciamus gradum, adnotabo non nulla, quæ adhuc pertinent ad solidorum, & fluidorum naturam, ac proprietates. Inprimis media inter solida, & fluida, sunt viscosa corpora, in quibus est aliqua vis in latus, sed exigua. Ea resistunt mutationi figuræ, sed eo majore, vel minore vi, quo majus, vel minus est in diversis particularum punctis virium discrimen, a quo oritur vis in latus. Viscosa autem præter tenacitatem, quam habent inter se, habent etiam vim, qua adhærent externis corporibus, sed non omnibus, in quo ad humidos liquores referuntur. Humiditas enim est itidem respectiva. Aqua, quæ digitis nostris adhæret illico, & per vitrum, ac lignum diffunditur admodum facile, oleaginosa, & resinosa corpora non humectat, in foliis herbarum pinguibus extat in guttulas eminens, & avium plurium plumas non inficit. Id pendet a vi inter particulas fluidi, & particulas externi corporis; & jam vidimus pro diversa punctorum distributione particulas easdem respectu aliarum debere habere in eadem directione vim attractivam, respectu aliarum repulsivam vim, & respectu aliarum nullam.

Organicorum
corporum effor-
matio per vires
in latus versus
certa superficiæ
puncta.

439. In particulis illis, quæ ad soliditatem requiruntur, invenitur admodum expedita ratio phænomeni ad solida corpora pertinentis, quod Physicos in summam admirationem rapit, nimirum dispositio quædam in peculiare quasdam figuras, quæ in salibus inprimis apparent admodum constantes, in glacie, & in nivium stellulis potissimum adeo sunt elegantes etiam, & ad certas quasdam leges accedunt, quas itidem cum constanti admodum figurarum forma in gemmarum succis simplicibus observamus, quæ vero nusquam magis se produnt, quam in organicis vegetabilium, & animalium corporibus. In hac mea Theoria in promptu est ratio. Si enim particulæ in certis suæ superficiæ partibus quasdam alias particulas attrahunt, in aliis repellunt; facile concipitur, cur non nisi certo ordine sibi adhæreant, in illis nimirum locis tantummodo, in quibus se attrahunt, & satis firmos limites nancisci possunt, adeoque non nisi in certas tantummodo figuras possint coalescere. Quoniam vero præterea eadem particula, eadem sui parte, qua alteram attrahit, alteram pro ejus varia dispositione repellit; dum massa plurium particularum temere agitata prætervolat; eæ tantummodo sistuntur, quæ attrahuntur, & ad ea se applicabunt puncta, ad quæ maxime attrahuntur, ac in illis hærebunt, in quibus post accessum maxime tenaces limites

nanciscuntur; unde & secretionis, & nutritionis, vegetationis, & certarum figurarum patet ratio admodum manifesta. Et hæc quidem ad nutritionem, & ad certas figuras pertinentia jam innueram num. 222, & 423.

440. Quoniam ostensum est, qui fieri possit, ut certam figuram acquirant certa particularum genera, cujus admodum tenacia sint, si quis omnem veterum corpuscularium sententiam, quam Gassendus, ac e recentioribus alii secuti sunt, adhibentes variarum figurarum atomos, ut ad cohesionem uncinatas, ab hac eadem Theoria velit deducere, is sane poterit, ut patet, & ejusmodi atomos adhibere ad explicationem eorum omnium phænomenorum, quæ pendent a sola cohesione, & nertia, quæ tamen non ita multa sunt: poterunt autem haberi ejusmodi atomi cum infinita figuræ suæ tenacitate, & cohesione mutua suarum partium per solas etiam binas asymptotos illas, de quibus num. 419, inter se satis proximas. Et si curva virium habeat tantummodo in minimis distantibus duas ejusmodi asymptotos, tum post crus repulsivum ulterioris statim consequatur arcus attractivus, primo quidem plurimum recedens ab axe cum exiguo recessu ab asymptoto, tum ad axem regrediens, & accedens statim ad formam gravitati exhibendæ debitam; haberentur per ejusmodi curvam atomi habentes impenetrabilitatem, gravitatem, & figuræ suæ tenacitatem ejusmodi, ut ab ea discedere non possent discessu quantum libuerit parvo; cum enim possint illæ duæ asymptoti sibi invicem esse proximæ intervallo utcunque parvo, posset utique ita contrahi intervallum istud, ut figuræ mutatio æqualis datæ cui-cunque utcunque parvæ mutationi eviteatur. Ubi enim cui-cunque figuræ inscripta est series continua cubulorum, & puncta in singulis angulis posita sunt, mutari non potest figura externorum punctorum ductum sequens mutatione quadam data, per quam quædam puncta discedant a locis prioribus per quædam intervalla data, manentibus quibusdam, ut manente basi, nisi per quædam data intervalla a se invicem recedant, vel ad se invicem accedant saltem aliqua puncta, cum, data distantia puncti a tribus aliis, detur etiam ejus positio respectu illorum, quæ mutari non potest, nisi aliqua ex iisdem tribus distantibus mutetur, unde fit, ut possit data quævis positionis mutatio impediri, impedita mutatione distantiarum per intervallum ad eam mutationem necessarium. Quod si illæ binæ asymptoti essent tantillo remotiores a se invicem, tum vero & mutatio distantiarum haberi posset tantillo major, & idcirco singulis distantibus illata vi aliqua posset figura non nihil mutari, & quidem exigua mutatione distantiarum singularum posset in ingenti serie punctorum haberi inflexio figuræ satis magna orta ex pluribus exiguis flexibus. Sic & spirales atomi efformari possent, quarum spiris per vim contractis sentiretur ingens elastica vis, sive determinatio ad expansionem, ac per hujusmodi atomos possent iti-

Atomistarum
systema posse
deduci totum
ex hac Theoria,
& cum illa be-
ne coherere,
explicata præ-
terea cohesio-
ne partium in
atomis.

dem plurima explicari phænomena, ut & nexus massarum per uncos uncis, vel spiris insertos, quo pacto explicari itidem posset etiam illud, quomodo in duabus particulis, quarum altera ad alteram cum ingenti velocitate accesserit, oriatur ingens nexus novus, nimirum sine regressu a se invicem, unco nimirum alterius in alterius foramen injecto, & intra illud converso per virium inæqualitatem in diversas unci partes agentium, ut jam prodire non possit; nam unci cavitas, & foramen, seu porus alterius particulæ, posset esse multo amplior, quam pro exigua illa distantia insuperabili, ut idcirco inferi posset sine impedimento orto a viribus agentibus in minore distantia. Eadem autem atomi haberi possunt, etiam si curva habeat reliquos omnes flexus, quos habet mea, quo pacto ad alia multo plura, ut ad fermentationes inprimis, ac vaporum, & luminis emissionem multo aptiores erunt; & sine asymptoticis arcibus, qui vires exhibeant extra originem abscissarum in infinitum excrecentes, idem obtineri poterit per solos limites cohesionis admodum validos cum tenacitate figuræ non quidem infinita, sed tamen maxima, ubi, quod illi veteres non explicarunt, cohesio partium atomorum inter se, adeoque atomorum soliditas, ut & continuata impenetrabilitatis resistantia, & gravitas, ex eodem generali derivaretur principio, ex quo & reliqua universa Natura. Illud unum hic notandum superest, ejusmodi atomos habituras necessario ubique distantiam a se invicem majorem, quam pro illa insuperabili distantia, ad quam externa puncta devenire ibi non possunt.

Cur non omnia corpora sint fluida; licet omnia puncta sint circumquaque ejusdem vis.

441. Huc etiam pertinet solutio hujusmodi difficultatis, quæ sponte se objicit: si omnia materiæ puncta simplicia sunt, & vires in quavis directione circumquaque exercent easdem; omnia corpora ex iis utique composita erunt fluida multo potiore jure, quam fluida esse debeant, quæ globulis constant easdem in omni circum directione vires exercentibus. Huic difficultati hic facile occurritur: si particularum puncta possent vi adhibita mutare aliquanto magis distantias inter se, nam aliqua etiam ad circulationem exigua mutatio requiritur; posset autem imprimi exiguo numero punctorum constituentium unam e particulis primorum ordinum, quin imprimatur simul omnibus ejusmodi punctis, vel satis magno eorum numero, motus ad sensum idem; tum utique haberetur idem, quod haberetur in fluidis, & separatis aliis punctis post alia, motus facilis per omnes omnium corporum massas obtineretur. At particulæ primi ordinis ab indivisibilibus punctis ortæ, ut & proximorum ordinum particulæ ortæ ab iis, sua ipsa parvitate molis tueri possunt juxta num. 424 formam suam, & positionem punctorum: nam differentia virium exercitarum in diversa earum puncta potest esse perquam exigua, summa virium prohibente tantum accessum unius particulæ ad alteram, quo tamen accessu inæqualitas virium, & obliquitas directionum habea-

beaturn adhuc fatis magna ad vincendas vires mutuas, & mutandam positionem, qua positione manente, manet inæqualitas virium, quas diversa puncta ejus particulæ exercent in aliam particulam. Ea inæqualitas itidem potest non esse fatis magna, ut possit illius mutuas vires vincere, & textum dissolvere, sed esse tanta, ut motum inducat in latus, ac ejus motus obliquitas, & virium inæqualitas eo deinde erit major, quo ad altiores ascenditur particularum ordines, donec deveniatur ad corpora, quæ a nobis sentiuntur.

442. Solida externum corpus ad ea delatum intra suam massam non recipiunt, ut vidimus: at fluida solidum intra se moveri permittunt, sed resistunt motui. Resistentiam ejusmodi accurate comparare, & ejus leges accurate definire, est res admodum ardua. Oporteret nosse ipsam virium legem determinate, & numerum, & dispositionem punctorum, ac habere fatis promotam Geometriam, & Analysin ad rem præstandam. Sed in tanta particularum, & virium multitudine, quam debeat esse res ardua, & humano captu superior determinatio omnium motuum, fatis constat ex ipso problemate trium corporum in se mutuo agentium, quod num. 204 diximus nondum fatis generaliter solutum esse. Hinc alii ad alias hypotheses confugiunt, ut rem perficiant, & omnes ejusmodi methodi æque cum mea, ac cum communi Theoria, consentire possunt.

443. Ut tamen aliquid innuam etiam de eo argumento, duplex est resistentiæ fons in fluidis; primo quidem oritur resistentia ex motu impresso particulis fluidi; nam juxta leges collisionis corporum, corpus imprimens motum alteri, tantundem amittit de suo. Deinde oritur resistentia a viribus, quas particulæ exercent, dum aliæ in alias incurrunt, quæ earum motum impediunt, quo casu comprimuntur non nihil particulæ ipsæ etiam in fluidis non elasticis egressæ e limitibus, & æquilibrium: acquirunt autem motus admodum diversos, gyrent, & alias impellunt, quæ a tergo urgent non nihil corpus progrediens, quod potissimum a fluidis elasticis a tergo impellitur, dilatato ibi fluido, dum a fronte a fluido ibi compresso impeditur: sed ea omnia, uti diximus, accurate comparare non licet. Illud generaliter notari potest: resistentia, quæ provenit a motu communicato particulis fluidi, & quæ dicitur orta ab inertia ipsius fluidi, est ut ejus densitas, & ut quadratum velocitatis conjunctim: ut densitas, quia pari velocitate eo plurius dato tempore particulis motus idem imprimitur, quo densitas est major, nimirum quo plures in dato spatio occurrunt particulæ: ut quadratum velocitatis, quia pari densitate eo plures particulæ dato tempore loco movendæ sunt, quo major est velocitas, nimirum quo plus spatii percurritur, & eo major singulis imprimitur motus, quo itidem velocitas est major. Resistentia autem, quæ oritur a viribus, quas in se exercent particulæ, si vis ea esset eadem in singulis, quacunque velocitate

Difficultas determinandi resistentiam fluidorum: methodi indirectæ id præstandi eadem in hac Theoria ac in coramuni.

Binæ resistentiæ fontes, & utriusque lex.

moveatur corpus progrediens, esset in ratione temporis, sive constans: nam plures quidem eodem tempore particulæ eam vim exercent, sed breviori tempore durat singularum actio, adeoque summa evadit constans. Verum si velocitas corporis progredientis sit major; particulæ magis compinguntur, & ad se invicem accedunt magis, adeoque major est itidem vis. Quare ejusmodi resistantia est partim constans, sive, ut vocant, in ratione momentorum temporis, & partim in aliqua ratione itidem velocitatis.

Quam legem videantur innuere experimenta: in viscosis resistantiam esse majorem.

444. Porro ex experimentis nonnullis videtur erui, resistantiam in nonnullis fluidis esse partim in ratione duplicata velocitatum, partim in ratione earum simplici, & partim constantem, sive in ratione momentorum temporis, quanvis ubi velocitas est ingens, deprehendatur major: & ubi fluiditas est ingens, ut in aqua, ut secundum resistantiæ genus, quod est magis irregulare, & incertum, sit respectu prioris exiguum, satis accedit resistantia ad rationem duplicatam velocitatum. Sed & illud cum Theoria conspirat, quod viscosa fluida multo magis resistunt, quam pro ratione suæ densitatis, & velocitate corporis progredientis: nam in ejusmodi fluidis, quæ ad solida accedunt, illud secundum resistantiæ genus est multo majus, quod quidem in solidis usque adeo crescit: quanquam & in iis intrudi per ingentem vim intra massam potest corpus extraneum, ut clavus in murum, vel in metallum, quæ tamen, si fragilia sunt, & sensibilem compressionem non admittant, diffringuntur.

Problemata alia ad resistantiam pertinentia itidem communia huic Theoriæ.

445. Jam vero quæcunque a Newtono primum, tum ab aliis demonstrata sunt de motu corporum, quibus resistitur in variis rationibus velocitatum, ea omnia consentiunt itidem cum mea Theoria, & hujus sunt loci, ac ad illam pertinent Mechanicæ partem, quæ agit de motu solidorum per fluida. Sic etiam determinatio figuræ, cui minimum resistitur, determinatio vis fluidi solidum impellentis directionibus quibuscunque, mensura velocitatis inde oriundæ per corporum objectorum resistantiam observatione definitam, innatio solidorum in fluidis, ac alia ejusmodi, & mihi communia sunt: sed oportet rite distinguere, quæ sunt hypothetica tantummodo, ab iis, quæ habentur reapse in Natura.

Alia pertinentia huic pertractata in parte secunda: discrimen inter elastica, & mollia.

446. Ad fluida, & solida pertinent itidem, quæcunque in parte secunda demonstrata sunt de pressione fluidorum, & velocitate in effluxu, quæcumque de æquilibrio solidorum, de veste, de centro oscillationis, & percussione, quæ quidem in Mechanica pertractari solent. Illud unum addo, ex motu facili particularum fluidi aliarum circa alias, & irregulari earum congestione, facile deduci, debere pressionem propagari quaquaversus. Sed de his jam satis, quæ ad soliditatem, & fluiditatem pertinent: illud vero, quod pertinet ad discrimen inter elastica, & mollia, brevi expediam. Elastica sunt, quæ post mutationem figu-

figuræ redeunt ad formam priorem; mollia, quæ in nova positione perseverant. Id discrimen Theoria exhibet per distantiam, vel propinquitatem limitum, juxta ea, quæ dicta num. 199. Si limites proximi illi, in quo particulæ cohærent, hinc, & inde plurimum ab eo distant, imminuta multum distantia, perstat semper repulsiva vis; aucta distantia, perstat vis attractiva. Quare sive comprimatur plus æquo, sive plus æquo distrahatur massa, ad figuram veterem redit; ubi rediit, excurrit ulterius, donec contraria vi elidatur velocitas concepta, ac oritur tremor, & oscillatio, quæ paulatim minuitur, & extinguitur demum, partim actione externorum corporum, ut per aeris resistentiam sistitur paulatim motus penduli, partim actione particularum minus elasticarum, quæ admiscuntur, & quæ possunt tremorem illum paulatim interrumpere frictione, ac contrariis motibus, & sublapsu, quo suam ipsam dispositionem nonnihil immutent. Si autem limites sint satis proximi; causa externa, quæ in massam comprimit, vel distrahit, posteaquam adduxit particulas ab uno cohæisionis limite ad alium, ibi eas itidem cogit subsistere, quæ ibidem semel constitutæ itidem in æquilibrio sunt, & habetur massa mollis.

447. Quædam elastica fluida non habent particulas positas inter se in limitibus cohæisionis, sed in distantis repulsionum, & quidem ingentium, ut aer: sed vel incumbente pondere, vel parietibus quibusdam impeditur recessus ille, & sunt quodammodo ibidem in statu violento; licet semper puncta singula in æquilibrio sint, oppositis repulsionibus se mutuo elidentibus. Omnia autem & solida, & fluida, quæ videntur nec comprimari, nec ullas habere vires mutuas inter particulas, sed in limitibus esse, adhuc elastica sunt, sive vim repulsivam exercent inter particulas proximas, saltem quæ sensibili gravitate sunt prædita, quæ nimirum vis repulsiva vim gravitatis elidat. Verum ea distantias parum admodum mutant, mutatione, quæ idcirco sensum omnem effugiat; quod accidit in aqua, quæ in fundo putei, & prope superficiem supremam habet eandem ad sensum densitatem, & in metallis, & in marmoribus, & in solidis corporibus passim, quæ pondere majore imposito nihil ad sensum comprimuntur. Sed ea idcirco appellari non solent elastica, & ad ejusmodi appellationem non sufficit vis repulsiva etiam ingens inter particulas proximas: sed etiam requiritur mutatio sensibilis distantia respectu distantia totalis respondens sensibili mutationi virium.

448. Dura corpora in eo sensu, in quo a Physicis duritiei nomen accipitur, ut nimirum figuram nihil prorsus immutent, nulla sunt in mea Theoria, ut & nulla compacta penitus, ac plane solida, quemadmodum diximus etiam num. 266; sed dura vocat vulgus, quæ satis magnam exercent vim, ne figuram mutant, sive elastica sint, sive fragilia, sive mollia. Fragilitas, unde ortum ducat, expositum est paullo superius

Fluida elastica, quorum partes non sunt in limitibus cohæisionis: omnia & solida, & fluida elastica esse, sed non dici, quia sensibilem compressionem non patiuntur.

Dura nulla esse: que dicantur: unde fragilitas, & ductilitas.

perius num. 437, & inde etiam quid ductilitas, ac malleabilitas sit, facile intelligitur. Ductilia nimirum a mollibus non differunt, nisi in majore, vel minore vi, qua figuram tuentur suam: ut enim mollia pressione tenui, & ipsis digitis comprimuntur, vel saltem figuram mutant, sed mutatam retinent, ita ductilia ictu validiore mallei mutant itidem figuram suam veterem, & retinent novam, quam acquirunt.

Superiora omnia profluere ex Theoria: ejus fecunditas: illa omnia a densitate non pendere.

449. Atque hoc demum pacto quæcunque pertinent ad fluidorum, & solidorum diversa genera, nam & elastica, mollia, ductilia, fragilia eodem referuntur, invenimus omnia in illo particularum discrimine orto ex sola diversa combinatione punctorum, quam nobis Theoria rite applicata exhibuit, in quibus omnibus immensa varietas itidem haberi poterit, & debet; si curva primigenia ingentem habeat numerum intersectionum cum axe, & particulæ primi ordinis, ac reliquæ ordinum superiorum dispositiones, quæ in infinitum variari possunt, habuerint plurimas, & admodum diversas inter se, ac eas imprimis, quæ ad hæc ipsa figurarum, & virium discrimina requiruntur. Illud unum hic diligenter notandum est, quod ipsam Theoriam itidem commendat plurimum, hæc proprietates omnes a densitate nihil omnino pendere. Fieri enim potest, uti num. 183 notavimus, ut curva virium primigenia limites, & arcus habeat quocunque ordine in diversis distantibus permixtos quocunque numero, ut validiores, & minus validi, ac ampliores, & minus ampli commisceantur inter se utcunque, adeoque phænomena eadem figurarum, & virium æque inveniri possint, ubi multo plura, & ubi multo pauciora puncta massam constituunt.

Communia quatuor elementa quid sint.

450. Jam vero illa, quæ vulgo elementa appellari solent, Terra, Aqua, Aer, Ignis, nihil aliud mihi sunt, nisi diversa solida, & fluida, ex iisdem homogeneis punctis composita diversimode dispositis, ex quibus deinde permixtis alia adhuc magis composita corpora oriuntur. Et quidem Terra ex particulis constat inter se nulla vi conjunctis, quæ soliditatem aliarum admixtione particularum acquirunt, ut cineres oleorum ope, vel etiam aliqua mutatione dispositionis internæ, ut in vitrificatione evenit, quæ transformationes quo pacto accidant, dicemus postremo loco. Aqua est fluidum liquidum elasticitate carens cadente sub sensum per compressionem sensibilem, licet ingentem exerceant repulsivam vim ejus particulæ, sustinentes vel externæ vis, vel sui ipsius ponderis pressionem sine sensibili distantiarum imminutione. Aer est fluidum elasticum, quem admodum probabile est constare particulis plurimorum generum, cum e plurimis etiam fixis corporibus generetur admodum diversis, ut videbimus, ubi de transformationibus agendum erit, ac propterea continet vapores, & exhalationes plurimas, & heterogenea corpuscula, quæ in eo innatant: sed ejus particulæ satis magna vi se repellunt, & ea

& ea repulsiva particularum vis imminutis distantis diu perdurat, ac pertinet ad spatium, quod habet ingentem rationem ad eam tanto minorem distantiam, ad quam compressione reduci potest, & in qua adhuc ipsa vis crescit, arcu curvæ adhuc recedente ab axe: is vero arcus ad axem ipsum deinde debet ruerè præceps, ut circa proximum limitem adhuc ingentes in eo residuo spatio variationes in arcubus, & limitibus haberi possint, Porro extensionem tantam arcus repulsivi evincit ipsa immanis compressio, ad quam ingenti vi aer compellitur, qui ut habeat compressiones viribus prementibus proportionales, debet, ut monuimus num. 352, habere vires repulsivas reciproce proportionales distantis particularum a se invicem. Is autem etiam in fixum corpus, & solidum transire potest, quod qua ratione fieri possit, dicam itidem, ubi de transformationibus agemus in fine. Ignis etiam est fluidum maxime elasticum, quod violentissimo intestino motu agitur, ac fermentationem excitat, vel etiam in ipsa fermentatione consistit, emittit vero lucem, de quo pariter agemus paullo inferius, ubi de fermentatione, & emissionem vaporum egerimus inter ea, quæ ad Chemicas operationes pertinent, ad quas jam progredior.

451. Chemicarum operationum principia ex eodem deducuntur fonte, nimirum ex illo particularum discrimine, quarum aliæ inter se, & cum quibusdam aliis inertes, alias ad se attrahunt, alias repellunt constanter per satis magnum intervallum, ubi attractio ipsa cum aliis est major, cum aliis minor, aucta vero satis distantia, evadit ad sensum nulla; quarum itidem aliæ respectu aliarum habent ingentem virium alternationem, quam mutato nonnihil textu suo, vel conjunctæ, & permixtæ cum aliis mutare possunt, succedente pro particulis compositis alia virium lege ab ea, quæ in simplicibus observabatur. Hæc omnia si habeantur ob oculos; mihi sane persuasum est, facile inveniri posse in hac ipsa Theoria rationem generalem omnium Chemicarum operationum: nam singulares determinationes effectuum, qui a singulis permixtionibus diversorum corporum, per quas unice omnia præstantur in Chemia, sive resolvantur corpora, sive componantur, requirent intimam cognitionem textus particularum singularum, & dispositionis, quam habent in massis singulis, ac præterea Geometriæ, & Analyseos vim, quæ humanæ mentis captum excedit longissime. Verum illud in genere omnino patet, nullam esse Chemiæ partem, in qua præter inertiam massæ, & specificam gravitatem, alia virium mutuarum genera inter particulas non ubique se prodant, & vel invitis incurrant in oculos, quod quidem vel in sola postrema quæstione Opticæ Newtoni abunde patet, ubi tam multa & attractionum, & vero etiam repulsionum indicia, atque argumenta proferuntur. Omnia etiam genera eorum, quæ ad Chemiæ pertinent, singillatim persequi, infinitum esset: evolvam speciminis loco præcipua quedam.

Chemicarum operationum genera deduci facile ex illo particularum discrimine: singularium effectuum causas singulares non posse cognosci a mente humana.

Quid sint: dissolutio & præcipitatio: prima quomodo fiat, & quæ sit ejus causa.

452. Primo loco se mihi offerunt dissolutio, & ipsi contraria præcipitatio. Immissis in quædam fluida quibusdam solidis, cernimus, mutuuum nexum, qui habebatur inter eorum particulas, dissolvi ita, ut ipsa jam nusquam appareant, quæ tamen ibidem adhuc manere in particulas perquam exiguas redacta, & dispersa, ostendit præcipitatio. Nam immisso alio corpore quodam, decidit ad fundum pulvisculus tenuissimus ejus substantiæ, & quodammodo depluit. Sic metalla in suis quæque menstruis dissolvuntur, tum ope aliarum substantiarum præcipitantur: aurum dissolvit aqua regia, quod immisso etiam communi sale præcipitatur. Rei ideam est admodum facile sibi efformare satis distinctam. Si particulæ solidi, quod dissolvitur, majorem habent attractionem cum particulis aquæ, quam inter se; utique avellentur a massa sua, & singulæ circumquaque acquirunt fluidas particulas, quæ illas ambiunt, uti limatura ferri adhæret magnetibus, ac fient quidam veluti globuli similes illi, quem referret Terra; si ei tanta aquarum copia affunderetur, ut posset totam alte submergere, vel illi, quem refert Terra submersa in aere versus eam gravitante. Si, ut ipsa debet accidere, illa vis attractiva in distantibus paullo majoribus sit insensibilis; ubi jam erit ad illam distantiam saturata eo fluido particula solidi, ulterius fluidum non attrahet, quod idcirco aliis eodem pacto particulis solidi immersi affundetur. Quare dissolvetur solidum ipsum, ac quidam veluti globuli terrulas suas cum ingenti affusa marium vi exhibebunt, quæ terrulæ ob exiguam molem effugient nostros sensus, nec vero decident sustentatæ a vi, quæ illas cum circumfuso mari conjungit: sed globuli illi ipsi constituent quandam veluti continui fluidi massam. Ea est dissolutionis idea.

Quomodo fiat præcipitatio, & quæ sit ejus causa.

453. Quod si jam in ejusmodi fluidum immittatur alia substantia, cujus particulæ particulas fluidi ad se magis attrahant, & fortasse ad majores etiam distantias, quam attrahuntur ab illis; dissolvetur utique hæc secunda substantia, & circa ipsius particulas affundentur particulæ fluidi, quæ prioris solidi particulis adhærebant, ab illis avulsæ, & ipsis ereptæ. Illæ igitur nativo pondere intra fluidum specificè lævius depluent, & habebuntur præcipitatio. Pulvisculus autem ille veterem particularum suarum nexum non acquirat ibi per sese, vel quia & gluten fortasse aliquod admodum tenue, quo connectebantur invicem, dissolutum simul jam deest in superficiebus illis, quarum separatio est facta, vel potius quia, ut ubi per limam, per tunctionem, vel aliis similibus modis solidum in pulverem redactum est, vel utcumque confractum, juxta ea, quæ diximus num. 413, non potest iterum solo accessu, & appensione deveniri ad illos eosdem limites, qui prius habebantur.

Pluviam fortasse esse quoddam præcipitationis genus.

454. Hoc pacto dissolutionis, & præcipitationis acquiritur idea admodum distincta; & fortasse etiam pluvia est quoddam præcipitationis genus, nec provenit e sola unione particu-

ticularum aquæ, quæ prius tantummodo dispersæ temere fuerint, & ob solam tenuitatem suam sustentatæ, ac suspensæ innataverint. Apparet ibi etiam, qua ratione binæ substantiæ commisceri possint, & in unam massam coalescere. Id quidem in fluido commixto cum solido patet ex ipso superiore exemplo solutionis. In binis fluidis facile admodum fit, & si sint ejusdem ad sensum specificæ gravitatis, solo motu, & agitatione impressa fieri quotidie cernimus, ut in aqua, & vino, Sed etiam si sint gravitatum admodum diversarum, attractione particularum unius in particulas alterius fieri potest unius dissolutio in altero, & commixtio. Fieri autem potest, ut ejusmodi commixtione e binis etiam fluidis oriatur solidum, cujusmodi exempla in coagulis cernimus: & in Physica illud quoque observatur quandoque, binas substantias commixtas coalescere in massam unicam minorem mole, quam fuerit prius, cujus phænomeni prima fronte admodum miri in promptu est causa in mea Theoria: cum particulæ, quæ nimirum se immediate non contingebant, aliis interpositis possint accedere ad se magis, quam prius accesserint. Sic si haberetur massa ingens elastrorum e ferro distractorum, quorum singulis inter cuspides adjungerentur globuli magnetici; hac nova accessione materiæ minueretur moles, victa repulsione mutua per attractionem magneticam, qua cuspides elastrorum ad se invicem accederent.

mira phænomena commixtionum quomodo explicentur.

455. Ubi solidum cum solido commiscendum est, ut fiat unica massa, ibi quidem oportet solida ipsa prius contundere, vel etiam dissolvere, ut nimirum exiguæ particulæ seorsim possint ad exiguas alterius solidi accedere, & cum iis conjugi. Id autem fit potissimum per ignem, cujus vehementi agitatione, & vero etiam fortasse actione ingenti mutua inter ejus particulas, & inter quædam peculiaria substantiarum genera, ut olea, & sulphur, quæ ut gluten quoddam conjungebant inter se vel inertes particulas, vel etiam mutua repulsione præditas, dissolvit omnium corporum nexos mutuos, & massas omnes demum, si satis validus sit, cogit liquari, & ad naturam fluidorum accedere. Dissolutarum, ac liquefcentium massarum particulæ commiscuntur, & in unam massam coalescunt: ubi autem sic coaluerunt, possunt iterum sæpe dissimiles separari eadem actione ignis, qui aliquas prius, alias posterius, cogit minore vi abire per evaporationem, & maxime fixas majore vi reddit volatiles. Inæqualibus ejusmodi diversarum substantiarum attractionibus, & inæqualibus adhæsiionibus inter earum particulas, omnis fere nititur ars separandi metalla a terris, cum quibus in sodinis commixta sunt, & alia aliorum ope prius uniendi, tum etiam a se invicem separandi, quæ omnia singillatim persequi infinitum foret. Generalis omnium explicatio facile repetitur ab illa, quam exposui, particularum diversa constitutione, quarum aliæ respectu aliarum inertes sunt, respectu aliarum activitatem habent, sed admodum diversam, tum

Cur ad commixtionem solidorum requiratur contusio: quid ad eam præstet ignis: unde ars separandi metalla.

quod pertinet ad directionem, tum quod ad intensitatem virium.

Liquationem, & volatilizationem fieri posse per agitationem ingentem particularum. Prima quomodo fiat.

456. De Liquatione, & volatilizatione dicam illud tantummodo, eas fieri posse etiam sola ingenti agitatione particularum fluidi cujuscumque tenuissimi, cujus particulae ad solidi, & fixi corporis particulas accedant satis, & inter ipsarum etiam intervalla irrumpant; qui motus intestinus, unde haberi possit, jam exponam, ubi de fermentatione egero, & effervescentia. Nam imprimis ea intestina agitatione induci potest in particulas corporis solidi, & fixi motus quidam circa axes quosdam, qui ubi semel inductus est, jam illae particulae vim exercent circumquaque circa illum axem ad sensum eandem, succedentibus sibi invicem celerrime punctis, & directionibus, in quibus diversae vires exercentur, qui etiam axes si celerrime mutantur, irregulari nimirum impulsu, habebitur in iis particulis id, quod aequivaleat sphaericitati, & homogeneitati particularum, ex qua fluiditatem supra repetivimus, atque hujus ipsius rei exemplum habuimus num. 237 in motu puncti per peripheriam ellipseos, cujus focos bina alia puncta occupent. Haec fluiditas erit violenta, & desinente tanta illa agitatione, ac cessante vi, quae agitationem inducebat, cessabit, ac fluidum etiam sine admixtione novae substantiae poterit evadere solidum. Poterit autem paulatim cessare motus ille rotationis tam per inaequalitatem exiguam, quae semper remanet inter vires in diversis locis particulae diversae, & obsistit semper nonnihil rotationi, quam per ipsam expulsionem illius agitatae substantiae, ut ignis, & per resistantiam circumjacentium.

Alia liquationis ratio per separationem partium heterogenearum.

457. Deinde haberi etiam poterit liquatio per subtractionem heterogenearum, & difformium particularum, quae magis homogeneas, & ad sphaericitatem accedentes particulas alligabant quodammodo impedito motu in gyrum. Id sane videtur accidere in pluribus substantiis, quae quo magis depurantur, & ad homogeneitatem reducuntur, eo minus tenaces evadunt, & viscosae. Sic viscositas est minima in petroleo, major in naphtha, & adhuc major in asphalto, aut bitumine, in quibus substantiis Chemia ostendit, eo majorem haberi viscositatem, quo habetur major compositio.

Quomodo fiat volatilizatio si ratio, & volatilizatio aeris.

458. Quod si priore modo liquatio accidat, & in eo motu particulae a limitibus cohaesionis, in quibus erant, abeant ad distantias paullo majores, in quibus habeatur ingens repulsivus arcus, se repente fugient, quo pacto corpus fixum evadet volatile. Eandem autem volatilitatem acquireret; si particulae quae fixum corpus componebant, erant quidem inter se in distantis repulsionum validissimarum, sed per interjacentes particulas alterius substantiae cohibebatur illa repulsiva vis superata ab attractione, quam exercebat in eas nova intrusa particula: si enim haec agitatione illa excutitur, vel ab alia, quae ipsam attrahat magis, praetervolante ad exiguam distantiam abripiatur;

tur; tum vero repulsiva vis particularum prioris substantiæ reviviscit quodammodo, & agit, ac ipsa substantia evadit volatilis, quæ iterum nova earundem particularum intrusione figuratur. Id sane videtur accidere in aere, qui potest ad fixum redigi corpus, & Halesius demonstravit per experimenta, partem ingentem lapidum, qui in vesica oriuntur, & calculorum in renibus, constare puro aere ad fixitatem reducto, qui deinde potest iterum statum volatilem recuperare: ac halitus inprimis sulphurei, & ipsa respiratio animalium ingentem aeris copiam transfert a statu volatili ad fixum. Ibi non habetur aeris compressio sola facta per cellularum parietes ipsum concludentes; ii enim disrumperentur penitus, cum aer in ejusmodi fixis corporibus reducatur ad molem etiam millicuplo minorem, in quo statu, si integras haberet elasticas vires, omnia sane repagula illa diffringeret. Halesius putat, eum in illo statu amittere elasticitatem suam, quod fieret utique, si particulæ ipsius ad eam inter se distantiam devenirent, in qua jam vis repulsiva nulla sit, sed potius attractiva succedat: sed fieri itidem potest, ut vim quidem repulsivam adhuc ingentem habeant illæ particulæ, sed ab interposita sulphurei halitus particula attrahantur magis, ut paullo ante vidimus in elastris a globulo magnetico cohibitis, & constrictis. Tum quidem elasticitas in aere ad fixitatem reducto maneret tota, sed ejus effectus impediretur a prævalente vi. Atque id quidem animadverti, & monui ante aliquot annos in dissertatione *De Turbine*, in qua omnia turbinis ipsius phænomena ab hac aeris fixationem repetii.

459. Porro agitatio illa particularum in igne, ac in fermentationibus, & effervescentiis, unde oriatur, facile itidem est in mea Theoria exponere. Ut primum crus meæ curvæ mihi impenetrabilitatem exhibuit, postremum gravitatem, interfectiones autem varia cohesionum genera; ita alternatio arcuum jam repulsivorum, jam attractivorum, fermentationes exhibet, & evaporationes variorum generum, ac subitas etiam deflagrationes, & explosiones, illas, quæ occurrunt in Chemia passim, & quam in pulvere pyrio quotidie intuemur. Quæ autem huc ex Mechanica pertinent, jam vidimus num. 199. Dum ad se invicem accedunt puncta cum velocitate aliqua, sub omni arcu attractivo velocitatem augent, sub omni repulsivo minuunt: contra vero dum a se invicem recedunt, sub omni repulsivo augent, sub omni attractivo minuunt, donec in accessu inveniant arcum repulsivum, vel in recessu attractivum satis validum ad omnem velocitatem extinguendam. Ubi eum invenerint, retro cursum reflectunt, & oscillant hinc, & inde, in quo itu, & reditu perturbato, ac celeri, fermentationis habemus ideam satis distinctam.

460. Et in accessu quidem semper devenitur ad arcum repulsivum aliquem parem extinguendæ velocitati cuilibet utcunque

Causa agitationis particularum in igne, fermentationibus, effervescentiis repetita a contorsione curvæ circa axem.

Oscillationes in accessu semper

si a primo cru-
re repulivo pro
recessu bini ca-
su: In primo
eruris attracti-
vi asymptotici
semper sibi re-
cessum etiam.

que magnæ; devenitur enim saltem ad primum asymptoticum crus, quod in infinitum protenditur: at pro recessu duo hic casus occurrunt potissimum considerandi. Vel enim etiam in recessu devenitur ad aliquod crus asymptoticum attractivum cum area infinita, de cujusmodi casibus egimus jam num. 195, vel devenitur ad arcum attractivum recedentem longissime, & continentem aream admodum ingentem, sed finitam. In utroque casu actio punctorum, quæ extra massam sunt sita, aliorum punctorum massæ intestino illo motu agitatae oscillationem augebit, aliorum imminuet, & puncta alia post alia procurrent ulterius versus asymptotum, vel limitem terminantem attractivas vires: quin etiam actiones mutuae punctorum non in directum jacentium in massa multis punctis constante, mutabunt sane singulorum punctorum maximos excursus hinc, & inde, & variabunt plurimum accessus mutuos, ac recessus, qui in duobus punctis solis motum habentibus in recta, quæ illa conjungit, deberent, uti monuimus num. 192, sine externis actionibus esse constantis semper magnitudinis. In accessu tamen in utroque casu ad compenetrationem sane nunquam deveniretur: in recessu vero in primo casu cruris asymptotici, & attractionis in infinitum crescentis cum area curvæ in infinitum aucta, itidem nunquam deveniretur ad distantiam illius asymptoti. Quare in eo primo casu utcunque vehemens esset interna massæ fermentatio, utcunque magnis viribus ab externis punctis in majore distantia sitis perturbaretur eadem massa, ipsius dissolutio per nullam finitam vim, aut velocitatem alteri parti impressam haberi unquam posset.

In secundo ca-
su arcus attra-
ctivi ingentis,
sed finiti egres-
sus partis pun-
ctorum excusso-
rum sine obstac-
lationis sine re-
gressu.

461. At in secundo casu, in quo arcus attractivus ille ultimus ejus spatii ingens esset, sed finitus, posset utique quorundam punctorum in illa agitatione augeri excursus usque ad limitem, post quem limitem succedente repulsione, jam illud punctum a massa illa quodammodo velut avulsam avolaret, & motu accelerato recederet. Si post eum limitem summa area-
rum repulivarum esset major, quam summa attractivarum, donec deveniatur ad arcum illum, qui gravitatem exprimit, in quo vis jam est perquam exigua, & area asymptotica ulterior in infinitum etiam producta, est finita, & exigua; tum vero puncti elapsi recessus ab illa massa nunquam cessaret actione massæ ipsius, sed ipsum punctum pergeret recedere, donec aliorum punctorum ad illam massam non pertinentium viribus sisteretur, vel detorqueretur utcunque. In fortuita autem agitatione interna, ut & in externa perturbatione fortuita, illud accidet, quod in omnibus fortuitis combinationibus accidit, ut numerus casuum cujusdam dati generis in dato ingenti numero casuum æque possibilium dato tempore recurrat ad sensum idem, adeoque effluxus eorum punctorum, si massa perseveret ad sensum eadem, erit dato tempore ad sensum idem, vel, massa multum imminuta, imminuetur in aliqua ratione
mas-

massæ, cum a multitudine punctorum pendeat etiam casuum possibilium multitudo.

462. Hic jam plurima considerari possent, & casuum differentium, ac combinationum numerus in immensum excrescit: sed pauca quædam adnotabimus. Ubi intervallum, quod massam claudit inter limites accessus, & recessus, est aliquanto majus, & posteriorum arearum repulsivarum summa non multum excedit summam attractivarum, fiet paulatim lenta quædam evaporatio: puncta quæ in fortuita agitatione ad eum finem deveniunt, erunt pauca respectu totius massæ, quæ tamen in ingenti massa, & eodem fermentationis statu erunt eodem tempore ad sensum æquali numero, ac, massa imminuta, imminuetur & is numerus, massa autem diu perseverabit ad sensum nihil mutata. Habebitur ibi quædam velut ebullitio, & vaporum quantitas, ac vis in egressu in diversis substantiis variari plurimum poterit, cum pendeat a situ, in quo illa puncta collocata sint intra curvam: nam possunt in aliis substantiis esse citra alios ingentes arcus attractivos, quorum posteriores vel sint prioribus minus validi, vel arcus repulsivos se subsequentes minus validos habeant.

463. Sed si intervallum, quod massam claudit inter limites accessus, & recessus, sit perquam exiguum, arcus attractivus postremus non sit ita validus, & succedat arcus repulsivus validissimus; fieri utique poterit, ut massa, quæ respective quiescebat, adveniente exiguo motu a particulis externis satis proxime accedentibus, ut possint inæqualem motum imprimere punctis particularum massæ, agitatio ejusmodi in ipsa massa oriatur, qua brevissimo tempore puncta omnia transcendant limitem, & cum ingenti repulsiva vi, ac velocitate a se invicem discedant. Id videtur accidere in explosione subita pulveris pyrii, qui plerumque non accenditur contusione sola; sed exigua scintilla accedente distillit fere momento temporis, & tanta vi repulsiva globum e tormento ejicit. Idem apparet in iis phosphoris, quæ deflagrant solo aeris contactu: ac nemo non videt, quanta in iis omnibus haberi possunt discrimina. Possunt nimirum alia facilius, alia difficilius deflagrare, alia ferius, alia citius: potest sine lenta evaporatione solvi tota massa tempore brevissimo: potest, ubi massa fuerit heterogenea, avolare unum substantiæ genus aliis remanentibus, & interea possunt ex iis, quæ remanent, fieri alia mixta admodum diversa a præcedentibus, mutato etiam textu particularum altiorum ordinum per id, quod plures particulæ ordinum inferiorum, quæ pertinebant ad diversas particulas superiorum, coalescant in particulam ordinis superioris novi generis: hinc tam multæ compositiones, & transformationes in Natura, & in Chemia inprimis: hinc tam multa, tam diversa vaporum genera, & in aere elastico a tam diversis corporibus fixis genito tantum discrimen. Patet ubique immensus excursui campus: sed eo relicto pro-

Inle pro diver-
sa arcuum tor-
ma evaporatio
enta.

Vel subita ex-
plosio, & defla-
gratio: ac trans-
formationes va-
riæ, avolante par-
te mixti.

progredior ad alia nonnulla, quæ ad fermentationes, & evaporationes itidem pertinent.

Concretiones
evaporato flui-
do, & certæ
figuræ residui,
ut in salibus.

464. Substantia, quæ fuerat dissoluta, non solum per præcipationem colligitur iterum, ut ubi metalla cadunt suo pondere in tenuem pulvisculum redacta; sed etiam per evaporationem, ut diximus, in salibus, qui evaporato illo fluido, in quo fuerant dissoluti, remanent in fundo. Et quidem sales non remanent sub forma tenuis pulvisculi, particulis minutissimis prorsus inertibus, sed colliguntur in massulas grandiusculas habentes certas figuras, quæ in aliis salibus aliæ sunt, & angulosæ in omnibus, ac in maxime corrosivis horrendum in modum cuspidatæ, ac ferratæ, unde & sapes salium acutiores, & aliquorum ex iis, quæ corrosiva sunt, fibrillarum tenuium in animantibus proscissio, ac destructio organorum necessariorum ad vitam. Quo autem pacto eas potissimum figuras induere possint, id patet ex num. 439, ut & figuræ crystallorum & succorum, ex quibus gemmæ, & duri lapides fiunt, ubi simplices sunt, & suam quique figuram affectant, ac aliorum ejusmodi, quæ post evaporationem concresecunt, haberi utique possunt, ut ibidem ostensum est, per hoc, quod in certis tantummodo lateribus, & punctis particulæ alias particulas positas ad certas distantias attrahant, adeoque sibi adjungant certo illo ordine, qui respondet illis punctis, vel lateribus.

Quomodo pos-
sit fermentatio
cessare.

465. Fermentatio paullatim minuitur, & demum cessat, cujus imminuti motus causas attingi pluribus locis, ut num. 197. Eodem autem pertinet illud etiam, quod innui num. 440. Irregularitas particularum, ex quibus corpora constant, & inæqualitas virium, plurimum confert ad imminuendam, & demum sistendum motum. Ubi nimirum aliquæ particulæ, vel totæ irruerunt in majorum cavitates, vel ubi suos uncus quosdam aliarum uncis, vel foraminibus inseruerunt, explicari non possunt, & sublapsus quidam, & compressiones particularum accidunt in massa temere agitata, quæ motum imminuunt, & ad sensum extinguunt, quo & in molibus sisti motus potest post amissam figuram. Multum itidem potest ad minuendum, ac demum sistendum motum sola asperitas ipsa particularum, ut motus in scabro corpore sistitur per frictionem: multum incurfus in externa puncta, ut aer pendulum sistit: multum particulæ, quæ emittuntur in omnes plagas, ut in evaporatione, vel ubi corpus refrigescit, excussis pluribus igneis particulis, quæ dum evolant actione particularum massæ, ipsis massæ particulis procurrentibus motum in partes contrarias imprimunt, & dum illæ, quæ oscillationem auxerant, aliæ post alias aufugiunt, illæ, quæ remanent, sunt, quæ oscillationes ipsas internis, & externis actionibus minuebant.

Cur quedam
substantiæ fer-

466. Porro non omnes substantiæ cum omnibus fermentant, sed cum quibusdam tantummodo: acida cum alcalinis; & quod

quod quibusdam videtur mirum, sunt quædam, quæ apparent acida respectu unius substantiæ, & alcalina respectu alterius. Ea omnia in mea Theoria facilem admodum explicationem habent: nam vidimus, particulas quasdam respectu quarundam inertes esse, cum quibus commixtæ idcirco non fermentant, respectu aliarum exercere vires varias: adeoque si respectu quarundam habeant pro variis distantis diversas vires, & alternationem satis magnam attractionum, ac repulsionum; statim, ac satis prope ad ipsas accesserint, fermentant. Sic si limatura ferri cum sulphure commisceatur, & inspergatur aqua, oritur aliquanto post ingens fermentatio, quæ & inflammationem parit, ac terræmotuum exhibet imaginem quandam, & vulcanorum. Oportuit ferrum in tenues particulas discerpere, ac ad majorem mixtionem adhuc adhibere aquam.

mentent cum quibusdam, & non cum aliis: cur quæ jam, ut fermentent, debeant contundi.

467. Ignem ego itidem arbitror esse quoddam fermentationis genus, quod acquirat vel potissimum, vel etiam sola sulphurea substantia, cum qua fermentat materia lucis vehementissime, si in satis magna copia collecta sit. Ignem autem voco eum, qui non tantum rarefacit motu suo, sed & calefacit, & lucet, quæ omnia habentur, quando materia illa sulphurea satis fermentescit. Porro ignis comburit, quia in substantiis combustilibus multum adest substantiæ cujusdam, quæ sulphure abundat plurimum, & quæ idcirco sulphurea appellari potest, quæ vel per lucem in satis magna copia collectam, vel per ipsam jam fermentescentem sulphuream substantiam satis prægnantem ipsa lucida materia sibi admotam fermentescit itidem, & dissolvitur, ac avolat. Is ingens motus intestinus particularum excurrentium fit utique per vires mutuas inter particulas, quæ erant in æquilibrio: sed mutatis parum admodum distantis exigui etiam punctorum numeri per exiguum unius scintillæ, vel tenuissimorum radiorum accessum, jam aliæ vires succedunt, & per earum reciprocationem perturbatus punctorum motus, qui cito per totam massam propagatur.

Ignem esse fermentationis genus: quomodo excitetur tanta fermentatio ab exigua scintilla.

468. Imaginem rei admodum vividam habere possumus in sola etiam gravitate. Emergat e mari satis editus mons, per cujus latera dispositæ sint versus fundum ingentes lapidum prægrandium moles, tum quo magis ascenditur, eo minores; donec versus apicem lapilli sint, & in summo monte arenulæ: sint autem omnia fere in æquilibrio pendentia ita, ut vi respectu molis exigua devolvi possint. Si avicula in summo monte commoveat arenulam pede; hæc decidit, & lapillos secum dejicit, qui, dum ruunt, majores lapides secum trahunt, & hi demum ingentes illas moles: fit ruina immanis, & ingens motus, qui, decidentibus in mare omnibus, mare ipsum commovet, ac in eo agitationem ingentem, & undas immanes ciet, motu aquarum vehementissimo diutissime perdurante.

Exemplum aviculæ dimota arenula in summo monte dejicientis lapillos, saxa, rupes, & excitantis in mari subjecto undas immanes.

Avicula

cula æquilibrium arenulæ sustulit vi perquam exigua: reliquos motus gravitas edidit, quæ occasionem agendi est nacta ex illo exiguo motu aviculæ. Hæc imago quædam est virium intestinalium agentium, ubi cum vires crescere possint in immensum, mutata utcunque parum distantia; multo adhuc major effectus haberi potest, quam in casu gravitatis, quæ quidem perseverat eadem, aucta tantummodo velocitate descensus per novas accelerationes.

Quæ careant
penitus mate-
ria sulphurea,
ab igne non de-
bere lædi: hinc
fortasse in ipso
Sole posse ma-
nere substantias
illæsas.

469. Quod si ignis excitatur tantummodo per sulphuræ substantiæ fermentationem; ubi nihil adsit ejus substantiæ, nullus erit metus ab igne. Videmus utique, quo minus ejusmodi substantiæ corpora habeant, eo minus igni obnoxia esse, ut ex amianto & telæ fiant, quæ igne moderato purgantur, non comburuntur. Censeo autem idcirco nostras hæc terrestres substantias ab igne satis intenso dissolvi omnes, & inflammari, quod omnes ejusmodi substantiæ aliquid admixtum habeant, quod neclat etiam inter se plurimas inertes particulas. At si corpora haberentur aliqua, quæ nihil ex ejusmodi substantia haberent admixtum; ea in medio igne vehementissimo illæsa perstarent, nec ullum motum acquirerent, quem nimirum nostra hæc corpora acquirunt ab igne non per incursum, sed per fermentationem ab internis viribus excitatam. Hinc in ipso Sole, & fixis, ubi nostra corpora momento fere temporis conflagrarent, & in vapores abirent tenuissimos, possunt esse corpora ea substantia destituta, quæ vegetent, & vivant sine ulla organici sui textus læsione minima. Videmus certe maculas superficiæ Solis proximas durantes aliquando per menses etiam plures, ubi nostræ nubes, quibus eæ videntur satis analogæ, brevissimo tempore dissipantur.

Exemplum fer-
mentationis,
quam cum ace-
to habent ali-
quæ terræ, aliis
illæsis.

470. Id mirum videbitur homini præjudiciis præoccupato; nec intelliget, qui fieri possit, ut vivat aliquid in Sole ipso, in quo tanto major esse debet vis ustoria, dum hic exiguus radorum solarium numerus majoribus cavis speculis, vel lentibus collectus dissolvit omnia. At ut evidenter pateat, cujusmodi præjudicium id sit; fingamus nostra corpora compacta esse ex illis terris, quas bolos vocant, quæ a diversis aquis mineralibus deponuntur, & quæ cum acidis fermentant, ac omnia corpora, quæ habemus præ manibus, vel ex eadem esse terra, vel plurimum ex ea habere admixtum. Acetum nobis haberetur loco ignis: quæcunque corpora in acetum deciderent, ingenti motu excitato dissolverentur citissime, & si manum immitteremus in acetum; ea ipsa per fermentationem exortam amissa, protinus horrore concuteremur ad solam aceti viciniam, & eodem modo videretur nobis absurdum quoddam, ubi audiremus, esse substantias, quæ acetum non metuant, & in eo diu perstare possint sine minimo motu, atque sui textus læsione, quo vulgus rem prorsus absurdam censebit, si audiat, in medio igne, in ipso Sole, posse haberi corpora, quæ
nul-

nullam inde læsionem accipiant, sed pacatissime quiescant, & vegetent, ac vivant.

471. Hæc quidem de igne; jam aliquid de luce, quam ignis emittit, & quæ satis collecta ipsum excitat. Ipsa lux potest esse effluviū quoddam tenuissimum, & quasi vapor fermentatione ignea vehementi excussus. Et sane validissima, meo quidem iudicio, argumenta sunt, contra omnes alias hypothesēs, ut contra undas, per quas olim phænomena lucis explicare conatus est Hugenus, quam sententiam diu conspultam iterum excitare conati sunt nuper summi nostri ævi Geometræ, sed meo quidem iudicio sine successu (r): nam explicarunt illi quidem, & satis ægre, paucas admodum luminis proprietates, aliis intactis prorsus, quas sane per eam hypothesim nullo pacto explicari posse censeo, & quarum aliquas ipsi arbitror omnino opponi: sed eam sententiam impugnare non est huius loci, quod quidem alibi jam præstiti non semel. Mirum sane, quam egregie in effluviū emanantium sententia ex mea Theoria profluant omnes tam variæ lucis proprietates, quam explicationem fuscè persecutus sum in secunda parte dissertationis *De Lumine*: præcipua capita hic attingam; interea illud innuam, videri admodum rationi consentaneam ejusmodi sententiam materiæ effluentis, vel ex eo, quod in ingenti agitatione, quam habet ignis, debet utique juxta id, quod vidimus num. 195, evolare copia quædam particularum, ut in ebullitionibus, effervescentiis, fermentationibus passim evaporationes habentur.

De lumine: sententiam de emissionē luminis præferendam omnino undis fluidi elastici.

472. Præcipuæ proprietates luminis sunt ejus emissio constans, & ab æquali massa, ut ab eodem Sole, ab ejusdem candelæ flamma, ad sensum eadem intensitate: immanis velocitas, nam semidiametrorum terrestrium 20 millia, quanta est circiter Solis a Terra distantia, percurrit semiquadrante horæ: velocitatum discrimen exiguum in diversis radiis, nam celeritatis discrimen in radiis homogeneis vix ullum esse, si quod est, colligitur e pluribus indiciis: propagatio rectilinea per medium diaphanum ejusdem densitatis ubique cum impedimento progressus per media opaca, sine ullo impedimento sensibili ex impactu in se invicem radiorum tot diversas directiones habentium, aut in partes internas diaphanorum corporum utcunque densorum: reflexio partis luminis ad angulos æquales in mutatione medii, parte, quæ reflectitur, eo majore respectu luminis, quo obliquitas incidentiæ est major; refractio alterius partis in eadem mutatione cum lege constantis rationis inter sinum incidentiæ, & sinum anguli refracti; quæ ratio

Proprietates luminis, quarum reddenda est ratio.

E e in di-

(r) Cum hæc scriberem, nondum prodierant Opera Taurinensis Academiæ: nec vero huc usque, dum hoc Opus reimprimitur, adhuc videre potui, quæ Geometra maximus La Grange hoc in genere protulit.

in diversis coloratis radiis diversa est, in quo stat diversa diverforum coloratorum radiorum refrangibilitas: dispersio & in reflexione, & in refractione exiguae partis luminis cum directionibus quibuscunque quaquaversus: alternatio binarum dispositionum in quovis radio, in quarum altera facilius reflectatur, & in altera facilius transmittatur lux delata ad superficiem dirimentem duo media heterogenea, quas Newtonus vocat vices facilioris reflexionis, & facilioris transmissus, cum intervallis vicium, post quae nimirum dispositiones maxime faventes reflexioni, vel refractioni redeunt, æqualibus in eodem radio ingresso in idem medium, & diversis in diversis coloratis radiis, in diversis mediorum densitatibus, & in diversis inclinationibus, in quibus radius ingreditur, ex quibus vicibus, & earum intervallis diversis in diversis coloratis radiis pendunt omnia phaenomena laminarum tenuium, & naturalium colorum tam permanantium, quam variabilium, uti & crassarum laminarum colores, quae omnia satis luculenter exposuit in celebri dissertatione *De Lumine* P. Carolus Benvenuti e Soc. nostra Scriptor accuratissimus: ac demum illa, quam vocant diffractionem, qua radii in transitu prope corporum acies inflectuntur, & qui diversum colorem, ac diversam refrangibilitatem habent, in angulis diversis.

Emissio quomodo fiat: qui fiat, ut quaedam simul citissime dissolvatur, dum lumen emittunt, ut ignis subitus, quoddam, ut Sol, diutissime persistent sine sensibili iactura.

473. Quod pertinet ad emissionem, jam est expositum num. 199, & num. 461; ubi etiam ostensum est illud, manente eadem massa, quae emittit effluvia, ipsorum multitudinem dato tempore esse ad sensum eandem. Porro fieri potest, ut massa, quae lumen emittit, penitus dissolvatur, ut in ignibus subitis accidit, & fieri potest, ut perseveret diutissime. Id potissimum pendet a magnitudine intervalli, in quo fit oscillatio fermentationis, & a natura arcus attractivi terminantis id intervallum juxta num. 195. Quin immo si Auctor Naturae voluit massam vehementissima etiam fermentatione agitatum prorsus indissolubilem quacunque finita velocitate, potuit facile id prestare juxta num. 460 per alios asymptoticos arcus cum arcibus infinitis, intra quorum limites sit massa fermentescens; quorum ope ea colligari potest ita, ut dissolvi omnino nequeat, ponendo deinde materiam luminis emittendi ultra intervallum earum asymptotorum respectu particularum ejus massae, & citra arcum attractivum ingentis areae, sed non infinitae, ex quo aliae lucidae particulae evolare possint post alias. Nec illud, quod vulgo objici solet, tanta luminis effusione debere multum imminui massam Solis, habet ullam difficultatem, posita illa componibilitate in infinitum, & illa solutione problematis, quae habetur num. 395. Potest enim in spatiolo utcunque exiguo haberi numerus utcunque ingens punctorum, & omnis massa luminis, quae diffusa tam immanem molem occupat, potest in Sole, vel prope Solem occupavisse spatiolum, quantum libuerit, parvum, ut idcirco Sol post quocunque sa-

culorum millia ne latum quidem unguem decreascat. Id pendet a ratione densitatis luminis ad densitatem Solis, quæ ratio potest esse utrunque parva: & quidem pro immensa luminis tenuitate sunt argumenta admodum valida, quorum aliqua proferam infra.

474. Celeritas utrunque magna haberi potest ab arcibus repulsivis satis validis, qui occurrant post extremum limitem oscillationis terminatæ ab arcu ingenti attractivo juxta num. 194: nam si inde evadat particula cum velocitate nulla; quadratum velocitatis totius definitur ab excessu arearum omnium repulsivarum supra omnes attractivas juxta num. 178, qui excessus cum possit esse utrunque magnus; ejusmodi celeritas potest itidem esse utrunque magna. Verum celeritatis discrimen in particulis homogeneis erit prorsus insensibile, quia particulæ luminis ejusdem generis ad finem oscillationis advenient cum velocitatibus fere nullis: nam eæ, quæ juxta Theoriam expositam num. 195. paulatim augent oscillationem suam, demum adveniunt ad limitem cohibentem massam, & avolant; quo si tum, cum avolant, advenirent cum ingenti velocitate, advenissent utique eodem, & effugissent in oscillatione præcedenti. Demonstravimus autem ibidem, exiguum discrimen velocitatis in ingressu spatii, in quo datæ vires perpetuo accelerant motum, & generant velocitatem ingentem, inducere discrimen velocitatis genitæ perquam exiguum etiam respectu illius exigui discriminis velocitatis initialis, quod demonstravimus ibi ratione petita a natura quadrati quantitatis ingentis conjuncti cum quadrato quantitatis multo minoris, quod quantitatem exhibet a priori illa differentem multo minus, quam sit quantitas illa parva, cujus quadratum conjungitur. Discrimen aliquod sensibile haberi poterit; si qua effugiunt, non sint puncta simplicia, sed particulæ non nihil inter se diversæ: nam curva virium, qua massa tota agit in ejusmodi particulas, potest esse nonnihil diversa pro illis diversis particulis, adeoque excessus summæ arearum repulsivarum supra summam attractivarum potest esse nonnihil diversus, & quadratum velocitatis ipsi respondens nonnihil itidem diversum. Hoc pacto particulæ luminis homogeneæ habebunt velocitatem ad sensum prorsus æqualem: particulæ heterogeneæ poterunt habere nonnihil diversam, uti ex observatione phænomenorum videtur omnino colligi. Illud unum hac in re notandum superest, quod curva virium, qua massa tota agit in particulam positam iam ultra terminum oscillationum, mutatis per oscillationem ipsam punctis massæ, mutabitur nonnihil: sed quoniam in fortuita ingenti agitatione massæ totius celerrime succedunt omnes diversæ positiones punctorum; summa omnium erit ad sensum eadem, potissimum pro particula diutius hærente in illo initio suæ fugæ, ad quod advenit, uti diximus, cum velocitate perquam exigua, ut idcirco homogenearum particularum velocitas,

Unde tanta
velocitas: cum
velocitatis dis-
crimen exiguum,
& in radi-
is homogeneis
multo minus.

ubi jam deventum fuerit ad arcum gravitatis, & vires exiguas, debeat esse ad sensum eadem, & discrimen aliquod haberi possit tantummodo in heterogeneis particulis a diverso earum textu. Patet igitur, unde celeritas ingens provenire possit, & si quod est celeritatis discrimen exiguum.

Unde propagatio rectilinea: incursum immediatum punctorum lucis, in puncta medii nullum haberi virium in medio homogeneo exigam inaequalitatem eludi a tenuitate, & celeritate luminis.

475. Quod pertinet ad propagationem rectilineam per medium homogeneum diaphanum, & ad motum liberum sine ullo impedimento a particulis ipsius luminis, vel medii diaphani, id in mea Theoria admodum facile exponitur, quod in aliis ingentem difficultatem parit. Et quidem quod pertinet ad impedimenta, si curva virium nullum habeat arcum asymptoticum perpendicularem axi præter primum; ostensum est num. 362, sola satis magna velocitate obtineri posse apparentem compenetrationem duarum substantiarum, quam tenuitas, & homogeneitas spatii, per quod transitur, plurimum juvat. Quoniam respectu punctorum materiae prorsus indivisibilium, & inextensorum infinities infinita sunt puncta spatii existentia in eodem plano; infinities infinite est improbabilis pro quovis momento temporis directio motus puncti materiae cujusvis accurate versus aliud punctum materiae, ac improbabilitas pro summa momentorum omnium contentorum dato quovis tempore utcumque longo evadit adhuc infinita. Ingens quidem est numerus punctorum lucis, & propemodum immensus, sed in mea Theoria utique finitus. Ea puncta quovis momento temporis directiones motuum habent numero propemodum immenso, sed in mea Theoria finito. Verum quidem est, ubicunque oculus collocetur in immensa propemodum superficie sphaerae circa unam fixam remotissimam descripta, immo intra ipsam sphaeram, videri fixam, & proinde aliquam luminis particulam afficere nostrum oculum: sed id fit in mea Theoria non quia accurate in omnibus absolute infinitis directionibus adveniant radii, sed quod pupilla, & fibrae oculorum non unicum punctum sunt, & vires punctorum particulae luminis agunt ad aliquod intervallum. Hinc quovis utcumque longo tempore nullus debet accidere casus in mea Theoria, in quo punctum aliquod luminis directe tendat contra aliquod aliud punctum vel luminis, vel substantiae cujusvis, ut in ipsum debeat incurrere. Quamobrem per incursum, & immediatum impactum nullum punctum luminis aut sistet motum suum, aut defleget.

Si satis magnam velocitatem habeant, quaevis, solida etiam, transiuntura trans alia solida sine ulla motuum perturbatione.

476. Id quidem commune est omnibus corporibus, quae corpora inter se congregiuntur. Ea nullum habent in mea Theoria punctum immediatum incurrens in aliud punctum; quam ob causam & illud ibidem dixi, si nullae vires mutuae adessent, debere utique haberi apparentem quandam compenetrationem omnium massarum: sed adhuc vel ex hoc solo capite veram compenetrationem haberi nunquam omnino posse. Vires igitur, quae ad aliquam distantiam protenduntur, impediunt

pediunt progressum. Eæ vires si circumquaque essent semper æquales; nullum impedimentum haberet motus, qui vi inertia deberet esse rectilineus. Quare sola differentia virium agentium in punctum mobile obstare potest. At si nulla occurrat infinita vis arcus asymptotici cuiuspiam post primum; vires omnes finitæ sunt, adeoque & differentia virium secundum diversas directiones agentium finita est semper. Igitur utcumque ea sit magna, ipsam finita quædam velocitas elidere potest, quin permittat ullam retardationem, accelerationem, deviationem, quæ ad datam quampiam utcumque parvam magnitudinem affurgat: nam vires indigent tempore ad producendam novam velocitatem, quæ semper proportionalis est tempori, & vi. Hinc si satis magna velocitas haberetur; quævis substantia trans aliam quanvis libere permearet sine ullo sensibili obstaculo, & sine ulla sensibili mutatione dispositionis priorum punctorum, & sine ulla jactura nexus mutui inter ipsa puncta, & cohesionis, quod ibidem illustravi exemplo ferrei globuli inter magnetes dispersos cum satis magna velocitate libere permeantis, ubi etiam illud vidimus, in hoc casu virium ubique finitarum impenetrabilitatis ideam, quam habemus, nos debere soli mediocritati nostrarum velocitatum, & virium, quarum ope non possumus imprimere satis magnam velocitatem, & libere trans murorum septa, & trans oclusas portas pervadere.

477. Id quidem ita se habet, si nullæ præter primam asymptoti habeantur, quæ vires absolute infinitas inducant: nam si per ejusmodi asymptoticos arcus particule fiant & indissolubiles, & prorsus impenetrabiles juxta num. 362; tum vero nulla utcumque magna velocitate posset una particula alteram transvolare, & res eodem recideret, quo in communi sententia de continua extensione materiae. Tum nimirum oporteret lucis particulas minuere, non quidem in infinitum (quod ego absolute impossibile arbitror, quemadmodum & quantitates, quæ revera infinite parvæ sint in se ipsis tales, ac independentes ab omni nostro cogitandi modo determinatæ: nec vero earum usquam habetur necessitas in Natura) sed ita, ut adhuc incursus unius particule in aliam pro quovis finito tempore sit, quantum libuerit, improbabilis, quod per finitas utique magnitudines præstari potest. Si enim concipiatur planum per lucis particulam quancunque ductum, & cum ea procedens; eorum planorum numerus dato quovis finito tempore utcumque longo erit utique finitus; si particule inter se distent quovis utcumque exiguo intervallo, quarum idcirco finito quovis tempore non nisi finitum numerum emittet massa utcumque lucida. Porro quodvis ex ejusmodi planis ad medias, quæ latissimæ sunt, alias particulas luminis inter se distantes finito numero vicium appellet utique intra finitum quodvis tempus, cum id per intervalla finita tantummodo debeat accidere, & sum-

Si per asymptoticos arcus particule essent prorsus impenetrabiles, tum recurrentium ad molent immutatam quantum oportet.

& summa ejusmodi accessuum pertinentium ad omnia plana particularum numero finitarum finita erit itidem, utcumque magna. Licebit autem ita particularum diametros maximas imminuere, ut spatium plani ad datam quamvis distantiam protensi circumquaque utcumque etiam exiguam, habeat ad sectionem maximam particulæ rationem, quantum libuerit, majorem illa, quam exprimit ille ingens, sed finitus accessuum numerus: ac idcirco numerus directionum, per quas possint transire omnia illa plana ad omnes particulas pertinentia sine incurfu in ullam particulam, erit numero earum, per quas fieri possit incurfus, major in ratione ingenti, quantum libuerit; etiam si cum ea lege progredi deberent, ut altera non deberet transire in majore distantia ab altera, quam sit intervallum illud determinans exiguum illud spatium, ad quod assumpta est particularum sectio minor in ratione, quantum libuerit, magna. Infinito nusquam opus erit in Natura, & series finitorum, quæ in infinitum progreditur, semper aliquod finitum nobis offert ita magnum, vel parvum, ut ad physicos usus quoscunque sufficiat.

*Asymptoticis
his curvis nul-
lum esse opus:
ea potius exclu-
denda: quam
bene omnia ex-
plicentur sine
ipsis.*

478. Quod de particulis inter se collatis est dictum, idem locum habet & in particulis respectu corporum quoruncunque, potissimum si corpora juxta meam Theoriam constituta sint particulis distantibus a se invicem, & non continuo nexu colligatis, sive extensionis vere continuæ illius veli, aut muri continuam infinitam obijcientis resistantiam, de quo egimus num. 362, & 363. Verum ejusmodi asymptoticorum arcuum nulla mihi est necessitas in mea Theoria, & hic itidem per nexus, ac vires limitum ingentis, quantum libuerit, quanquam non etiam infiniti valoris, omnia præstari possunt in Natura: & si principio inductionis inhærere libeat; debemus potius arbitrari, nullos esse alios ejusmodi asymptoticos arcus in curva, quam Natura adhibet: cum in ingenti intervallo a fixis ad particulas minimas, quas intueri per microscopia possumus, nullus ejusmodi nexus occurrat, quod indicat motus continuus particularum luminis per omnes ejusmodi tractus; nisi forte primus ille repulsivus, & postremus ejus naturæ arcus, ad gravitatem pertinens, indicio sint, esse & alios alibi in distantis, quæ citra microscopiorum, vel ultra telescopiorum potestatem contrahuntur, vel protenduntur. Ceterum si vires omnes finitæ sint, & puncta materiæ juxta meam Theoriam simplicia penitus, & inextensa; multo sane facilius concipitur, qui fiat, ut habeatur hæc apparens compenetratio sine ullo incurfu, & sine ulla dissolutione particularum cum transitu aliarum per alias.

*Quomodo rem
consciant velo-
citas satis ma-
gna, & æqua-
litas sensibilis
virium circum-*

479. Porro duo sunt, quorum singula rem præstare possunt, velocitas satis magna, quæ nimirum utcumque magnam virium inæqualitatem potest eludere, & virium circumquaque positarum æqualitas, quæ differentiam relinquat omnino nullam. Differentia nunquam sane habebitur omnino nulla, ubi

pun-

punctum materiæ prætervolet per quandam punctorum veluti silvam, quorum alia ab aliis distent: necessario enim mutabit distantiam ab iis, a quibus minimum distat, jam accedens non nihil, jam recedens. Verum ubi distributio particularum ad æqualitatem quandam multum accesserit, inæqualitas virium erit perquam exigua; si omnium virium habeatur ratio, quas exercent omnia puncta disposita circa id punctum ad interval- lum, ad quod satis sensibiles meæ curvæ vires protenduntur. Concipiamus enim spheram quandam, quæ habeat pro semi- diametro illam distantiam, ad quam protenduntur flexus cur- væ virium primigeniæ, sive ad quam vires singulorum puncto- rum satis sensibiles pertingunt. Si medium satis ad homoge- neitatem accedat; secta illa spheræ in duas partes utcunque per centrum, in utraque numerus punctorum materiæ erit quam- proxime idem, & summa virium quam proxime eadem, se compensantibus omnibus exiguis inæqualitatibus in tanta mul- titudine, quod in omnibus fit satis numerosis fortuitis combi- nationibus: adeoque sine ullo sensibili impedimento, sine in- genti flexione progredietur punctum quodcumque motu vel re- ctilineo, vel tremulo quidem nonnihil, sed parum admodum, & ad sensum æque in omnem plagam.

480. Quod si accedat ingens velocitas; multo adhuc minor erit inæqualitatum effectus, tum quod multo minus habebunt temporis vires, ut agant, tum quod in ipso continuato pro- gressu inæqualitates jam in unam plagam prævalebunt, jam in aliam, quibus sibi mutuo celerrime succedentibus, magis ad- huc uniformis, & rectilineus erit progressus. Sic ubi turbo ligneus gyrat celerrime circa verticalem axem cuspide tenuis- sima innixum solo, stat utique, inæqualitate ponderis, quæ ad casum determinat, jam ad aliam plagam jacente, & totam inclinante molem, jam ad aliam, qui, celeritate motus cir- cularis imminuta, decidit inclinatus, quo exigit præponde- rantia.

481. Quod autem homogeneitas medii, & velocitas præstant simul, id adhuc auget multo magis is nexus, qui est inter materiæ puncta particulam componentia, & æquali ad sensum velocitate delata, qui mutuis viribus cum accessum ad se in- vicem punctorum particulam componentium, & recessum im- pediat, cogit totam particulam simul trepidare eo solo motu, quem inducit summa inæqualitatum pertinentium ad puncta omnia, quæ summa adhuc magis ad æqualitatem accedit: nam in fortuitis, & temere hac, illac dispersis, vel concurrentibus casu circumstantiis, quo major numerus accipitur, eo inæqua- litatum irregularium summa decrefcit magis.

482. Demum raritas medii ad id ipsum confert adhuc ma- gis: quo enim major est raritas, eo minor occurrit puncto- rum numerus intra illam spheram, adeoque eo minor virium componendarum multitudo, & inæqualitas adhuc multo mi- nor.

quæque. Quo-
modo hæc in
homogeneo me-
dio habeatur.

Quomodo
ingens velocitas
exiguam inæ-
qualitatem elu-
dat: exemplum
in turbine li-
gneo non ca-
dente.

Accedere ne-
xus inter pun-
cta particulæ:
quid is præstet.

Raritatem plu-
rimum prodes-
se: omnes eas
quatuor causas
habere locum

in lumine non turbato a radiis alia directione delatis quæquaversum prioribus tres in mediis densioribus pellucidis.

nor. Porro omnes hæ quatuor causæ æqualitatis concurrunt, ubi agitur de radiis collatis cum aliis radiis: homogeneitas, nam lumen a dato puncto progrediens suam densitatem immittit in ratione reciproca duplicata distantiarum a puncto radiante, adeoque in tam exiguo circumquaque circa quodvis punctum intervallo, quantum est id, ad quod virium actio sensibilis protenditur, ad homogeneitatem accedit in immensum: celeritas, quæ tanta est, ut singulis arteriæ pulsibus quævis luminis particula fere bis centum millia Romanorum milliariorum percurrat: nexus particularum mutuus, nam ipsæ luminis particule ad diversos coloratos radios pertinentes habent perennes proprietates suas, quas constanter servant, ut certum refrangibilitatis gradum, & potentiam certo impulsu agitandi oculorum fibras, per quam certam certi coloris sensationem eliciant: ac demum tenuitas immanis, qua opus est ad tantam diffusionem, & tam perennem effluxum sine ulla sensibili imminutione solaris massæ, & cujus indicium aliquod proferam paulo inferius. Ubi vero agitur de lumine comparato cum substantiis pellucidis, per quas pervadit, priora illa tria tantummodo locum habent respectu particularum luminis, & omnia quatuor respectu particularum pellucidi corporis, quarum nexus non dissolvitur, nec positio turbatur quidquam ab intervolutibus radiorum particulis. Quamobrem errat, qui putat, mea indivisibilia puncta prædita insuperabili potentia repulsiva pertingente ad finitam distantiam esse tam subiecta collisionibus, quam sunt particule finitæ magnitudinis, & idcirco nulli adminiculo esse pro comprehendenda mutua lucis penetratione; nam sine cruribus illis asymptoticis posterioribus meæ vires repulsivæ non sunt insuperabiles, nisi ubi puncta congregari debeant in recta, quæ illa jungit, qui casus in Natura nusquam occurrit.

Pelluciditatem oriri a sola homogeneitate: solam heterogeneitatem impedire posse progressum per inæqualitatem virium.

483. Et vero sola homogeneitas pelluciditatem parit, uti jam olim notavit Newtonus, nec opacitas oritur ab impactu in partes corporum solidas, & a defectu pororum jacentium in directum, uti alii ante ipsum plures censuerant, sed ab inæquali textu particularum heterogenearum, quarum aliæ aliis minus densis, vel etiam penitus vacuis amplioribus spatiolis intermixtæ satis magnam inducunt inæqualitatem virium, qua lumen in omnes partes detorquent, ac distrahunt flexu multiplici, & ambagibus per internos meatus continuis, quibus fit, ut si paulo crassior occurrat massa corporis ex heterogeneis particulis coalescentis, nullus radius rectilineo motu totam pervadat massam ipsam, quod nimirum ad pelluciditatem requiritur. Indicia rei habemus quamplurima præter ipsam omnem superiorem Theoriam, quæ rem sola evinceret; cum nimirum sine inæqualitate virium nullum haberi possit libero rectilineo progressui impedimentum. Id sane colligitur ex eo, quod omnium corporum tenuiores laminæ pellucidæ sunt, uti norunt, qui microscopiis tractandis assueverunt: id evin-

evincunt illæ substantiæ, quæ aliarum poris injectæ easdem ex opacis pellucas reddunt, ut charta oleo imbuta fit pellucida, supplente aerem ipso oleo, cum quo multo minus inæqualiter in lumen agunt particule chartæ, quam agerent soli aeri, vel vacuo spatio intermixtæ. Rem autem oculis subjicit vitrum contusum in minores particulas, quod sola irregularitate figuræ particularum temere ex contusione nascentium, & aeris intermixti inæqualitate fit opacum per multiplicationem reflexionum, & refractionum irregularium: nec aliam ob causam aqua in glaciem bullis continuis interruptam abiens pelluciditatem amittit, ut & alia corpora sane multa, quæ, dum concrefcunt vacuolis interrupta, illico opaca fiunt.

484. Quamobrem nec reflexio inde ortum ducit, sed habetur etiam in pellucidis corporibus ex inæqualitate virium seu repellentium, seu attrahentium, uti in Optica sua Newtonus tam multis notissimis argumentis demonstravit, quorum unum est illud ipsum ex asperitate superficiæ cujuscunque cujusvis corporis, utcunque nobis, nudo potissimum inspectantibus oculo, lævis appareat, & perpolita, quod num. 299 exposuimus; & ex eadem causa oritur etiam refractionis. Si velocitas luminis esset satis magna; impediret etiam hujusce inæqualitatis effectum, qui provenit a diversa mediorum constitutione: sed ex ipsis reflexionibus, & refractionibus in mutatione medii, conjunctis cum propagatione rectilinea per medium homogeneum, patet, celeritatem illam tantam luminis satis esse magnam ad eludendam illam inæqualitatem tanto minorem, quæ habetur in mediis homogeneis, non illam tanto majorem, quæ oritur a mediorum discrimine. Quod vero ad refractionis explicationem ex Mechanica requiritur, exposuimus a num. 302, ubi adhibuimus principium illud virium inter duo plana parallela agentium æque in distantis æqualibus ab eorum utroque, cujus explicationem ad luminis particulas jam expediemus.

Reflexionem non oriri ab impactu, sed ab inæqualitate virium in mutatione medii: ubi pro refractionis explicatione præmissa principia.

485. Concipiatur (*f*) illa spherula, cujus semidiameter

Ff

æqua-

Consideratio

(*f*) Refert MN in fig. 70 superficiem dirimentem duo media, GE viam radii advenientis, H particulam luminis; HE celeritatem ejus absolutam, HS parallelam, SE perpendiculararem, que est eo minor, quo radius incidit magis obliquus: abc est spherula, intra quam habetur actio sensibilis in particulam H, quæ est adhuc tota in priore medio: X, X, X sunt loca plura particule progredientis inter plana AB, CD parallela superficiæ MN, sita ad distantiam ab ea æqualem semidiametro spherule Hc. Particula sita inter illa plana ubicunque, ut in X, ea spherula habebit suum segmentum FRL ultra superficiem MN: sit ejus axis RT, & eodem axe segmentum QTZ priori æquale, ac m n planum per centrum parallelum MN. Segmenta mFLn, mQZn ejusdem medii agent equaliter. Segmenta FRL, QTZ inæqualiter, sed eorum vires dirigentur per axem TR in alteram e binis plagis oppositis; adeoque & differentia virium dirigetur per eundem, qui quidem perpendicularis est utique planis AB, CD. Ea actione via incurva radii sinuatur per XXX. Prout vis diri-

Fig. 70.

sphæra, in quam
extenditur vis
invisibilis agens
in lumen: inde
vis inter bina
plana parallela
superficie ei diri-
menti media;
inter quæ vis
agit.

æquatur distantia illi, ad quam agunt actione satis sensibili particulae corporum in lucis particulam, quæ cum lucis particula progrediatur simul. Donec ipsa sphæricula est in aliquo homogeneo medio tota, vires in particulam circumquaque æquales erunt ad sensum, & cum nullus habeatur immediatus incurfus, motus inertia vi factus erit ad sensum rectilineus, & uniformis. Ubi illa sphæricula aliquod aliud ingressa fuerit diversæ naturæ medium, cujus eadem moles exercent in particulas luminis vim diversam a prioris medi vi; jam illa pars novi medi, quæ intra sphæriculam immersa erit, non exercent in ipsam particulam vim æqualem illi, quam exeret pars sphæriculæ ipsi respondens ex altera centri parte, & facile patet, differentiam virium debere dirigi per axem perpendicularem illis segmentis sphæriculæ, per quem singulæ utriusque segmenti vires diriguntur, nimirum perpendiculariter ad superficiem dirimentem duo media, quæ illud prius segmentum terminat: & quoniam ubicunque particula sit in æquali distantia a superficie, illud segmentum erit magnitudinis ejusdem; vis motum perturbans in illidem a superficie illa distantia eadem erit. Durabit autem ejusmodi vis, donec ipsa sphæricula tota intra novum medium immergatur. Incipiet autem immergi ipsa sphæricula in novum medium, ubi particula advenerit ad distantiam ab ipsius superficie æqualem radio sphæriculæ, & immergetur tota, ubi ipsa particula jam immersa fuerit, ac ad distantiam eandem processerit. Quare si concipiatur duo plana parallela ipsi superficiem dirimenti media, quæ superficies in exiguo tractu habetur pro plana, ad distantias citra, & ultra ipsam æquales radio illius sphæriculæ, sive intervallo actionis sensibilis; particula constituta inter illa plana habebit vim secundum directionem perpendicularem ipsis planis, quæ in data distantia ab eorum altero utrovis æqualis erit.

Tres casus, qui
exhibent reflexionem, vel refractionem cum recessu a perpendiculari, vel ipsam refractionem cum accessu.

486. Porro id ipsum est id, quod assumpsimus num. 302, & unde derivavimus reflexionis, ac refractionis legem: nimirum si concipiatur ejusmodi vis resoluta in duas, alteram parallelam iis planis, alteram perpendicularem: illa vis potest

getur versus CD, vel versus AB, curva erit curva versus easdem, & in mutatione directionis vis ipsa mutabitur sicut curva. Si autem curva evaserit alicubi parallela plano AB, fiet: cursus retro; nisi id accidat accurate in sua vi = 2, qui casus est in seorsum improbabilis. Id accidit in aliis radiis citius, in aliis fortius, pro diversa absoluta celeritate radii, pro diversa inclinatione incidentiæ, & pro diversa natura, vel constitutione particule, adveniens autem particula per QXIK, alii per QXXI'K, alii per QXXXI'K. Porro perquam exiguum discrimen in vi, vel celeritate, potest curvam unam aliquam in loco a positione proxima parallelismam ad ipsam parallelismam mutare, quo loco superato adhuc summa actionum usque ad O potest esse ad sensum eadem. Reliqua sunt hoc, ut num. 306.

est perpendicularem velocitatem vel extinguere totam ante, quam deveniatur ad planum ulterius, vel imminuere, vel augere. In primo casu debet particula retro regredi, & describere curvam similem illi, quam descripsit usque ad ejusmodi extinctionem, recuperando iidem viribus in regressu, quod amiserat in progressu, adeoque debet egredi in angulo reflexionis æquali angulo incidentiæ: in secundo casu habetur refractione cum recessu a perpendiculo, in tertio refractione cum accessu ad ipsum, & in utrolibet casu, quæcunque fuerit inclinatio in ingressu, debet differentia quadratorum velocitatis perpendicularis in ingressu, & egressu esse constantis cujusdam magnitudinis ex principio mechanico demonstrato num. 176 in adn. & inde num. 305 est erutum illud, sinum anguli incidentiæ ad sinum anguli refracti debere esse in constanti ratione, quæ est celeberrima lucis proprietas, cui tota innititur Dioptrica, & præterea illud num. 306 velocitatem in medio præcedente ad velocitatem in medio sequente esse in ratione reciproca sinuum eorundem.

487. Hoc pacto ex uniformi Theoria deductæ sunt notissimæ, ac vulgares leges reflexionis, ac refractionis, ex quibus plura consecutaria deduci possunt. Inprimis quoniam debet actio semper esse mutua, dum corpora agunt in lumen ipsum reflectendo, & refringendo; debet ipsum lumen agere in corpora, ac debet esse velocitas amissa a lumine ad velocitatem acquisitam a centro gravitatis corporis sistentis lumen, ut est massa corporis ad massam luminis. Inde deducitur immensa luminis tenuitas: nam massa tenuissima levissimæ plumulæ suspensæ filo tenui, si impetatur a radio repente immisso, nullum progressivum acquirit motum, qui sensu percipi possit. Cum tam immanis sit velocitas amissa a lumine; facile patet, quam immensa sit tenuitas luminis. Newtonus etiam radiorum impulsioni tribuit progressum vaporum cometicorum in caudam; sed eam ego sententiam satis valido, ut arbitror, argumento rejeci in mea dissertatione *De Cometis*. Sunt, qui auro-
ras boreales tribuant halitibus tenuissimis impulsis a radiis solaribus, quod miror fieri etiam ab aliquo, qui radios putat esse undas tantummodo, nam undæ progressivum motum per se se non imprimunt: qui autem censent, & fluvios retardari orienti Soli contrarios, & Terræ motus fieri ex impulsu radiorum Solis, ii sane nunquam per legitima Mechanicæ principia inquisiverunt in luminis tenuitatem.

488. Solis particulis tenuissimis corporum imprimunt motum radii, ex quo per internas vires aucto oritur calor, & quidem in opacis corporibus multo facilius, ubi tantæ sunt reflexionum, & refractionum internæ vicissitudines: exiguo motu impresso paucis particulis, reliqua internæ mutæ vires agunt juxta ea, quæ diximus num. 467. Sic ubi radiis solaribus speculo collectis comburuntur aliqua, alia calcinantur

Lumen debere in corpora reagere æqualiter: hinc immensa lucis tenuitas: qui effectus ipsi falso tribuantur a nonnullis.

Tenuissimum motum imprimi a lumine particulis corporum calorem, & usionem provenire ab earum viribus internis, quod ipsum probatur hæc.

etiam; omnes illi motus ab internis utique viribus oriuntur, non ab impulsione radiorum. Regulus antimonii ita calcinatus auget aliquando pondus decima sui parte. Sunt, qui id tribuant massæ radiorum ibi collectæ. Si id ita esset; debuisset citissime abire illa substantia cum parte decima velocitatis amissæ a lumine, sive citius, quam binis arteriæ pulsibus ultra Lunam fugere. Quamobrem alia debet esse ejus phænomeni causa, qua de re fusius egi in mea dissertatione *De Luminis Tenacitate*.

Densiora agere in lumen fortius: sed sulphureosa, & oleosa pari densitate plus: cur ad ipsum.

489. Quoniam lumen in sulphuris particulas agit validissime, nam sulphureosæ, & oleosæ substantiæ facillime accenduntur; eæ contra in lumen validissime agunt. Substantiæ generaliter eo magis agunt in lumen, quo densiores sunt, & attractionum summa prævalet, ubi radius utrumque illud planum transgressus refringitur: & idcirco generaliter ubi fit transitus a medio rariore ad densius, refractione fit per accessum ad perpendicularum, & ubi a medio densiore ad rarius, per recessum. Sed sulphureosa, & oleosa corpora multo plus agunt in lucem, quam pro ratione suæ densitatis. Ego sane arbitror, uti monui num. 467. ipsum ignem nihil esse aliud, nisi fermentationem ingentem lucis cum sulphurea substantia.

Lumen in progressu nullam pati resistantiam, positive probatur.

490. Lumen per media homogenea progredi motu liberissimo, & sine ulla resistantia mediæ, per quod propagetur, eruitur etiam ex illo, quod velocitas parallela maneat constans, uti assumpsimus num. 302, quod assumptum si non sit verum, manentibus ceteris; ratio sinus incidentiæ ad sinum anguli refracti non esset constans: sed idem eruitur etiam ex eo, quod ubi radius ex aere abivit in vitrum, tum e vitro in aerem progressus est, si iterum ad vitrum deveniat; eandem habeat refractionem, quam habuit prima vice. Porro si resistantiam aliquam pateretur, ubi secundo advenit ad vitrum; haberet refractionem majorem: nam velocitatem haberet minorem, quæ semel amissa non recuperatur per hoc, quod resistantia minuitur, & eadem vis mobile minori velocitate motum magis detorquet a directione sui motus.

Unde lux in phosphoris quibusdam.

491. Posteaquam lux intra opaca corpora tam multis, tam variis erravit ambagibus, aliqua saltem sui parte deveniet iterum ad superficiales particulas, & avolabit. Inde omnino ortum habebit lux illa tam multorum phosphorum, quæ deprehendimus, e Sole retracta in tenebras lucere per aliquot secunda, & a numero secundorum licet conjicere longitudinem itineris confecti per tot itus, ac reditus intra meatus internos. Sed progrediamur jam ad reliqua, quæ num. 472 proposuimus.

Cur in majore obliquitate plus luminis reflectatur.

492. Primo quidem illud facile perspicitur, ex Theoria, quam exposuimus, cur, ubi radius incidit cum majore inclinatione ad superficiem, major luminis pars reflectatur. Et quidem in dissertatione, quam superiore anno die 12 Novembris legi-

Bouguerius in Academiae Parisiensis conventu publico, uti habetur in *Mercurio Gallico* hujus anni ad mensem Januarii, proficitur, se invenisse in aqua in inclinatione admodum ingenti reflexionem esse æque fortem, ac in Mercurio, ut nimirum reflectantur duo trientes, dum in incidentia perpendiculari vix quinquagesima quinta pars reflectatur. Porro ratio in promptu est. Quo magis inclinatur radius incidens ad superficiem novi medii, eo minor est perpendicularis velocitas, uti patet: quare vires, quæ agunt intra illa duo plana, eo facilius, & in pluribus particulis totam velocitatem perpendicularem elident, & reflexionem determinabunt.

493. Verum id quidem jam supponit, non in omnes lucis particulas eandem exerceri vim, sed in iis discrimen haberi aliquod. Ejusmodi discrimina diligenter evolvam. Inprimis discrimen aliquod haberi debet ex ipso textu particularum luminis, ex quo pendeat constans discrimen proprietatum quarundam, ut illud inprimis diversæ radorum refrangibilitatis. Quod idem radius refringatur ab una substantia magis, ab alia minus in eadem etiam inclinatione incidentiæ, id quidem provenit a diversa natura substantiæ refringentis, uti vidimus: ac eodem pacto e contrario, quod e diversis radiis ab eodem medio, & cum eadem inclinatione, alius refringatur magis, alius minus, id provenire debet a diversa constitutione particularum pertinentium ad illos radios. Debet autem id provenire vel a diversa celeritate in particulis radorum, vel a diversa vi. Porro demonstrari potest, a sola diversitate celeritatis non provenire, atque id præstiti in secunda parte mee dissertationis *De Lumine*: quanquam etiam radii diversæ refrangibilitatis debeant habere omnino diversam quoque celeritatem; nam si ante ingressum in medium refringens habuissent æqualem; jam in illo inæqualem haberent, cum velocitas præcedens ad velocitatem sequentem sit in ratione reciproca sinus incidentiæ ad sinum anguli refracti: & hæc ratio in radiis diversæ refrangibilitatis sit omnino diversa. Quare provenit etiam a vi diversa, quæ cum constanter diversa sit, ob constantem in eodem radio, utcumque reflexo, & refracto, refrangibilitatis gradum, debet oriri a diversa constitutione particularum, ex qua sola potest provenire diversa summa virium pertinentium ad omnia puncta. Cum vero diversa constanter sit harum particularum constitutio; nihil mirum, si diversam in oculo impressionem faciant, & diversum ideam excitent.

494. At quoniam experimentis constat, radios ejusdem coloris eandem refractionem pati ab eodem corpore, sive a stellis fixis provenerint, sive a Sole, sive a nostris ignibus, sive etiam a naturalibus, vel artificialibus phosphoris, nam ea omnia eodem telescopio æque distincta videntur; manifesto patet, omnes radios ejusdem coloris pertinentes ad omnia ejusmodi lucida corpora eadem velocitate esse præditos, & eadem disposi-

Diversam refrangibilitatem non pendere a sola diversa celeritate particularum luminis, sed etiam a diverso earum textu includente vim diversam.

Ex eadem refractione radorum eundem coloris emissarum ab omnibus lucidis corporibus evinci eandem in iis celeritatem, & textum.

dispositione punctorum: neque enim probabile est, (& fortasse nec fieri id potest), celeritatem diversam a diversa vi compensari ubique accurate ita, ut semper eadem habeatur refra. tio per ejusmodi compensationem.

Vices facilioris reflexionis &c, oriri a contractione, & expansione particularum in progressu inducente discrimen.

495. Sed oportet invenire aliud discrimen inter diversas constitutiones particularum pertinentium ad radios ejusdem refrangibilitatis ad explicandas vices facilioris reflexionis, & facilioris transmissus; ac inde mihi prodibit etiam ratio phenomeni radiorum, qui in reflexione, & refractione irregulariter disperguntur, & ratio discriminis inter eos, qui reflectuntur potius, quam refringantur, ex quo etiam fit, ut in majore inclinatione reflectantur plures. Newtonus plures innuit in Optica sua hypotheses ad rem utcumque adumbrandam, quarum tamen nullam absolute amplectitur: ego utar hic causa, quam adhibui in illa dissertatione *De Lumine* parte secunda, quæ causa & existit, & rei explicandæ est idonea: quamobrem admitti debet juxta legem communem philosophandi. Ubi particula luminis a corpore lucido excutitur, fieri utique non potest, ut omnia ejus puncta eandem acquirerint velocitatem, cum a punctis repellentibus diversas distantias habuerint. Debuerunt igitur aliqua celerius progredi, quæ focus relicto processissent, nisi mutæ vires, acceleratis lentioribus, ea retardassent, unde necessario oriri debuit particulæ progredientis oscillatio quædam, in qua oscillatione particula ipsa debuit jam producti non nihil, jam contrahi: & quoniam dum per medium homogeneum particula progreditur, inæqualitas summæ actionum in punctis singulis debet esse ad sensum nulla; durabit eadem per ipsum medium homogeneum reciprocatio contractionis, ac productionis particulæ, quæ quidem productio, & contractio poterit esse satis exigua; si nimirum nexus punctorum sit satis validus: sed semper erit aliqua, & potest itidem esse non ita parva, nec vero debet esse eadem in particulis diversi textus.

In limitibus ejus velut oscillationis diutius persistere formam: in diversa parte ejusdem virium summam esse diveriam.

496. Porro in ea reciprocatioe figuræ habebuntur limites quidam productionis maximæ, & maximæ contractionis, in quibus juxta communem admodum indolem maximorum, & minimorum diutissime perdurabitur, motu reliquo, ubi jam inde discessum fuerit ad distantiam sensibilem cum ingenti celeritate peracto, uti in pendulorum oscillationibus videmus, pondus in extremis oscillationum limitibus quasi hæere diutius, in reliquis vero locis celerrime prætervolare: ac in alio virium genere diverso a gravitate constanti, illa mora in extremis limitibus potest esse adhuc multo diuturnior, & excursus in distantibus sensibilibus ab utrovis maximo multo magis celer. Deveniet autem particula ad medium extremarum illarum duarum dispositionum diutius perseverantium post æqualia temporum intervalla, ut æquales pendulorum oscillationes sunt æque diuturnæ, ac idcirco dum particula progreditur per medium homogeneum, recurrent illæ ipsæ binæ dispositiones post æqualia

lia intervalla spatiorum pendentia a constanti velocitate particulæ, & a constanti tempore, quo particulæ cujusvis oscillatio durat. Demum summa virium, quam novum medium, ad quod accedit particulæ, exercet in omnia particulæ puncta, non erit sane eadem in diversis illis oscillantis particulæ dispositionibus.

497. Hisce omnibus rite consideratis, concipiatur jam ille fere continuus affluxus particularum etiam homoginearum ad superficiem duo heterogenea media dirimentem. Multo maximus numerus adveniet in altera ex binis illis oppositis dispositionibus, non quidem in medio ipsius, sed prope ipsam, & admodum exiguus erit numerus earum, quæ adveniunt cum dispositione satis remota ab illis extremis. Quæ in hisce intermediis adveniunt, mutabunt utique dispositiones suas in progressu inter illa duo plana, inter quæ agit vis motum particulæ perturbans, ita, ut in datis ab utrovis plano distantis vires ad diversas particulas pertinentes, sint admodum diversæ inter se. Quare illæ, quæ retro regredientur, non eandem ad sensum recuperabunt in regressu velocitatem perpendiculararem, quam habuerunt in accessu, adeoque non reflectentur in angulo reflexionis æquali ad sensum angulo incidentiæ, & illæ, quæ superabunt intervallum illud omne, in appulsu ad planum ulterius, aliæ aliam summam virium expertæ, habebunt admodum diversa inter se incrementa, vel decrementa velocitatum perpendicularium, & proinde in admodum diversis angulis egredientur dispersæ. At quæ adveniunt cum binis illis dispositionibus contrariis, habebunt duo genera virium, quarum singula pertinebunt constanter ad classes singulas, cum quarum uno idcirco facilius in illo continuo curvaturæ flexu devenietur ad positionem illis planis parallelam, sive ad extinctionem velocitatis perpendicularis, cum altero difficilius: adeoque habebuntur in binis illis dispositionibus oppositis binæ vices, altera facilioris, altera difficilioris reflexionis, adeoque facilioris transitus, quæ quidem regredientur post æqualia spatiorum intervalla, quanquam ita, ut summa facilitas in media dispositione sita sit, a qua quæ minus, vel magis in appulsu discedunt, magis e contrario, vel minus de illa facilitate participant. Is ipse accessus major, vel minor ad summam illam facilitatem in media dispositione sitam in Benvenutiana dissertatione superius memorata exhibetur per curvam quandam continuam hinc, & inde æque inflexam circa suum axem, & inde reliqua omnia, quæ ad vices, & earum consecutaria pertinent, luculentissime explicantur.

498. Porro hinc & illud patet, qui fieri possit, ut e radiis homogeneis ad eandem superficiem advenientibus alii transmittantur, & alii reflectantur, prout nimirum advenerint in altera e binis dispositionibus: & quoniam non omnes, qui cum altera ex extremis illis dispositionibus adveniunt, adve-

Inde binæ dispositiones constantes vicium in maxima particularum parte appellente in iis limitibus: in parte exigua appellente inter eos dispersio.

Unde discrimen rationis luminis reflexi ad transmissum.

niunt

niunt prorsus in media dispositione, fieri utique poterit, ut ratio reflexorum ad transmissos sit admodum diversa in diversis circumstantiis, nimirum diversi mediorum discriminis, vel diversæ inclinationis in accessu: ubi enim inæqualitas virium est minor, vel major perpendicularis velocitas per illam extinguenda ad habendam reflexionem, non reflectentur, nisi illæ particulæ, quæ advenerint in dispositione illi mediæ quamproxima, adeoque multo pauciores, quam ubi vel inæqualitas virium est major, vel velocitas perpendicularis est minor, unde fiet, ut quemadmodum experimur, quo minus est mediorum discriminem, vel major incidentiæ angulus, eo minor radiorum copia reflectetur: ubi & illud notandum maxime, quod ubi in continuo flexu curvaturæ viæ particulæ cujusvis, quæ via jam in alteram plagam est cava, jam in alteram, pro ut prævalent attractiones densioris medii, vel repulsionem, devenitur identidem ad positionem fere parallelam superficiem dirimenti mediæ, velocitate perpendiculari fere extincta, exiguum discriminem virium potest determinare parallelismum ipsum, sive illius perpendicularis velocitatis extinctionem totalem: quanquam eo veluti anfractu superato, ubi demum reditur ad planum ceterius in reflexione, vel ulterius in refractione, summa omnium actionum, quæ determinat velocitatem perpendicularem totalem, debeat esse ad sensum eadem, nimirum nihil mutata ad sensum ab exigua illa differentia virium, quam peperit exiguum dispositionis discriminem a media dispositione.

Unde discrimen in intervallis vicium.

499. Atque hoc pacto satis luculenter jam explicatum est discriminem inter binas vices, sed superest exponendum, unde discriminem intervalli vicium, quod proposuimus num. 472. Quod diversi colorati radii diversa habeant intervalla, nil mirum est: nam & diversæ velocitates diversa requirunt intervalla spatii inter vices oppositas, quando etiam eæ vices redeant æqualibus temporis intervallis, & diversus particularum heterogenearum textus requirit diversa oscillationum tempora. Quod in diversis mediis particulæ ejusdem generis habeant diversa intervalla, itidem facile colligitur ex diversa velocitate, quam in iis haberi post refractionem ostendimus num. 493; sed præterea in ipsa mediorum mutatione inæqualis actio inter puncta particulam componentia potest utique, & vero videtur etiam debere oscillationis magnitudinem, & fortasse etiam ordinem mutare, adeoque celeritatem oscillationis ipsius. Demum ejusmodi mutatio pro diversa inclinatione viæ particulæ advenientis ad superficiem, diversa utique esse debet, ob diversam positionem motuum punctorum ad superficiem ipsam, & ad massam agentem in ipsa puncta. Quamobrem patet, eas omnes tres causas debere discriminem aliquod exhibere inter diversa intervalla, uti reapse ex observatione colligitur.

Discrimen id 500. Si possemus nosse peculiare constitutiones particularum

rum ad diversos coloratos radios pertinentium, ordinem, & numerum, ac vires, & velocitates punctorum singulorum; tum mediorum constitutionem suam in singulis, ac satis Geometriæ, satis imaginationis haberemus, & mentis ad omnia ejusmodi solvenda problemata; liceret a priori determinare intervallorum longitudines varias, & eorundem mutationes pro tribus illis diversis circumstantiis exhibere. Sed quoniam longe citra eum locum consistimus, debemus illas tantummodo colligere per observationes, quod summa dexteritate Newtonus præstitit, qui determinatis per observationem singulis, mira inde consuetaria deduxit, & Naturæ phænomena explicavit, uti multo luculentius videre est in illa ipsa Benvenutiana dissertatione. Illud unum ex proportionibus a Newtono inventis haud difficulter colligitur, ea discrimina non pendere a sola particularum celeritate, nam celeritatum proportionem novimus per sinuum rationem: & facile itidem deducitur ex Theoria, quod etiam multo facilius infertur partim ex Theoria, & partim ex observatione, radium, qui post quocunque vel reflexiones, vel refractiones regulares devenit ad idem medium, eandem in eo velocitatem habere semper; nam velocitates in reflexione manent, & in mutatione mediorum sunt in ratione reciproca sinus incidentiæ ad sinus anguli refracti; ac tam Theoria, quam observatio facile ostendit, ubi planis parallelis dirimantur media quocunque, & radius in data inclinatione ingressus e primo abeat ad ultimum, eundem fore refractionis angulum in ultimo medio, qui esset, si a primo immediate in ultimum transivisset. Sed hæc innuisse sit satis.

non posse definiti, nisi per observationes: non pendere a sola velocitate.

501. Illud etiam innuam tantummodo, quod Newtonus in Opticis Quæstionibus exponit, esse miram quandam crystalli Islandicæ proprietatem, quæ radium quemvis, dum refringit, discerpit in duos, & alium usitato modo refringit, alium inusitato quodam, ubi & certæ quædam observantur leges, quarum explicationes ipse ibidem insinuat haberi posse per vires diversas in diversis lateribus particularum luminis, ac solum adnotabo illud, ex num. 423 patere, in mea Theoria nullam esse difficultatem agnoscendi in diversis lateribus ejusdem particulæ diversas dispositiones punctorum, & vires, quæ ipsa diversitate usi sumus superius ad explicandam solidorum cohesionem, & organicam formam, ac certas figuras tot corporum, quæ illas vel affectant constanter, vel etiam acquirunt.

Quod de crystallo Islandica Newtonus prodidit, id in hac Theoria nullam habere difficultatem.

502. Remanet demum diffractio luminis explicanda, quam itidem num. 472 proposueramus. Ea est quædam velut inchoata reflexio, & refractionis. Dum radius advenit ad eam distantiam a corpore diversæ naturæ ab eo, per quod progreditur, quæ virium inæqualitatem inducit, incurvat viam vel accedendo, vel recedendo, & directionem mutat. Si corporis superficies ibi esset satis ampla, vel reflecteretur ad angulos æquales, vel immergeretur intra novum illud medium, & refrin-

Diffractio nem esse inchoatam reflexionem, vel refractionem.

geretur: at quoniam acies ibidem progressum superficiem interrumpit; progreditur quidem radius aciem ipsam evitans, & circa illam prætervolat; sed egressus ex illa distantia directionem conservat postremo loco acquisitam, & cum ea, diversa utique a priore, moveri pergit: ut adeo tota luminis Theoria sibi ubique admodum conformis sit, & cum generali Theoria mea apprime consentiens, cujus rami quidam sunt bina Newtoni præclarissima comperta virium, quibus cælestia corpora motus peragunt suos, & quibus particule luminis reflectuntur, refringuntur, diffringuntur. Sed de luce, & coloribus jam satis.

De sapore, & odore: multorum error in ratione densitatis odoris propagati.

503. Post ipsam lucem, quæ oculos percellit, & visionem parit, ac ideam colorum excitat, primum est delabi ad sensus ceteros, in quibus multo minus immorabimur, cum circa eos multo minora habeamus comperta, quæ determinatam physicam explicationem ferant. Saporis sensus excitatur in palato a salibus. De angulosa illorum forma jam diximus num. 464, quæ ad diversum excitandum motum in papillis palati abunde sufficit; licet etiam dum dissolvuntur, vires varias pro varia punctorum dispositione exercere debeant, quæ saporum discrimen inducant. Odor est quidam tenuis vapor ex odoriferis corporibus emissus, cujus rei indicia sunt sane multa, nec omnino assentiri possum illi, qui odorem etiam, ut sonum, in tremore medii cujusdam interpositi censet consistere. Porro quæ evaporationum sit causa, explicavimus abunde num. 462. Illud unum hic innuam, errare illos, uti pluribus ostendi in prima parte meæ dissertationis *De Lumine*, qui multi sane sunt, & præstantes Physici, qui odoribus etiam tribuunt proprietatem lumini debitam, ut nimirum eorum densitas minuat in ratione reciproca duplicata distantiarum a corpore odorifero. Ea proprietas non convenit omnibus iis, quæ a dato puncto diffunduntur in spheram, sed quæ diffunduntur cum uniformi celeritate, ut lumen. Si enim concipiuntur orbis concentrici tenuissimi datæ crassitudinis; ii erunt ut superficies, adeoque ut quadrata distantiarum a communi centro, ac densitas materiæ erit in ratione ipsorum reciproca; si massa sit eadem: ut ea in ulterioribus orbibus sit eadem, ac in ceterioribus; oportet sane, tota materia, quæ erat in ceterioribus ipsis, progrediatur ad ultiores orbis motu uniformi, quo fiet, ut, appellente ad ceteriorem superficiem orbis ulterioris particula, quæ ad ceteriorem ceterioris appulerat, appellat simul ad ulteriorem ulterioris, quæ appulerat simul ad ulteriorem ceterioris, materia tota ex orbe ceteriore in ulteriorem accurate translata: quod nisi fiat, vel nisi loco uniformis progressus habeatur accurata compensatio velocitatis imminutæ, & impeditæ a progressu partis vaporum, quæ compensatio accurata est admodum improbabilis; non habebitur densitas reciproce proportionalis orbibus, sive eorum superficiebus, vel distantiarum quadratis.

504. Sonus geometricas determinaciones admittit plures, & quod pertinet ad vibrationes chordæ elasticæ, vel campani æris, vel motum impressum aeri per tibias, & tubas, id quidem in Mechanica locum habet, & mihi commune est cum communibus theoriis. Quod autem pertinet ad progressum soni per aerem usque ad aures, ubi delatus ad tympanum excitat eum motum, a quo ad cerebrum propagato idea soni excitatur, res est multo operosior, & pendet plurimum ab ipsa medii constitutione: ac si accurate solvi debeat problema, quo queratur ex data medii fluidi elasticitate propagatio undarum, & ratio inter oscillationum celeritates, a qua multipliciter variata pendent omnes toni, & consonantiæ, ac dissonantiæ, & omnis ars musica, ac tempus, quo unda ex dato loco ad datam distantiam propagatur; res est admodum ardua; si sine subsidiariis principiis, & gratuitis hypothesibus tractari debeat, & determinationi resistantiæ fluidorum est admodum affinis, cum qua motum in fluido propagatum communem habet. Exhibebo hic tantummodo simplicissimi casus undas, ut appareat, qua via ineundam censeam in mea Theoria ejusmodi investigationem.

De sono difficultas in determinandis undis excitatis in fluido elastico.

505. Sit in recta linea disposita series punctorum ad data intervalla æqualia a se invicem distantium, quorum bina quæque sibi proxima se repellant viribus, quæ crescant imminutis distantis, & dentur ipsæ. Concipiatur autem ea series ex utraque parte in infinitum producta, & uni ex ejus punctis concipiatur externa vi celerrime agente in ipsum multo magis, quam agant puncta in se invicem, brevissimo tempusculo impressa velocitas quædam finita in ejusdem rectæ directione versus alteram plagam, ut dexteram, ac reliquorum punctorum motus consideretur. Utcunque exiguum accipiatur tempusculum post primam systematis perturbationem, debent illo tempusculo habuisse motum omnia puncta. Nam in momento quovis ejus tempusculi punctum illud debet accessisse ad punctum secundum post se dexterum, & recessisse a sinistro, velocitate nimirum in eo genita majore, quam generent vires mutua, quæ statim agent in utrumque proximum punctum, aucta distantia a sinistro, & imminuta a dextero, qua fiet, ut sinistrum urgeatur minus ab ipso, quam a sibi proximo secundo ex illa parte, & dexterum ab ipso magis, quam a posteriore ipsi proximo, & differentia virium producet illico motum aliquem, qui quidem initio, ob differentiam virium tempusculo infinitesimo infinitesimam, erit infinities minor motu puncti impulsivi, sed erit aliquis: eodem pacto tertium punctum utraque ex parte debet illo tempusculo infinitesimo habere motum aliquem, qui erit infinitesimus respectu secundi, & ita porro. Post tempusculum utcunque exiguum omnia puncta æquilibrium amittent, & motum habebunt aliquem. Interea cessante actione vis impellentis punctum primum incipiet ipsum retardari

Quo pacto orientur undæ in serie continua punctorum se invicem repellentium.

dari vi repulsiva secundi dexteri prævalente supra vim secundi sinistri, sed adhuc progredietur, & accedet ad secundum, ac ipsum accelerabit: verum post aliquod tempus retardatio continua puncti impulsivi, & acceleratio secundi reducent illa ad velocitatem eandem: tum vero non ultra accedent ad se invicem, sed recedent, quo recessu incipiet retardari etiam punctum primum dexterum, ac paullo post extinguetur tota velocitas puncti impulsivi, quod incipiet regredi: aliquanto post incipiet regredi & punctum secundum dexterum, & aliquanto post tertium, ac ita porro aliud post aliud. Sed interea punctum impulsivum, dum regreditur, incipiet urgeri magis a primo sinistro, & acceleratio minuetur: tum habebitur retardatio, tum motus iterum reflexus. Dum id punctum iterum incipit regredi versus dexteram, erit aliquod e dexteris, quod tunc primo incipiet regredi versus sinistram, & dum per easdem vices punctum impulsivum iterum reflexit motum versus sinistram, aliud dexterum remotius incipiet regredi versus ipsam sinistram, ac ita porro motus semper progreditur ad dexteram major, & incipient regredi nova puncta alia post alia. Undæ amplitudinem determinabit distantia duorum punctorum, quæ simul eunt, & simul redeunt, ac celeritatem propagationis soni tempus, quod requiritur ad unam oscillationem puncti impulsivi, & distantia a se invicem punctorum, quæ simul cum eo eunt, & redeunt; & quod ad dexteram accidit, idem accidit ad sinistram. Sed & ea perquisitio est longe altioris indaginis, quam ut hic institui debeat; & ad veras soni undas elasticas referendas non sufficit una series punctorum jacentium in directum, sed congeries punctorum, vel particularum circumquaque dispersarum, & se repellentium.

Solutio difficultatis pertinentis ad propagationem rectilineam diversorum sonorum admodum facilis in hac Theoria.

506. Interea illud unum adjiciam, in mea Theoria admodum facile solvi difficultatem, quam Eulerus objecit Mairanio, explicanti propagationem diversorum sonorum, a quibus diversi toni pendent, per diversa genera particularum elasticarum, quæ habentur in aere, quorum singula singulis sonis inserviant, ut diversi sunt colorati radii cum diverso constanti refrangibilitatis gradu, & colore. Eulerus illud objicit, uti tam multa sunt sonorum genera, quæ ad nostras, & aliorum aures simul possint deferri, ita debere haberi continuam seriem particularum omnium generum ad ea deferenda, quod haberi omnino non possit, cum circa globum quævis in eodem plano non nisi sex tantummodo alii globi in gyrum possint consistere. Difficultas in mea Theoria nulla est, cum particulæ aliæ in alias non agant per immediatum contactum, sed in aliqua distantia, quæ diametro globorum potest esse major in ratione quacunque utcunque magna. Cum igitur certi globuli in iisdem distantis possint esse inertes respectu certorum, & activi respectu aliorum; patet, posse multos diversorum generum globulos esse permixtos ita, ut actionem aliorum sentiant alii. Quin immo

immo licet activi sint globuli, fieri debet, ut alii habeant motus conformes tum eos, qui pendent a viribus mutuis inter duos globulos, a quibus proveniunt undæ, tum eos, qui pendent ab interna distributione punctorum, a qua proveniunt singularum particularum interni vibratorii motus, & qui itidem ad diversum sonorum genus plurimum conferre possint, & dissimilium globorum oscillationes se mutuo turbent, similium perpetuo post primas actiones actionibus aliis conformibus augeantur, quemadmodum in consonantibus instrumentorum chordis cernimus, quarum una percussa sonant & reliquæ. Ubique libertas motuum, & dispositionis, quæ sublato immediato impulsu, & accurata continuitate in corporum textu, acquiritur ad explicandam naturam, est perquam idonea, & opportuna.

507. Quod pertinet ad tactiles proprietates, quid sit solidum, fluidum, rigidum, molle, elasticum, flexile, fragile, grave, abunde explicavimus: quid lævigatum, quid asperum, per se patet. Caloris causam repono in motu vehementi intestino particularum igneæ, vel sulphureæ substantiæ fermentescentis potissimum cum particulis luminis, & qua ratione id fieri possit, exposuimus. Frigus haberi potest per ipsum defectum ejusmodi substantiæ, vel defectum motus in ipsa. Haberi possunt etiam particule, quæ frigus cieant actione sua, ut nitrosæ, per hoc, quod ejusmodi particularum motum sistant, & eas, attractione mutuas ipsarum vires vincente, ad se rapiant, ac sibi affundant quodammodo, veluti alligatas. Potest autem generari frigus admodum intensum in corpore calido per solum etiam accessum corporis frigefacti ob solum ejusmodi substantiæ defectum. Ea enim, dum fermentat, & in suo naturali volatilizationis statu permanet, nititur elasticitate sua ipsa ad expansionem, per quam, si in aliquo medio conclusa sit, utcunque inerte respectu ipsius, ad æqualitatem per ipsum diffunditur, unde fit, ut si uno in loco dematur aliqua ejus pars, statim illuc ex aliis tantum devolet, quantum ad illam æqualitatem requiritur. Hinc nimirum, si in aere libero cesset fermentantis ejusmodi substantiæ quantitas, vel per imminutam continuationem impulsuum ad continuandum motum, ut imminuta radiorum Solis copia per hyemem, ac in locis remotioribus ab Æquatore, vel per accessum ingentis copię particularum sistentium ejusdem substantiæ motum, unde fit, ut in climatis etiam non multum ab Æquatore distantibus ingentia pluribus in locis habeantur frigora, & glacies per nitrosorum effluviarum copiam; e corporibus omnibus expositis aeri perpetuo erumpet magna copia ejusdem fermentescentis ibi adhuc, & elasticæ materiæ igneæ; & ea corpora remanebunt admodum frigida per solam imminutionem ejus materiæ, quibus si manum admoveamus, ingens illico ex ipsa manu particularum earundem multitudo avolabit transfusa illuc, ut res ad æqualitatem redu-

De calore & frigore: materiæ cientis calorem expansionem orta ab elasticitate: fixatio ejusdem, & velocitas ut torrentis cujusdam.

catur,

catur, & tam ipsa cessatio illius intestini motus, qua immutabitur status fibrarum organici corporis, quam ipse rapidus ejus substantiæ in aliam irrumpentis torrens, eam poterit, quam adeo malestam experimur, frigoris sensationem excitare.

Imago in aeris
fixatione, & af-
fluxu.

508. Torrentis ejusmodi ideam habemus in ipso velocissimo aeris motu, qui si in aliqua spatii parte repente ad fixitatem reducatur in magna copia, ex aliis omnibus advolat celerissime, & horrendos aliquando celeritate sua effectus parit. Sic ubi turbo vorticosus, & aerem inferne exfugens prope domum conclusam transeat, aer internus expansiva sua vi omnia evertit: avolant tecta, diffringuntur fenestræ, & tabulata, ac omnes portæ, quæ cubiculorum mutuam communicationem impediunt, repente dissiliunt, & ipsi parietes nonnumquam everuntur, ac corruunt, quemadmodum Romæ ante aliquot observavimus annos, & in dissertatione *De Turbine* superius memorata, quam tum edidi, pluribus exposui.

Attractio, quæ
potest intelli-
gum motum si-
bere, & fixa-
re: communi-
catio ad æqua-
lem saturita-
tem post par-
tem fixatam:
saturitatis varia
discrimina.

509. Verum hæc sola substantiæ hujusce fermentantis expansiva vis non est satis ad rem explicandam, sed requiritur etiam certa vis mutua, qua ejusmodi substantia in alias quasdam atrahatur magis, in alias minus, quod qui fieri possit, vidimus, ubi de dissolutione, & præcipitatione egimus: & ejusmodi attractio potest esse ita valida, ut motum ipsum intestinum prorsus impediatur appensione ipsa, ac fixationem ejus substantiæ inducat, quæ si minor sit, permittet quidem motus fermentatorii continuationem, sed a se totam massam divelli non permittet, nisi accedente corpore, quod majorem exercent vim, & ipsam sibi rapiat. Hic autem raptus fieri potest ob duplicem causam: primo quidem, quod alia substantia majorem absolutam vim habeat in ejusmodi substantiam igneam, quam alia, pari etiam particularum numero: deinde, quod licet eæ æque, vel etiam minus trahat, adhuc tamen cum utraque in minoribus distantiis trahat plus, in majoribus minus, illa habeat ejus substantiæ multo minus etiam pro ratione attractionis suæ, quam altera: nam in hoc secundo casu, adhuc ab hac posteriore avellerentur particule affusæ ipsius particulis ad distancias aliquanto majores, & affunderentur particulis prioris substantiæ, donec in utraque substantia haberetur æqualis saturitas, si ejus partes inter se conferantur, & æqualis itidem attractiva vis particularum substantiæ igneæ maxime remotarum a particulis utriusque substantiæ, quibus ea affunditur: sed copia ipsius substantiæ igneæ possit adhuc esse in iis binis substantiis in quacunque ratione diversa inter se; cum possit in altera ob vim longius pertinentem certa vis haberi in distantia majore, quam in altera, adeoque altitudo ejusmodi veluti marium in altera esse major, minor in altera, & in iisdem distantiis possit in altera haberi ob vim majorem densitas major substantiæ ipsius igneæ affusæ, quam in altera. Ex hisce quidem principis, ac diversis combinationibus, mirum sa-
ne,

ne , quam multa deduci possint ad explicationem Naturæ perquam idoneis .

510. Sic etiam ex hac diffusione ad ejusmodi æqualitatem eandem inter diversas ejusdem substantiæ partes , sed admodum diversam inter substantias diversas , facile intelligitur , qui fiat , ut manus in hyeme exposita libero aeri minus sentiat frigoris , quam solido cuiquam satis denso corpori , quod ante ipsi aeri frigido diu fuerit expositum , ut marmor , & inter ipsa corpora solida , multo majus frigus ab altero sentiat , quam ab altero , ac ab aere humido multo plus , quam a sicco , rapta nimirum in diversis ejusmodi circumstantiis eodem tempore admodum diversa copia igneæ substantiæ , quæ calorem in manu fovebat . Atque hic quidem & analogie sunt quædam cum iis , quæ de refractione diximus : nam plerumque corpora , quæ plus habent materiæ , nisi oleosa , & sulphurosa sint , majorem habent vim refractivam , pro ratione densitatis suæ , & corpora itidem communiter , quo densiora sunt , eo citius manum admotam calore spoliant , quæ idcirco si lineam telam libero expositam aeri contingat in hyeme , multo minus frigescit , quam si lignum , si marmora , si metalla . Fieri itidem potest , ut aliqua substantia ejusmodi substantiam igneam repellat etiam , sed ob aliam substantiam admixtam sibi magis attrahentem , adhuc aliquid furripiat magis , vel minus , prout ejus admixtæ substantiæ plus habet , vel minus . Sic fieri posset , ut aer ejusmodi substantiam igneam respueret , sed ob heterogenea corpora , quæ sustinet , inter quæ imprimis est aqua in vapores elevata , furripiat nonnihil ; ubi autem in ipso volitantes particule , quæ ad fixitatem adducunt , vel expellunt ejusmodi substantiam igneam , accedant ad alias , ut aqueas , fieri potest , ut repente habeantur & concretiones , atque congelationes , ac inde nives , & grandines . A diffusionem vero ad æqualitatem intra idem corpus fieri utique debet , ut ubi altius infra Terræ superficiem descensum sit , permanens habeatur caloris gradus , ut in fodinis , ad exiguam profunditatem pertinente effectu vicissitudinum , quas habemus in superficie ex tot substantiarum permixtionibus continuis , & accessu , ac recessu solarium radiorum , quæ omnia se mutuo compensant saltem intra annum , antequam sensibilis differentia haberi possit in profundioribus locis : ac ex diversa vi , quam diversæ substantiæ exercent in ejusmodi substantiam igneam , provenire debet & illud , quod experimenta evincunt , ut nimirum nec eodem tempore æque frigescant diversæ substantiæ aeri libero expositæ , nec caloris imminutio certam densitatum rationem sectetur , sed varietur admodum independenter ab ipsa . Eodem autem pacto & alia innumera ex iisdem principiis , ubique sane conformibus admodum facile explicantur .

Quæ a diffusionem ad æqualitatem consequuntur potissimum respectu refrigerationis , & congelationis .

511. Patet autem ex iisdem principiis repeti posse explica-

Eodem fa-

explicari & electricitatem : Principia Franklinianæ theoriæ Electricitatis.

tionem etiam præcipuorum omnium ex Electricitatis phænomenis, quorum Theoriam a Franklino mira sane sagacitate inventam in America & exornavit plurimum, & confirmavit, ac promovit Taurini P. Beccaria vir doctissimus opere egregio ea de re edito ante hos aliquot annos. Juxta ejusmodi Theoriam huc omnia reducuntur: esse quoddam fluidum electricum, quod in aliis substantiis & per superficiem, & per interna ipsarum viscera possit pervadere, per alias motum non habeat, licet saltem harum aliquæ ingentem contineant ejusdem substantiæ copiam sibi firmissime adhærentem, nec sine frictione, & motu intestino effundendam, quarum priora sint per communicationem electrica, posteriora vero electrica natura sua: in prioribus illis diffundi statim id fluidum ad æqualitatem in singulis; licet alia majorem, alia minorem ceteris paribus copiam ejusdem possint ad quandam sibi veluti connaturalem saturitatem: hinc e duobus ejusmodi corporibus, quæ respectu naturæ suæ non eundem habeant saturitatis gradum, esse alterum respectu alterius electricum per excessum, & alterum per defectum, quæ ubi admoveantur ad eam distantiam, in qua particulæ circa ipsa corpora diffusæ, & iis utcunque adhærentes ad modum atmosphærarum quarundam, possint agere aliæ in alias, e corpore electrico per excessum fluere illico ejusmodi fluidum in corpus electricum per defectum, donec ad respectivam æqualitatem deventum sit, in quo efluxu & substantiæ ipsæ, quæ fluidum dant, & recipiunt, simul ad se invicem accedant, si satis leves sint, vel libere pendeant, & si motus coærcervatæ materiæ sit vehemens, explosiones habeantur, & scintillæ, & vero etiam fulgurationes, tonitrua, & fulmina. Hinc nimirum facile repetuntur omnia consueta electricitatis phænomena, præter Batavicum experimentum phialæ, quod multo generalius est, & in Frankliniano plano æque habet locum. Id enim phænomenum ad aliud principium reducitur: nimirum ubi corpora natura sua electrica exiguam habent crassitudinem, ut tenuis vitrea lamella, posse in altera superficie congeri multo majorem ejus fluidi copiam, dummodo ex altera ipsi ex adverso respondente æqualis copia fluidi ejusdem extrahatur recepta in alterum corpus per communicationem electricum, quod ut per satis amplam superficiem fieri possit, non excurrente fluido per ejusmodi superficies; aqua affunditur superficiem alteri, & ad alteram manus tota apprimitur, vel auro inducitur superficies utraque, quod sit tanquam vehiculum, per quod ipsum fluidum possit inferri, & efferri, quod tamen non debet usque ad marginem deduci, ut ceterior inauratio cum ulteriore conjungatur, vel ad illam satis accedat: si enim id fiat, transfuso statim fluido ex altera superficie in alteram, obtinetur æqualitas, & omnia cessant electrica signa.

Eorum expli- 512. Hujusmodi Theoriæ ea pars, quæ continet respectivam illam

illam saturitatem, conspirat cum iis, quæ diximus de ignea substantia, ubi ipsam respectivam saturitatem abunde explicavimus. Dum autem fluidum vi mutua agente ab altera substantia in alteram; facile patet, debere ipsa etiam ea corpora, quorum particulæ ipsum fluidum, quanquam viribus inæqualibus, ad se trahunt, ad se invicem accedere, ac facile itidem patet, cur aer humidus, in quo ob admixtas aquæ particulas vidimus citius manum frigescere, electricis phænomenis contrarius sit, vaporibus abripiantibus illico, quod in catena a globi sibi proximi frictione in ipso excitatum, & avulsum congeritur. Secunda pars, ex qua Batavicum experimentum pendet, & successus plani Frankliniani, aliquanto difficilior, explicatione tamen sua non caret. Fieri utique potest, ut in certis corporibus ingens sit ejus substantiæ copia ob attractionem ingentem, & ad exiguas distantias pertinentem, congesta, quæ in aliquanto majore distantia in repulsionem transeat, sed attractioni non prævalentem. Hæc repulsio cum illa copia materiæ potest esse in causa, ne per ejusmodi substantias transire possit is vapor, & ne per ipsam superficiem excurrat, nec vero ad eam accedat satis; nisi alterius substantiæ adjunctæ actio simul superveniat, & adjuvet. Tum vero ubi lamina sit tenuis, potest repulsio, quam exercent particulæ fluidi prope alteram superficiem siti, agere in particulas sitas circa superficiem alteram: sed adhuc fieri potest, ut ea non possit satis ad vincendam attractionem, qua hærent particulis sibi proximis: verum si ea adjuvetur ex una parte ab attractione corporis admoti per communicationem electrici, & ex altera crescat accessu novi fluidi advecti ad superficiem oppositam, quod vim ipsam repulsivam intendat; tum vero ipsa prævaleat. Ipsa autem prævalente, effluet ex ulteriore superficie ejus fluidi pars novum illud corpus admotum ingressa, ac ex ejus partis remotione, cessante parte vis repulsivæ, quam nimirum id, quod effluit, exercebat in particulas ceterioris superficiæ, ipsi ceteriori superficiæ adhæreat jam idcirco major copia fluidi electrici admota per aquam, vel aurum, donec tamen, communicatione extrorsum restituta per seriem corporum sola communicatione electricorum, defluxus ex altera superficie pateat ad alteram. Porro explicationem hujusmodi & illud confirmat, quod experimentum in lamina nimis crassa non succedit. Quod autem per substantiam natura sua electricam non permeet, ut æqualitatem acquirat, id ipsum provenire posset ab exigua distantia, ad quam extendatur ingens ejus attractiva vis in illam substantiam fluidam, & aliquanto majore distantia suarum particularum a se invicem: nam in eo casu altera particula substantiæ per se electricæ, utut spoliata magna parte sui fluidi, non poterit rapere partem satis magnam fluidi alteri parti affusi, & appressi.

513. Hæc quidem an eo modo se habeant, definire non licet. Quod videatur nisi

esse discrimen
inter materiam
electricam, &
igneam.

nisi & illud ostendatur simul, rem aliter se habere non posse. Sed illud jam patet, Theoriam meam, servato semper eodem agendi modo, suggerere ideam earum etiam dispositionum materia, quæ possint maxime omnium ardua, & composita explicare Naturæ phænomena, ac corporum discrimina. Illud unum hic addam; quoniam & ingens inter igneam substantiam, & electricum fluidum analogia deprehenditur, & habetur itidem discrimen aliquod; fieri etiam posse, ut inter se in eo tantummodo discrepent, quod altera sit cum actuali fermentatione, & intestino motu, quamobrem etiam comburat, & calefaciat, & dilatet, ac rarefaciat substantias, altera ad fermentescendum apta sit, sed sine illa, saltem tanta agitatione, quantam fermentatio inducit orta ex collisione ingenti mutua, vel ex aliarum admixtione substantiarum, quæ sint ad fermentandum idoneæ.

De magnetica
vi: directio-
nem, & ejus va-
riationem pen-
dere ab attra-
ctione, & mu-
tatione massa-
rum ingentium
attractantium.

514. Quod ad magneticam vim pertinet, adnotabo illud tantummodo, ejus phænomena omnia reduci ad solam attractionem certarum substantiarum ad se invicem. Nam directio, ad quam & inclinatio, & declinatio reducitur, repeti utique potest ab attractione ipsa sola. Videmus acum magneticam inclinari statim prope fodinas ferri, intra quas idcirco nullus est pyxidibus magneticæ usus. Si ingens adesset in ipsis polis, & in iis solis, massa ferrea; omnes acus magneticæ dirigerentur ad polos ipsos: sed quoniam ubique terrarum fodinæ ferreæ habentur, si circa polos eadem sint in multo majore copia, quam alibi; dirigentur utique acus polos versus, sed cum aliqua deviatione in reliquas massas per totam Tellurem dispersas, quæ nunquam poterit certum superare graduum numerum; nisi plus æquo ad fodinam aliquam accedatur. Declinatio ejusmodi diversa erit in diversis locis, ob diversam eorum locorum positionem ad omnes ejusmodi massas, & vero etiam variabitur, cum fodinæ ferri & destruantur in dies novæ, & generentur, ac augeantur, & minuantur in horas. Variatio intra unum diem exigua erit, cum eæ mutationes in fodinis intra unum diem exiguæ sint: procedente tempore evadet major, eritque omnino irregularis; si mutationes, quæ in fodinis accidunt, sint etiam ipsæ irregulares.

Attractionem,
& polos cohe-
rere cum hac
Theoria: diffi-
cultas de distan-
tia ad quam vis
ea extenditur:
conjectura de
solutione ipsius.

515. Quod autem ad attractionem pertinet, eam in particulis haberi posse patet, & ab earum textu debere pendere: plurima autem sunt magnetismi phænomena, quæ ostendant, mutata dispositione particularum generari magneticam vim, vel destrui, & multo frequentius intendi, vel remitti, cujus rei exempla passim occurrunt apud eos, qui de magneticis agunt. Poli autem ex altera parte attractivi, ex altera repulsivi, qui habentur in magnetismo itidem, coherent cum Theoria; cum virium summa ex altera parte possit esse major, quam ex altera. Difficultatem aliquam majorem parit distantia ingens, ad quam ejusmodi vis extenditur: at fieri utique id ipsum potest per aliquod effluviorum intermedium genus, quod tenuitate

tate sua effugerit huc usque observantium oculos, & quod per intermediarias vires suas connectat etiam massas remotas, si forte ex sola diversa combinatione punctorum habentium vires ab eadem illa mea curva expressas id etiam phenomenon provenire non possit. Sed ad hæc omnia rite evolenda, & illustranda singulares tractatus, & longæ perquisitiones requirerentur; hic mihi satis est indicasse ingentem Theoriæ meæ fecunditatem, & usum in difficillimis quibuscunque Physicæ etiam particularis partibus pertractandis.

516. Superest, ut postremo loco dicamus hic aliquid de alterationibus, & transformationibus corporum. Pro materia mihi sunt puncta indivisibilia, inextensa, prædita vi inertiae, & viribus mutuis expressis per simplicem continuam curvam habentem determinatas illas proprietates, quas expressi a num. 117, & quæ per æquationem quoque algebraicam definiri potest. An hæc virium lex sit intrinseca, & essentialis ipsis indivisibilibus punctis; an sit quiddam substantiale, vel accidentale ipsis superadditum, quemadmodum sunt Peripateticorum formæ substantiales, vel accidentales; an sit libera lex Auctoris Naturæ, qui motus ipsos secundum legem a se pro arbitrio constitutam dirigat: illud non quero, nec vero inveniri potest per phænomena, quæ eadem sunt in omnibus iis sententiis. Tertia est causarum occasionalium ad gustum Cartesianorum, secunda Peripateticis inservire potest, qui in quovis puncto possunt agnoscere materiam, tum formam substantialem exigentem accidens, quod sit formalis lex virium, ut etiam, si velint, destructa substantia, remanere eadem accidentia in individuo, possint conservare individuum istud accidens, unde sensibilitas remanebit prorsus eadem, & quæ pro diversa combinatione ejusmodi accidentium pertinentium ad diversa puncta, erit diversa. Prima sententia videtur esse plurimorum e Recentioribus, qui impenetrabilitatem, & activas vires, quas admittunt Leibnitiani, & Newtoniani passim, videntur agnoscere pro primariis materiæ proprietatibus in ipsa ejus essentia sitis. Potest utique hæc mea Theoria adhiberi in omnibus hisce philosophandi generibus, & suo cujusque peculiari cogitandi modo aptari potest.

517. Hæc materia mihi est prorsus homogœnea, quod pertinet ad legem virium, & argumenta, quæ habeo pro homogœneitate, exposui num. 92. Siqua occurrent Naturæ phænomena, quæ per unicum materiæ genus explicari non possint; poterunt adhiberi plura genera punctorum cum pluribus legibus inter se diversis, atque id ita, ut tot leges sint, quot sunt binaria generum, & præterea, quot sunt ipsa genera, ut illarum singulæ exprimant vires mutuas inter puncta pertinentia ad bina singulorum binariorum genera, & harum singulæ vires mutuas inter puncta pertinentia ad idem genus, singulæ pro generibus singulis. Porro inde mirum sane, quanto major

Quid materia, & unde ejus vires: tria diversa principia, a quibus provenire possunt.

Homogœneitas elementorum. Si ea non admittatur, quanto plures combinationes per diversas leges virium: formam substantialem, & accidentia posse Peripateticos, si velint, agnoscere in ipsis punctis.

combinationum numerus oriretur, & quanto facilius explicarentur omnia phænomena. Possent autem illæ leges exponi per curvas quasdam, quarum aliquæ haberent aliquid commune, ut asymptoticum impenetrabilitatis arcum, & arcum gravitatis, ac aliæ ab aliis possent distare magis, ut habeantur quædam genera, & quædam differentiæ, quæ corporum elementa in certas classes distribuèrent; & hic Peripateticis, si velint, occasio daretur admittendi materiam ubique homogeneam, ac formas substantiales diversas, quæ accidentalem virium formam diversam exigant, & vero etiam plures accidentales formas, quæ diversas determinant vires, ex quibus componatur vis totalis unius elementi respectu sui similibus, vel respectu aliorum.

Mira varietas confectionum: possibilitas quotlibet Mundorum in eodem spatio cum apparenti compenetracione, sine ulla notitia unius cujusvis in aliis.

518. Possent autem admitti vis in quibusdam generibus nulla, & tunc substantia unius ex iis generibus liberrime permearet per substantiam alterius sine ullo occurfu, qui in numero finito punctorum indivisibilium nullus haberetur, adeoque transiret cum impenetrabilitate reali, & compenetracione apparente: ac possent unum genus esse colligatum cum alio per legem virium, quam habeant cum tertio, sine ulla lege virium mutua inter ipsa, vel possent ea duo genera nullum habere nexum cum ullo tertio: atque in hoc posteriore casu haberi possent plurimi Mundi materiales, & sensibiles in eodem spatio ita inter se disparati, ut nullum alter cum altero haberet commercium, nec alter ullam alterius notitiam possent unquam acquirere. Mirum sane, quam multæ aliæ in casibus illius nexus cujuscumque duorum generum cum tertio combinationes haberi possint ad explicanda Naturæ phænomena: sed argumenta, quæ pro homogeneitate protuli, locum habent pro omnibus punctis, cum quibus nos commercium aliquod habere possumus, pro quibus solis inductio locum habere potest. An autem sint alia punctorum genera vel hic in nostro spatio, vel alibi in distantia quavis, vel si id ipsum non repugnat, in aliquo alio spatii genere, quod nullam habeat relationem cum nostro spatio, in quo possint esse puncta sine ulla relatione distantia a punctis in nostro spatio existentibus, nos prorsus ignoramus, nihil enim eo pertinens omnino ex Naturæ phænomenis colligere possumus, & nimis est audax, qui eorum omnium, quæ condidit Divinus Naturæ Fabricator limitem ponat suam sentiendi, & vero etiam cogitandi vim.

Formam in homogeneitatis suppositione esse numerum, & dispositionem punctorum, quæ sunt radix omnium proprietatum: quæ dici possint formæ specificæ:

519. Sed redeundo ad meam homogeneorum elementorum Theoriam, singulares corporum formæ erunt combinatio punctorum homogeneorum, quæ habetur a distantis, & positionibus, ac præter solam combinationem velocitas, & directio motus punctorum singulorum: pro individuis vero corporum massis accedit punctorum numerus. Dato numero & dispositione punctorum in data massa, datur radix omnium proprietatum, quas habet eadem massa in se, & omnium relationum, quas

quas eadem habere debet cum aliis massis, quas nimirum de-terminabunt numeri, & combinationes, ac motus earum, & datur radix omnium mutationum, quæ ipsi possunt accidere. Quoniam vero sunt quædam combinationes peculiare, quæ exhibent quasdam peculiare proprietate constante, quas determinavimus, & exposuimus, nimirum suæ pro cohesione, & variis soliditatum gradibus, suæ pro fluiditate, suæ pro elasticitate, suæ pro mollitie, suæ pro certis acquirendis figuris, suæ pro certis habendis oscillationibus, quæ & per se, & per vires sibi affixas diversos sapores pariant, & diversos odores, & colorum diversas constante proprietate exhibeant, sunt autem aliæ combinationes, quæ inducunt motus, & mutationes non permanentes, uti est omne fermentationum genus; possunt a primis illis constantium proprietatum combinationibus desumi specificæ corporum formæ, & differentia, & per hæc posteriore habebuntur alterationes, & transformationes.

unde alteratio-
nes, & trans-
formationes.

520. Inter illas autem proprietate constante possunt seligi quædam, quæ magis constante sint, & quæ non pendeant a permixtione aliarum particularum, vel etiam, quæ si amittantur, facile, & prompte acquirantur, & illæ haberi pro essentialibus illi speciei, quibus constante mutatis habeatur transformatio, iisdem vero manentibus, habeatur tantummodo alteratio. Sic si fluidi particulæ alligentur per alias, ut motum circa se invicem habere non possint, sed illarum textus, & virium genus maneat idem; congelatum illud fluidum dicetur tantummodo alteratum, non vero etiam mutatum specificè. Ita alterabitur etiam, & non specificè mutabitur corpus, aucta quantitate materiæ igneæ, quam in poris continet, vel aucto motu ejusdem, vel etiam aucta aliqua suarum partium oscillatione, ac dicetur calefactione nova alteratum tantummodo: & aquæ massa, quæ post ebullitionem redit ad priorem formam, erit per ipsam ebullitionem alterata, non transformata: figuræ itidem mutatio, ubi ex cera, vel metallo diversa fiunt opera, alterationem quandam inducet. At ubi mutatur ille textus, qui habebatur in particulis, atque id mutatione constanti, & quæ longe alia phænomena præbeat; tum vero dicetur corrumpi, & transformari corpus. Sic ubi e solidis corporibus generetur permanens aer elasticus, & vapores elastici ex aqua, ubi aqua in terram concreseat, ubi commixtis substantiis pluribus arte inter se cohæreant novo nexu earum particulæ, & novum mixtum efforment, ubi mixti particulæ separatæ per solutionem nexus ipsius, quod accidit in putrefactione, & in fermentationibus plurimis, novam singulæ constitutionem acquirant, habebitur transformatio.

Discrimen inter transformacionem, & alterationem.

521. Si possemus inspicere intimam particularum constitutionem, & textum, ac distinguere a se invicem particulas ordinum gradatim altiorum a punctis elementaribus ad hæc nostra corpora; fortasse inveniremus aliqua particularum genera

Quid requiretur ad inspicendam formam intimam, unde liceret

a priori redire
re massas ad ge-
nerales, & species:
cui præstan-
dum, cum id
non liceat.

ita suæ formæ tenacia, ut in omnibus permutationibus ea nunquam corrumpantur, sed mutantur quorundam altiorum ordinum particulæ per solam mutationem compositionis, quam habent a diversa dispositione particularum constantium ordinis inferioris; liceret multo certius dividere corpora in suas species, & distinguere elementa quædam, quæ haberi possent pro simplicibus, & inalterabilibus vi Naturæ, tum compositiones mixtorum specificas, & essentielles ab accidentalibus proprietatibus discernere. Sed quoniam in intimum ejusmodi textum penetrare nondum licet; eas proprietates debemus diligenter notare, quæ ab illo intimo textu proveniunt, & nostris sensibus sunt perviæ, quæ quidem omnes consistunt in viribus, motu, & mutatione dispositionis massularum grandiuscularum, quæ sensibus se nostris obijciunt, & constanter habitas, vel facile, & brevi recuperatas distinguere a transitoriis, vel facile, & constanter amissas, & ex illarum aggregato distinguere species, hæc vero habere pro accidentalibus.

Videri, nos
nunquam posse
devenire ad co-
gnoscendam in-
timum substan-
tiam, & essen-
tiam, ac discrimi-
nata specifica.

522. Verum quod ad omne hoc argumentum pertinet, non erit abs re, si postremo loco huc transferam ex *Staviana Recensione Philosophia*, ac meis in eam adnotationibus, illud, quod habeo ad versum 547 libri 1.: „ Quamvis intrinsecam corporum naturam intueri non liceat, non esse abijciendum, affirmat, Naturæ investigandæ studium: posse ex externis illis proprietatibus plures detegi in dies: id ipsum summæ laudi esse: ideam sane, quam habemus confusam substantiæ eas habentis proprietates, proprietatibus ipsis auctis extendimus. Rem illustrat aptissimo exemplo ejus substantiæ, quam aurum appellamus, ac seriem proprietatum eo ordine proponit, quo ipsas detectas esse verosimiliter arbitratur: colorem fulvum, pondus gravissimum, ductilitatem, fusilitatem, quod in fusione nihil amittat, quod rubiginem non contrahat. Diu his tantummodo proprietatibus auri substantiam contineri est creditum, sero additum, solvi per illam, quam dicunt aquam regiam, & præcipitari immisso sale. Porro & aliæ supererunt plurimæ ejusmodi proprietates olim fortasse detegendæ: quo plures detegimus, eo plus ad confusam illam naturæ auri cognitionem accedimus: a clara, atque intima ipsius naturæ contemplatione adhuc absimus. Idem, quod in hoc vidimus peculiari corpore, de corporis in genere natura affirmat. Investigandas proprietates, quibus detectis illum intimam proprietatum fontem attingi nunquam posse: nil nisi inania proferri vocabula, ubi intimæ proprietates investigantur.

Quid tamen
præitari possit
circa generales
proprietates, &
generalia prin-
cipia: id esse
hic præstitum.

523. Hæc ego quidem ex illo: tum meam hanc ipsam Theoriam respiciens, quam & ipse libro 10 exposuit nondum edito, sic persequor: „ Quid autem, si partim observatione, partim ratiocinatione adhibita, constaret deum, materiam homogeneam esse, ac omne discrimen inter corpora prove-
nire

„ nire a forma, nexu, viribus, & motibus particularum, quæ
 „ sint intima origo sensibilibus omnium proprietatum. Ea
 „ nostros sensus non alia effugiunt ratione, nisi ob nimis exi-
 „ guam particularum molem: nec nostræ mentis vim, nisi ob
 „ ingentem ipsarum multitudinem, & sublimissimam, utut
 „ communem, virium legem, quibus fit, ut ad intimam sin-
 „ gularum specierum compositionem cognoscendam aspirare non
 „ possimus. At generalium corporis proprietatum, & genera-
 „ lium discriminum explicationem libro 10 ex intimis iis prin-
 „ cipiis petitam, exhibebimus fortasse non infeliciter: peculia-
 „ rium corporum textum olim cognosci, difficillimum quidem
 „ esse, arbitror, prorsus impossibile, affirmare non ausim.

324. Demum ibidem illud addo, quod pertinet ad genera,
 & species: „ Interea specificas naturas æstimamus, & distin-
 „ guimus a collectione illa externarum proprietatum, in quo
 „ plurimum confert ordo, quo deteguntur. Si quædam col-
 „ lectio, quæ sola innotuerat, inveniatur simul cum nova
 „ quadam proprietate conjuncta, in aliis fere æquali numero
 „ cum alia diversa; eam, quam pro specie infima habeba-
 „ mus, pro genere quodam habemus continente sub se illas
 „ species, & nomen, quod prius habuerant, pro utraque reti-
 „ nemus. Si diu invenimus conjunctam ubique cum aliqua
 „ nova, deinde vero alicubi multo posterius inveniatur sine
 „ illa nova; tum, nova illa jam in naturæ ideam admissa,
 „ hanc substantiam ea carentem ab ejusmodi natura arcemus,
 „ nec ipsi id nomen tribuimus. Si nunc inveniretur massa,
 „ quæ ceteras omnes enumeratas auri proprietates haberet,
 „ sed aqua regia non solveretur, eam non esse aurum dicere-
 „ mus. Si initio compertum esset, alias ejusmodi massas sol-
 „ vi, alias non solvi per aquam regiam, sed per alium liquo-
 „ rem, & utrumque in æquali fere earum massarum numero
 „ notatum esset, putatum fuisset, binas esse auri species, qua-
 „ rum altera alterius liquoris ope solveretur.

Hæc ego ibi; unde adhuc magis patet, quid specificæ for-
 mæ sint, & inde, quid sit transformatio. Sed de his omni-
 bus jam satis.

Quo pacto in-
 terca species di-
 stinguamus.



A P P E N D I X

Ad Metaphysicam pertinens

D E

A N I M A , & D E O .

Argumentum
hujus Appen-
dicis, & cur
sit addita.

525 **Q**Uæ pertinent ad discrimen animæ a materia, & ad modum, quo anima in corpus agit, rejecta Leibnitianorum harmonia præstabilita, persecutus jam sum in parte prima a num. 153. Hic primum & id ipsum discrimen evolvam magis, & addam de ipsius animæ, & ejus actuum vi, ac natura, nonnulla, quæ cum eodem operis argumento arctissime connectuntur: tum ad eum colligendum, qui semper maximus esse debet omnium philosophicarum meditationum fructus, nimirum ad ipsum potentissimum, ac sapientissimum Auctorem Naturæ conscendam.

Discrimen in-
ter animam &
corpus: in hoc
omnia peragi
per distantias
locales, motus,
ac vires indu-
centes motum
localem.

526. Inprimis hic iterum patet, quantum discrimen sit inter corpus, & animam, ac inter ea, quæ corporeæ materiæ tribuimus, & quæ in nostra spiritali substantia experimur. Ibi omnia perfecimus tantummodo per distantias locales, & motus, ac per vires, quæ nihil aliud sint, nisi determinationes ad motus locales, sive ad mutandas, vel conservandas locales distantias certa lege necessaria, & a nulla materiæ ipsius libera determinatione pendentes. Nec vero ullas ego repræsentativas vires in ipsa materia agnosco, quarum nomine haud scio, an ii ipsi, qui utuntur, satis norint, quid intelligant, nec ullum aliud genus virium, aut actionum ipsi tribuo, præter illud unum, quod respicit localem motum, & accessus mutuos, ac recessus.

In anima nos
experiri sensa-
tiones, & cogi-
tationes, ac vo-
litiones: Vim
esse in nobis in-
natam, qua vi-
deamus harum
discrimina, & re-
lationem, quam
habent ad sub-
stantias, a qui-
bus procedunt
essentialiter di-
versas.

527. At in ea nostra substantia, qua vivimus, nos quidem intimo sensu, & reflexione, duplex aliud operationum genus experimur, & agnoscimus, quarum alterum dicimus sensationem, alterum cogitationem, & volitionem. Profecto idea, quam de illis habemus intimam, & prorsus experimentalem, est longe diversa ab idea, quam habemus, localis distantia, & motus. Et quidem illud mihi, ut in prima parte innui, omnino persuasum est, inesse animis nostris vim quandam, qua ipsas nostras ideas, & illos, non locales, sed animasticos motus, quos in nobis ipsis inspicimus, intime cognoscamus, & non solum similes a dissimilibus possimus discernere, quod omnino facimus, cum post equi visi ideam, se nobis idea piscis objicit, & hunc dicimus non esse equum; vel cum in
primis

primis principiis ideas conformes affirmando jungimus, difformes vero separamus negando; verum etiam ipsorum non localium motuum, & idearum naturam immediate videamus, atque originem; ut idcirco nobis evidenter constet per sese, alias oriri in nobis a substantia aliqua externa ipsi animo, & admodum discrepante ab ipso, ut etiam ipsi conjuncta, quam corpus dicimus, alias earum occasione in ipso animo exurgere, atque enasci per longe aliam vim: ac primi generis esse sensationes ipsas, & directas ideas, posterioris autem omne reflexionum genus, judicia, discursus, ac voluntatis actus tam varios: qua interna evidentia, & conscientia sua illi etiam, qui de corporum, de aliorum extra se objectorum existentia dubitare vellent, ac idealismum, & egoismum affectant, coguntur vel inviti internum ejusmodi ineptissimis dubitationibus assensum negare, & quotiescunque directe, & vero etiam reflexe, ac serio cogitant, & loquuntur, aut agunt, ita agere, loqui, cogitare, ut alia etiam extra se posita sibi similia, & spiritualia, & materialia entia agnoscant: neque enim libros conscriberent, & ederent, & suam rationibus confirmare sententiam niterentur; nisi illis omnino persuasum esset, existere extra ipsos, qui, quæ scripserint, & typis vulgaverint, perlegant, qui eorum rationes voce expressas aure excipiant, & victi demum se dedant.

528. Et vero ex motibus quibusdam localibus in nostro corpore factis per impulsum ab externis corporibus, vel per se etiam eo modo, quo ab externis fierent, ac delatis ad cerebrum (in eo enim alicubi videtur debere esse saltem præcipua sedes animæ, ad quam nimirum tot nervorum fibræ pertingunt idcirco, ut impulsiones propagatæ, vel per succum volatilem, vel per rigidas fibras quaquaversus deferri possint, & inde imperium in universum exerceri corpus) exurgunt motus quidam non locales in animo, nec vero liberi, & ideæ coloris, saporis, odoris, soni, & vero etiam doloris, qui oriuntur quidem ex motibus illis localibus; sed intima conscientia teste, qua ipsorum naturam, & originem intuemur, longe aliud sunt, quam motus ipsi locales: sunt nimirum vitales actus, ut non liberi. Præter hos autem in nobis ipsis illud aliud etiam operationum genus perspicimus cogitandi, ac volendi, quod alii & brutis itidem attribuunt, cum quibus illud primum operationum genus commune nobis esse censent jam omnes, præter Cartesianos paucos, Philosophi: nam & Leibniziani brutis ipsis animam tribuunt, quanquam non immediate agentem in corpus: sed ex iis, qui ipsam cogitandi, & volendi vim brutis attribuunt, in iis agnoscunt passim omnes, qui sapiunt, nostra inferiorem longe, & ita a materia pendentem, ut sine illa nec vivere possint, nec agere; dum nostras animas etiam a corpore separatas credimus posse eosdem æque cogitationis, & volitionis actus exercere.

Duo genera actuum vitalium, quæ in nobis perspicimus, sensationes, & cogitationes, ac volitiones, quas possumus etiam sine corpore exercere.

Si ea brutis
convenient,
quanto imper-
fectiora in iis
esse debeant,
& quid de voce
spiritus.

529. Porro ex his, qui cogitationem, & voluntatem brutis attribuunt, alii utrique generi applicant nomen spiritus, sed distinguunt diversa spirituum genera, alii vocem spiritualis substantiæ tribuunt illis solis, quæ cogitare, & velle possint etiam sine ullo nexu cum corpore, & sine ulla materiæ organica dispositione, & motu, qui necessarius est brutis, ut vivant. Atque id quidem admodum facile revocari potest ad litem de nomine, & ad ideam, quæ affigatur huic voci *spiritus*, vel *spiritualis*, cujus vocis latina vis originaria non nisi tenuem flatum significat; nec magna erit in vocum usurpatione difficultas; dummodo bene distinguantur a se invicem materia expertis omni & sentiendi, & cogitandi, ac volendi vi, a viventibus sensu præditis; & in viventibus ipsis anima immortalis, ac per se ipsam etiam extra omne organicum corpus capax cogitationis, & voluntatis, a brutis longe imperfectioribus, vel quia solum sentiendi vim habeant omnis cogitationis, & voluntatis expertia, vel quia, si cogitent, & velint, longe imperfectiores habeant ejusmodi operationes, ac dissoluto per organici corporis corruptionem nexu cum ipso corpore, prorsus dispereant.

Discrimen inter motus, a quibus idea excitatur, & ideam ipsam: quatuor accceptiones vocis color.

530. Ceterum longe aliud profecto est & tenuitas lamellæ, quæ determinat hunc potius, quam illum coloratum radium ad reflexionem, ut ad oculos nostros deveniat, in quo sensu adhibet coloris nomen vulgus, & opifices; & dispositio punctorum componentium particulam luminis, quæ certum ipsi conciliat refrangibilitatis gradum, certum in certis circumstantiis intervallum vicium facilioris reflexionis, & facilioris transmissus, unde fit, ut certam in oculi fibris impressionem faciat, in quo sensu nomen coloris adhibent Optici; & impressio ipsa facta in oculo, & propagata ad cerebrum, in quo sensu coloris nomen Anatomici usurpare possunt; & longe aliud quid, & diversum ab iis omnibus, ac ne analogum quidem illis, saltem satis arcto analogiæ, & omnimodæ similitudinis genere, est idea illa, quæ nobis excitatur in animo, & quam demum a prioribus illis localibus motibus determinatam intuemur in nobis ipsis, ac intima nostra conscientia, & animi vis, de cujus vera in nobis ipsis existentia dubitare omnino non possumus, evidentissima voce admonent ea de re, & certos nos reddunt.

Commercium animæ cum corpore continere tria legum genera: quæ sint priora duo.

531. Porro commercium illud inter animam, & corpus, quod unionem appellamus, tria habet inter se diversa legum genera, quarum bina sunt prorsus diversa ab ea etiam, quæ habetur inter materiæ puncta, tertium in aliquo genere convenit cum ipsa, sed ita longe in aliis plurimis ab ea distat, ut a materiali mechanismo penitus remotum sit. Priora sunt in ordine ad motus locales organici nostri corporis, vel potius ejus partis, sive ea sit fluidum quoddam tenuissimum, sive sint solidæ fibræ; & ad motus non locales, sed animasticos nostri animi,

nimi, nimirum ad excitationem idearum, & ad voluntatis actus. Utroque legum genere ad quosdam motus corporis excitantur quidam animi actus, & vice versa, & utrumque requirit inter cetera positionem certam in partibus corporis ad se invicem, & certam animæ positionem ad ipsas: ubi enim læsione quadam satis magna organici corporis ea mutua positio partium satis turbatur, ejusmodi legum observantia cessat: nec vero ea locum habere potest, si anima procul distet a corpore extra ipsum sita.

532. Sunt autem ejusmodi legum duo genera: alterum genus est illud, cujus nexus est necessarius, alterum, cujus nexus est liber: habemus enim & liberos, & necessarios motus, & sæpe fit, ut aliquis apoplexia ictus amittat omnem, saltem respectu aliquorum membrorum, facultatem liberi motus; at necessarios, non eos tantum, qui ad nutritionem pertinent, & a sola machina pendent, sed & eos, quibus excitantur sensationes, retineat. Unde apparet & illud, diversa esse instrumenta, quibus ad ea duo diversa motuum genera utimur. Quanquam & in hoc secundo legum genere fieri posset, ut nexus ibi quidem aliquis necessarius habeatur, sed non mutuus. Ut nimirum tota libertas nostra consistat in excitandis actibus voluntatis, & eorum ope etiam ideis mentis, quibus semel libero animalitico motu intrinseco excitatis, per legem hujus secundi generis debeant illico certi locales motus exoriri in ea corporis nostri parte, quæ est primum instrumentum liberorum motuum, nulli autem sint motus locales partis ullius nostri corporis, nullæ ideæ nostræ mentis, quæ animum certa lege determinent ad hunc potius, quam illum voluntatis liberum actum; licet fieri possit, ut certa lege ad id inclinent, & actus alios aliis faciliores reddant, manente tamen semper in animo, in ipsa illa ejus facultate, quam dicimus voluntatem, potestate liberrima eligendi illud etiam, contra quod inclinatur, & efficiendi, ut ex mera sua determinatione præponderet etiam illud, quod independenter ab ea minorem habet vim. In eodem autem genere nexus quidam necessarii erunt itidem inter motus locales corporis, ac ideas mentis, cum quibusdam indeliberatis animi affectionibus, quæ leges, quam multæ sint, quam variæ, & an singula genera ad unicam aliquam satis generalem reduci possint, id vero nobis quidem saltem huc usque est penitus inaccessum.

533. Tertium legum genus convenit cum lege mutua punctorum in hoc genere, quod ad motum localem pertinet animæ ipsius, ac certam ejus positionem ad corpus, & ad certam organorum dispositionem. Durante nimirum dispositione, a qua pendet vita, anima necessario debet mutare locum, dum locum mutat corpus, atque id ipsum quodam necessario nexu, non libero: si enim præceps gravitate sua corpus ruit, si ab alio repente impellitur, si vehitur navi, si ex ipsius ani-

In altero ejus nexus inter animam, & corpus necessarius, in altero liber: exponuntur ambo.

Tertium genus in quo conveniat eum nexu mutuo inter puncta materiæ, & in quo ab eo plurimum differat.

mæ voluntate progreditur, moveri utique cum ipso debet necessario & anima, ac illam eandem respectivam sedem tenere, & corpus comitari ubique. Dissoluto autem eo nexu organicorum instrumentorum, abit illico, & a corpore, jam suis inepto utibus, discedit. At in eo hæc virium lex localem motum animæ respiciens plurimum differt a viribus materiæ, quod nec in infinitum protenditur, sed ad certam quandam satis exiguam distantiam, nec illam habet tantam reciprocationem determinationis ad accessum, & recessum cum tot illis limitibus, vel saltem nullum earum rerum habemus indicium. Fortasse nec in minimis distantis a quovis materiæ puncto determinationem ullam habet ad recessum, cum potius ipsa compenetrari cum materia posse videatur: nam ex phænomenis nec illud certo colligi posse arbitror, an cum ullo materiæ puncto compenetraretur. Deinde nec hujusmodi vires habet perennes, & immutabiles, pereunt enim destructa organizatione corporis, nec eas habet, cum suis similibus, nimirum cum aliis animabus, cum quibus idcirco nec impenetrabilitatem habet, nec illos nexus cohesionum, ex quibus materiæ sensibilitas oritur. Atque ex iis tam multis discriminibus, & tam insignibus, satis luculenter patet, quam longe hæc etiam lex pertinens ad unionem animæ cum corpore a materiali mechanismo distet, & penitus remota sit.

Ubi sit sedes
animæ, ex puris
phænomenis
sciri non posse.

534. Ubi sit animæ sedes, ex *puris phænomenis certo nosse* omnino non possumus: an nimirum ea sit præsens certo cuidam punctorum numero, & toti spatio intermedio habens virtuale illam extensionem, quam num. 84 in primis materiæ elementis rejecimus, an compenetraretur cum uno aliquo puncto materiæ, cui unita secum ferat & necessarios illos, & liberos nexus, ut vel illud punctum cum aliis etiam legibus agat in alia puncta quædam, vel ut, enatis certis quibusdam in eo motibus, cætera fiant per virium legem toti materiæ communem; an ipsa existat in unico puncto spatii, quod a nullo materiæ puncto occupetur, & inde nexum habeat cum certis punctis, respectu quorum habeat omnes illas motuum localium, & animaliticorum leges, quas diximus; id sane *ex puris Naturæ phænomenis*, & vero etiam, ut arbitror, ex reflexione, & meditatione quavis, quæ fiat *circa ipsa phænomena*, nunquam nobis innotescet.

Demonstratur
id ipsum pro-
ducendo, quid
oporteret nosse
ad resolvendam
eiusmodi quæ-
sitionem ex phæ-
nomenis.

535. Nam ad id determinandum ex phænomenis utcunque consideratis, oporteret nosse, an ea phænomena possint haberi eadem quovis ex iis modis, an potius requiratur aliquis ex iis determinatus ut conjunctio, localis etiam, animæ cum magna corporis parte, vel etiam cum toto corpore. Ad id autem cognoscendum oporteret distinctam habere notitiam earum legum, quas secum trahit conjunctio animæ cum corpore, & totius dispositionis punctorum omnium, quæ corpus constituunt, ac legis virium mutuarum inter materiæ puncta, tum etiam ha-
bere

bere tantam Geometriæ vim, quanta opus est ad determinandos omnes motus, qui ex sola mechanica distributione eorundem punctorum oriri possint. Iis omnibus opus esset ad videndum, an ex motibus, quos anima imperio suæ voluntatis, vel necessitate suæ naturæ induceret in unicum punctum, vel in aliqua determinata puncta, consequi deinde possent per solam legem virium communem punctis materiæ omnes reliqui spirituum, & nervorum motus, qui habentur in motibus nostris spontaneis, & omnes motus tot particularum corporis, ex quibus pendent secretiones, nutritio, respiratio, ac alii nostri motus non liberi. At illa omnia nobis incognita sunt, nec ad illud adeo sublime Geometriæ genus adspirare nobis licet, qui nondum penitus determinare potuimus motus omnes trium etiam massularum, quæ certis viribus in se invicem agant.

536. Fuerunt, qui animam concluderint intra certam aliquam exiguam corporis nostri particulam, ut Cartesius intra glandulam pinealem: at deinde compertum est, ea parte sola non contineri: nam ea parte dempta, vita superfuit: sic sine pineali glandula aliquando vitam perdurasse, compertum jam est, ut animalia aliqua etiam sine cerebro vitam produxerunt. Alii diffusionem animæ per totum corpus impugnant ex eo, quod aliquando homines, rescissa etiam manu, dixerint, se digitorum dolorem sentire, tanquam si adhuc haberent digitos; qui dolor cum sentiatur absque eo, quod anima ibi digitis sit præsens; inde inferri posse arbitrantur, quotiescumque digitorum sentimus dolorem, illam sentiri sine præsentia animæ in digitis. At ea ratio nihil evincit: fieri enim posset, ut ad habendum prima vice sensum, quem in digitorum dolore experimur, requireretur præsentia animæ in ipsis digitis, sine qua ejus doloris idea primo excitari non possit, possit autem efformata semel per ejusmodi præsentiam excitari iterum sine ipsa per eos motus nervorum, qui cum motu fibrarum digiti in primo illo sensu conjuncti fuerant: præterquamquod adhuc remanet definiendum illud, an ad nutritionem requiratur præsentis animæ impulsus aliquis, an ea per solum mechanismum obtineri possit tota sine ulla animæ operatione.

537. Hæc omnia abunde ostendunt, phænomenis rite consultis nihil satis certo definiri posse circa animæ sedem, nec ejus diffusionem per magnam aliquam corporis partem, vel etiam per totum corpus excludi. Quod si vel per ingentem partem, vel etiam per totum corpus protendatur, id ipsum etiam cum mea theoria optime conciliabitur. Poterit enim anima per illam virtuale extensionem, de qua egimus a num. 83, existere in toto spatio, quo continentur omnia puncta constituenta illam partem, vel totum corpus: atque eo pacto adhuc magis in mea theoria differet anima a materia; cum simplicia materiæ elementa non nisi in singulis spatii punctis existant singula singulis momentis temporis, anima autem licet itidem simplex,

Falsitas plurimum opinionum de ejus sede: non probari, eam non extendit per totum corpus.

Conclusio pro ignorantia: ubi & quomodo possit esse.

plex, adhuc tamen simul existet in punctis spatii infinitis conjungens cum unico momento temporis seriem continuam punctorum spatii, cui toti simul erit præsens per illam suam extensionem virtuales, ut & Deus per infinitam Immensitatem suam præsens est punctis infinitis spatii (& ille quidem omnibus omnino), sive in iis materia sit, sive fiat vacua.

Nunquam produci ab anima motum, nisi æqualem in partes oppositas: quid inde con- sequatur.

538. Et hæc quidem de sede animæ: illud autem postremo loco addendum hic censeo de legibus omnibus constituentibus ejus conjunctionem cum corpore, quod est observationibus conforme, quod diximus num. 74, & 387, nunquam ab anima produci motum in uno materiæ puncto, quin in alio aliquo æqualis motus in partem contrariam producat, unde fit, ut nec liberi, nec necessarij materiæ motus ab animabus nostris orti perturbent actionis, & reactionis æqualitatem, conservationem ejusdem status centri communis gravitatis, & conservationem ejusdem quantitatis motus in Mundo in eandem plagam computari.

Transitus ad Auctorem Naturæ, cujus perfectiones in hac Theoria elucet maxime.

539. Hæc quidem de anima: jam quod pertinet ad ipsum Divinum Naturæ Opificem, in hac Theoria elucet maxime & necessitas ipsum omnino admittendi, & summa ipsius, atque infinita Potentia, Sapientia, Providentia, quæ venerationem a nobis demississimam, & simul gratum animum, atque amorem exposcant: ac vanissima illorum somnia corruunt penitus, qui Mundum vel casu quodam fortuito putant, vel fatali quadam necessitate potuisse condi, vel per se ipsum existere ab æterno suis necessariis legibus consistentem.

Error tribuentium Mundi originem casui fortuito: casum esse vocem vanam sine re.

540. Et primo quidem quod ad casum pertinet, sic ratio- cinantur: finiti terminorum numeri combinationes numero finitas habent, combinationes autem per totam infinitam æternitatem debent extitisse numero infinitæ; etiamsi nomine combinationum assumamus totam seriem pertinentem ad quotcunque millenos annos. Quamobrem in fortuita atomorum agitatione, si omnia se æqualiter habuerint, ut in longa fortuitorum serie semper accidit, debuit quævis ex ipsis redire infinitis vicibus, adeoque infinities major est probabilitas pro reditu hujus individua combinationis, quam habemus, quoecunque finito numero vicium redeuntis mero casu, quam pro non reditu. Hi quidem inprimis in eo errant, quod putent esse aliquid, quod in se ipso revera fortuitum sit; cum omnia determinatas habeant in Natura causas, ex quibus profluunt, & idcirco a nobis fortuita dicantur quædam, quia causas, a quibus eorum existentia determinatur, ignoramus.

Numerum combinationum in terminis etiam numero finitis esse infinitum; si rite omnia expendantur.

541. Sed eo omisso, falsissimum est, numerum combinationum esse finitum in terminis numero finitis; si omnia, quæ ad Mundi constitutionem necessaria sunt, perpendantur. Est quidem finitus numerus combinationum, si nomine combinationis assumatur tantummodo ordo quidam, quo alii termini post alios jacent: hinc ultro agnosco illud: si omnes litteræ, quæ

Virgilii poema componunt, versentur temere in sacco aliquo, tum extrahantur, & ordinentur omnes litteræ, aliæ post alias, atque ejusmodi operatio continuetur in infinitum, redituram & ipsam combinationem Virgilianam numero vicium quævis determinatum numerum superante. At ad Mundi constitutionem habetur inprimis dispositio punctorum materiæ in spatio patente in longum, latum, & profundum: porro rectæ in uno plano sunt infinitæ, plana in spatio sunt infinita, & pro quavis recta in quovis plano infinita sunt curvarum genera, quæ cum eadem ex dato puncto directione orientur, in quarum singularum classibus infinites plures sunt, quæ per datum punctorum numerum non transeant. Quare ubi seligenda sit curva, quæ transeat per omnia materiæ puncta, jam habemus infinitum saltem ordinis tertii. Præterea, determinata ejusmodi curva, potest variari in infinitum distantia puncti cujusvis a sibi proximo: quamobrem numerus dispositionum possibilium pro quovis puncto materiæ adhuc ceteris manentibus est infinitus, adeoque is numerus ex omnium mutationibus possibilibus est infinitus ordinis expositi a numero punctorum aucto saltem ternario. Iterum velocitas, quam habet dato tempore punctum quodvis, potest variari in infinitum, & directio motus potest variari in infinitum ordinis secundi ob directiones infinitas in eodem plano, & plana infinita in spatio. Quare cum constitutio Mundi, & sequentium phænomenorum series pendeat ab ipsa velocitate, & directione motus; numerus, qui exprimit gradum infiniti, ad quem assurgit numerus casuum diversorum, debet multiplicari ter per numerum punctorum materiæ.

542. Est igitur numerus casuum diversorum non finitus, sed infinitus ordinis expositi a quarta potentia numeri punctorum aucta saltem ternario, atque id etiam determinata curva virium, quæ potest eisdem infinitis modis variari. Quamobrem numerus combinationum relativarum ad Mundi constitutionem non est finitus pro dato quovis momento temporis, sed infinitus ordinis altissimi, respectu infiniti ejus generis, cujus generis est infinitum numeri punctorum spatii in recta quæpiam, quæ concipiatur utrinque in infinitum producta. At huic infinito est analogum infinitum momentorum temporis in tota utraque æternitate, cum unicam dimensionem habeat tempus. Igitur numerus combinationum est infinitus ordinis in immensum altioris ordine infiniti momentorum temporis, adeoque non solum non omnes combinationes non debent redire infinites; sed ratio numeri earum, quæ non redeunt, est infinita ordinis altissimi, quam nimirum exponit quarta potentia numeri punctorum aucta saltem binario, vel, si libeat variare virium leges, saltem ternario. Quamobrem ruit futile ejusmodi, atque inane argumentum.

543. Sed inde etiam illud eruitur, in immenso isto combina-

Cujus ordinis infinitus sit: nimirum altissimi, & in immensum altioris numero momentorum temporis in tota æternitate.

In ipso im-

bina-

menso combi-
nationum nu-
mero in im-
mensum plures
esse combina-
tiones inordina-
tas, quam or-
dinatas.

combinationum numero infinities esse plures pro quovis genere combinationes inordinatas, quæ exhibeant incertum chaos, & massam temere volitantium punctorum, quam quæ exhibeant Mundum ordinatum, & certis constantem perpetuis legibus. Sic ex. gr. ad efformandas particulas, quæ constanter suam formam retineant, requiritur collocatio in punctis illis, in quibus sunt limites, & quorum numerus debet esse infinities minor, quam numerus punctorum sitorum extra ipsos: nam intersectiones curvæ cum axe debent fieri in certis punctis, & inter ipsa debent intercedere segmenta axis continua, habentia puncta spatii infinita. Quamobrem nisi sit aliquis, qui ex omnibus æque per se possibilibus seligat unam ex ordinatis; infinities probabilius est, infinitate ordinis admodum elevati, obventuram inordinatam combinationum seriem, & chaos, non ordinatam, & Mundum, quem cernimus, & admiramur. Atque ad vincendam determinate eam infinitam improbabilitatem, requiritur infinita vis Conditoris Supremi seligentis unam ex iis infinitis.

Non determi-
nari ab homine
individuum:
sed eo determi-
nante intra li-
mites, ad quos
cognitio pertin-
git, reliquam
indeterminationem
vinci ab
Ente in infini-
tum libero.

544. Nec vero illud objici potest, etiam hominem, qui statuat aliquam effingat, finita vi eligere illam individuatam formam, quam illi dat, inter infinitas, quæ haberi possunt. Nam inprimis ille eam individuatam non eligit, sed determinat modo admodum confuso figuram quandam, & individua illa oritur ex Naturæ legibus, & Mundi constitutione illa individua, quam naturæ Opifex Infinitus infinitam indeterminationem superans determinavit, per quam ab ejus voluntatis actu oriuntur illi certi motus in ejus brachiis, & ab hisce motus instrumentorum. Quin etiam in genere idcirco tam multi Philosophi determinationem ad individuum, & determinationem ad omnes illos gradus, ad quos cognitio creati determinantis non pertingit, rejecerunt in Deum infinita cognoscendi, & discernendi vi præditum, necessaria ad determinandum unum individuum casum ex infinitis ad idem genus pertinentibus; cum creatæ mentis cognitio ad finitum tantummodo graduum diversorum numerum distincte percipiendum extendi possit: sine ullo autem determinante ex casibus infinitis, & quidem tanto infinitatis gradu, individuus unus præ aliis per se, aut per fortuitam eventualitatem prodire omnino non potest.

Hunc ordinem
non posse dici
per se necessa-
rium: prima
impugnatio a
nullo nexu,
qui videtur ha-
beri inter di-
stantiam, &
vim, quæ id-
circo liberum
determinantem
requirunt.

545. Sed nec dici potest, hunc ipsum ordinem necessarium esse, & æternum, ac per se subsistere, casu quovis sequente determinato a proxime præcedente, & a lege virium intrinseca, & necessaria iis individuis punctis, & non aliis. Nam contra hoc ipsum miserum sane effugium quamplurima sunt, quæ opponi possunt. Inprimis admodum difficile est, ut homo sibi serio persuadeat, hanc unam virium legem, quam habet hoc individuum punctum respectu hujus individui puncti, fuisse possibilem, & necessariam, ut nimirum in hac individua distan-

distancia se potius attrahant, quam repellant, & se attrahant tanta potius attractione, quam alia. Nulla apparet sane conexio inter distantiam tantam, & tantam talis speciei vim, ut ibi non potuerit esse alia quævis, & ut hanc potius, quam aliam pro hisce punctis non selegerit arbitrium entis habentis infinitam determinativam potentiam, vel pro hisce punctis id, si libeat, ex natura sua petentibus, non posuerit alia puncta illam aliam petentibus ex sua itidem natura.

546. Præterea cum & infinitum, & infinite parvum in se determinatum, & in se tale, in creatis sit impossibile (quod de infinito in extensione demonstravi (t) pluribus in locis, nec una tantum demonstratione, ut in dissertatione *De Natura, & usu infinitorum, & infinite parvorum*, ac in dissertatione adjecta meis *Sectionum Conicarum Elementis*, Element. tom. 3); finitus est numerus punctorum materiæ, vel saltem in communi etiam sententia finita est materiæ existentis massa, quæ finitum spatium occupare debet, & non in infinitum protendi. Porro cur hic sit potius numerus punctorum, hæc potius massæ quantitas in Natura, quam alia; nulla sane ratio esse potest, nisi arbitrium entis infinita determinativa potentia præditi, & nemo sanus sibi facile serio persuadebit, in quodam determinato numero punctorum haberi necessitatem existentia potius, quam in alio quovis.

547. Accedit illud, quod si Mundus cum hisce legibus fuisset ab æterno; existissent jam motus æterni, & lineæ a singulis punctis descriptæ debuissent fuisse jam in infinitum productæ: nam in se ipsas non redeunt sine arbitrio entis infinitam improbabilitatem vincentis, cum demonstraverim supra pluribus in locis infinities improbabilius esse,

Secunda a numero punctorum finito, qui determinanter voluntatem poscit.

Tertia ab æternitate, per quam durasset motus, cum linea necessario infinita: ejus impossibilitas.

K K

ali-

(t) En unam ex ejusmodi demonstrationibus. Sit in fig. 71 spatium a C versus AE infinitum, & in eo angulus rectilineus ACE bisariam sectus per rectam CD. Sit autem GH parallela CA, quæ occurrat CD in H, ac producatur ita, ut HF fiat dupla GH, ducaturque CF, & omnes CA, CB, CD, CE in infinitum producantur. Inprimis totum spatium infinitum ECD debet esse æquale infinito ACD: nam ob angulum ACE bisariam sectum sibi invicem congruerent. Deinde triangulum HCF est duplum HCG, ob FH duplam HG. Eodem pacto duobus aliis ghf ipsi parallelis, hCf erit duplum hCg, adeoque & area FHhf dupla HGgh. Quare & summa omnium FHhf dupla summa omnium HGgh, nimirum tota area infinita BCD dupla infinite DCE, adeoque dupla ACD, nimirum pars dupla totius, quod est absurdum. Porro absurdum oritur ab ipsa infinitate, si enim sint arcus circulares GMI, gmi centro C; sector ICM erit æqualis GCM, & triangulum FCH duplam GCH. Donec sumus in quantitibus finitis, res bene procedit, quia FCH non est pars ICM, sicut BCD est pars ACD, nec MCG, & HCG sunt unum, & idem, ut DCE est unicum infinitum absolutum contentum curvis CD, CE. Absurdum oritur tantummodo, ubi sublatis prorsus limitibus, a quibus oriuntur discrimina spatiorum inclusorum iisdem angulis ad C, fit suppositio infiniti absoluti, quæ contradictionem involvit.

Fig. 71.

aliquod punctum redire aliquando ad locum, quem alio temporis momento occupaverit, quam nullum redire unquam. Porro infinitum in extensione impossibile prorsus esse, ego quidem demonstravi, uti monui, & illa impossibilitas pertinere debet ad omne genus linearum, quæ in infinitum productæ sint. Potest utique motus continuari in infinitum per æternitatem futuram, quia si aliquando cœpit, nunquam habebitur momentum temporis, in quo jam fuerit existentia infinitæ lineæ: secus vero, si per æternitatem præcedentem jam extiterit: nec in eo futuram æternitatem cum præterita prorsus analogam esse censeo, ut illud indefinitum futuræ non sit verum quoddam infinitum præteritæ. Quod si linea infinita non fuerit, & quies est infinites adhuc improbabilior, quam regressus pro unico temporis momento ad idem spatii punctum, ac multo magis æterna quies; utique nec motum habuit æternum materia, nec existere potuit ab æterno, cum sine & quiete, & motu existere non potuerit, adeoque creatione omnino, & Creatore fuit opus, qui idcirco infinitam haberet effectivam potentiam, ut omnem creare posset materiam, ac infinitam determinativam vim, ut libero arbitrio suo utens ex omnibus infinitis possibilibus momentis totius æternitatis in utramque partem indefinitæ illud posset seligere individuum momentum, in quo materiam crearet, ac ex omnibus infinitis illis possibilibus statibus, & quidem tam sublimi infinitatis gradu, seligere illum individuum statum, complectentem unam ex illis curvis per omnia puncta dato ordine accepta transeuntibus, ac in ea determinatas illas distantias, ac determinatas motuum velocitates, & directiones.

Validissima ab
impossibilitate
series infinitæ
terminorum, in
qua alii ab aliis
determinantur
ad existendum
sine extrinseco
determinante:
ea hic demon-
stratur.

548. Verum hisce omnibus etiam omissis, est illud a determinatione itidem necessaria repetitum, in quavis Theoria validissimum, sed adhuc magis in mea, in qua omnia phenomena pendent a curva virium, & inertiae vi. Nimirum materia licet ponatur ejusmodi, ut habeat necessariam, & sibi essentialem vim inertiae, & virium activarum legem; adhuc ut quovis dato tempore posteriore habeat determinatum statum, quem habet, debet determinari ad ipsum a statu præcedenti, qui si fuisset diversus, diversus esset & subsequens; neque enim lapis, qui sequenti tempore est in Tellure, ibi esset; si immediate antecedenti fuisset in Luna. Quare status ille, qui habetur tempore sequenti, nec a se ipso, nec a materia, nec ab ullo ente materiali tum existente, habet determinationem ad existendum, & proprietates, quas habet materia perennes, indifferentiam per se continent, nec ullam determinationem inducunt. Determinationem igitur, quam habet ille status ad existendum, accipit a statu præcedenti. Porro status præcedens non potest determinare sequentem, nisi quatenus ipse determinate existit. Ipse autem nullam itidem in se habet determinationem ad existendum, sed illam accipit a præcedente.

Ergo

Ergo nihil habemus adhuc in ipso secundum se considerato determinationis ad existendum pro postremo illo statu. Quod de secundo diximus, dicendum de tertio præcedente, qui determinationem debet accipere a quarto, adeoque in se nullam habet determinationem pro existentia sui, nec idcirco ullam pro existentia postremi. Verum eodem pacto progrediendo in infinitum, habemus infinitam seriem statuum, in quorum singulis habemus merum nihil in ordine ad determinatam existentiam postremi status. Summa autem omnium nihilorum utcunque numero infinitorum est nihil: jam diu enim constitit, illum Guidonis Grandi, utut summi Geometræ, paralogismum fuisse, quo ex expressione seriei parallelæ ortæ per

divisionem $\frac{1}{1+1}$ intulit summam infinitorum zero esse revera

æqualem dimidio. Non potest igitur illa series per se determinare existentiam cujuscunque certi sui termini, adeoque nec tota ipsa potest determinate existeret, nisi ab ente extra ipsam posito determinetur.

549. Hoc quidem argumento jam ab annis multis uti soleo, quod & cum aliis pluribus communicavi, neque id ab usitato argumento, quo rejicitur series contingentium infinita sine ente extrinsecodante existentiam seriei toti, in alio differt, quam in eo, quod a contingentia res ad determinationem est translata, & a defectu determinationis pro sua cujuscunque existentia res est translata ad defectum determinationis pro existentia unius determinati status assumpti pro postremo: id autem præstiti, ne eludatur argumentum dicendo, in tota serie haberi determinationem ad ipsam totam, cum pro quovis termino habeatur determinatio intra eandem seriem, nimirum in termino præcedente. Illa reductione ad vim determinativam existentia postremi quæsitam per omnem seriem, devenitur ad seriem nihilorum respectu ipsius, quorum summa adhuc est nihilum.

550. Jam vero hoc ens extrinsecum seriei ipsi, quod hanc seriem elegit præ seriebus aliis infinitis ejusdem generis, infinitam habere debet determinativam, & electivam vim, ut unam illam ex infinitis seligat. Idem autem & cognitionem habere debuit, & sapientiam, ut hanc seriem ordinatam inter inordinatas selegerit: si enim sine cognitione, & electione egisset, infinities probabilius fuisset, ab illo determinatum iri aliquam ex inordinatis, quam unam ex ordinatis, ut hanc; cum nimirum ratio inordinatarum ad ordinatas sit infinita, & quidem ordinis altissimi, adeoque & excessus probabilitatis pro cognitione, & sapientia, ac libera electione supra probabilitatem pro cæco agendi modo, fatalismo, & necessitate, sit infinitus, qui idcirco certitudinem inducit.

551. Atque hic notandum & illud, pro quovis individuo

K k 2

In quo hoc argumentum differat a communi adhibente impossibilitatem seriei contingentium sine ente necessario.

Attributa, quæ Ens extrinsecum habere debet.

Infinita im-probabilitas,

quæ hic occur-
rit, a quo uno
vinci possit: ni-
mirum a solo
infinite libero.

duo statu respondente cuius momento temporis, & multo magis pro quavis individua serie respondente cuius continuo tempore, improbabilitas determinatæ ipsius existentiae est infinita, & nos deberemus esse certi de ejus non existentia, nisi determinaretur ab infinito determinante, & nisi ejus determinationis notitiam nos haberemus. Sic si in urna sint nomina centum, & unum, & agatur de uno determinato, an extractum inde prodierit, centuplo major est improbabilitas ipsi contraria: si mille, & unum, millicupla: si numerus sit infinitus; improbabilitas erit infinita, quæ in certitudinem transit: sed si quis viderit extractionem, & nobis nunciet; tota improbabilitas illa repente corrumpitur. Verum & in hoc exemplo individua illa determinatio a creato agente non habebitur inter infinitas possibles, nisi ex legibus ab infinito determinante jam determinatis in Natura, & ab ejusdem determinatione ad individuum, uti paullo ante dicebamus de individua figuræ electione pro statua.

Quanta sapien-
tia opus fuerit
ad seligendum
numerum, & or-
dinem puncto-
rum, & legem
virium.

552. Porro qui aliquanto diligentius perpenderit vel illa pauca, quæ adnotavimus necessaria in distributione punctorum ad efformanda diversa particularum genera, quæ exhibeant diversa corpora, videbit sane, quanta sapientia, & potentia sit opus ad ea omnia perspicienda, eligenda, præstanda. Quid vero, ubi cogitet, quanta altissimorum Problematum indeterminatio occurrat in infinito illo combinationum possibilium numero, & quanta cognitione opus fuerit ad eligendas illas potissimum, quæ necessariae erant ad hanc usque adeo inter se connexorum phaenomenorum seriem exhibendam? Cogitet, quid una lux præstare debeat, ut se propaget sine occurso, ut diversam pro diversis coloribus refrangibilitatem habeat, & diversa vicium intervalla, ut calorem, & igneas fermentationes excitet: interea vero aptandus fuit corporum textus, & laminarum crassitudo ad ea potissimum remittenda radiorum genera, quæ illos determinatos colores exhiberent sine ceterarum & alterationum, & transformationum jactura, disponendæ oculorum partes, ut imago pingeretur in fundo, & propagaretur ad cerebrum, ac simul nutritioni daretur locus, & alia ejusmodi præstanda sexcenta. Quid unus aer, qui simul pro sono, pro respiratione, & vero etiam nutritione animalium, pro diurni caloris conservatione per noctem, pro ventis ad navigationem, pro vaporibus continendis ad pluvias, pro innumeris aliis usibus est conditus? Quid gravitas, qua perennes fiunt planetarum motus, & cometarum, qua omnia compacta, & coadunata in ipsorum globis, qua una suis maria continentur littoribus, & currunt fluvii, imber in terram decidit, & eam irrigat, ac foecundat, sua mole ædificia consistunt, temporis mensuram exhibent pendulorum oscillationes?
si ea

fi ea repente deficeret; quo noster incessus, quo situs viscerum, quo aer ipse sua elasticitate diffiliens? Homo hominem arreptum a Tellure, & utcunque exigua impulsus vi, vel uno etiam oris flatu impetum, ab hominum omnium commercio in infinitum expelleret, nunquam per totam æternitatem rediturum.

553. Sed quid ego hæc singularia persequor? quanta Geometria opus fuit ad eas combinationes inveniendas, quæ tot organica nobis corpora exhiberent, tot arbores, & flores educerent, tot brutis animantibus, & hominibus tam multa vitæ instrumenta subministrarent? Pro fronde unica efformanda quanta cognitione opus fuit, & providentia, ut motus omnes per tot sæcula perdurantes, & cum omnibus aliis motibus tam arte connexi illas individuas materiæ particulas eo adducerent, ut illam demum, illo determinato tempore frondem illius determinatæ curvaturæ producerent? quid autem hoc ipsum respectu eorum, ad quæ nulli nostri sensus pervadunt, quæ longissime supra telescopiorum, & infra microscopiorum potestatem latent? Quid respectu eorum, quæ nulla possumus contemplatione assequi, quorum nobis nullam omnino licet, ne levissimam quidem conjecturam adipisci, de quibus idcirco, ut phrasi utar, quam alibi ad aliquid ejusdem generis exprimendum adhibui, de quibus inquam, hoc ipsum, ignorari ea a nobis, ignoramus? Ille profecto unus immensam Divini Creatoris potentiam, sapientiam, providentiam humanæ mentis captum omnem longissime superantes, ignorare potest, qui penitus mente cæcutit, vel sibi ipsi oculos eruit, & omnem mentis obtundit vim, qui Natura altissimis undique inclamante vocibus aures occludit sibi, ne quid audiat, vel potius (nam occludere non est satis) & cochleam, & tympanum, & quidquid ad auditum utcunque confert, proscindit, dilacerat, eruit, ac a se longissime projectum amovet.

554. Sed in hac tanta eligentis, ac omnia providentis Supremi Conditoris sapientia, atque exequentis potentia, quam admirari debemus perpetuo, & venerari, illud adhuc magis cogitandum est nobis, quantum inde in nostros etiam usus promanarit, quos utique respexit ille, qui videt omnia, & fines sibi istos omnes constituit, qui per ea omnia & nostræ ipsi existentiæ viam stravit, ac nos præ infinitis aliis hominibus, qui existere utique poterant, elegit ab ipso Mundi exordio, motus omnes, ad horum, quibus utimur, organorum formationem disposuit, præter ea tam multa, quæ ad tuendam, & conservandam hanc vitam, ad tot commoda, & vero etiam voluptates conducerent. Nam illud omnino credendum firmissime, non solum ea omnia vidisse unico intuitu Auctorem Naturæ, sed omnes eos animo sibi constitutos habuisse fines, ad quos conducunt media, quæ videmus adhibita.

555. Haud ego quidem Leibnitianis, & aliis quibuscunque

Congeries eorum, quæ evincunt in eligente potentiam, sapientiam, providentiam, immensas.

Quid prospiciendum fuerit pro nostra existentia, & nostris commodis: quantum ipsi inde sumus obstricti.

Mundum non Opti-

esse possibili-
 um optimum,
 cum in possi-
 bilibus nullus
 terminus sit ul-
 timus: nec of-
 ficere sapientiæ,
 ac bonitati infi-
 nitæ, quod non
 fecerit, nec po-
 tentiæ, quod
 non potuerit id
 facere.

Quam multa
 pessima confe-
 ctaria secum
 trahat senten-
 tia Mundi per-
 fectissimi.

Media tamen
 idonea nec fa-
 sario eligi ab
 ipso Auctore
 Naturæ ad fi-
 nes sibi pro-
 positos: quan-
 tum illi debeat.

Optimismi defensoribus assentior, qui Mundum hunc, in quo vivimus, & cujus pars sumus, omnium perfectissimum esse arbitrantur, ac Deum faciunt natura sua determinatum ad id creandum quod perfectissimum sit, ac eo ordine, qui perfectissimus sit. Id sane nec fieri posse arbitror: cum nimirum in quovis possibilium genere seriem agnoscam finitorum tantummodo, quanquam in infinitum productam, ut num. 90. exposui, in qua, ut in distantis duorum punctorum nulla est minima, nulla maxima; ita ibidem nulla sit perfectionis maximæ, nulla minimæ, sed quavis finita perfectione utcumque magna, vel parva, sit alia perfectio major, vel minor: unde fit, ut quancunque feligat Naturæ Auctor, necessario debeat alias majores omittere: nec vero ejus potentiæ illud officit, quod creare non possit optimum, aut maximum, ut nec officit, quod non possit simul creare totum, quodcumque creare potest: nam id eo evadit, ut non possit se in eum statum redigere, in quo nihil melius, aut majus, vel absolute nihil aliud creare possit: nec officit aut sapientiæ, aut bonitati infinitæ, quod optimum non feligat, ubi optimum est nullum.

556. Ex alia parte determinatio illa ad optimum, & libertatem Divinam tollit, & contingentiam rerum omnium, cum, quæ existunt, necessaria fiant, quæ non existunt, evadant impossibilia: ac præterea nobis quodammodo in illa hypothesi debemus, quod existimus, non illi. Qui enim potuit non existere id, quod habuit pro sua existentia rationem prævalentem, quam Naturæ Auctor cum viderit, non potuerit non sequi, nec vero potuerit non videre? Qui existere potuit id, quod eandem habuit non existendi necessitatem? Quid vero illi pro nostra existentia debeamus, qui nos condidit idcirco, quia in nobis invenit meritum majus, quam in iis, quos omisit, & a sua ipsius natura necessario determinatus fuit, & adactus ad obsequendum ipsi huic nostro intrinseco, & essentiali merito prævalenti? Distinguendum est inter hæc duo: unum esse alio melius, & esse melius creare potius unum, quam aliud. Illud primum habetur ubique, hoc secundum nusquam, sed æque bonum est creare, vel non creare quodcumque, quod physicam bonitatem quancunque habeat, utcumque majorem, vel minorem alio quovis omisso: solum enim Divinæ libertatis exercitium infinities perfectius est quavis perfectione creata, quæ idcirco nullum potest offerre Divinæ libertati meritum determinativum ad se creandum.

557. Cum ea infinita libertate Divina componitur tamen illud, quod ad sapientiam pertinet, ut ad eos fines, quos sibi pro liberrimo suo arbitrio præfixit Deus, media semper apta debeat feligere, quæ finem propositum frustrari non sinant. Porro hæc media etiam in nostrum bonum selegit plurima, dum totam Naturam conderet, quod quem a nobis exigat beneficiorum memorem, & gratum animum, quem etiam tan-

tae beneficentiae respondentem amorem cum ingenti illa admiratione, & veneratione junctum, nemo non videt.

558. Superest & illud innuendum, neminem sanæ mentis hominem dubitare posse, quin, qui tantam in ordinanda Natura providentiam ostendit, tantam erga nos in nobis feligendis, in consulendo nostris & indigentis, & commodis beneficentiam, illud etiam præstare voluerit, ut cum adeo imbecilla sit, & hebes mens nostra, & ad ipsius cognitionem per sese vix quidquam possit, se ipse nobis per aliquam revelationem voluerit multo uberius præbere cognoscendum, colendum, amandum: quo ubi devenerimus, quæ inter tam multas falso jactatas absurdissimas revelationes unica vera sit, perspiciemus utique admodum facile. Sed ea jam Philosophiæ Naturalis fines excedunt, cujus in hoc opere Theoriam meam exposui, & ex qua uberes hosce, & solidos demum fructus percepi.

Deduci nos inde ad revelationem, quæ tamen huc non pertineat, ad opus nimirum pure philosophicum.



SUPPLEMENTA.

§. I.

De Spatio, ac Tempore (a).

Argumentum : 1.
quæ spatii attri-
buta.

EGO materiæ extensionem prorsus continuam non admitto, sed eam constituo punctis prorsus indivisibilibus, & inextensis a se invicem disjunctis aliquo intervallo, & connexis per vires quasdam jam attractivas, jam repulsivas pendentes a mutuis ipsorum distantis. Videndum hic, quid mihi sit in hac sententia spatium, ac tempus, quomodo utrumque dici possit continuum, divisibile in infinitum, æternum, immensum, immobile, necessarium, licet neutrum, ut in ipsa adnotatione ostendi, suam habeat naturam realem ejusmodi proprietatibus præditam.

Necessario ab
omnibus ad-
mitti debere
reales modos
existendi loca-
les, & tempo-
rarios.

2. Inprimis illud mihi videtur evidens, tam eos, qui spatium admittunt absolutum, natura sua reali, continuum, æternum, immensum, tam eos, qui cum Leibnitianis, & Cartesianis ponunt spatium ipsum in ordine, quem habent inter se res, quæ existunt, præter ipsas res, quæ existunt, debere admittere modum aliquem non pure imaginarium, sed realem existendi, per quem ibi sint, ubi sunt, & qui existat tum, cum ibi sunt, pereat cum ibi esse deserint, ubi erant. Nam admissio etiam in prima sententia spatio illo, si hoc, quod est, esse rem aliquam in ea parte spatii, haberetur tantummodo per rem, & spatium; quotiescunque existeret res, & spatium, haberetur hoc, quod est rem illam in ea spatii parte collocari. Rursus si in posteriore sententia ordo ille, qui locum constituit, haberetur per ipsas tantummodo res, quæ ordinem illum habent, quotiescunque res illæ existerent, eodem semper existerent ordine illo, nec proinde unquam locum mutarent. Atque id, quod de loco dixi, dicendum pariter de tempore.

Quocunque is
modus nomine
appellatur.

3. Necessario igitur admittendus est realis aliquis existendi modus, per quem res est ibi, ubi est, & tum, cum est. Sive is modus dicatur res, sive modus rei, sive aliquid, sive non-nihil; is extra nostram imaginationem esse debet, & res ipsum mutare potest, habens jam alium ejusmodi existendi modum, jam alium.

Modi reales,

4. Ego igitur pro singulis materiæ punctis, ut de his lo-

(a) Hic, & sequens paragraphus habentur in Supplementis tomis 1. Philosophiæ Recentioris Benedicti Stuy §. 6, & 7.

loquar, e quibus ad res etiam immateriales eadem omnia facile transferri possunt, admitto bina realia modorum existendi genera, quorum alii ad locum pertineant, alii ad tempus, & illi locales, hi dicantur temporarii. Quodlibet punctum habet modum realem existendi, per quem est ibi, ubi est, & alium, per quem est tum, cum est. Hi reales existendi modi sunt mihi reale tempus, & spatium: horum possibilitas a nobis indefinite cognita est mihi spatium vacuum, & tempus itidem, ut ita dicam, vacuum, sive etiam spatium imaginarium, & tempus imaginarium.

5. Modi illi reales singuli & oriuntur, ac pereunt, & indivisibiles prorsus mihi sunt, ac inextensi, & immobiles, ac in suo ordine immutabiles. Ii & sua ipsorum loca sunt realia, ac tempora, & punctorum, ad quæ pertinent. Fundamentum præbent realis relationis distantia, sive localis inter duo puncta, sive temporaria inter duos eventus. Nec aliud est in se, quod illam determinatam distantiam habeant illa duo materiae puncta, quam quod illos determinatos habeant existendi modos, quos necessario mutant, ubi eam mutant distantiam. Eos modos, qui in ordine ad locum sunt, dico puncta loci realia, qui in ordine ad tempus, momenta, quæ partibus carent singula, ac omni illa quidem extensione, hæc duratione, utraque divisibilitate destituuntur.

6. Porro punctum materiae prorsus indivisibile, & inextensum, alteri puncto materiae contiguum esse non potest: si nullam habent distantiam; prorsus coeunt: si non coeunt penitus; distantiam aliquam habent. Neque enim, cum nullum habeant partium genus, possunt ex parte coire tantummodo, & ex parte altera se contingere, ex altera mutuo aversari. Præjudicium est quoddam ab infantia, & ideis ortum per sensus acquisitis, a debita reflexione destitutis, qui nimirum nobis massas semper ex partibus a se invicem distantibus compositas exhibuerunt, cum videmur nobis puncta etiam indivisibilia, & inextensa posse punctis adjungere ita, ut se contingant, & oblongam quandam seriem constituent. Globulos re ipsa nobis confingimus, nec abstrahimus animum ab extensione illa, & partibus, quas voce, & ore secludimus.

7. Porro ubi bina materiae puncta a se invicem distant, semper aliud materiae punctum potest collocari in directum ultra utrumque ad eandem distantiam, & alterum ultra hoc, & ita porro, ut patet, sine ullo fine. Potest itidem inter utrumque collocari in medio aliud punctum, quod neutrum continget: si enim alterum contingeret, utrumque contingeret, adeoque cum utroque congrueret, & illa etiam congruerent, non distarent, contra hypothesim. Dividi igitur poterit illud intervallum in partes duas, ac eodem argumento illa itidem duo in alias quatuor, & ita porro sine ullo fine. Quamobrem, utcumque ingens fuerit binorum punctorum intervallum, semper

aliud haberi poterit majus, utcumque id fuerit parvam, semper aliud haberi poterit minus, sine ullo limite, & sine.

Existencia puncta spatii semper fore finita numero, & in finitis distantis: in possibilibus nullum finem.

8. Hinc ultra, & inter bina loci puncta realia quæcunque alia loci puncta realia possibilis sunt, quæ ab iis recedant, vel ad ipsa accedant sine ullo limite determinato, & divisibilitas realis intervalli inter duo puncta in infinitum est, ut ita dicam, interseribilitas punctorum realium sine ullo fine. Quotiescunque illa puncta loci realia interposita fuerint, interpositis punctis materiæ realibus, finitus erit eorum numerus, finitus intervallorum numerus illo priore interceptorum, & ipsi simul æqualium: at numerus ejusmodi partium possibilium finem habebit nullum. Illorum singulorum magnitudo certa erit, ac finita: horum magnitudo minuetur ultra quoscunque limites, sine ullo determinato hiatu, qui adjectis novis intermediis punctis imminui adhuc non possit; licet nec possit actuali divisione, sive interpositione exhauriri.

Quomodo late spatium infinitum, continuum, necessarium & æternum, immobile per cognitionem præcisivam.

9. Hinc vero dum concipimus possibilis hæc loci puncta, spatii infinitatem, & continuitatem habemus, cum divisibilitate in infinitum. In existentibus limes est semper certus, certus punctorum numerus, certus intervallorum: in possibilibus nullus est finis. Possibilium abstracta cognitio, excludens limitem a possibili augmento intervalli, & diminutione, ac hiatu, infinitatem lineæ imaginariæ, & continuitatem constituit, quæ partes actu existentes non habet, sed tantummodo possibilis. Cumque ea possibilitas & æterna sit, & necessaria, ab æterno enim, & necessario verum fuit, posse illa puncta cum illis modis existere; spatium hujusmodi imaginarium continuum, infinitum, simul etiam æternum fuit, & necessarium, sed non est aliquid existens, sed aliquid tantummodo potens existere, & a nobis indefinite conceptum: immobilitas autem ipsius spatii a singulorum punctorum immobilitate orietur.

In momentis eadem, quæ in punctis: post primum nullum secundum, aut ultimum: sed in tempore unica dimensio, in spatio triplex.

10. Atque hæc omnia, quæ hucusque de loci punctis sunt dicta, ad temporis momenta eodem modo admodum facile transferuntur, inter quæ ingens quædam habetur analogia. Nam & punctum a puncto, & momentum a momento quovis determinato certam distantiam habet, nisi coeunt, qua major, & minor haberi alia potest sine ullo limite. In quovis intervallo spatii imaginarii, ac temporis adest primum punctum, vel momentum, & ultimum, secundum vero, & penultimum habetur nullum: quovis enim assumpto pro secundo, vel penultimo, cum non coeat cum primo, vel ultimo, debet ab eo distare, & in eo intervallo alia itidem possibilis puncta vel momenta interjacent. Nec punctum continuæ lineæ, nec momentum continui temporis, pars est, sed limes & terminus. Linea continua, & tempus continuum generari intelligentur non repetitione puncti, vel momenti, sed ductu continuo, in quo intervalla alia aliorum sint partes, non ipsa puncta, vel momenta, quæ continuo ducuntur. Illud unicum erit di-

discrimen, quod hic ductus in spatio fieri poterit, non in unica directione tantum per lineam, sed in infinitis per planum, quod concipietur ductu continuo in latus lineæ jam conceptæ, & iterum in infinitis per solidum, quod concipietur ductu continuo plani jam concepti, in tempore autem unicus ductus durationis habebitur, quod idcirco soli lineæ erit analogum, & dum spatii imaginarii extensio habetur triplex in longum, latum, & profundum, temporis habetur unica in longum, vel diuturnum tantummodo. In triplici tamen spatii, & unico temporis genere, punctum, ac momentum erit principium quoddam, a quo ductu illo suo hæc ipsa generata intelligentur.

11. Illud jam hic diligenter notandum: non solum ubi duo puncta materiæ existunt, & aliquam distantiam habent, existere duos modos, qui relationis illius distantiae fundamentum præbeant, & sint bina diversa puncta loci realia, quorum possibilitas a nobis concepta exhibeat bina puncta spatii imaginarii, adeoque infinitis numero possibilibus materiæ punctis respondere infinitos numero posibles existendi modos, sed cuiusvis puncto materiæ respondere itidem infinitos posibles existendi modos, qui sint omnia ipsius puncti possible loca. Hæc omnia satis sunt ad totum spatium imaginarium habendum, & quodvis materiæ punctum habet suum spatium imaginarium immobile, infinitum, continuum, quæ tamen omnia spatia pertinentia ad omnia puncta sibi invicem congruunt, & habentur pro unico. Nam si assumatur unum punctum reale loci ad unum materiæ punctum pertinens, & conferatur cum omnibus punctis realibus loci pertinentibus ad aliud punctum materiæ; est unum inter hæc posteriora, quod si cum illo prioris coexistat, relationem inducet distantiae nullius, quam compenetrationem appellamus. Unde patet punctorum, quæ existunt, distantiam nullam non esse nihil, sed relationem inductam a binis quibusdam existendi modis. Reliquorum quivis cum illo eodem prioris induceret relationem aliam, quam dicimus cujusdam determinatæ distantiae, & positionis. Porro illa loci puncta, quæ nullius distantiae relationem inducunt, pro eodem accipimus, & quovis ex infinitis hujusmodi punctis ad infinita puncta materiæ pertinentibus pro eodem accipimus, ac ejusdem loci nomine intelligimus. Ea autem haberi debere pro quovis punctorum binario, sic patet. Si tertium punctum ubicunque collocetur, habebit aliquam distantiam, & positionem respectu primi. Summoto primo, poterit secundum collocari ita, ut habeat eandem illam distantiam, & positionem, respectu tertii, quam habebat primum. Igitur modus hic, quo existit, pro eodem habetur, ac modus, quo existebat illud primum, & si hi bini modi simul existerent, nullius distantiae relationem inducerent inter primum, ac secundum: & hæc pariter, quæ hic de spatii punctis dicta sunt, æque temporis momentis conveniunt.

Quodvis punctum materiæ habere integrum spatium, ac tempus imaginarium suum: quid sit compenetratio.

Plura momen-
ta ejusdem pun-
cti non posse
coexistere.

Combinatio-
nes quatuor spa-
tiii, & tempo-
ris pro unico
puncto mate-
riæ, quatuor
pro binis ma-
xime notabiles:
idea singularis
spatii alterius
alibi positi.

12. An autem possint simul existere, id vero pertinet ad relationem, quam habent puncta loci cum momentis temporis, sive spectetur unicum materiæ punctum, sive plura. In primis plura momenta ejusdem puncti materiæ coexistere non possunt, sed alia necessario post alia, sic itidem bina puncta localia ejusdem puncti materiæ conjungi non possunt, sed alia jacere debent extra alia, atque id ipsum ex eorum natura, & ut ajunt, essentia.

13. Deinde considerentur conjunctiones variæ punctorum loci, & momentorum. Quodvis punctum materiæ, si existit, conjungit aliquod punctum spatii cum aliquo momento temporis. Nam necessario alicubi existit, & aliquando existit; ac si solum etiam existat, semper suum habet, & localem, & temporarium existendi modum, per quod, si aliud quodpiam existat, quod suos itidem habebit modos, distantiae & localis, & temporariæ relationem ad ipsum acquirat. Id saltem omnino accidit, si omnium, quæ existunt, vel existere possunt, commune est spatium, ut puncta localia unius, punctis localibus alterius perfecte congruant, singula singulis. Quid enim, si alia sint rerum genera, vel a nostris dissimilium, vel nostris etiam prorsus similium, quæ aliud, ut ita dicam, infinitum spatium habeant, quod a nostro itidem infinito non per intervallum quoddam finitum, vel infinitum distet, sed ita alienum sit, ita, ut ita dicam, alibi positum, ut nullum cum hoc nostro commercium habeat, nullam relationem distantiae inducat. Atque id ipsum de tempore etiam dici posset extra omne nostrum æternum tempus collocato. At id menti, ipsum conanti concipere, vim summam infert, ac a cogitatione directa admitti vel nullo modo potest, vel saltem vix potest. Quamobrem iis rebus, vel rerum spatiis, & temporibus, quæ ad nos nihil pertinere possent, prorsus omissis, agamus de nostris hisce. Si igitur primo idem punctum materiæ conjungat idem punctum spatii, cum pluribus momentis temporis aliquo a se invicem intervallo disjunctis; habebitur regressus ad eundem locum. Si secundo id conjungat cum serie continua momentorum temporis continui; habebitur quies, quæ requirit tempus aliquod continuum cum eodem loci puncto, sine qua conjunctione habetur continuus motus, succedentibus sibi aliis, atque aliis loci punctis, pro aliis, atque aliis momentis temporis. Si tertio idem punctum materiæ conjungat idem momentum temporis cum pluribus punctis loci a se invicem distantibus aliquo intervallo; habebitur illa, quam dicimus replicationem. Si quarto id conjungat cum serie continua punctorum loci aliquo intervallo continuo contentorum, habebitur quædam quam plures Peripatetici admiserunt, virtualement appellantes extensionem, qua indivisibilis, & partibus omnino destituta materiæ particula spatium divisibile occuparet. Sunt aliæ quatuor combinationes, ubi plura materiæ puncta

sta considerentur. Nimirum quinto si jungantur idem momentum temporis cum pluribus punctis loci, in quo sita est coexistentia. Sexto si jungantur idem punctum spatii cum diversis momentis temporis, quod fieret in successivo appulsu diversorum punctorum materiae ad eundem locum. Septimo si jungantur idem momentum temporis cum eodem puncto spatii, in quo sita esset compenetratio. Octavo si nec momentum ullum, nec punctum spatii commune habeant, quod haberetur, si nec coexisterent, nec ea loca occuparent, quae ab aliis occupata fuissent aliquando.

14. Ex hisce octo casibus primo respondet tertius, secundo quartus, quinto sextus, septimo octavus. Tertium casum, nimirum replicationem, communiter censent naturaliter haberi non posse. Quartum censent multi habere animam rationalem, quam putant esse in spatio aliquo divisibili, ut plures Peripatetici in toto corpore, alii Philosophi in quadam cerebri parte, vel in aliquo nervorum succo ita, ut cum indivisibilis sit, tota sit in toto spatio, & tota in quavis spatii parte, quemadmodum eadem indivisibilis Divina Natura est tota in toto spatio, & tota in qualibet spatii parte, ubique necessario praesens, & omnibus creaturarum rerum realibus locis coexistens, ac adstans. Eundem alii casum in materia admittunt, cujus particulas eodem pacto extendi putant, ut diximus; licet simplices sint, licet partibus expertes, non modo actu separatis, sed etiam distinctis, ac tantummodo separabilibus. Eam sententiam amplectendam esse non censeo idcirco, quod ubicunque materiam loca distincta occupantem sensu percipimus, separabilem etiam, ingenti saltem adhibita vi, videmus; se junctis partibus, quae distabant: nec vero alio ullo argumento excludimus a Natura replicationem, nisi quia nullam materiae partem, quantum sensu percipere possumus, videmus, bina simul occupare loca. Virtualis illa extensio materiae infinities ulterius progreditur ultra simplicem replicationem.

Relationes earum ad se invicem: eorum, & quomodo possibiles.

15. Si secundus casus quietis, & primus casus regressus ad eundem locum naturaliter haberi possent, esset is quidem defectus quidam analogiae inter spatium, & tempus. At mihi videor probare illud posse, neutrum unquam in Natura contingere, adeoque naturaliter haberi non posse. Id autem evinco hoc argumento. Sit punctum materiae quodam momento in quodam spatii puncto, & pro quovis alio momento ignorantes, ubi sit, quaramus, quanto probabilius sit, ipsum alibi esse, quam ibidem. Tanto erit probabilius illud, quam hoc, quanto plura sunt alia spatii puncta, quam illud unicum. Haec in quavis linea sunt infinita, infinitus in quovis plano linearum numerus, infinitus in toto spatio planorum numerus. Quare numerus aliorum punctorum est infinitus tertii generis, adeoque illa probabilitas major infinities tertii generis infinitate, ubi de quovis alio determinato momento agitur. Agatur jam indefinite

Quietem, & regressum ad eundem locum in Natura esse in infinitum improbabiles, & inde ingens analogia.

finite de omnibus momentis temporis infiniti, decrescet prior probabilitas in ea ratione, qua momenta crescunt, in quorum aliquo saltem posset ibidem esse punctum. Sunt autem momenta numero infinita infinitate ejusdem generis, cujus puncta possibilia in linea infinita. Igitur adhuc agendo de omnibus momentis infiniti temporis indefinite, est infinities infinite improbabilius, quod punctum in eodem illo priore sit loco, quam quod sit alibi. Consideretur jam non unicum punctum loci determinato unico momento occupatum, sed quodvis punctum loci, quovis indefinite momento occupatum, & adhuc probabilitas regressus ad aliquod ex iis crescet, ut crescit horum loci punctorum numerus, qui infinito etiam tempore est infinitus ejusdem ordinis, cujus est numerus linearum, in quovis plano. Quare improbabilitas casus, quo determinatum quodpiam materiae punctum redeat, quovis indefinite momento temporis, ad quodvis indefinite punctum loci, in quo alio quovis fuit momento temporis indefinite sumpto, remanet infinita primi ordinis. Eadem autem pro omnibus materiae punctis, quae numero finita sunt, decrescit in ratione finita ejus numeri ad unitatem (quod secus accidit in communi sententia, in qua punctorum materiae numerus est infinitus ordinis tertii). Quare adhuc remanet infinita improbabilitas regressus puncti materiae cujusvis indefinite, ad punctum loci quodvis, occupatum quovis momento praecedenti indefinite, regressus inquam, habendi quovis indefinite momento sequenti temporis, qui regressus idcirco sine ullo erroris metu debet excludi, cum infinitam improbabilitatem in relativam quandam impossibilitatem migrare censendum sit: quae quidem Theoria communi sententiae applicari non potest. Quamobrem eo pacto, patet, in mea materiae punctorum Theoria e Natura tolli & quietem, quam etiam supra exclusimus, & vero etiam regressum ad idem loci punctum, in quo semel ipsum punctum materiae extitit: unde fit, ut omnes illi primi quatuor casus excludantur ex Natura, & in iis accurata temporis, & spatii fervetur analogia.

Nullum punctum materiae advenire ad ul- lum punctum spatii, in quo aliquando fuerit aliud punctum quodvis. In sola coexistencia respondente huic adventui laedi analogiam.

16. Quin imo si quaeratur, an aliquod materiae punctum occupare debeat quopiam momento punctum loci, quod alio momento aliquo aliud materiae punctum occupavit; adhuc improbabilitas erit infinities infinita. Nam numerus punctorum materiae existentium est finitus, adeoque si pro regressu puncti cujusvis ad puncta loci a se occupata adhibeatur regressus ad puncta occupata a quovis alio, numerus casuum crescit in ratione unitatis ad numerum punctorum finitum utique, nimirum in ratione finita tantummodo. Hinc improbabilitas appulsus alicujus puncti materiae indefinite sumpti ad punctum spatii aliquando ab alio quovis puncto occupati adhuc est infinita, & ipse appulsus habendus pro impossibili, quo quidem pacto excluditur & sextus casus, qui in eo ipso situs erat regressu, & multo magis septimus, qui binorum punctorum materiae

riæ simultaneum appulsum continet ad idem aliquod loci punctum, five compenetrationem. Octavus autem pro materia excluditur, cum tota simul creata perpetuo duret tota, adeoque semper idem momentum habeat commune. (b) Solus quintus casus, quo plura materiæ puncta idem momentum temporis cum diversis punctis loci conjungant, non modo possibilis est, sed etiam necessarius pro omnibus materiæ punctis, coexistentibus nimirum: fieri enim non potest, ut septimus, & octavus excludantur; nisi continuo ob id ipsum includatur quintus ille, ut consideranti patebit facile. Quamobrem in eo analogia deficit, quod possint plura materiæ puncta conjungere diversa puncta spatii cum eodem momento temporis, qui est hic casus quintus, non autem possit idem punctum spatii, cum pluribus momentis temporis, qui est casus tertius, quem defectum necessario inducit exclusio septimi, & octavi, quorum altero incluso, excludi posset hic quintus, ut si possent materiæ puncta, quæ simul creata sunt, nec pereunt, non coexistere, tum enim idem momentum cum diversis loci punctis nequaquam conjungeretur.

17. Ex illis 7 casibus videntur omnino saltem 6 per Divinam Omnipotentiam possibles, dempta nimirum virtuali illa materiæ extensione, de qua dubium esse poterit, quia deberet simul existere numerus absolute infinitus punctorum illorum loci realium, quod impossibile est; si infinitum numero actu existens repugnat in modis ipsis. Quoniam autem possunt omnia existere alia post alia puncta loci in quavis linea constituta, in motu nimirum continuo, & possunt itidem momenta omnia temporis continui, alia itidem post alia in rei cujusvis duratione; ambigi poterit, an possint & omnia simul ipsa loci puncta, quam quæstionem definire non ausim. Illud unum moneo, sententiam hanc meam de spatii natura, & continuitate præcipuas omnes difficultates, quibus premuntur reliquæ, penitus

Qui casus sint
possibiles per
Divinam O-
mnipotentiam
usus superioris
theorematum in
Impenetrabili-
tate.

(b) Hic casus nusquam itidem haberetur; si duratio non esset quid continenter permanens, sed loco ipsius admitteretur quedam existentia, ut ita dicam, saltitans, nimirum si quodvis materiæ punctum (& idem potest transferri ad quævis creata entia) existeret tantum in momentis indivisibilibus a se invicem remotis, in omnibus vero intermediis possibilibus omnino non existeret. Eo casu coexistentia esset infinite improbabilis eodem fere argumento, quo adventus unius puncti materiæ ad punctum spatii, in quo aliud quodvis punctum unquam fuerit. In eodem nullum haberetur reale continuum ne in motu quidem: diversæ celeritates multo melius explicarentur: multo magis pateret, quomodo vita insecti brevissima possit æquivalere vitæ cuius longissimæ, per eundem nimirum numerum existentiarum inter extrema momenta. Verum & exclusio cujusvis coexistentiæ abriperet secum omnes prorsus influxus physicos immediatos, ac determinationes, & deberet haberi continua reproductio, immo creatio nova perpetua, & alia ejusmodi, quæ admitti non possunt, haberentur.

tus evitare, & ad omnia, quæ huc pertinent, explicanda commodissimam esse. Tum illud addo, excluso appulsu puncti cuiusvis materiæ ad punctum loci, ad quod punctum quodvis materiæ quovis momento appellit, & inde compenetracione, veram impenetrabilitatem materiæ necessario consequi, quod in decimo nobis libro (k) plurimum proderit. Nimirum nisi vires repulsivæ prohiberent; liberrime massa quævis per quamvis aliam massam permearet, sine ullo periculo occursum ullius puncti cum alio quovis, ubi haberetur apparens quædam compenetratio similis penetrationi luminis per crystalla, olei per ligna, & marmora, sine ulla reali compenetracione punctorum. In massis crassioribus, & minori celeritate præditis vires repulsivæ motum ulteriorem plerumque impediunt sine ullo impactu, & sensibilem etiam illam, ac apparentem compenetracionem excludunt: in tenuissimis, & celerrimis, ut in luminis radiis per homogeneas substantias, vel per alios radios propagatis, evitatur per celeritatem ipsam, actionum exigua inæqualitas, ex circumjacentium punctorum inæquali distantia orta, ac liberrimus habetur progressus in omnes plagas sine ullo occursum periculo, quod summam, & unicam difficultatem propagationis luminis per substantiam emissam, & progredientem, penitus amovet. Sed de his jam satis.

(k) *Stayane nimirum philosophiæ, in quo Auctor elegantissimus, & doctissimus hanc meam Philosophiam exponit. Hunc ejus thesauri fructum jam cepimus hic supra, ubi in ipso opere de impenetrabilitate egimus, & de apparenti compenetracione, quæ sine viribus mutuis haberetur a num. 260.*



§. II.

*De Spatio, & Tempore, ut a nobis
cognoscuntur.*

18. **D**iximus in superiore Supplemento de spatio, ac tempore, ut sunt in se ipsis: superest, ut illud attingam, quod pertinet ad ipsa, ut cognoscuntur. Nos nequam immediate cognoscimus per sensus illos existendi modos reales, nec discernere possumus alios ab aliis. Sentimus quidem a discrimine idearum, quæ per sensus excitantur in animo, relationem determinatam distantia, & positionis, quæ e binis quibusque localibus existendi modis exoritur, sed eadem idea oriri potest ex innumeris modorum, sive punctorum realium loci binariis, quæ inducant relationes æqualium distantiarum, & similitum positionum tam inter se, quam ad nostra organa, & ad reliqua circumjacentia corpora. Nam bina materiae puncta, quæ alicubi datam habent distantiam, & positionem inductam a binis quibusdam existendi modis, alibi possunt per alios binos existendi modos habere relationem distantia æqualis, & positionis similis, distantia nimirum ipsis existentibus parallelis. Si illa puncta, & nos, & omnia circumjacentia corpora mutant loca realia, ita tamen, ut omnes distantia æquales maneant, & prioribus parallelæ; nos easdem prorsus habebimus ideas, quin imo easdem ideas habebimus; si manentibus distantiarum magnitudinibus, directiones omnes in æquali angulo converterentur, adeoque æque ad se invicem inclinarentur, ac prius. Et si minuerentur etiam distantia illæ omnes, manentibus angulis, & manente illarum ratione ad se invicem, vires autem ex ea distantiarum mutatione non mutarentur, rite mutata virium scala illa, nimirum curva illa linea, per cujus ordinatas ipsæ vires exprimuntur; nullam nos in nostris ideis mutationem haberemus.

Nos nec modos existendi locales posse absolute cognoscere, nec absolute distantias, & magnitudines.

19. Hinc autem consequitur illud, si totus hic Mundus nobis conspicuus motu parallelo promoveatur in plagam quamvis, & simul in quovis angulo convertatur, nos illum motum, & conversionem sentire non posse. Sic si cubiculi, in quo sumus, & camporum, ac montium tractus omnis motu aliquo Telluris communi ad sensum simul convertatur; motum ejusmodi sentire non possumus: idea enim eadem ad sensum excitantur in animo. Fieri autem posset, ut totus itidem Mundus nobis conspicuus in dies contraheretur, vel produceretur, scala virium tantundem contracta, vel producta: quod si fieret; nulla in animo nostro idearum mutatio haberetur, adeoque nullus ejusmodi mutationis sensus.

Motum communem nobis, & Mundo non posse a nobis cognosci, nec si ipse in quavis ratione augetur, vel minuat totus.

20. Ubi vel objecta externa, vel nostra organa mutant illos suos existendi modos ita, ut prior illa æqualitas,

Mutata positione nostra,

M m

vel

& omnium, quæ videmus, non mutari nostras ideas, & idcirco nos motum nec nobis adscribere, nec reliquis.

vel similitudo non maneat, tum vero mutantur ideæ, & mutationis habetur sensus, sed ideæ eadem omnino sunt, sive objecta externa mutationem subeant, sive nostra organa, sive utrumque inæqualiter. Semper ideæ nostræ differentiam novi status a priore referent, non absolutam mutationem, quæ sub sensu non cadit. Sic sive astra circa Terram moveantur, sive Terra motu contrario circa se ipsam nobiscum; eadem sunt ideæ, idem sensus. Mutationes absolutas nunquam sentire possumus, discrimen a priori forma sentimus. Cum autem nihil adest, quod nos de nostrorum organorum mutatione commoneat; tum vero nos ipsos pro immotis habemus communi præjudicio habendi pro nullis in se, quæ nulla sunt in nostra mente, cum non cognoscantur, & mutationem omnem objectis extra nos sitis tribuimus. Sic errat, qui in navi clausus se immotum censet, littora autem, & montes, ac ipsam undam moveri arbitratur.

Quomodo judicemus de æqualitate duorum, ex æqualitate cum tertio: nunquam haberi congruentiam in longitudine, ut nec in tempore, sed inferri a causis.

21. Illud autem notandum in primis ex hoc principio immutabilitatis eorum, quorum mutationem per sensum non cognoscimus, oriri etiam methodum, quam adhibemus in comparandis intervallorum magnitudinibus inter se, ubi id, quod pro mensura assumimus, habemus pro immutabili. Utimur autem hoc principio, *quæ sunt æqualia eidem, sunt æqualia inter se*, ex quo deducitur hoc aliud, ad ipsum pertinens, *quæ sunt æque multipla, vel submultipla alterius, sunt itidem inter se æqualia*, & hoc alio, *quæ congruunt, æqualia sunt*. Assumimus lineam, vel ferream decempedam, quam uni intervallo semel, vel centies applicatam si inveniamus congruentem, tum alteri intervallo applicatam itidem semel, vel centies itidem congruentem, illa intervalla æqualia dicimus. Porro illam lineam, vel ferream decempedam habemus pro eodem comparationis termino post translationem. Si ea constaret ex materia prorsus continua, & solida, haberi posset pro eodem comparationis termino; at in mea punctorum a se invicem distantium sententia, omnia illius decempedæ puncta, dum transferuntur, perpetuo distantiam revera mutant. Distantia enim constituitur per illos reales existendi modos, qui mutantur perpetuo. Si mutantur ita, ut qui modi succedunt, fundent reales æqualium distantiarum relationes; terminus comparationis non erit idem, adhuc tamen æqualis erit, & æqualitas mensuratorum in intervallorum rite colligetur. Longitudinem decempedæ in priore situ per illos priores reales modos constitutæ, cum longitudine in posteriore situ constituta per hosce posteriores, immediate inter se conferre nihilo magis possumus, quam illa ipsa intervalla, quæ mensurando conferimus. Sed quia nullam in translatione mutationem sentimus, quæ longitudinis relationem nobis ostendat, idcirco pro eadem habemus longitudinem ipsam. At ea revera semper in ipsa translatione non nihil mutabitur. Fieri posset, ut ingentem etiam mutationem aliquam subiret & ipsa,

& ipsa, & nostri sensus, quam nos non sentiremus, & ad priorem restituta locum ad priori æqualem, vel similem statum rediret. Exigua tamen aliqua mutatio habetur omnino idcirco, quod vires, quæ illa materiæ puncta inter se nectunt, mutata positione ad omnia reliquarum Mundi partium puncta, non nihil immutantur. Idem autem & in communi sententia accidit. Nullum enim corpus spatiolis vacat interjectis, & omnis penitus compressionis, ac dilatationis est incapax, quæ quidem dilatatio, & compressio saltem exigua in omni translatione omnino habetur. Nos tamen mensuram illam pro eadem habemus, cum, ut monui, nullam mutationem sentiamus.

22. Ex his omnibus consequitur, nos absolutas distantias nec immediate cognoscere omnino posse, nec per terminum communem inter se comparare, sed æstimare magnitudines ab ideis, per quas eas cognoscimus, & mensuras habere pro communibus terminis, in quibus nullam mutationem factam esse vulgus censet. Philosophi autem mutationem quidem debent agnoscere, sed cum nullam violatæ notabili mutatione æqualitatis causam agnoscant, mutationem ipsam pro æqualiter facta habent.

Conclusio: diffi-
cilius men vulgus
Philosophis in
judicando.

23. Porro licet, ubi puncta materiæ locum mutant, ut in decempeda translata, mutetur revera distantia, mutatis iis modis realibus, quæ ipsam constituunt; tamen si mutatio ita fiat, ut posterior illa distantia æqualis prorsus priori sit, ipsam appellabimus eandem, & nihil mutatam ita, ut eorundem terminorum æquales distantia dicantur distantia eadem, & magnitudo dicatur eadem, quæ per eas æquales distantias definitur, ut itidem ejusdem directionis nomine intelligantur binæ etiam directiones parallelæ; nec mutari distantiam, vel directionem dicemus in sequentibus, nisi distantia magnitudo, vel parallelismus mutetur.

Licet transla-
ta decempeda,
mutentur mo-
di, qui inter-
valli relatio-
nem constitu-
unt; tamen in-
tervalla æqua-
lia haberi pro
eodem ex cau-
sis.

24. Quæ de spatii mensura diximus, haud difficulter ad tempus transferentur, in quo itidem nullam habemus certam, & constantem mensuram. Desumimus a motu illam, quam possumus, sed nullum habemus motum prorsus æquabilem. Multa, quæ huc pertinent, & quæ ad idearum ipsarum naturam, & successionem spectant, diximus in notis. Unum hic addo, in mensura temporis, ne vulgus quidem censere ab uno tempore ad aliud tempus eandem temporis mensuram transferri. Videt aliam esse, sed æqualem supponit ob motum suppositum æqualem. In mensura locali æque in mea sententia, ac in mensura temporaria impossibile est certam longitudinem, ut certam durationem e sua sede abducere in alterius sedem, ut binorum comparatio habeatur per tertium. Utrobique alia longitudo, ut alia duratio substituitur, quæ priori illi æqualis censetur, nimirum nova realia punctorum ejusdem decempedæ loca novam distantiam constituentia, ut

Eadem ad tem-
pus transferen-
da, sed in eo
etiam vulgo no-
tum esse, inter-
vallum tempo-
rarium non pos-
se transferri i-
dem pro com-
paratione duo-
rum: errari ab
eo circa spa-
tium.

novus ejusdem styli circuitus, sive nova temporaria distantia inter bina initia, & binos fines. In mea Theoria eadem prorsus utrobique habetur analogia spatii, & temporis. Vulgus tantummodo in mensura locali eundem haberi putat comparationis terminum: Philosophi ceteri tere omnes eundem saltem haberi posse per mensuram perfecte solidam, & continuam, in tempore tantummodo æqualem: ego vero utrobique æqualem tantum agnosco, nusquam eandem.



§. III.

Solutio analytica Problematum determinantis naturam Legis Virium. (a)

25. **U**T hasce conditiones impleamus, formulam inveniemus algebraicam, quæ ipsam continebit legem nostram, sed hic elementa communia vulgaris Cartesianæ algebrae supponemus ut nota, sine quibus res omnino confici nequaquam potest. Dicatur autem ordinata y , abscissa x , ac ponatur $xx = z$. Capiantur omnium AE, AG, AI &c. valores cum signo negativo, & summa quadratorum omnium ejusmodi valorum dicatur a , summa productorum e binis quibusque quadratis b , summa productorum e ternis c , & ita porro; productum autem ex omnibus dicatur f . Numerus eorundem valorum dicatur m . His positis ponatur $z + az^{m-1} + bz^{m-2} + cz^{m-3} &c. \dots + f = P$. Si ponatur $P = 0$, patet æquationis ejus omnes radices fore reales, & positivas, nimirum sola illa quadrata quantitatum AE, AG, AI &c, qui erunt valores ipsius z ; adeoque cum ob $xx = z$, sit $x = \pm \sqrt{z}$, patet, valores x fore tam AE, AG, AI positivas, quam AE', AG' &c. negativas.

Denominatio, ac præparatio.

Fig. 1.

26. Deinde sumatur quæcunque quantitas data per z , & constantes quomodocunque, dummodo non habeat ullum divisorem communem cum P , ne evanescente z , eadem evanescat, ac facta x infinitesima ordinis primi, evadat infinitesima ordinis ejusdem, vel inferioris, ut erit quæcunque formula $z + gz^{r-1} + bz^{r-2} &c + l$, quæ posita $= 0$ habeat radices quotcunque imaginarias, & quotcunque, & quascunque reales, (dummodo earum nulla sit ex iis AE, AG, AI &c, sive positiva, sive negativa) si deinde tota multiplicetur per z . Ea dicatur Q .

Assumptio cuiusdam valoris ad rem idonei.

27. Si jam fiat $P - Qf = 0$; dico, hanc æquationem satisfacere reliquis omnibus hujus curvæ conditionibus, & rite determinato valore Q , posse infinitis modis satisfieri etiam potestremæ conditioni expositæ sexto loco.

Formula continens æquationem quæbitam.

28.

(d) Hæc solutio excerpta est ex dissertatione De Lege Virium in Natura existentium. Accedit iis, quæ inde sunt eruta, scholium 3 primo adjectum in hæc editione Veneta prima. Ipsum problema hic solvendum habetur in ipso hoc Opere parte 1 num. 117, ac ejus conditiones num. 118.

Æquationem fore simplicem non resolvablem in plures.

28. Nam inprimis, quoniam valores P , & Q positi $= 0$ nullam habent radicem communem, nullum habebunt divisorem communem. Hinc hæc æquatio non potest per divisionem reduci ad binas, adeoque non est composita ex binis æquationibus, sed simplex, & proinde simplicem quandam curvam continuam exhibet, quæ ex aliis non componitur. Quod erat primum.

Exhibituram datum numerum intersectionum curvæ, in datis punctis.

29. Deinde curva huiusmodi secabit axem $C'AC$ in iis omnibus, & solis punctis, E, G, I &c $E', G',$ &c. Nam ea secabit axem $C'AC$ solum in iis punctis, in quibus $y=0$, & secabit in omnibus. Porro ubi fuerit $y=0$, erit & $Qy=0$, adeoque ob $P - Qy=0$; erit $P=0$. Id autem continget solum in iis punctis, in quibus z fuerit una e radicibus æquationis $P=0$, nimirum, ut supra vidimus, in punctis E, G, I , vel $E', G',$ &c. Quare solum in his punctis evanescet y , & curva axem secabit. Secaturam autem in his omnibus patet ex eo, quod in his omnibus punctis erit $P=0$. Quare erit etiam $Qy=0$. Non erit autem $Q=0$; cum nulla sit radix communis æquationum $P=0$, & $Q=0$. Quare erit $y=0$, & curva axem secabit. Quod erat secundum.

Singulas ordinatas responsivas singulis abscissis.

30. Præterea cum sit $P - Qx=0$, erit $y = \frac{P}{Q}$; determinata autem utcumque abscissa x , habebitur determinata quædam z , adeoque & P, Q erunt unicæ, & determinatæ. Erit igitur etiam y unica, & determinata; ac proinde respondebunt singulis abscissis z singulæ tantum ordinatæ y . Quod erat tertium.

Abscissis hinc inde æqualibus responsivas æquales ordinatas.

31. Rursus sive x assumatur positiva, sive negativa, dummodo ejusdem longitudinis sit, semper valor $z = xx$ erit idem; ac proinde valores tam P , quam Q erunt semper iidem. Quare semper eadem y . Sumptis igitur abscissis z æqualibus hinc, & inde ab A , altera positiva, altera negativa, respondebunt ordinatæ æquales. Quod erat quartum.

Primum arcum fore cras asymptoticum cum area infinita.

32. Si autem x minuatur in infinitum, sive ea positiva sit, sive negativa; semper z minuetur in infinitum, & evadet infinitesima ordinis secundi. Quare in valore P decrescent in infinitum omnes termini præter y , quia omnes præter eum multiplicentur per z , adeoque valor P erit adhuc finitus. Valor autem Q , qui habet formulam ductam in z totam, minuetur in infi-

nitum, eritque infinitesimus ordinis secundi. Igitur $\frac{P}{Q} = y$ au-

gebitur in infinitum ita, ut evadat infinita ordinis secundi. Quare curva habebit pro asymptoto rectam AB , & area $BAED$ excrefcet in infinitum, & si ordinatæ y positivæ assumantur ad partes AB , & expriment vires repulsivas, arcus asymptoticus ED jacebit ad partes ipsas AB . Quod erat quintum.

33. Patet igitur, utcumque assumpto Q cum datis conditionibus, satisfieri primis quinque conditionibus curvæ. Jam vero potest valor Q variari infinitis modis ita, ut adhuc impleat semper conditiones, cum quibus assumptus est. Ac proinde arcus curvæ intercepti intersectionibus poterunt infinitis modis variari ita, ut primæ quinque ipsius curvæ conditiones impleantur; unde fit, ut possint etiam variari ita, ut sextam conditionem impleant.

Post eas conditiones remanere indeterminationem parem cuicunque accessui ad qualvis curvas in punctis datis quibusvis.

34. Si enim dentur quotcumque, & quicumque arcus, quorumcunque curvarum, modo sint ejusmodi, ut ab asymptoto AB perpetuo recedant, adeoque nulla recta ipsi asymptoto parallela eos arcus secet in pluribus, quam in unico puncto, & in iis assumantur puncta quotcumque, utcumque inter se proxima; poterit admodum facile assumi valor P ita, ut curva per omnia ejusmodi puncta transeat, & idem poterit infinitis modis variari ita, ut adhuc semper curva transeat per eadem illa puncta.

Quid requiratur, ut transeat per quævis earum puncta.

35. Sit enim numerus punctorum assumptorum quicumque $= r$, & a singulis ejusmodi punctis demittantur rectæ parallelae AB usque ad axem CAC , quæ debent esse ordinatæ curvæ quæsitæ, & singulae abscissæ ab A usque ad ejusmodi ordinatas dicantur M_1, M_2, M_3 &c, singulae autem ordinatæ N_1, N_2, N_3 &c. Assumatur autem quædam

Quomodo id præstitum.

quantitas $Az^r + Bz^{r-1} + Cz^{r-2} + \dots + Gz$, quæ ponatur $= R$. Tum alia assumatur quantitas T ejusmodi, ut evanescente z evanescat quivis ejus terminus, & ut nullus sit divisor communis valoris P , & valoris $R + T$, quod facile fiet, cum innotescant omnes divisores quantitatis P . Ponatur autem $Q = R + T$, & jam æquatio ad curvam erit $P - R\gamma - T\gamma = 0$. Ponantur in hac æquatione successive M_1, M_2, M_3 &c pro x , & N_1, N_2, N_3 &c. pro y . Habebuntur æquationes numero r , quæ singulae continebunt valores A, B, C, \dots, G , unius tantum dimensionis singulos, numero pariter r , & præterea datos valores M_1, M_2, M_3 &c, N_1, N_2, N_3 &c, ac valores arbitrarios, qui in T sunt coefficientes ipsius z .

36. Per illas æquationes numero r admodum facile determinabuntur illi valores A, B, C, \dots, G , qui sunt pariter numero r , assumendo in prima æquatione, juxta methodos notissimas, & elementares valorem A , & eum substituendo in æquationibus omnibus sequentibus, quo pacto habebuntur æquationes $r-1$. Hæ autem ejecto valore B reducentur ad $r-2$, & ita porro, donec ad unicam ventum fuerit, in qua determinato valore Q , per ipsum ordine retrogrado determinabuntur valores omnes præcedentes, singuli in singulis æquationibus.

Progressus ulterior.

37. Determinatis hoc pacto valoribus A, B, C, \dots, G

Conclusio,

in

& coherencia
cum omnibus
præcedentibus
conditionibus.

in æquatione $P - Ry - Ty = 0$, sive $P - Qy = 0$, patet po-
sitis successive pro x valoribus M_1, M_2, M_3 &c, debere va-
lores ordinatæ y esse successive N_1, N_2, N_3 &c; ac proin-
de debere curvam transire per data illa puncta in datis il-
lis curvis: & tamen valor Q adhuc habebit omnes conditio-
nes præcedentes. Nam imminuta & ultra quoscunque limites,
minuentur singuli ejus termini ultra quoscunque limites, cum
minuantur termini singuli valoris T , qui ita assumpti sunt, &
minuantur pariter termini valoris R , qui omnes sunt ducti in
 z , & præterea nullus erit communis divisor quantitatum P , &
 Q , cum nullus sit quantitatum P , & $R + T$.

Inde conta-
ctus, oscula,
accessus quivis.

38. Porro si bina proxima ex punctis assumptis in arcibus
curvarum ad eandem axis partem concipiantur accedere ad se
invicem ultra quoscunque limites, & tandem congruere, fa-
ctis nimirum binis M æqualibus, & pariter æqualibus binis
 N ; jam curva quæsita ibidem tanget arcum curvæ datæ: &
si tria ejusmodi puncta congruant, eam osculabitur: quin im-
mo illud præstari poterit, ut coeant quot libuerit puncta, ubi
libuerit, & habeantur oscula ordinis cujus libuerit, & ut libue-
rit sibi invicem proxima, arcu curvæ datæ accedente, ut libue-
rit, & in quibus libuerit distantis ad arcus, quos libuerit
curvarum, quarum libuerit, & tamen ipsa curva servante omnes
illas sex conditiones requisitas ad exponendam legem illam vi-
rium repulsivarum, ac attractivarum, & datos limites.

Adhuc indeter-
minatio relicta
pro infinitis
modis.

39. Cum vero adhuc infinitis modis variari possit valor T ;
infinitis modis idem præstari poterit: ac proinde infinitis mo-
dis inveniri poterit curva simplex datis conditionibus satisfa-
ciens. Q. E. F.

Posse & axem
contingere, of-
culari &c.

40. Coroll. 1. Curva poterit contingere axem CAC in
quot libuerit punctis, & contingere simul, ac secare in iisdem,
ac proinde eum osculari quocunque osculi genere. Nam si bi-
na quævis e distantis limitum fiant æquales; curva continget
rectam CA , evanescente arcu inter binos limites; ut si pun-
ctum I abiret in L , evanescente arcu IKL ; haberetur conta-
ctus in L , repulsio per arcum HI perpetuo decresceret, &
in ipso contactu IL evanesceret, tum non transiret in attra-
ctionem, sed iterum cresceret repulsio ipsa per arcum LM .
Idem autem accideret attractioni, si coeuntibus punctis LN ,
evanesceret arcus repulsivus LMN .

Posse contin-
gere simul, &
secare.

41. Si autem tria puncta coeant, ut $LN P$; curva contin-
geret simul axem CAC , & ab eodem simul secaretur, ac
proinde haberet in eodem puncto contactus flexum contrarium.
Haberetur autem ibidem transitus ab attractione ad repulsio-
nem, vel vice versa, adeoque verus limes.

Quid congru-
entia interse-
ctionum pluri-
um.

42. Eodem pacto possunt congruere puncta quatuor, quin-
que, quotcunque: & si congruat numerus punctorum par;
habebitur contactus: si impar; contactus simul, & sectio.
Sed quo plura puncta coibunt; eo magis curva accedet ad
axem

axem C'AC in ipso limite, eumque osculabitur osculo arctiore.

43. *Coroll. 2.* In iis limitibus, in quibus curva secat axem C'AC, potest ipsa curva secare eundem in quibuscunque angulis ita tamen, ut angulus, quem efficit ad partes A arcus curvæ in perpetuo recessu ab asymptoto appellens ad axem C'AC non sit major recto, & ibidem potest aut axem, aut rectam axi perpendicularem contingere, aut osculari, quocunque contactus, aut osculi genere, nimirum habendo in utrolibet casu radium osculi magnitudinis cujuscunque, & vel utcunque evanescentem, vel utcunque abeuntem in infinitum.

Posse axem secari in quibuscunque angulis, & a quavis magnitudine arcuum.

44. Nam pro illis punctis datis in arcibus curvarum quarumcunque, quas curva inventa potest vel contingere, vel osculari quocunque osculi genere, ex quibus definitus est valor R, possunt assumi arcus curvarum quarumcunque secantium axem C'AC, in angulis quibuscunque: solum quoniam semper arcus curvæ, ut tNy debet ab asymptoto recedere, non poterit punctum ullum t præcedens limitem N jacere ultra rectam axi perpendicularem erectam ex N, vel punctum y sequens ipsum N jacere citra; ac proinde non poterit angulus AN t , quem efficit ad partes A arcus tN in perpetuo recessu ab asymptoto appellens ad axem C'AC, esse major recto.

Demonstratio: limitatio necessaria.

45. Possunt autem arcus curvarum assumptarum in iisdem punctis aut axem, aut rectam axi perpendicularem contingere, aut osculari, quocunque contactus, aut osculi genere, ut nimirum sit radius osculi magnitudinis cujuscunque, & vel utcunque evanescentem, vel utcunque abiens in infinitum. Quare idem accidere poterit, ut innuimus, & arcui curvæ inventæ, quæ ad eos arcus potest accedere, quantum libuerit, & eos contingere, vel osculari quocunque osculi genere in iis ipsis punctis.

Quid possint arcus curvarum assumptarum: omnia posse & inventari.

46. Solum si curva inventa tetigerit in ipso limite rectam axi C'AC perpendicularem, debet simul ibidem eandem secare; cum debeat semper recedere ab asymptoto, adeoque debet ibidem habere flexum contrarium.

Conditio necessaria, ex hujus curvæ natura.

47. *Scholium 1.* Corollarium 1 est casus particularis hujus corollarii secundi, ut patet: sed libuit ipsum seorsum diversa methodo, & faciliore prius eruere.

Corol. 1 includi in corol. 2.

48. *Coroll. 3.* Arcus curvæ etiam extra limites potest habere tangentem in quovis angulo inclinatam ad axem, vel ei parallelam, vel perpendicularem cum iisdem contactuum, & osculorum conditionibus, quæ habentur in corollario 2.

Quid ubivis etiam extra limites.

49. Demonstratio est prorsus eadem: nam arcus curvarum dati, ad quos arcus curvæ inventæ potest accedere ubicunque, quantum libuerit, possunt habere ejusmodi conditiones.

Demonstratio eadem.

50. *Coroll. 5.* Mutata abscissa per quodcunque intervallum datum, potest ordinata mutari per aliud quodcunque datum utcunque minus, vel majus ipsa mutatione abscissæ, & ut-

Mutationem abscissæ posse habere ad mutationem ordi-

naturæ relationem quancunque.

cunque majus quantitate quacunque data: ac si differentia abscissæ sit infinitesima, & dicatur ordinis primi; poterit differentia ordinatæ esse ordinis cujuscunque, vel utcunque inferioris, vel intermedii, inter quantitates finitas, & quantitates ordinis primi.

Demonstratur pro ratione finita.

51. Patet primum ex eo, quod, ubi determinatur valor R , potest curva transire per quotcunque, & quæcunque puncta, adeoque per puncta, ex quibus ductæ ordinatæ sint utcunque inter se proximæ, & utcunque inæquales.

Itidem pro quovis infinitesimorum ordine.

52. Patet secundum: quia in curvis, ad quas accedit arcus curvæ inventæ, vel quas osculatur quocunque osculi genere, potest differentia abscissæ ad differentiam ordinatæ esse pro diversa curvarum natura in datis earum punctis in quavis ratione, quantitatis infinitesimæ ordinis cujuscunque ad infinitesimam cujuscunque alterius.

Relationem eimodi pendere a positione tangentis.

53. *Scholium 2.* Illud notandum, ubicunque fuerit tangens curvæ inventæ inclinata in angulo finito ad axem, fore differentiam abscissæ ejusdem ordinis, ac est differentia ordinatæ: ubi tangens fuerit parallela axi, fore differentiam ordinatæ ordinis inferioris, quam sit differentia abscissæ, & vice versa, ubi tangens fuerit perpendicularis axi.

Quid, ubi abscissa terminetur in limite.

54. Præterea notandum: si abscissa fuerit ipsa distantia limitis, quæ vel augeatur, vel minuatur utcunque; differentia ordinatæ erit ipsa ordinata integra: cum nimirum in limite ordinata sit nihilo æqualis.

Posse arcus utcunque recedere ab axe.

55. *Coroll. 5.* Arcus repulsionum, vel attractionum intercepti binis limitibus quibuscunque, possunt recedere ab axe, quantum libuerit, adeoque fieri potest, ut alii propiores asymptoto recedant minus, quam alii remotiores, vel ut quodam ordine eo minus recedant ab axe, quo sunt remotiores ab asymptoto, vel ut post aliquot arcus minus recedentes aliquis arcus longissime recedat.

Demonstratio.

56. Omnia manifesto consequuntur ex eo, quod curva possit transire per quævis data puncta.

Posse haberi postremum crus asymptoticum, & alia crura asymptotica.

57. *Coroll. 6.* Potest curva ipsum axem $C'AC$ habere pro asymptoto ad partes C' , & C ita, ut arcus asymptoticus sit vel repulsivus, vel attractivus; & potest arcus quivis binis limitibus quibuscunque interceptus abire in infinitum, ac habere pro asymptoto rectam axi perpendicularem, utcunque proximam utrilibet limiti, vel ab eo remotam.

Ratio præstandi primum.

58. Nam si concipiatur, binos postremos limites coire, abeuntibus binis intersectionibus in contactum, tum concipiatur, ipsam distantiam contactus excrefcere in infinitum; jam axis æquivalet rectæ curvam tangenti in puncto infinite remoto, adeoque evadit asymptotus: & si arcus evanescens inter postremos duos limites coeuntes fuerit arcus repulsionis; postremus arcus asymptoticus erit arcus attractionis. Contra vero, si arcus evanescens fuerit arcus attractionis.

59. Eodem pacto si concipiatur, quamvis ordinatam respondentem puncto cuilibet, per quod debet transire curva, abire in infinitum; jam arcus curvæ abibit in infinitum, & erit ejus asymptotus in illa ipsa ordinata in infinitum excrefcens.

Ratio præstandi & reliquum.

60. *Scholium 3.* Ope formulæ exhibentis curvam propositam habetur lex virium expressa per functionem quandam distantia constantem plurimis terminis, immo per æquationem commiscentem abscissam, & ordinatam, ac utriusque potentias inter se, & cum rectis datis, non per solam ipsius distantia potentiam. Sunt, qui censeant expressionem per solam potentiam debere præferri expressioni per functionem aliam, quia hæc sit simplicior, quam illa, & quia in illa præter distantias debeant haberi aliquæ aliæ parametri, quæ non sint solæ di-

Legem virium hic exhiberi per functionem distantia, alios multos censere præferendam. Jam utriusque potentiam: cur id.

stantia; dum in formula $\frac{1}{x^m}$ exprimente x distantias, distantia solæ rem conficiant, videatur autem vis debere pendere a solis distantia, potissimum si sit quædam essentialis proprietas materia: præterea addunt, nullam fore rationem sufficientem, cur una potius, quam alia parameter expressionem virium deberet ingredi, si parametri sint admiscenda.

61. Hæc agitata sunt potissimum ante hos aliquot annos in Academia Parisiensi, cum censeretur, motum Apogei Lunaris observatum non cohærere cum gravitate decrescente in ratione reciproca duplicata distantiarum, & ad ipsum exhibendum

Qua occasione hæc quæstio fuerit agitata in Parisiensi Academia.

adhiberetur gravitas expressa per binomium $\frac{a}{x^2} + \frac{b}{x^3}$, cujus

pars prior in magnis, pars posterior in exiguis distantia respectu sociæ partis evanesceret ad sensum, sed illa prior in distantia Lunæ a Terra adhuc turbaret hanc posteriorem, quantum satis erat ad eam præstandam rem. Atque eam ipsam binomii expressionem adhibuerant jam plures Physici ad deducendam simul ex eadem formula gravitatem, & majores minimarum particularum attractiones, ac multo validiorem cohætionem, ut innuimus num. 121: atque hæc difficultates in Parisiensi Encyclopædia inculcantur ad vocem *Attractio*, Tomo 1 tum edito.

62. Paulo post, correctis calculis innotuit, motum Apogei lunaris ea composita formula non indigere: at rationes contra id propositæ, quæ multo magis contra meam virium legem pugnarent, meo quidem iudicio nullam habent vim. Nam in primis quod ad simplicitatem pertinet, hic habent locum ea omnia, quæ dicta sunt in ipso opere num. 116 de simplicitate curvarum. Formula exprimens solam potentiam quandam distantia designatæ per abscissam exprimit ordinatam ad locum geometricum pertinentem ad familiam, quam exhibet

Occasionem substituendi tum functioni cessasse, sed rationes contra allatas nullam habere vim: curvas omnes unitæ nature esse in se æque simplices.

$y = x^m$, qui quidem locus est Parabola quædam; si m sit numerus positivus, nec sit unitas: recta; si sit unitas, vel zero: quædam Hyperbola; si sit numerus negativus: formula autem continens functionem aliam quamvis exprimit ordinatam ad aliam curvam, quæ erit continua, & simplex, si illa formula per divisionem non possit discerpi in alias plures. Omnes autem ejusmodi curvæ sunt æque simplices in se, & aliæ aliis sunt magis affines, aliæ minus. Nobis hominibus recta est omnium simplicissima, cum ejus naturam intueamur, & evidentissime perspiciamus, ad quam idcirco reducimus alias curvas, & prout sunt ipsi magis, vel minus affines, habemus eas pro simplicioribus, vel magis compositis; cum tamen in se æque simplices sint omnes illæ, quæ ductum uniformem habent, & naturam ubique constantem.

Esse æque simplicem relationem ordinatarum ad abscissas terminorum multitudinem pro ea exprimentem oriri a nostro cognoscendi modo.

63. Hinc ipsa ordinata ad quamvis naturæ uniformis curvam est quidam terminus simplicissimæ relationis cujusdam, quam habet ordinata ad abscissam, cui termino impositum est generale nomen functionis continens sub se omnia functionum genera, ut etiam quamcunque solam potentiam, & si haberemus nomina ad ejusmodi functiones denominandas singillatim; haberet nomen suum quævis ex ipsis, ut habet quadratum, cubus, potestas quævis. Si omnia curvarum genera, omnes ejusmodi relationes nostra mens intueretur immediate in se ipsis; nulla indigeremus terminorum farragine, nec multitudine signorum ad cognoscendam, & enuntiandam ejusmodi functionem, vel ejus relationem ad abscissam.

Origo ejus modi ab intuitionem, quam habemus nos hominis naturæ solius rectæ, a quam omnes curvas referimus.

64. Verum nos, quibus uti monui recta linea est omnium locorum geometricorum simplicissima, omnia referimus ad rectam, & idcirco etiam ad ea, quæ oriuntur ex recta, ut est quadratum, quod fit ducendo perpendiculariter rectam super aliam rectam æqualem, & cubus, qui fit ducendo quadratum eodem pacto per aliam rectam primæ radici æqualem, quibus & sua signa dedimus ope exponentium, & universalizando exponentes efformavimus nobis ideas iam non geometricas superiorum potentiarum, nec integrarum tantummodo, & positivarum, sed etiam fractionariarum, & negativarum: & vero etiam, abstrahendo semper magis, irrationalium. Ad hæc potentias, & ad producta, quæ simili ductu concipiuntur genita, reducimus cæteras functiones omnes per relationem, quam habent ad ejusmodi potentias, & producta earum cum rectis datis, ac ad eam reductionem, sive ad expressionem illarum functionum per hæc potentias, & per hæc producta, indigemus terminis jam paucioribus, jam pluribus, & quandoque etiam, ut in functionibus transcendentalibus, serie terminorum infinita, quæ ad valorem, vel naturam functionis propositæ accedat semper magis, utut in hisce casibus eam nunquam accura-

curate attingat: habemus autem pro magis, vel minus compositis eas, quæ pluribus, vel paucioribus terminis indigent, sive quæ ad solas potentias relationem habent propiorem.

65. At si aliud mentium genus aliam curvam ita intime cognosceret, ut nos rectam; haberet pro maxime simplici solam ejus functionem, & ad exprimendum quadratum, vel aliam potentiam, contemplaretur illam eandem relationem, sed inverse assumptam ita, ut incipiendo a functione ipsa per eam, & per similes ejus functiones, ac functionum ceteriorum functiones posteriores, addendo, ac subtrahendo deveniret de- mum ad quæsitam. Relatio potentia ad functionem, & nexus mutuus compositionem habet, & multitudinem terminorum inducit: uterque relationis terminus est in se æque simplex.

Aliud mentium genus ad exprimendam relationem potentie necessario attributum æqualem, vel majorem farra- ginem.

66. Quod pertinet ad parametros, quas dicitur includere functio, non autem potentia distantia, non est verum id i-

Sola etiam potentia expressione includi etiam apud nos homines parametros plures: parameter in unitate arbitraria, & affixione certæ vis ad certam distantiam.

psum, quod potentia parametros non includat. Formula $\frac{1}{x^m}$ includit unitatem ipsam, quæ non est aliquid in se determinatum, sed potest exprimere magnitudinem quamcunque. Et quidem ea species includit omnes species Hyperbolarum, ac definito exponente m , exprimit unicam quidem earum speciem, sed quæ continet infinitas numero individuas Hyperbolas, quarum quælibet suam parametrum diversam habet pro diversitate unitatis assumptæ. Potest quidem quævis ex iis Hyperbolicis ad arbitrium assumi ad exprimendam vim decrescentem in ea ratione reciproca; sed adhuc in ipsa expressione includitur quædam parameter, quæ determinet certam vim a certa ordinata exprimendam, sive certam vim certæ distantia respondens, qua semel determinata remanent determinatæ reliquæ omnes, sed ipsa infinitis modis determinari potest, stante expressione facta per ordinatas ejusdem curvæ, sive per eandem potentia formulam. Ejusmodi primus nexus a sola distantia utique non pendet.

67. Accedit autem alia quasi parameter in exponente potentia: illius numeri m determinatio utique non pendet a distantia, nec distantiam aliquam exprimit.

Parameter in exponente potentia.

68. Sed nec illud video, cur etiam si dicatur vis esse proprietas quædam materia essentialis, ea debeat necessario pendere a solis distantis. Si esset quædam virtus, quæ a materia puncto quovis egressa progredetur motu uniformi, & rectilineo ad omnes circum distantias: tum quidem diffusio ejus virtutis per orbis majores æque crassos fieret in ratione reciproca duplicata distantiarum, & a distantis solis penderet; quanquam ne tum quidem ab iis penitus solis, sed ab iis, & exponente secundæ potentia, ac primo nexu cum arbitraria uni-

Non esse, cur vis debeat pendere a sola distantia etiam, si vis sit essentialis proprietas materia.

uni-

unitate. At cum nulla ejusmodi virtus debeat progredi, & in progressu ipso ita attenuari; nihil est, cur determinatio ad accessum debeat pendere a solis distantis, ac proinde solæ distantia ingredi formulam functionis exprimentis vim.

Etiam si vis debeat pendere a solis distantis, ordinatas quoque in se, data curva, pendere a solis abscissis.

69. Verum admissio etiam, quod necessario vis debeat pendere a solis distantis, nihil habetur contra expressionem factam per functionem quandam. Nam ipsa functio per se immediate pendet a distantia, & est ordinata quædam ad curvam quandam certæ naturæ, respondens abscissæ datæ cuilibet sua. Parametri inducuntur ex eo, quod illius relationem ad abscissam exprimere debeamus per potentias abscissæ, & potentiarum producta cum aliis rectis; sed in se, uti supra diximus, ejusdem est naturæ & illa functio, ac potentia quævis, & illa, ut hæc, ordinatam immediate simplicem exhibet respondentem abscissæ ad curvam quandam uniformis, & in se simplicis curvæ.

Parametros ipsas esse distantias: eas functionem esse ingreditas, quod in datis distantis debuerit haberi vis data, vel nulla.

70. Præterea ipsæ illæ parametri, quæ formulam functionis ingrediuntur, possunt esse certæ quædam distantia, & assumi debere ad hoc, ut illis datis distantis illæ datæ, & non aliæ vires respondeant. Sic ubi quæsitæ est formula, quæ exprimeret æquationem ad curvam quæsitam, assumpsimus quasdam distantias, in quibus curva secaret axem, nimirum in quibus, evanescente vi haberentur limites, & earum distantiarum valores ingressi sunt formulam inventam, ut quædam parametri. Possunt igitur ipsæ parametri esse distantia quædam; ac proinde posito, quod omnino debeat vis exprimi per solas distantias, potest adhuc exprimi per functionem continentem quotcunque parametros, & non exprimetur necessario per solam aliquam potentiam.

Argumentum contrarium a defectu rationis sufficientis.

71. Reliquum est, ut dicamus aliquid de Ratione Sufficienti, quæ dicitur parametros excludere, cum non sit ratio, cur aliæ præ aliis parametri feligantur.

Si vis sit essentialis materiæ; rationem talium parametrorum esse ipsam ejus naturam: cur hoc genus materiæ existat, rationem esse arbitrium Creatoris: idem, si ea non sit essentialis.

72. Inprimis si vis est in ipsa natura materiæ; nulla ratio ulterior requiri potest præter eam ipsam naturam, quæ determinet hanc potius, quam aliam vim pro hac potius, quam pro illa distantia, adeoque hanc potius, quam aliam parametrum. Quæri ad summum poterit, cur elegerit Naturæ Auctor eam potissimum materiam, quæ eam legem virium haberet essentialem, quam aliam: ubi ego quidem, qui summam in Auctore Naturæ libertatem agnosco, censeo, ut in aliis omnibus, nihil aliud requiri pro ratione sufficienti electionis, quam ipsam liberam determinationem Divinæ voluntatis, a cujus arbitrio pendeat tum, quod hanc potius, quam aliam eligat rem, quam condat, tum quod ea re hanc in se naturam habente, ubi jam condita fuerit, utatur ad hoc potius, quam ad illud ex tam multis, ad quæ natura quævis a tanti Artificis manu adhibita potest esse idonea. Atque hæc responsio æque

æque valet, si vis non est ipsi materiæ essentialis, sed libera Auctoris lege sancita, quo casu ipse pro libero arbitrio suo hanc huic materiæ potuit legem dare præ aliis electam.

73. At si ratio etiam exhiberi debeat, quæ Auctorem Naturæ potuerit impellere ad seligendam materiam hac potissimum præditam essentiali virium lege, vel ad seligendam pro hac materia hanc legem virium; quæri primo potest, cur hunc potius exponentem potentiæ elegerit, & hanc parametrum in unitate inclusam, sive in quadam determinata distantia quandam determinatam vim. Quod de iis dicitur, applicari poterit parametræ reliquis functionis cujuscvis. Ut ille exponens, illa unitas, ille nexus potuit habere aliquid, quod cæteris præstaret ad eos obtinendos fines, quos sibi Naturæ Auctor præscripsit; sic etiam aliquid ejusmodi habere poterant reliquæ omnes quotcumque, & qualescunque parametræ.

Præter arbitrium retorſio in potentia: rationem utrobique esse fines, quos sibi ipse proposuerit, qui possunt esse nobis ignoti.

74. Deinde rem ipsam diligenter consideranti facile patebit, ad obtinendos fines, quos sibi Naturæ Auctor debuit proponere, non fuisse aptam solam potentiam quandam distantia pro lege virium, sed debuisse assumi functionem, quæ ubi exprimi deberet per nostram humanam Algebram, alias quoque parametræ admisceret. Si ex. gr. voluisset per eandem vim & motum Planetarum ad sensum ellipticum cum Kepleriano nexu inter quadrata temporum periodicorum, & cubos distantiarum mediarum, & cohæsiõnem per contactum, nulla sola potentia ad utrumque præstandum finem fuisset satis, quem finem ob-

Evolutio finis ipsius: necessitas habendi hunc nexum ab Algebra humana non exprimitibilem, nisi per functionem, ad solvendum creationis problema pro hac corporum constitutione, & motuum serie.

tinuisset illa formula $\frac{a}{x^2} + \frac{b}{x^3}$. At nec ea formula potuit ipsi

sufficere, si vera est Theoria mea, cum ea formula nullam habeat in minimis distantis vim contrariam vi in maximis, sed in omnibus distantis eandem, nimirum in minimis attractivam, ut in maximis. Cohæsiõ punctorum se invicem repellentium in minimis distantis, & attrahentium in majoribus haberi non potuit sine interfectione curvæ cum axe, quæ interfectio sine parametro aliquo non obtinetur. Verum ad omnem hanc phænomenorum seriem obtinendam multo pluribus, uti ostensum est suo loco, interfectionibus curvæ, & flexibus tam variis opus erat, quæ sine plurimis parametræ obtineri non poterant. Consideretur elevatissimum inversum problema affine alteri, cujus mentio est facta num. 547, quo quæritur numerus punctorum, & lex virium mutuarum communis omnibus necessaria ab habendam ope cujusdam primæ combinationis, hanc omnem tam diuturnam, tam variam phænomenorum seriem, cujus perquam exiguam particulam nos homines intuemur, & statim patebit elevatissimum debere esse, & respectu habito ad nostros exprimendi modos complicatissimum genus curvæ ad ejusmodi problematis solutionem ne-

cessa-

cessarium ; quod tamen problema certas quasdam parametros in singulis saltem solutionibus suis, quæ numero fortasse infinito sunt, involveret, sola unica potentia ad tanti problematis solutionem inepta.

Id non potuit
se solvi per so-
lam potentiam:
legem quadrati
distantiæ non
esse perfectissi-
mam.

75. Debuit igitur Naturæ Auctor, qui hanc sibi potissimum Phænomenorum seriem proposuit, parametros quasdam seligere, & quidem plures, nec potuit solam unicam pro lege virium exprimenda distantiae potentiam adhibere : ubi & illud præterea ad rem eandem confirmandam recolendum, quod a num. 124. dictum est de ratione reciproca duplicata distantiarum, quam vidimus non esse omnium perfectissimam, nec omnino eligendam, & illud, quod sequenti horum Supplementorum paragrapho exhibetur contra vires in minimis distantis attractivas & excrescentes in infinitum, ad quas sola potentia demum deducit.

Conclusio con-
tra necessita-
tem, vel con-
venientiam so-
lius potentiae.

76. Atque hoc demum pacto, videtur mihi, dissoluta penitus omnis illa difficultas, quæ proposita fuerat, nec ulla esse ratio, cur sola potentia quædam distantiae anteferri debuerit functioni utcunque, si nostrum exprimendi modum spectemus, complicatissimæ,



§. IV.

Contra vires in minimis distantis attractivas, & excrefcentes in infinitum. (c)

77 **A**T præterea contra solam attractionem plures habentur difficultates, quæ per gradus crescunt. Nam in primis si eæ imminutis utcumque distantis agant, augent velocitatem usque ad contactum, ad quem ubi deventum est, incrementum velocitatis ibi per saltum abrumpitur, & ubi maxima est, ibi perpetuo incassum nituntur partes ad ulteriorem effectum habendum, & necessario irritos conatus edunt.

78. Quod si in infinitum imminuta distantia, crescant in aliqua ratione distantiarum reciproca; multæ itidem difficultates habentur, quæ nostram oppositam sententiam confirmant. In primis in ea hypothese virium deveniri potest ad contactum, in quo vis, sublata omni distantia, debet augeri in infinitum magis, quam esset in aliqua distantia. Porro nos putamus accurate demonstrari, nullas quantitates existere posse, quæ in se infinitæ sint, aut infinite parvæ. Hinc autem statim habemus absurdum, quod nimirum si vires in aliqua distantia aliquid sunt, in contactu debeant esse absolute infinitæ.

79. Augetur difficultas, si debeat ratio reciproca esse major, quam simplex (ut ad gravitatem requiritur reciproca duplicata, ad cohæsiorem adhuc major) & ad bina puncta pertineat. Nam illa puncta in ipso congressu devenient ad velocitatem absolute infinitam. Velocitas autem absolute infinita est impossibilis, cum ea requirat spatium finitum percursum momento temporis, adeoque replicationem, sive extensionem simultaneam per spatium finitum divisibile, & quovis finito tempore requirat spatium infinitum, quod cum inter bina puncta interjacere non possit, requireret ex natura sua, ut punctum ejusmodi velocitatem adeptum nusquam esset.

80. Accedunt plurima absurda, ad quæ ejusmodi leges nos deducunt. Tendat punctum aliquod in fig. 72 in centrum F in ratione reciproca duplicata distantiarum, & ex A projiciatur directione AB perpendiculari ad AF, cum velocitate satis exigua: describet Ellipsim ACDE, cujus focus erit F, & semper regredietur ad A. Decrescat velocitas AB per gradus, donec demum evanescat. Semper magis arctatur Ellipsis, & vertex D accedit ad focum F, in quem demum recidit abeunte Ellipsi in rectam AF. Videtur igitur id

Oo

pun-

Fig. 72.

Prima difficultas ex eo, quod ubi conatus deberet esse maximus in appulsu, debeat esse nullus, vel irritus.

Secunda, si ratio sit reciproca distantiarum, a vi absolute infinita, ad quam deveniri deberet.

Tertia ex eo, quod, si sit major quam simplex, debeat in contactu deveniri etiam ad velocitatem infinitam.

Alia absurda: si ratio sit duplicata, regressus a centro: saltus ab acceleratione crescente ad nullam in ingressu in superficiem sphericam.

(c) Hæc excerpta sunt ex eadem dissertatione De Lege Virium in Natura exillentium a num. 59.

punctum sibi relictum debere descendere ad F, tum post acquisitam ibi infinitam velocitatem, eam sine ulla contraria vi convertere in oppositam, & retro regredi. At si id punctum tendat in omnia puncta superficiei sphaericae, vel globi EGCH in eadem illa ratione; demonstratum est a Newtono, debere per AG descendere motu accelerato eodem modo, quo acceleraretur, si omnia ejusmodi puncta superficiei, vel sphaerae compenetrarentur in F: abrupta vero lege accelerationis in G, debere per GH ferri motu aequabili, viribus omnibus per contrarias actiones elisis, tum per HI tantundem procurrere motu retardato, adeoque perpetuam oscillationem peragere, velocitatis mutatione bis in singulis oscillationibus per saltum interrupta.

Regressus a centro simul, & procurus ultra ad eandem distantiam, vel saltus in tanto procurus, sine praevius minoribus.

81. In eo jam absurdum quoddam videtur esse: sed id quidem multo magis crescit; si consideretur, quid debeat accidere, ubi tota sphaerica superficies, vel tota sphaera abeat in unicum punctum F. Tum itidem corpus sibi relictum, deveniet ad centrum cum infinita velocitate, sed procurret ulterius usque ad I, dum prius, ubi Ellipsis evanescebat, debebat redire retro. Nos quidem pluribus in locis alibi demonstravimus, in prima determinatione latere errorem, cum Ellipsi evanescente, nullae jam adsint omnes vires, quae agunt per arcum situm ultra F ad partes D, quae priorem velocitatem debebant extinguere, & novam producere ipsi aequalem. Verum adhuc habetur saltus quidam, cui & Natura, & Geometria ubique repugnat. Nam donec utcunque parva est velocitas, habetur semper regressus ad A cum procurso FD eo minore, quo velocitas est minor: facta autem velocitate nulla, procurus immediate evadit FI, quin ulli intermedii minores adfuerint. Quod si quis ejus priorem determinationem tueri velit, ut punctum, quod agatur in centrum vi, quae sit in ratione reciproca duplicata distantiarum, debeat e centro regredi retro; tum saltus habetur similis, ubi prius in sphaericam superficiem, vel sphaeram tendat, quae paulatim abeat in centrum. Donec enim adierit superficies illa, vel sphaera, habebitur semper is procurus, qui abruptetur in illo appulsu totius superficiei ad centrum, quin habeantur prius minores procurus.

Si ratio sit triplicata ejus: anhilatio puncti in appulsu ad centrum.

Fig. 73.

82. Haec quidem in ratione reciproca duplicata distantiarum: in reciproca triplicata habentur etiam graviora. Nam si cum debita quadam velocitate projiciatur per rectam AB fig. 73 continentem angulum acutum cum AP, mobile, quod urgeatur in P vi crescente in ratione reciproca triplicata distantiarum; demonstratur in Mechanica, ipsum debere percurrere curvam ACDEFGH, quae vocatur spiralis logarithmica, quae hanc habet proprietatem, ut quavis recta, ut PF, ducta ad quodvis ejus punctum, contineat cum recta ipsam ibidem tangente angulum aequalem angulo PAB, unde illud consequitur, ut ea quidem ex una parte infinitis spiris circum-

cumvolvatur circa punctum P , nec tamen in ipsum unquam desinat: si autem ducatur ex P recta perpendicularis ad AP , quæ tangenti AB occurrat in B , tota spiralis $ACDEFGH$ in infinitum continuata ad mensuram longitudinis AB accedat ultra quoscunque limites, nec unquam ei æqualis fiat: velocitas autem in ejusmodi curva in continuo accessu ad centrum virium P perpetuo crescat. Quare finito tempore, & sane brevior, quam sit illud, quo velocitate initiali percurreret AB , deberet id mobile devenire ad centrum P , in quo bina gravissima absurda habentur. Primo quidem, quod haberetur tota illa spiralis, quæ in centrum desineret, contra id, quod ex ejus natura deducitur, cum nimirum in centrum cadere nequaquam possit: deinde vero, quod elapso eo finito tempore mobile illud nusquam esse deberet. Nam ea curva, ubi etiam in infinitum continuata intelligitur, nullum habet egressum e P . Et quidem formulæ analyticæ exhibent ejus locum post id tempus impossibilem, sive, ut dicimas, imaginarium; quo quidem argumento Eulerus in sua Mechanica affirmavit illud, debere id mobile in appulsu ad centrum virium annihilari. Quanto fatius fuisset inferre, eam legem virium impossibilem esse?

83. Quanto autem majora absurda in ulterioribus potentiis, quibus vires alligatæ sint, consequentur? Sit globus in fig. 74 ABE , & intra ipsum alius Abe , qui priorem contingat in A , ac in omnia utriusque puncta agant vires decrecentes in ratione reciproca quadruplicata distantiarum, vel majore, & quæ ratur ratio vis puncti constituti in concursu A utriusque superficiei. Concipiatur uterque resolutus in pyramides infinite arctas, quæ prodeant ex communi puncto A , ut BAD , bAd . In singulis autem pyramidulis divisio in partes totis proportionales sint particulæ MN , mn similes, & similiter positæ. Quantitas materiæ in MN , ad quantitatem in mn erit, ut massa totius globi majoris ad totum minorem, nimirum, ut cubus radii majoris ad cubum minoris. Cum igitur vis, qua trahitur punctum A , sit, ut quantitas materiæ directe, & ut quarta potestas distantiarum reciproce, quæ itidem distantia sunt, ut radii sphaerarum; erit vis in partem MN , ad vim in partem mn directe, ut tertia potestas radii majoris ad tertiam minoris, & reciproce, ut quarta potestas ipsius. Quare manebit ratio simplex reciproca radorum.

84. Minor erit igitur actio singularum particularum homologarum MN , quam mn , in ipsa ratione radorum, adeoque punctum A minus trahetur a tota sphaera ABE , quam a sphaera Abe , quod est absurdum, cum attractio in eam sphaeram minorem debeat esse pars attractionis in sphaeram majorem, quæ continet minorem, cum magna materiæ parte sita extra ipsam usque ad superficiem sphaeræ majoris, unde concluditur esse partem majorem toto, maximum nimirum absurdum. Et qui-

Pejus in potentis altioribus: præparatio ad demonstrandum absurdum.

Fig. 74.

Partem fore majorem toto.

dem in altioribus potentiis multo major est is error; nam generaliter, si vis sit reciproce, ut R^m , posito R pro radio, & m pro quovis numero ternarium superante, erit attractio sphaerae eodem argumento reciproce, ut R^{m-3} , quae eo majorem indicat vim in sphaeram minorem respectu majoris ipsam continentis, quo numerus m est major.

Omnia absurda cessare, si in minimis distantis habeatur repulsio, quae appulsum impedit.

85. Hoc quidem pacto inveniuntur plurima absurda in variis generibus attractionum, quae si repulsiones, in minimis distantis habeantur pares extinguendae velocitati cuilibet utcumque magnae, cessant illico omnia, cum eae repulsiones mutuum accessum usque ad concursum penitus impendant. Inde autem manifesto iterum consequitur, repulsiones in minimis distantis praefendas potius esse attractioni, ex quarum variis generibus tam multa absurda consequuntur.



§. V.

*De Æquilibrio binarum massarum connexarum
invicem per bina alia puncta (f)*

86. **C**ontinetur autem, quod pertinet ad momentum in vecte, & ad æquilibrium, sequentis problematis solutione. Sit in fig. 75 quivis numerus punctorum materiæ in A, qui dicatur A, in D quivis alius, qui dicatur D, & puncta ea omnia secundum directiones AZ, DX parallelas rectæ datæ CF sollicitentur simul viribus, quæ sint æquales inter omnia puncta sita in A, itidem inter omnia sita in D, licet vires in A sint utcumque diversæ a viribus in D. Sint autem in C, & B bina puncta, quæ in se invicem, & in illa puncta sita in A, & D mutuo agant, ac ejusmodi mutuis actionibus impediri debeat omnis actio virium illarum in A, & D, & omnis motus puncti B: motus autem puncti C impediri debeat actione contraria fulcri cujusdam, in quod ipsum agat secundum directionem compositam ex actionibus omnium virium, quas habet: quæritur ratio, quam habere debent summæ virium A, & D ad hoc, ut habeatur id æquilibrium, & quantitas, ac quæritur directio vis, qua fulcrum urgeri debet a puncto C.

Propositio problematis de æquilibrio punctorum quatuor, quorum bina extremi habeant quæcumque massas cum viribus externis sibi proportionalibus, & altera e mediis vim a fulcro.

Fig. 75.

87. Expriment AZ, & DX vires illas parallelas singulorum punctorum positorum in A, & D. Ut ipsæ elidantur, debebunt in iis haberi vires AG, DK contrariæ, & æquales ipsis AZ, DX. Quoniam eæ debent oriri a solis actionibus punctorum C, & B agentium in A secundum rectas AC, AB, & in D secundum rectas DC, DB, ductis ex G rectis GI, GH parallelis BA, AC usque ad rectas AC, BA, & ex K rectis KM, KL parallelis BD, DC, usque ad rectas DC, BD; patet, in A vim AG debere componi ex viribus AI, AH, quarum prima quodvis punctum in A repellat a C, secunda attrahat ad B, & in D vim DK componi itidem ex viribus DM, DL, quarum prima quodvis punctum situm in D repellat a C, secunda attrahat ad B. Hinc ob actionem reactioni æqualem debeat punctum C repelli a quovis puncto sito in A secundum directionem AC vi æquali IA, & a quovis puncto sito in D secundum directionem

Vis ex hinc extremis in alterum e mediis.

(f) *Excerpta hæc sunt ex Synopsi Physicæ Generalis P. Caroli Benvenuti Soc. Jesu num. 146, cui hæc solutionem ibi imprimendam tradidit.*

nem DC vi æquali MD: punctum vero B debet attrahi a quovis puncto sito in A secundum directionem BA vi æquali HA, & a quovis puncto sito in D vi æquali LD. Habebit igitur punctum C ex actione punctorum in A, & D binas vires, quarum altera aget secundum directionem AC, & erit æqualis IA ductæ in A, altera aget secundum directionem DC, & erit æqualis MD ductæ in D. Punctum vero B itidem binas, quarum altera aget secundum directionem BA, & erit æqualis HA ductæ in A, altera aget secundum directionem BD, & erit æqualis LD ductæ in D.

Vis, quam debet habere illud primum composita, e quatuor: enumeratio virium pertinentium ad omnia puncta.

88. Porro vis composita ex illis binis, quibus urgetur punctum B, elidi debet ab actione mutua inter ipsum, & C; quare debet habere directionem rectæ BC in casu, quem exhibet figura, in quo C jacet in angulo ABD: nam si angulus ABD hiatus obverteret ad partes oppositas, ut C jaceret extra angulum; ea haberet directionem CB, & reliqua omnis demonstratio rediret eodem. Punctum autem C ob actionem, & reactionem æquales debet habere vim æqualem, & contrariam illi, quam exercet B, adeoque vim æqualem, & ejusdem directionis cum vi, quam e prioribus illis binis compositam habet punctum B: nempe debet habere binas vires æquales, & directionis ejusdem cum viribus illam componentibus, nimirum vim secundum directionem parallelam BA æqualem ipsi HA ductæ in A, & vim secundum directionem parallelam BD æqualem ipsi LD ductæ in D. Habebit igitur quodvis punctum A binas vires AI, AH, quodvis punctum D binas vires DM, DL, punctum B binas vires, quarum altera dirigetur ad A, & æquabitur HA ductæ in A, altera dirigetur ad D, & æquabitur LD ductæ in D, ex quibus componi debet vis agens secundum rectam BC: & demum habebit punctum C vires quatuor, quarum prima dirigetur ad partes AC, & erit æqualis IA ductæ in A, secunda ad partes DC, & erit æqualis MD ductæ in D, tertia habebit directionem parallelam BA, & erit æqualis HA ductæ in A; quarta habebit directionem BD, & erit æqualis LD ductæ in D: ac ipsum punctum C urgebit fulcrum vi composita ex illis quatuor, quæ omnia, si habeatur ratio directionis rectarum secundum ordinem, quo enunciantur per literas, huc reducuntur:

Quodvis punctum A habebit vires binas - - - AI. AH
 Quodvis punctum D vires binas - - - - - DM, DL
 Punctum B binas - - - - - A x HA, D x LD
 Punctum C quatuor - - - A x IA, D x MD, A x HA, D x LD.

Constructio præparatoria pro solutione.

89. Exprimat jam recta BC magnitudinem vis compositæ e binis CN, CR parallelis DB, AB; expriment BN, BR magnitudinem virium illarum componentium, cum expriment

ea-

earum directiones, adeoque RC, NC ipsis æquales, & parallelæ expriment vires illas tertiam, & quartam puncti C. Producantur autem DC, AC, donec occurrant in O, & T rectis ex N, & R parallelis ipsi CF, sive ipsis GAZ, KDX, & demittantur AF, DE, NQ, RS perpendiculara in ipsam FC productam, qua opus est, quæ occurrat rectis AB, DB in V, P.

90. Inprimis ob singula latera singulis lateribus parallela erunt similia triangula IAG, CTR, & triangula MDK, CON. Quare erit ut IG, sive AH, ad CR, sive NB, vel $A \times AH$, nimirum ut 1 ad A, ita AG ad TR, & ita AI ad TC. Erit igitur TR æqualis GA, sive AZ ductæ in A, & CT æqualis IA ductæ in A: adeoque illa exprimet summam omnium virium AZ omnium punctorum in A, hæc vim illam primam puncti C, nimirum $A \times IA$. Eodem prorsus argumento, cum sit MK, sive DL ad CN, sive RB, vel $D \times DL$, nimirum 1 ad D, ita DK ad ON, & ita DM ad OC; erit NO æqualis KD, sive DX ductæ in D, & OC æqualis MD ductæ in D, adeoque illa exprimet summam omnium virium DX omnium punctorum in D, hæc vim illam secundam puncti C, nimirum $D \times DM$. Quare jam erunt
Summa virium parallelarum in A - - - - - TR
Summa virium parallelarum in D - - - - - NO
Binæ vires in B - - - - - BN, BR
Quatuor vires in C - - - - - CT, OC, RC, NC

Vires sub nova
expressione in-
de resultante.

91. Jam vero patet, ex tertia RC, & prima CT componi vim RT æqualem summæ virium parallelarum A; & ex quarta NC, ac secunda OC componi vim NO æqualem summæ virium parallelarum in D. Quare patet, ab unico puncto C fulcrum urgeri vi, quæ eandem directionem habeat, quam habent vires parallelæ in A, & D, & æquetur earum summæ, nimirum urgeri eodem modo, quo urgeretur, si omnia illa puncta, quæ sunt in D, & A, cum his viribus essent in C, & fulcrum per se ipsa immediate urgerent.

Vis in fulcrum
cui æquais.

92. Præterea ob parallelismum itidem omnium laterum similia erunt triangula 1.º CNO, DPC: 2.º CNQ, PDE: 3.º CPR, VCN: 4.º CRS, VNQ: 5.º CVA, TCR: 6.º VAF, CRS. Ea exhibent sequentes sex proportiones, quarum binæ singulis versibus continentur.

Proportio, quæ
vectem exhibet

$$\begin{aligned} ON \cdot CP &:: NC \cdot PD :: NQ \cdot DE \\ CP \cdot CV &:: CR \cdot NV :: RS \cdot NQ \\ CV \cdot RT &:: VA \cdot RC :: AF \cdot RS \end{aligned}$$

Porro ex iis componendo primas, & postremas, ac demendo in illis CP, CV; in his QN, RS communes tam antecedentibus, quam consequentibus, fit ex æqualitate nimirum perturbata $ON \cdot RT :: AF \cdot DE$. Nempe summa omnium virium parallelarum in D, cui æquatur ON, ad summam omnium

nium

nium in A, cui æquatur RT, ut e contrario distantia harum perpendicularis AF a recta CF ducta per fulcrum directioni virium earundem parallela, ad illarum perpendicularem distantiam ab eadem. Quare habetur determinatio eorum omnium, quæ quærebantur. (c)

(c) Porro applicatio ad valem est similis illi, quæ habetur hic post æquilibrium trium massarum num. 326.



§. VI.

EPISTOLA AUCTORIS

A D

P. CAROLUM SCHERFFER.

SOCIETATIS JESU.

93. **I**N meo discessu Vienna reliqui apud Reverentiam Vestram imprimendum opus, cujus conscribendi occasionem præbuit Systema trium massarum, quarum vires mutuæ Theoremata exhibuerunt & elegantia, & sæcunda, pertinentia tam ad directionem, quam ad rationem virium compositarum e binis in massis singulis. Ex iis Theorematis evolvi nonnulla, quæ in ipso primo inventionis æstu, & scriptionis fervore quodam, atque impetu se se obtulerunt. Sunt autem & alia, potissimum nonnulla ad centrum percussionis pertinentia ibi attactum potius, quam pertractatum, quæ mihi deinde occurrerunt & in itinere, & hic in Hetruria, ubi me negotia mihi commissa detinuerunt hucusque, quæ quidem ad Reverentiam Vestram transmittenda censui, ut si forte satis mature advenierint, ad calcem operis addi possint; pertinent enim ad complementum eorum, quæ ibidem exposui, & ad alias sublimiores, ac utilissimas perquisitiones viam sternunt.

Occasio, & argumentum epistolæ.

94. Inprimis ego quidem ibi consideravi directiones virium in eodem illo plano, in quo jacent tres massæ, & idcirco ubi Theoremata applicavi ad centrum æquilibrii, & oscillationis pro pluribus etiam massis, restrinxi Theoriam ad casum, in quo omnes massæ jaceant in eodem plano perpendiculari ad axem conversionis. In nonnullis Scholiis tantummodo innui, posse rem transferri ad massas, utcunque dispersas, si eæ reducantur ad id planum per rectas penpendiculares plano eidem; sed ejus applicationis per ejusmodi reductionem nullam exhibui demonstrationem, & affirmavi, requiri systema quatuor massarum ad rem generaliter pertractandam.

Translatio theoriæ centri oscillationis a massis jacentibus intra idem planum, ad ubicunque positas affirmata in opere, hic demonstranda.

95. At admodum facile demonstratur ejusmodi reductionem rite fieri, & sine nova peculiari Theoria massarum quatuor generalis habetur applicatio tenui extensione Theoriæ massarum trium. Nimirum si concipiatur planum quodvis, & vires singulæ resolvantur in duas, alteram penpendicularem plano ipsi, alteram parallelam; priorum summa elidetur, cum orientur e viribus mutuis contrariis, & æqualibus, quæ ad quamcunque datam directionem redactæ æquales itidem remanent, & con-

Viribus trium massarum in eodem plano, in quo jacent, translatis ad aliud, rem contineri.

P p

trariæ,

traria, evanescente (g) summa: posteriores autem componuntur eodem prorsus pacto, quo componerentur; si massa per illas perpendiculares vires reducerentur ad illud planum, & in eo essent, ibique vires haberent æquales redactas ad directionem ejusdem plani, quarum oppositio & æqualitas redderet eandem figuram, & eadem Theoremata, quæ in opere demonstrata sunt pro viribus jacentibus in eodem plano, in quo sunt massæ. Porro hæc consideratio extendet Theoriam æquilibrii, & centri oscillationis ad omnes casus, in quibus systema quodvis concipitur connexum cum unico puncto axis rotationis, ut ubi globus, vel systema quocunque massarum invicem connexarum oscillat suspensum per punctum unicum.

Si massæ sint quatuor, reducendas omnes ad planum perpendiculare rectæ jungenti duas inde transitus ad massas quocunque.

96. Quod si sint quatuor massæ, & concipiatur planum perpendiculare rectæ transeunti per binas ex iis, ac fiat resolutio eadem, quæ superius; res iterum eodem recidet: nam illæ binæ massæ ita in illud planum projectæ, coalescent in massam unicam, & vires ad reliquas binas massas pertinentes habebunt ad se invicem eas rationes, quæ pro systemate trium massarum deductæ sunt. Hinc ubi systema massarum utcumque dispersarum converti debet circa axem aliquem, sive de æquilibrii centro agatur, sive de centro oscillationis, sive de centro percussionis, licebit considerare massas singulas connexas cum binis punctis utcumque assumptis in axe, & cum alio puncto, vel massa quavis utcumque assumpta, vel concepta intra idem systema, & habebitur omnium massarum nexus mutuus, ac applicatio ad omnia ejusmodi centra habebitur eadem, concipiendo tantummodo massas singulas redactas ad planum perpendiculare per rectas ipsi axi parallelas.

Applicatio ad centri oscillationis generalem determinationem.

97. Sic ex. gr. ubi agitur de centro oscillationis, quæ pro massis existentibus in unico plano perpendiculari ad axem rotationis proposui, ac demonstravi respectu puncti suspensionis, & centri gravitatis, traducuntur ad massas quascunque, utcumque dispersas respectu axis, & respectu rectæ parallelæ axi ductæ per centrum gravitatis, quam rectam Hugenius appellat axem gravitatis. Nimirum centrum oscillationis jacebit in recta perpendiculari axi rotationis transeunte per centrum gravitatis, ac ad habendam ejus distantiam ab axe eodem, sive

(g) Hæc tum quidem in hac epistola. Addi potest illud, ubi nulla externa vis in ea directione agens, & in contraria applicetur diversis partibus ipsius systematis, debere vim hujusmodi in singulis etiam ipsius systematis punctis esse nullam. Nam per mutuum nexum impeditur mutatio positionis mutue, quæ utique induceretur, si in aliquibus tantummodo ejus partibus remaneret vis externis viribus non impedita. Porro ubi agitur de centro oscillationis, & percussionis, ac etiam de æquilibrio, nulla supponitur vis externa agens secundum directionem axis rotationis, seu conversionis. Quare in iis casibus, pro quibus hæc theoria hic extenditur, satis est considerare reliquas illas vires, quæ agunt secundum directionem plani perpendiculis eidem axi, quod hic præstat in iis, quæ consequuntur.

ve longitudinem penduli isochroni, fatis erit ducere massas singulas in quadrata suarum distantiarum perpendicularium ab eodem axe, & productorum summam dividere per factum ex summa massarum, & distantia perpendiculari centri gravitatis communis ab ipso axe. Rectangulum autem sub binis distantis centri gravitatis ab axe conversionis, & a centro oscillationis erit æquale summæ omnium productorum, quæ habentur, si massæ singulæ ducantur in quadrata suarum distantiarum perpendicularium ab axe gravitatis, divisæ per summam massarum. Si enim omnes massæ reducantur ad unicum planum perpendiculare axi conversionis, abit is totus axis in punctum suspensionis, totus axis gravitatis in centrum gravitatis, & singulæ distantie perpendiculares ab iis axibus evadunt distantie ab iis punctis: unde patet generalem Theoriam reddi omnem per solam applicationem systematis massarum trium rite adhibitam.

Aliud utile corollarium pertinens ad centrum oscillationis.

98. Quod ad centrum oscillationis pertinet, erui potest aliud Corollarium, præter illa, quæ proposui, quod summo sæpe usui esse potest: est autem ejusmodi. Si plurium partium systematis compositarum ex massis quotcunque, utcunque dispersis inventa fuerint seorsim centra gravitatis, & centra oscillationis respondentia dato puncto suspensionis, vel dato axi conversionis; inveniri poterit centrum oscillationis commune, ducendo singularum partium massas in distantias perpendiculares sui cujusque centri gravitatis ab axe conversionis, & centri oscillationis cujusvis ab eodem, & dividendo productorum summam per massam totius systematis ductam in distantiam centri gravitatis communis ab eodem axe. Hoc corollarium deducitur ex formula generali eruta in ipso opere num. 334 pro centro oscillationis, quæ respondet figuræ 63 experimenti unicam massam A ex pluribus quotcunque, quæ concipi possint ubicunque: exprimit autem ibidem P punctum suspensionis, vel axem conversionis, G centrum gravitatis, Q centrum oscillationis, M summam massarum A + B + C &c.

& formula est $PQ = \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2 \&c.}{M \times GP}$

Ejus demonstratio.

99. Nam ex ejusmodi formula est $M \times GP \times PQ = A \times AP^2 + B \times BP^2 \&c.$ Quare si singularum partium massæ M ducantur in suas binas distantias GP, PQ; habetur in singulis summa omnium $A \times AP^2 + B \times BP^2 \&c.$ Summa autem omnium ejusmodi summarum debet esse numerator pro formula pertinente ad totum systema, cum oporteat singulas totius systematis massas ducere in sua cujusque quadrata distantiarum ab axe. Igitur patet numeratorem ipsum rite haberi per summam productorum $M \times GP \times PQ$ pertinentium ad singulas systematis partes, uti in hoc novo Corollario enunciatur.

Ufus pro longitudine penduli composito isochroni facti.

100. Ufus hujus Corollarii facile patebit. Pendeat ex. gr. globus aliquis suspensus per filum quoddam. Pro globo jam constat centrum gravitatis esse in ipso centro globi, & constat

cilius invenien-
da.

itidem, ac e superioribus etiam Theorematis facile deducitur, centrum oscillationis jacere infra centrum globi, per $\frac{2}{5}$ tertiæ proportionalis post distantiam puncti suspensionis a centro globi, & radium; pro filo autem considerato ut recta quadam habetur centrum gravitatis in medio ipso filo, & centrum oscillationis, suspensione facta per fili extremum est in fine secundi trientis longitudinis ejusdem fili, quod itidem ex formula generali facillime deducitur. Inde centrum oscillationis commune globi, & fili nullo negotio definitur per corollarium superius.

Calculus &
formula pro
pendulo globi
pendentis e fi-
lo.

101. Sit Longitudo fili a , massa seu pondus b , radius globi r , massa seu pondus p : erit distantia centri gravitatis fili ab axe conversionis erit $\frac{1}{2} a$, distantia centri oscillationis ejusdem $\frac{2}{3} a$. Quare productum illud pertinens ad filum erit $\frac{1}{3} a^2 b$. Pro globo erit distantia centri gravitatis $a + r$, quæ ponatur $= m$; Distantia centri oscillationis erit $m + \frac{2}{5} \times \frac{r r}{m}$. Quare productum pertinens ad globum erit $m^2 p + \frac{2}{5} r r p$. Horum summa est $m^2 p + \frac{2}{5} r r p + \frac{1}{3} a^2 b$. Porro cum centra gravitatis fili, & globi jaceant in directum cum puncto suspensionis, ad habendam distantiam centri gravitatis communis ductam in summam massarum satis erit ducere singularum partium massas in suorum centrorum distantias, ac habebitur $m p + \frac{1}{2} a b$. Quare formula pro centro oscillationis utriusque simul, erit

$$\frac{m^2 p + \frac{2}{5} r r p + \frac{1}{3} a^2 b}{m p + \frac{1}{2} a b}$$

Non licere hic
concipere mas-
sas singulas ut
collectas in suis
centris oscilla-
tionis, aut gra-
vitatibus, aut aliis
intermediis do-
cumentum uti-
le.

102. Hic autem notandum illud, ad centrum oscillationis commune habendum non licere singularum partium massas concipere, ut collectas in suis singulas aut centris oscillationis, aut centris gravitatis. In primo casu numerator colligeretur ex summa omnium productorum, quæ fierent ducendo singulas massas in quadrata distantiarum centri oscillationis sui; in secundo in quadrata distantiarum sui centri gravitatis. In illo nimirum haberetur plus justo, in hoc minus. Sed nec possunt concipi ut collectæ in aliquo puncto intermedio, cujus distantia sit media continue proportionalis inter illas distantias; nam in eo casu numerator maneret idem, at denominator non esset idem, qui ut idem perseveraret, oporteret concipere massas singulas collectas in suis centris gravitatis, non ultra ipsa. Inde autem patet, non semper licere concipere massas ingentes in suo gravitatis centro, & idcirco, ubi in Theoria centri oscillationis, vel percussionis dico massam existentem in quodam puncto, intelligi debet, ut monui in ipso opere, tota massa ibi compenetrata vel concipi massula extensionis infinitesimæ, ut massæ compenetratæ in unico suo puncto æquivalet.

103. Quod attinet ad centrum percussionis, id attingi tantummodo determinando punctum systematis massarum jacentium in recta quadam, & libere gyrantis, cujus puncti impedito motu sistitur motus totius systematis. Porro æque facile determinatur centrum percussionis in eo sensu acceptum pro quovis systemate massarum utcumque dispositarum, & res itidem facile perficitur, si aliæ diversæ etiam centri percussionis ideæ adhibeantur. Rem hic paullo diligentius persequar.

Transitus ad centrum percussionis: ejus notiones haberi posse plures.

104. Inprimis ut agamus de eadem centri percussionis notione, moveatur libere systema quodcumque ita inter se connexum, ut ejus partes mutare non possint distantias a se invicem. Centrum gravitatis totius systematis vel quiescet, vel movebitur uniformiter in directum, cum per theorema inventum a Newtono, & a me demonstratum in ipso Opere num. 250, actiones mutue non turbent statum ipsius: systema autem totum sibi relictum vel movebitur motu eodem parallelo, vel convertetur motu æquali circa axem datum transeuntem per ipsum centrum gravitatis, & vel quiescentem cum ipso centro, vel ejusdem uniformi motu parallelo delatum simul, quod itidem demonstrari potest haud difficulter.

Initium a notione adhibita in Opere: centri gravitatis status conservatus in motu libero.

105. Inde autem colligitur illud, in motu totius systematis composito ex motu uniformi in directum, & ex rotatione circulari circa axem itidem translatum haberi semper rectam quandam pertinentem ad systema, nimirum cum eo connexam, pro quovis tempusculo suam, quæ illo tempusculo maneat immota, & circa quam, ut circa quendam axem immotum convertatur eo tempusculo totum systema. Concipiatur enim planum quodvis transiens per axem rotationis circularis, & in eo plano sit recta quævis axi parallela; ea convertetur circa axem velocitate eo majore, quo magis ab ipso distat. Erit igitur aliqua distantia ejus rectæ ejusmodi, ut velocitas conversionis æquetur ibi velocitati, quam habet centrum gravitatis cum axe translato; & in altero e binis appulsibus ipsius rectæ parallelæ gyrantis cum systemate ad planum perpendiculare ei plano, quod axis uniformiter progrediens describit, ejus rectæ motus circularis fiet contrarius motui axis ipsius, adeoque motui, quo ipsa axem comitatur, cui cum ibi & æqualis sit, motu altero per alterum eliso, ea recta quiescet illo tempusculo, & systema totum motu composito gyrabit circa ipsam. Nec erit difficile dato motu centri gravitatis, & binarum massarum non jacentium in eodem plano transeunte per axem rotationis, invenire positionem axis, & hujus rectæ immotæ pro quovis dato momento temporis.

Inde erui, in systemate translato cum rotatione, fore rectam cum eo connexam immobilem quovis tempusculo suam; quæ facile definiri possit.

106. Quærat jam in ejusmodi systemate punctum aliquod, cujus motus, si per aliquam vim externam impediatur, debeat mutuis actionibus sisti motus totius systematis, quod punctum, si uspiam fuerit, dicatur centrum percussionis. Concipiantur autem massæ omnes translatae per rectas parallelas rectæ

Propositio problematis, & præparatio ad solutionem.

illi

illi manenti immotæ tempusculo, quo motus sistitur, quam rectam hic appellabimus axem rotationis, in planum ipsi perpendiculare tranliens per centrum gravitatis, & in figura 64 exprimitur id planum ipso plano schematis: sit autem ibidem P centrum rotationis, per quod transeat axis ille, sit G centrum gravitatis, & A una ex massis. Consideretur quoddam punctum Q assumptum in ipsa recta PQ, & aliud extra ipsam, ac singularum massarum motus concipiatur resolutus in duos, alterum perpendicularem rectæ PG agentem directione Aa, alterum ipsi parallelum agentem directione PG, ac velocitas absoluta puncti Q dicatur V.

Definitio velocitatis absolute, & relativarum cujusvis massæ.

107. Erit $PQ . PA :: V . \frac{PA \times V}{PQ}$, quæ erit velocitas ab-

soluta massæ A. Erit autem $PA . Pa :: \frac{PA}{QA} \times V . \frac{Pa}{QA} \times V$, quæ erit velocitas secundum directionem Aa, & $PA . Aa$

$:: \frac{PA}{PQ} \times V . \frac{Aa}{PQ} \times V$, quæ erit velocitas secundum directionem PG. Nam in compositione, & resolutione motuum, si rectæ perpendiculares directionibus motus compositi, & binorum componentium constituent triangulum, sunt motus ipsi, ut latera ejus trianguli ipsis respondentia, velocitas autem absoluta est perpendicularis ad AP. Inde vero bini motus secundum eas duas directiones erunt $\frac{Pa}{PQ} \times A \times V$, & $\frac{Aa}{PQ} \times A \times V$.

Evanescentia summæ determinans problema.

108. Jam vero summa omnium $\frac{Aa}{PQ} \times A \times V$ est zero, cum ob naturam centri gravitatis summa omnium $Aa \times A$ sit æqualis zero, & $\frac{V}{PQ}$ sit quantitas data. Quare si per vim externam applicatam cuidam puncto Q, & mutuas actiones sistatur sum-

ma omnium motuum $\frac{Pa}{PQ} \times A \times V$, sistetur totus systematis motus, reliqua summa elisa per solas vires mutuas, quarum nimirum summa est itidem zero.

Inventio summæ ipsius æquandæ nihilo.

109. Ut habeatur id ipsum punctum Q, concipiatur quævis massa A connexa cum eo, & cum puncto P, vel cum massis ibidem conceptis, & summa omnium motuum, qui ex nexu derivantur in Q, dum extinguitur is motus in omnibus A, debet elidi per vim externam, summa vero omnium provenientium in P, ubi nulla vis externa agit, debet elidi per sese. Hæc igitur posterior summa erit investiganda, & ponenda = 0.

110. Porro posito radio = 1, est ex Theoremate trium massarum ut $P \times PQ \times 1$ ad $A \times AQ \times \sin Q A a$, sive ut $P \times PQ$ ad $A \times Q a$, ita actio in A perpendicularis ad PQ = Calculus, & formula derivata.

$\frac{P a}{PQ} \times V$ ad actionem in P secundum eandem directionem,

quæ evadit $\frac{A \times Q a \times P a}{P \times PQ^2} \times V$: nimirum ob $Q a = PQ -$

$P a$, erit actio in P = $\frac{A \times PQ \times P a - A \times P a^2}{P \times PQ^2} \times V$. Cum

harum summa debeat æquari zero demptis communibus $\frac{V}{P \times PQ^2}$,

æquabuntur positiva negativis, nimirum posita \int pro characteristica summæ, habebitur $\int A \times PQ \times P a = \int A \times P a^2$, si-

ve $PQ = \frac{\int A \times P a^2}{\int A \times P a}$, vel ob $\int A \times P a = M \times PG$, posito

ut prius M pro summa massarum, fiet $PQ = \frac{\int A \times P a^2}{M \times PG}$, qui

valor datur ob datas omnes massas A, datas omnes rectas P a, datam PG. Q. E. F.

111. Corollarium I. Quoniam a P æquatur distantia perpendiculari A a plano transeunte per P perpendiculari ad rectam PG, habebitur hujusmodi Theorema. *Distantia centri percussio-* Theorema erutum ex formula.
nis ab axe rotationis in recta ipsi axi perpendiculari transeunte per centrum gravitatis habebitur, ducendo singulas massas in quadrata suarum distantiarum perpendicularium a plano perpendiculari eidem rectæ transeunte per axem ipsum rotationis, ac dividendo summam omnium ejusmodi productorum per factum ex summa massarum in distantiam perpendicularem centri gravitatis communis ab eodem plano. (f)

112. Co-

(f) Facile deducitur ex hoc primo corollario, ad habendum centrum percussio-
nis massarum utcumque disperfarum satis esse singulas massas reducere
ad rectam transeuntem per centrum gravitatis, & perpendicularem axi ro-
tationis per rectas ipsi axi perpendiculares, & invenire massarum ita redu-
ctarum centrum oscillationis, habito puncto rotationis pro puncto suspensio-
nis; id enim erit ipsum centrum percussio-
nis quæsitum. Nam distantie ab
ipso plano perpendiculari illi rectæ, quarum distantiarum fit mentio in hoc
corollario, manent eadem in ejusmodi translatione massarum, & evadunt
distantie a puncto suspensionis. Theorema autem post substitutionem distan-
tiarum a puncto suspensionis pro iis ipsis distantibus ab illo plano exhibet i-
psam formulam distantie centri oscillationis a puncto suspensionis, quæ habe-
tur num. 334. Hinc autem consequitur generalis reciprocatio puncti rotationis,
& centri percussio-
nis, ac alia plura in sequentibus deducta multo immédia-
rius deducuntur e proprietatibus centri oscillationis jam demonstratis.

Deductio casus, quo jaceant omnes massæ in eodem plano.

112. Corollarium II. Si massæ jaceant in eodem unico plano quovis transeunte per axem; A , & a congruunt, adeoque distantia Pa fiunt ipsæ distantia ab axe. Quamobrem in hoc casu formula hæc inventa pro centro percussionis congruit prorsus cum formula inventa pro centro oscillationis, & ea duo centra sunt idem punctum, si axis rotationis sit idem, adeoque in eo casu transferenda sunt ad centrum percussionis, quæcunque pro centro oscillationis sunt demonstrata.

Si qua massa sit extra: discrimen centri oscillationis, a centro percussionis.

113. Corollarium III. Si aliqua massa jaceat extra ejusmodi planum pertinens ad aliam quampiam; erit ibi Pa minor, quam PA , adeoque centrum percussionis distabit minus ab axe rotationis, quam distet centrum oscillationis.

Formula deducta pro pluribus aliis theorematis.

114. Corollarium IV. In formula generali $PG = \frac{\int A \times Pa^2}{M \times GP}$ habetur $Pa^2 = PG^2 + Ga^2 - 2PQ \times Ga$. Porro $\int A \times 2PQ \times Ga$ evanescit ob evanescentem $\int A \times Ga$, & $\frac{\int A \times PG^2}{M \times PG}$ est PG .

Quare fit $PQ = PG + \frac{\int A \times Ga^2}{M \times PG}$, & $GQ = \frac{\int A \times Ga^2}{M \times PG}$. Inde

autem deducuntur sequentia Theoremata affinia similibus pertinentibus ad centrum oscillationis deductis in ipso opere.

Theorema de positione centri gravitatis.

115. Si impressio ad sistendum motum fiat in recta perpendiculari axi rotationis transeunte per centrum gravitatis, centrum gravitatis jacet inter centrum percussionis, & axem rotationis. Nam PQ evasit major quam PG .

Theorema de duarum distantiarum producto.

116. Productum sub binis distantis illius ab bis est constans, ubi axis rotationis sit in eodem plano quovis transeunte per centrum gravitatis cum eadem directione in quacunque distantia ab ipso centro gravitatis, Nam ob $GQ = \frac{\int A \times Ga^2}{M \times PG}$ erit

$$GQ \times PG = \frac{\int A \times Ga^2}{M}$$

Corollarium inde deductum.

117. In eo casu punctum axis pertinens ad id planum, & centrum percussionis reciprocantur; cum nimirum productum sub binis eorum distantis a constanti centro gravitatis sit constans.

Axe rotationis abeunte in infinitum, centrum percussionis abire in centrum gravitatis.

118. Abeunte axe rotationis in infinitum, ubi nimirum totum systema movetur tantummodo motu parallelo, centrum percussionis abit in centrum gravitatis. Nam altera e binis distantis excrescente in infinitum, debet altera evanescere. Porro is casus accidit semper etiam, ubi omnes massæ abeunt in unum punctum, quod erit tum ipsum gravitatis centrum totius

tius systematis, & progredietur sine rotatione ante percussio-
nem.

Abeunte axe rotationis in centrum gravitatis, nimirum quiescente ipso gravitatis centro, centrum percussio- nis abit in infinitum, nec ulla percussione applicata unico puncto motus sibi potest. Nam e contrario altera distantia evanescente, altera abit in infinitum.

Si axis rotationis transeat per centrum gravitatis, motum sibi non posse.

120. Corollarium V. *Centrum percussio- nis debet jacere in recta perpendiculari ad axem rotationis transeunte per centrum gravitatis.* Id evincitur per quartum e superioribus Theorematis. Solutio problematis adhibita exhibet solam distantiam centri percussio- nis ab axe illo rotationis. Nam demonstratio manet eadem, ad quodcunque planum perpendicularare axi reducuntur per rectas ipsi axi parallelas & massæ omnes, & ipsum centrum gravitatis commune, adeoque inde non haberetur unicum centrum percussio- nis, sed series eorum continua parallela axi ipsi, quæ abeunte axe rotationis ejus directionis in infinitum, nimirum cessante conversione respectu ejus directionis, transit per centrum gravitatis juxta id Theorema. Porro si concipiatur planum quodvis perpendicularare axi rotationis, omnes massæ respectu reclarum perpendiculararium axi priori in eo jacentium rotationem nullam habent, cum distantiam ab eo plano non mutant, sed ferantur secundum ejus directionem, adeoque respectu omnium directionum priori axi perpendiculararium jacentium in eo plano res eodem modo se habet, ac si axis rotationis cujusdam ipsas respicientis in infinitum distet ab earum singulis, & proinde respectu ipsarum debet centrum percussio- nis abire ad distantiam, in qua est centrum gravitatis, nimirum jacere in eo planorum parallelorum omnes ejusmodi directiones continentium, quod transit per ipsum centrum gravitatis: adeoque ad sistendum penitus omnem motum, & ne pars altera procurrat ultra alteram, & eam vincat, debet centrum percussio- nis jacere in plano perpendiculari ad axem transeunte per centrum gravitatis, & debent in solutione problematis omnes massæ reduci ad id ipsum planum, ut præstitimus, non ad aliud quodpiam ipsi parallelum: ac eo pacto habebitur æquilibrium massarum, hinc & inde positarum, quarum ductarum in suas distantias ab eodem plano summæ hinc, & inde acceptæ æquabuntur inter se. Porro eo plano ad solutionem adhibito, patet ex ipsa solutione, centrum percussio- nis jacere in recta perpendiculari axi ducta per centrum gravitatis: jacet enim in recta, quæ a centro gravitatis ducitur ad illud punctum, in quo axis id planum secat, quæ recta ipsi axi perpendicularis toti illi plano perpendicularis esse debet.

Centri percussio- nis positio notabilis.

121. Corollarium VI. *Impactus in centro percussio- nis in corpore externa vi ejus motum sistens est idem, qui esset, si singule massæ incurrerent in ipsum cum suis velocitatibus respecti-*

Impactus in centrum percussio- nis qui sit.

vis redactis ad directionem perpendiculararem plano transeunti per axem rotationis, & centrum gravitatis, sive si massarum summa in ipsum incurreret directione, & velocitate motus, qua fertur centrum gravitatis.

Demonstratio
primæ partis.

122. Patet primum, quia debet in Q haberi vis contraria directioni illius motus perpendicularis plano transeunti per axem, & PG, par extinguendis omnibus omnium massarum velocitatibus ad eam directionem redactis, quæ vis itidem requireretur, si omnes massæ eo immediate devenirent cum ejusmodi velocitatibus.

Demonstratio
secundæ.

123. Patet secundum ex eo, quod velocitas illa pro massa A sit $\frac{Pa}{PQ} \times V$, adeoque motus $\frac{A \times Pa}{PQ} \times V$, quorum mo-

tuum summa est $\frac{M \times PG}{PQ} \times V$. Est autem $\frac{PG}{PQ} \times V$ veloci-

tas puncti G, quod punctum movetur solo motu perpendiculari ad PG, adeoque si massa totalis M incurrat in Q cum directione, & celeritate, qua fertur centrum gravitatis G, faciet impressionem eandem.

Impressio ubi
fieri possit extra
centrum percus-
sionis cum
eodem effectu.

124. Corollarium VII. Potest motus sisti impressione facta etiam extra rectam PG, seu extra planum transiens per axem rotationis, & centrum gravitatis, nimirum si impressio fiat in quodvis punctum rectæ eidem plano perpendicularis, & transeuntis per Q, directione rectæ ipsius. Nam per nexum inter id punctum, & Q statim impressio per eam rectam transfertur ab eo puncto ad ipsum Q.

Motus commu-
nicatus quovis
impactu syste-
mati quiescenti.

125. Corollarium VIII. Contra vero si imprimatur dato cuidam puncto systematis quiescentis vis quedam motrix; invenietur facile motus inde communicandus ipsi systemati. Nam ejusmodi motus erit is, qui contrario æquali impactu susteretur. Determinatio autem regressu facta per ipsam problematis solutionem erit hujusmodi. Centrum gravitatis commune movebitur directione, qua egit vis, & velocitate, quam ea potest imprimere massæ totius systematis, quæ ad eam, quam potest imprimere massæ cuiusvis, est ut hæc posterior massa ad illam priorem, & si vis ipsa applicata fuerit ad centrum gravitatis, vel immediate, vel per rectam tendentem ad ipsum; systema sine ulla rotatione movebitur eadem velocitate: sin autem applicetur ad aliud punctum quodvis directione non tendente ad ipsum centrum gravitatis, præterea habebitur conversio, cujus axis, & celeritas sic invenietur. Per centrum gravitatis G agatur planum perpendiculare rectæ, secundum quam fit impactus, & notetur punctum Q, in quo eidem plano occurrit eadem recta. Per ipsum punctum G ducatur in eo plano recta perpendicularis ad QG, quæ erit axis quaesitus. Per punctum Q concipiatur alterum planum perpendiculare rectæ GQ, ca-
pian-

piantur omnes distantiae perpendiculares omnium massarum A ab ejusmodi plano, æquales nimirum suis a Q: singularum quadrata ducantur in suas massas, & factorum summa dividatur per summam massarum, tum in recta GQ producta capiatur GP aequalis; ei quoto diviso per ipsam QG, & celeritas puncti P revolvantis circa axem inventum in circulo, cujus radius GP, erit æqualis celeritati inventæ centri gravitatis, directio autem motus contraria eidem. Unde habetur directio, & celeritas motus punctorum reliquorum systematis.

126. Patet constructio ex eo, quod ita motu composito movebitur systema circa axem immotum transeuntem per P, qui motus regressu facta a constructione tradita ad inventionem præmissam centri percussio- nis susteretur impressione contraria, & æquali impressioni datæ.

Demonstratio.

127. *Scholium*. Hoc postremo corollario definitur motus vi externa impressus systemati quiescenti. Quod si jam systema habuerit aliquem motum progressivum, & circularem, novus motus externa vi inductus juxta corollarium ipsum componendus erit cum priore, quod, quo pacto fieri debeat, hic non inquiram, ubi centrum percussio- nis persequor tantummodo. Ea perquisitio ex iisdem principiis perfici potest, & ejus ope patet, aperiri aditum ad inquirendas etiam mutationes, quæ ab inæquali actione Solis, & Lunæ in partes supra globi formam extantes inducuntur in diurnum motum, adeoque ad definiendam ex genuinis principiis præcessionem æquinoctiorum, & nutationem axis: sed ea investigatio peculiarem tractationem requirit.

Aditus ad perquisitiones ulteriores motu impresso systemati moto.

128. Interea gradum hic faciam ad aliam notionem quandam centri percussio- nis, nihilo minus, imo etiam magis aptam ipsi nomini. Ad eam perquisitionem sic progrediar.

Transitus ad aliam notionem ejus centri.

129. *Problema*. Si systema datum gyrans data velocitate circa axem datum externa vi immotum incurrat in dato suo puncto in massam datam, delatam velocitate data in directione motus puncti ejusdem, quanti massam debeat abripere secum; quaeritur velocitas, quam ei massæ imprimet, & ipsum systema retinebit post impactum.

Problema continens hanc ideam.

130. Concipiatur totum systema projectum in planum perpendiculare axi rotationis transiens per centrum gravitatis G, in quo plano punctum conversionis sit P, massa autem in recta PG in Q. Velocitas puncti cujusvis systematis, quod distet ab axe per intervallum = 1, ante incursum sit = a, velocitas ab eodem amissa sit = x, adeoque velocitas post impactum = a - x, velocitas autem massæ Q ante impactum sit = PQ x b. Erit ut 1 ad AP, ita x ad velocitatem amissam a massa A, quæ erit AP x x. Erit autem ut 1 ad a - x ita PQ ad velocitatem residuam in puncto systematis Q, quæ fiet PQ x (a - x), & ea erit itidem velocitas massæ Q post

Solutio: foremilæ continentes motum massæ in quæ incidit, & suum reliquum.

Q q 2

impa-

impactum, adeoque massa Q acquireret velocitatem $\frac{PQ \times (c - x)}{a - b - x}$. sive posito $a - b = c$, habebitur $PQ \times (c - x)$. Porro ex mutuo nexu massæ A cum P , & Q erit $Q \times PQ$ ad $A \times AP$, ut effectus ad velocitatem pertinens in $A = AP \times x$

ad effectum in $Q = \frac{A \times AP^2}{Q \times QP} \times x$. Summa horum effectuum

provenientium e massis omnibus erit æqualis velocitati acquisitæ in Q . Nimirum $\frac{f. A \times AP^2}{Q \times QP} \times x = QP \times c - QP \times x$,

sive $\frac{f. A \times AP^2 + Q \times QP^2}{Q \times QP} \times x = QP \times c$, & $x =$

$\frac{QP \times QP^2}{f. A \times AP^2 + Q \times QP^2} \times c$. Dato autem x datur $a - x$, &

is valor ductus in distantiam puncti cujusvis systematis, vel etiam massæ Q , exhibebit velocitatem quæsitam. *Q.E.F.*

Casus particulares, ad quos applicari potest.

131. *Scholium*. Formula habet locum etiam pro casu, quo massa Q quiescat, vel quo feratur contra motum systematis, dummodo in primo casu fiat $b = 0$, & $c = a$, ac in secundo valor b mutetur in negativum, adeoque sit $c = a + b$. Possent etiam facile applicari ad casum, quo in conflictu ageret elasticitas perfecta vel imperfecta. Determinatio tradita exhiberet partem effectus in collisione facti tempore amissæ figuræ, ex quo effectus debitus tempori totius collisionis usque ad finem recuperatæ figuræ colligitur facile, duplicando priorem, vel augendo in ratione data, uti fit in collisionibus.

Ejusdem ulterior extensio.

132. Itidem locum habet pro casu, quo massa nova non jaceat in Q in recta PG , sed in quovis alio puncto plani perpendicularis axi transeuntis per G , ex quo si intelligatur perpendicularum in PG ei occurrens in Q ; idem prorsus erit impactus ibi, qui esset in Q , translata actione per illam systematis rectam. Quin imo si Q non jaceat in eo plano perpendiculari ad axem, quod transit per centrum gravitatis, sed ubivis extra, res eodem redit, dummodo per id punctum concipiatur planum perpendicularare axi illi immoto per vim externam ad quod planum reducatur centrum gravitatis, & quævis massa A ; vel si ipsa massa Q cum reliquis reducatur ad quodvis aliud planum perpendicularare axi. Omnia eodem recidunt ob id ipsum, quod axis externa vi immotus sit. Sed jam ex generali solutione problematis deducemus plura Corollaria.

Relatio ad centrum oscillationis.

133. *Corollarium* I. Si distantia centri oscillationis totius systematis ab axe P dicatur R , distantia centri gravitatis G ,

massa tota M , habebitur $x = \frac{Q \times PQ^2}{M \times G \times R + Q \times PQ^2} \times c$, &

$c =$

$$\frac{c}{x} = \frac{M \times G \times R}{Q \times PQ^2} + 1. \text{ Patet ex eo, quod ex natura centri o-}$$

scillationis habetur $R = \frac{\int. A \times AP^2}{M \times G}$, adeoque $\int. A \times AP^2 = M \times G \times R$.

134. *Corollarium II.* Velocitas acquisita a massa Q erit Expressio velocitatis in massa simplicior operis illius.
 $\frac{M \times G \times R \times PQ}{M \times G \times R + Q \times PQ^2} \times c$. Est enim ea velocitas $PQ \times$

$$(c - x), \text{ sive } PQ \times (c - \frac{Q \times PQ^2}{M \times G \times R + Q \times PQ^2} \times c), \text{ quod}$$

reductum ad eundem denominatorem elisis terminis contrariis eo redit.

133. *Corollarium III.* Si manente velocitate circulari systematis tota ejus massa concipiatur collecta in unico puncto jacentente inter centra gravitatis, & oscillationis, cujus distantia a puncto conversionis sit media geometricè proportionalis inter distantias reliquorum punctorum, vel in eadem distantia ex parte opposita; velocitas eadem imprimeretur novæ massæ in quovis puncto sitæ. Tunc enim abiret in illud punctum utrumque centrum, & valor $G \times R$ esset idem, ac prius, nimirum æqualis quadrato ejus distantie ab axe, quod quadratum est positivum etiam, si distantia accepta ex parte opposita fiat negativa. Ubi colligendum esset totum systema ad eandem velocitatem imprimendam massæ.

136. *Corollarium IV.* Si capiatur hinc, vel inde in PG segmentum, quod ad distantiam ejus puncti ab axe sit in subduplicata ratione massæ totius systematis ad massam Q ; ipsa massa Q in quatuor distantis ab axe, binis hinc, & binis inde, quarum binarum producta æquentur singula quadrato ejus segmenti, acquireret velocitatem in omnibus eandem magnitudine, licet in binis directionis contrariæ, & ea fiet maxima, ubi ipsa massa sit in fine ejus segmenti ex parte axis ultralibet. Erit enim velocitas acquisita directe ut In quot, & quibus distantis ab axe massa eandem ex impactu velocitatem acquireret ubi maximam.

$$\frac{M \times G \times R \times PQ}{M \times G \times R + Q \times PQ^2} \times c, \text{ vel dividendo per constantem}$$

$$\frac{M \times G \times R}{Q} \times c, \text{ \& ponendo illud segmentum} = \frac{1}{2} T, \text{ cu-}$$

jus quadratum T^2 debet esse $= \frac{M}{Q} \times G \times R$, erit directe

$$\text{ut } \frac{PQ}{T^2 + PQ^2}, \text{ adeoque reciproce ut } \frac{T^2}{PQ} + PQ. \text{ Is autem}$$

valor

valor manet idem, si pro PQ ponantur bini valores, quorum productum æquetur T^2 , migrante tantummodo altera binomii parte in alteram. Si enim alter valor sit m , erit alter $\frac{T^2}{m}$; & posito illo pro PQ : habetur $\frac{T^2}{m} + m$, posito hoc habetur $\frac{T^2 m}{T^2} + \frac{T^2}{m}$, sive $m + \frac{T^2}{m}$. Sed cum eæ distantia

abeunt ad partes oppositas, fiunt $-m$, & $\frac{T^2}{m}$, migrante in negativum etiam valore formulæ, quod ostendit directionem motus contrariam priori, systemate nimirum hinc, & inde ab axe in partibus oppositis habente directiones motuum oppositas.

Demonstratio
determinatio
nis maximæ.

137. Quoniam autem assumpto quovis valore finito pro PQ , formula $\frac{T^2}{PQ} + PQ$ est finita, & evadit infinita factò PQ tam infinito, quam $= 0$; patet in hisce postremis duobus casibus velocitatem e contrario evanescere, in reliquis esse finitam, adeoque alicubi debere esse maximam. Non potest autem esse maxima, nisi ubi ad eandem magnitudinem redit, quod accidit in transitu PQ per utrumvis valorem $\pm T$, circa quem hinc & inde valores æquales sunt. Ibi igitur id habetur maximum.

Maximi deter-
minatio per
calculus dif-
ferentialem.

138. Scholium 2. Libuit sine calculo differentiali invenire illud maximum, quod ope calculi ipsius admodum facile definitur. Ponatur $T = t$, & $PQ = z$. Fiet formula $\frac{t^2}{z} + z$, & differentiando $-\frac{t^2 dz}{z^2} + dz = 0$, sive $-t^2 + z^2 = 0$, vel $z^2 = t^2$, & $z = \pm t$, sive $PQ = \pm T$, ut in corollario 4 inventum est.

Dum aliæ ac-
ceptiones cen-
tri percussio-
nis, & ejus de-
terminatio ex
superioribus.

139. Licebit autem jam ex postremis duobus corollariis deducere alias duas notiones centri percussionis, cum suis eorundem determinationibus. Potest primo appellari centrum percussionis illud punctum, in quo tota systematis massa collecta eandem velocitatem imprimeret massæ eidem incurrendo in eam eodem suo puncto cum eadem velocitate, quæ videtur omnium aptissima centri percussionis notio. Centrum percussionis in ea acceptione determinatur admodum eleganter ope corollarii 3: jacet nimirum inter centrum gravitatis, & centrum oscillationis ita, ut ejus distantia ab axe rotationis sit media geometricè proportionalis inter illorum distantias, vel ubivis in recta axi parallela ducta per punctum ita inventum. Potest secundo appellari centrum percussionis illud punctum, per quod si fiat percussio, imprimatur velocitas omnium maxima massæ, in quam

quam incurritur. In hac acceptione centrum percussionis itidem eleganter determinatur per corollarium quartum, mutando eam distantiam in ratione subduplicata massæ, in quam incurritur, ad massam totius systematis.

140. In hoc secundo sensu acceptum, & investigatum esse centrum percussionis a summo Geometra Celeberrimo Pisano Professore Perrellio, nuper mihi significavit Vir itidem Doctissimus, & Geometra insignis Eques Mozzius, qui & suam mihi ejus centri determinationem exhibuit pro casu systematis continentis unicam massam in rectilinea virga inflexili.

A quo ita consideratum, & pro particulari casu determinatum.

141. Libuit rem longe alia methodo hic erutam generaliter, & cum superioribus omnibus conspirantem, ac ex iis sponte promodum profluentem proponere, ut innotescat mira sane fecunditas Theorematis simplicissimi pertinentis ad rationem virium compositarum in systemate massarum trium. Sed de his omnibus jam satis.

Hic generalius, & aliter determinatum ad fecunditatem Theoriz ostendam.

Dabam Florentiæ 17. Junii 1758.

F I N I S.



C A T A L O G U S

O P E R U M

P. ROGERII JOSEPHI BOSCOVICH S. J.

impressorum usque ad initium anni 1763.

Opera, & opuscula iuxta molis.

*Annus
prime e-
dition.*

- S**opra il Turbine, che la notte tra gli 11, e 12 Giugno del 1749 danneggiò una gran parte di Roma. Dissertazione del P. Ruggerio Giuseppe Boscovich della Comp. di Gesù. In Roma appresso Nicolò, e Marco Pagliarini, in 8. 1749
- Elementorum Matheos tomi tres, in 4. *Proclerunt anno 1752 sub titulo*, Elementorum Matheos ad usum studiosæ juventutis, tomi primi pars prima complectens Geometriam planam, Arithmeticam vulgarem, Geometriam Solidorum, & Trigonometriam cum planam, tum sphæricam. Pars altera, in qua Algebrae finitæ elementa traduntur. Romæ: excudebat Generosus Salomoni. *Iis binis tomis sine nova eorum impressione mutatus est titulus anno 1754 in hunc*, Elementorum Universalis Matheos Auctore P. Rogerio Josepho Boscovich Soc. Jesu Publico Matheos Professore Tomus I continens &c. Tomus II continens &c, & *adjectus est sequens.* 1752
- Tomus III continens Sectionum Conicarum Elementa nova quadam methodo concinnata, & Dissertationem de Transformatione locorum Geometricorum, ubi de Continuitatis lege, ac de quibusdam Infiniti mysteriis: *Typis iisdem ejusdem Generosi Salomoni omnes in 8. Extat eorundem impressio Veneta anni 1758, sed typorum mendis deformatissima.* 1754
- De Litteraria Expeditione per Pontificiam ditionem ad dimetiendos duos Meridiani gradus, & corrigendam mappam geographicam, jussu, & auspiciis Benedicti XIV. P. M. suscepta a Patribus Soc. Jesu Christophoro Maire, & Rogerio Josepho Boscovich. Romæ 1755. In Typographio Palladis: excudebant Nicolaus, & Marcus Palearini, in 4. *Quidquid eo volumine continetur, est Patris Boscovich præter bina brevissima opuscula Patris Maire, quæ ipse P. Boscovich inseruit. Prostat etiam Mappa Geographica ditionis Pontificiæ delineata a P. Maire ex observationibus utriusque communibus.* 1755
- De Inæqualitatibus, quas Saturnus, & Jupiter sibi mutuo videntur inducere, præsertim circa tempus conjunctionis. Opusculum ad Parisiensem Academiam transmissum, & nunc primum editum. Auctore P. Rogerio Josepho Boscovich Soc. Jesu; Romæ: ex Typographia Generosi Salomoni, in 8. 1756
- Philosophiæ Naturalis Theoria redacta ad unicam legem virium in Natura existentium Auctore P. Rogerio Jos. Boscovich S. J. publico Matheos Professore in Collegio Romano. *Prostat Viennæ Austriæ in Officina libraria Kalivvodiana: in 4. In fine accedit Epistola ad P. Carolum Scherffer Soc. Jesu. Habetur secunda editio Viennensis paullo posterior: tertia hic exhibetur: Epistola habetur in ejus Supplementis.* 1758

- 1747 **C**aroli Noceti e Societate Jesu de Iride, & Aurora Boreali Carmi-
na... cum notis Josephi Rogerii Boscovich ex eadem Societate.
Romæ: excudebant Nicolaus, & Marcus Palearini, in 4. *Perperam*
nomen Josephi antepositum est ibi nomini Rogerii.
- 1755 Philosophiæ Recentioris a Benedicto Stay in Romano Archigymnasio
Publico Eloquentiæ Professore.... cum adnotationibus, & Supplemen-
tis P. Rogerii Josephi Boscovich S. J. in Collegio Rom. Publici
Matheſeos Professoris. Tomus I. Romæ: Typis, & sumptibus Nico-
lai, & Marci Palearini, in 8. *Due ejus editiones prodierunt simul.*
- 1760 Tomus II Romæ: Typis, & sumptibus Nicolai, & Marci Palearini,
in 8.
*In singulis ex hisce tribus voluminibus ea, quæ ad P. Boscovich pertinent,
efficerent per se ipsa justum volumen. In solis primi Stayani toni supple-
mentis occurrunt 39. ipsius Dissertationes de variis argumentis pertinenti-
bus potissimum ad Metaphysicam, & Mechanicam.*

*Dissertationes impressæ pro exercitationibus annuis,
& publicè præpugnata: omnes in 4.*

- 1736 **D**E Maculis Solaribus. Exercitatio Astronomica habita in Collegio
Romano Soc. Jesu. Romæ: ex Typographia Komarek.
- 1737 De Mercurii novissimo intra Solem transitu. Dissertatio habita in Se-
minario Romano. Romæ, Typis Antonii de Rubeis.
Constructio Geometrica Trigonometriæ sphericæ. Romæ, ex Typogra-
phia Komarek. *Hujus titulus vel est hic ipse, vel parum ab hoc dif-
fert.*
- 1738 De Aurora Boreali Dissertatio habita in Seminario Romano. Romæ:
Typis Antonii de Rubeis. *Eadem eodem anno edita fuit etiam typis
Komarek.*
- 1739 De Novo Telescopii usu ad objecta cælestia determinanda. Dissertatio
habenda a PP. Soc. Jesu in Collegio Romano. Romæ, ex Typo-
graphia Komarek. *Extat recusa sine ulla mutatione in Actis Lipsien-
sibus ad annum 1740.*
De Veterum argumentis pro Telluris sphericitate. Dissertatio habita in
Seminario Romano Soc. Jesu. Romæ: Typis Antonii de Rubeis.
Dissertatio de Telluris Figura habita in Seminario Romano Soc. Jesu.
Romæ: Typis Antonii de Rubeis. *Eadem prodit in 8. anno 1744
in opere, cui titulus Memorie &c. In Lucca per li Salani, e Giunti-
ni, & in titulo additur: nunc primum aucta, & illustrata ab ipso-
met Auctore; sed ea editio scætet typorum erroribus, ut & reliqua in-
ferius nominanda in eadem collectione inserta.*
- 1740 De Circulis Osculatoribus. Dissertatio habenda a PP. Societatis Jesu in
Collegio Romano. Romæ: ex Typographia Komarek.
De Motu corporum projectorum in spatio non resistente. Dissertatio ha-
bita in Seminario Romano Soc. Jesu. Romæ: Typis Antonii de
Rubeis.
- 1741 De Natura, & usu infinitorum, & infinite parvorum. Dissertatio ha-
bita in Collegio Romano Soc. Jesu. Romæ: ex Typographia Koma-
rek,

- De Inæqualitate gravitatis in diversis Terræ locis. Dissertatio habita in Seminario Romano Soc. Jesu. Romæ: Typis Antonii de Rubeis. Annus
prima
edition.
- De Annuis Fixarum aberrationibus. Dissertatio habita in Collegio Romano Societatis Jesu. Romæ: ex Typographia Komarek. 1742
- De Observationibus Astronomicis, & quo pertingat earundem certitudo. Dissertatio habita in Seminario Romano Soc. Jesu. Romæ: Typis Antonii de Rubeis.
- Disquisitio in Universam Astronomiam publicæ Disputationi proposita in Collegio Romano Soc. Jesu. Romæ: ex Typographia Komarek.
- De Motu Corporis attracti in centrum immobile viribus decrefcentibus in ratione distantiarum reciproca duplicata in spatiis non resistentibus. Dissertatio habita in Collegio Romano. Romæ: Typis Komarek. 1743
Eadem prodiit anno 1747 sine ulla mutatione in Commentariis Acad. Bononiensis Tom. II. par. III.
- Nova methodus adhibendi phasium observationes in Eclipsibus Lunari- bus ad exercendam Geometriam, & promovendam Astronomiam. Dissertatio habita in Collegio Romano. Romæ: ex Typographia Komarek. *Eadem prodiit, in 8. anno 1747 cum exigua mutatione, vel additamento in Opere superius memorato, cui titulus Memorie &c. In Luc- ca per li Salani, e Giuntini.* 1744
- De Viribus Vivis Dissertatio habita in Collegio Romano Soc. Jesu. Romæ: Typis Komarek. *Eadem prodiit anno 1747 sine ulla mutatio- ne in Commentariis Acad. Bonon. To. II. par. III, & in Germania pluribus vicibus est recusa.* 1745
- De Cometis. Dissertatio habita a PP. Soc. Jesu in Collegio Rom. Ro- mæ: ex Typographia Komarek. 1746
- De Ælia Maris Dissertatio habita a PP. Soc. Jesu in Collegio Roma- no. Romæ: ex Typographia Komarek. *Ea est Dissertationis pars I.; secunda pars nunquam prodiit. Quæ pro illa fuerant destinata, habentur in Opere De Expeditione Litteraria, & in supplementis Philosophiæ Sta- yane tomò II.* 1747
- Dissertationis de Lumine pars prima publice propugnata in Seminario Romano Soc. Jesu. Romæ: Typis Antonii de Rubeis. 1748
- Dissertationis de Lumine pars secunda publice propugnata a PP. Soc. Jesu in Collegio Romano. Romæ: ex Typographia Komarek.
- De Determinanda Orbita Planetæ ope Catoptricæ, ex datis vi, celeri- tate, & directione motus in dato puncto. Exercitatio habita a PP. Soc. Jesu in Collegio Romano. Romæ: ex Typographia Komarek. 1749
- De Centro Gravitatis. Dissertatio habita in Collegio Romano Soc. Jesu. Romæ: ex Typographia Komarek. *Eadem paullo post prodiit iterum cum sequenti titulo, & additamento. De Centro Gravitatis. Dissertatio publice propugnata in Collegio Romano Soc. Jesu Aucto- re P. Rogerio Josepho Bosovich Societatis ejusdem. Editio altera. Accedit Disquisitio in centrum Magnitudinis, qua quedam in ea Dis- sertatione proposita, atque alia iis affinia demonstrantur. Romæ, Ty- pis, & sumptibus Nicolai, & Marci Palarini.* 1751
- De Lunæ Atmosphæra. Dissertatio habita a PP. Soc. Jesu in Collegio Romano. Roma: ex Typographia Generosi Salomoni. *Multa eorun- dem typorum exemplaria prodiierunt paullo post cum nomine Auctoris in ipso titulo, & cum exigua unius loci mutatione.* 1753
- De Continuitatis Lege, & Confectariis pertinentibus ad prima materiæ ele- 1754

Annus
prima e-
ditio.
1755

elementa, eorumque vires. Dissertatio habita a PP. Societatis Jesu in Collegio Romano. Romæ: ex Typographia Generosi Salomoni.

De Lege virium in Natura existentium. Dissertatio habita a PP. Soc. Jesu in Collegio Romano. Romæ: Typis Generosi Salomoni.

De Lentibus, & Telescopiis dioptricis. Dissertatio habita in Seminario Romano. Romæ: ex Typographia Antonii de Rubeis.

Plures ex hisce Dissertationibus prodierunt etiam iisdem typis, sed cum alio titulo, habente non locum, ubi sunt habita, vel propugnata, sed tantummodo nomen Auctoris. In hac postrema mutata sunt binæ pagine, posteaquam plurima exemplaria fuerant distracta. In prioribus tribus sunt pauca quadam mutata, vel addita a P. Horatio Burgundio adhuc Professore Matteos in Collegio Romano, qui fuerat ejus Præceptor; sed eo jam ad Dissertationes ejusmodi conscribendas utebatur.

Ex omnes, quæ pertinent ad Seminarium Romanum, habent in ipso titulo adscripta nomina Nobilium Convictorum, qui illas propugnarunt, & sub eorum nomine referuntur plures ex iis in Actis Lipsiensibus.

Multa pertinentia ad ipsum P. Boscovich habentur in binis Dissertationibus, quarum tituli, Synopsis Physicæ Generalis, & De Lumine, quarum utraque est edita Romæ anno 1754, Typis Antonii de Rubeis, in 4. Id ibidem testatur earundem Auctor (is est P. Carolus Benvenuto Soc. ejusdem) affirmans, ea sibi ab eodem P. Boscovich fuisse communicata.

Habetur etiam ampliatio solutionis cujusdam problematis pertinentis ad Auroram Borealem, soluti in adnotationibus ad Carmen P. Noceti, inserta in quadam Dissertatione impressa Romæ circa annum 1756, & publice propugnata, cujus Auctor est P. Lunardi Soc. Jesu, qui affirmat ibidem, se eandem acceptam ab ipso P. Boscovich proponere ejusdem verbis.

Subjiciemus jam bina opuscula Italica, quæ communi nomine PP. Le Seur, Jacquier, ac suo conscripsit ipse P. Boscovich. Utrumque est sine loco impressionis, & nomine Typographi; impresserunt autem Palearini Fratres Romæ jussu Præsulis, qui tum curabat Fabricam S. Petri, a quo & publice distributa sunt per Urbem.

1742 Parere di tre Matematici, sopra i danni, che si sono trovati nella Cupola di S. Pietro sul fine del 1742, dato per ordine di Nostro Signore Benedetto XIV, in 4. In fine opusculi habentur subscripta omnium tria nomina.

1743 Riflessioni de' PP. Tomaso Le Seur, Francesco Jacquier dell'Ordine de' Minimi, e Ruggiero Giuseppe Boscovich della Comp. di Gesù sopra alcune difficoltà spettanti i danni, e risarcimenti della Cupola di S. Pietro proposte nella Congregazione tenuta nel Quirinale a' 20 Gennaio 1743, e sopra alcune nuove Ispezioni fatte dopo la medesima Congregazione.

1757 Habentur itidem Italico sermone binæ ex iis, quas Itali vocant Scritture, pro quadam lite Ecclesie S. Agnetis Romana, pertinentes ad aquarum cursum Romæ editæ anno 1757.

Inserta.

Nunc faciemus gradum ad inserta in Publicis Academicarum monumentis, in diariis, in collectionibus, & in privatorum Auctorum Operibus.

Preter reimpressionem binarum Dissertationum in To. II, de quibus supra, habetur in To. IV De Litteraria Expeditione per Pontificiam conditionem. Est Synopsis amplioris Operis, au habentur plura ejus exemplaria etiam seorsum impressa. 1757

In Romano Litteratorum diario vulgo Giornale de' Letterati appresso i Fratelli Pagliarini.

D'Un' antica villa scoperta sul dosso del Tuscolo: d'un antico Orologio a Sole, e di alcune altre rarità, che si sono tra le rovine della medesima ritrovate. Luogo di Vitruvio illustrato. Ibi ejus schediasmatis Auctor profert, uti ipse proficetur, qua singillatim audierat ab ipso P. Boscovich. 1746

Dimostrazione facile di una principale proprietà delle Sezioni Coniche, la quale non dipende da altri Teoremi conici, e disegno di un nuovo metodo di trattare quella dottrina.

Dissertazione della Tenuità della Luce Solare. Del P. Ruggiero Giuf. Boscovich Matematico del Collegio Romano. 1747

Dimostrazione di un passo spettante all'angolo massimo, e minimo dell'Iride, cavato dalla prop. ix par. 2 del libro 1 dell'Ottica del Newton con altre riflessioni su quel capitolo. Del P. Ruggiero Giuf. Boscovich della Comp. di Gesù.

Metodo di alzare un Infinitinomio a qualunque potenza. Del P. Ruggiero Giuf. Boscovich.

Parte prima delle Riflessioni sul metodo di alzare un Infinitinomio a qualunque potenza. Del P. Ruggiero Giuf. Boscovich della Comp. di Gesù. 1748

Parte seconda &c.

Soluzione Geometrica di un Problema spettante l'ora delle alte, e basse maree, e suo confronto con una soluzione algebrica del medesimo data dal Sig. Daniele Bernoulli. Del P. Ruggiero Giuseppe Boscovich della Compagnia di Gesù.

Dialogi Pastorali V sull'Aurora Boreale del P. Ruggiero Giuf. Boscovich della Comp. di Gesù.

Dimostrazione di un metodo dato dall'Eulero per dividere una frazione razionale in più frazioni più semplici con delle altre riflessioni sulla stessa materia. 1749

Lettera del P. Ruggiero Giuf. Boscovich della Comp. di Gesù al Sig. Ab. Angelo Bandini in risposta alla lettera del Sig. Ernetto Freeman sopra l'Obelisco d'Augusto. Nomen Freeman est fictitium, Auctorem denotans Neapoli latentem, & aliis Operibus satis notum. Extat eadem etiam in folio. 1750

Altera de eodem Obelisco admodum proluxa Epistola, Italice, & Latine scripta ad eundem Bandinium suo nomine ab ipso P. Boscovich habetur in ejusdem Bandinii Opere, cui titulus, De Obelisco Cesaris Augusti e Campi Martii rudibus nuper eruto. Commentarius Auctore Angelo Maria Bandinio. Romæ apud Fratres Palearinos, in folio. Ibidem in fine habetur alia epistola itidem admodum proluxa de eodem argumento nomine Stuarti, e cujus schedis relictis apud Cardina-

Annus prima edition.
 1753 *dinalem Valentium in ejus discessu ab Urbe eam Epistolam conscripsit, ac ejus comperta illustravit, ac auxit ipse P. Boscovich.*
 Osservazioni dell'ultimo passaggio di Mercurio sotto il Sole seguito a' 6. di Maggio 1753, fatte in Roma, e raccolte dal P. Ruggiero Gius. Boscovich della Comp. di Gesù con alcune riflessioni sulle medesime.

In aliis Monumentis.

- 1743 **I**N *Collectione Opusculorum Lucensi cui titulus: Memorie sopra la Fisica, e Istoria naturale di diversi Valentuomini. In Lucca per li Salani, e Giuntini, in 8., prater binas dissertationes, de quibus supra, habetur.*
 Problema Mechanicum de solido maximæ attractionis solutum a P. Rogerio Josepho Boscovich Soc. Jesu Publico Professore Matheos in Collegio Romano: Tomo I.
- 1757 *De Materia divisibilitate, & Principiis corporum. Dissertatio conscripta jam ab anno 1748, & nunc primum edita. Auctore P. Rogerio Jos. Boscovich Soc. Jesu, To. IV.*
Omnium horum quatuor Opusculorum habentur etiam exemplaria seorsum impressa.
- 1745 *In editione Elementorum Geometrie Patris Tacqueti facta Romæ sumptibus Venantii Monaldini, Typis Hieronymi Mainardi, in 8. habetur Trigonometria spherica P. Rogerii Josephi Boscovich, que deinde adhuc magis expolita prodiit Tomo I. ejus Elementorum Matheos. Habetur præterea ibidem Tractatus De Cycloide, & Logistica, qui etiam seorsum impressus est iisdem typis.*
- 1752 *In Opere Comitum Joannis Baptiste Soardi, cui titulus, Nuovi instrumenti &c. in Brescia dalle stampe di Gio. Battista Rizzardi, in 4., habentur binæ epistolæ italicæ ipsius P. Boscovich de Curvis quibusdam, cum figuris, & demonstrationibus.*
- 1758 *In Opus Abbatis De la Caille latine reddita a P. Carolo Scherffer Soc. Jesu, & impressa Viennæ in Austria habetur schediasma Patris Boscovich de Micrometro objectivo.*
In postremo tomo Commentar. Academiæ Parisiensis in Historia, & in uno e tomis Correspondentium ejusdem Academiæ, creditur esse breve aliquid pertinens ad ipsum P. Boscovich. Est aliquid etiam in diario Gallico Journal des sçavans, & fortasse in Anglicanis Transactionibus, atque alibi insertum hisce itinerum annis.

Poetica.

1753 **P** Rogerii Josephi Boscovich Soc. Jesu inter Arcades Numenii Anigrei Ecloga recitata in publico Arcadum consessu primo Ludorum Olympicorum die, quo die Michael Joseph Morejus Generalis Arcadiæ Custos illustrium Poetarum Arcadum effigies formandas jaculorum ludo substituerat. Romæ in 8. Extat eadem iisdem Typis etiam in *Collectione tum impressa omnium, que ea occasione sunt recitata.*
 Stanislai Poloniæ Regis, Lotharingæ, ac Barri Ducis, & inter Arcades Eathimii Aliphiraci, dum ejus effigies in publico Arcadum Coetu erigeretur, Apotheosis. Auctore P. Rogerio Josepho Boscovich Soc. Jesu inter Arcades Numenio Anigreo. Romæ ex Typographia Generoli Salomoni, in 8. Est poema versu heroico. Idem autem recitatum fuit Nancei cum versione Gallica Domini Cogolin.

Annis
prime e-
dition.

- Pro Benedicto XIV. P. M. Soteria. Est itidem poema Heroicum ejusdem P. Boscovich pertinens vel ad hunc, vel ad superiorem annum: est autem impressum Romæ in 4. apud Fratres Palearinos, occasione periculi mortis imminenti, evitati a Pontifice convalescente. 1757
- In Nuptiis Joannis Corrarii, & Andrianae Pisanae e nobilissimis Venetae Reip. Senatoriis familiis. Carmen P. Rogerii, Jos. Boscovich S. J. Publici in Romano Collegio Matheseos Professoris. Romæ: ex Typographio Palladis: excudebant Nicolaus, & Marcus Palearini, in 4. 1758
- De Solis, ac Lunæ defectibus libri V P. Rogerii Josephi Boscovich Societatis Jesu ad Regiam Societatem Londinensem, Londini 1760. in 4. Non habetur nomen Typographi, qui impressit, sed Bibliopolarum quorum sumptibus est impressum: deest hic ejus editionis exemplar, ex quo ea nomina correcte describantur. Idem recusum fuit anno 1761 Venetiis apud Zattam in 8.º cum exiguo additamento in fine, & cum hoc catalogo, quem inde huc derivavimus. Habentur in adnotationibus bina Epigrammata cum versionibus Italicis, sive Sonetti. 1760
- Est & aliud ejus poema Heroicum anno 1756 impressum Viennæ in Austria in collectione carminum facta occasione inaugurationis novarum Academiae Viennensis adium.
- Sunt & epigrammata nonnulla in Collectionibus Arcadum, inter quæ unum pro recuperata valetudine Joannis V Lusitanis Regis, & unum pro Rege tum utriusque Siciliae, & nunc Hispania, ac pro Regina ejus conjugæ.
- Extant etiam pauca admodum exemplaria unius ex illis, quas in Italia appellamus Cantatine, impressa Viterbii anno 1750 pro Visitatione B. Mariæ Virginis, in qua sex, quas dicimus Ariette, profane ad sacrum argumentum transferende erant, manente Musica, & inter se connectenda.



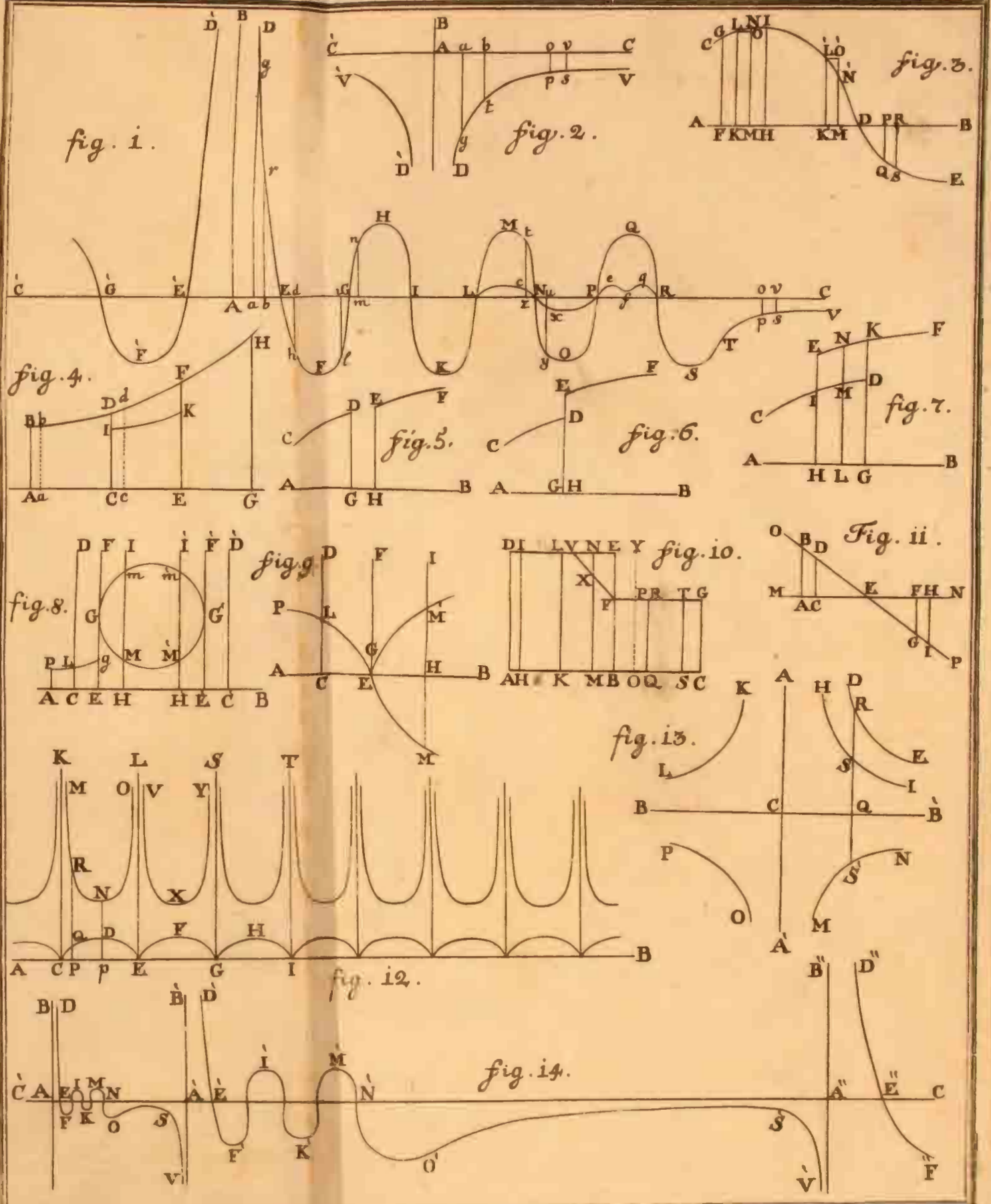
MONITUM.

In numeris quibus initia paragraphorum indicantur irrepserunt errores aliquot, quod cum ad revisionem afferrentur pagina sine ullo ordine; iis, quos Protos vocant, injunctum fuerat, ut ad eorum numerorum ordinem, & correctionem animum adverterent, quod in se receperant. Sunt autem hujusmodi:

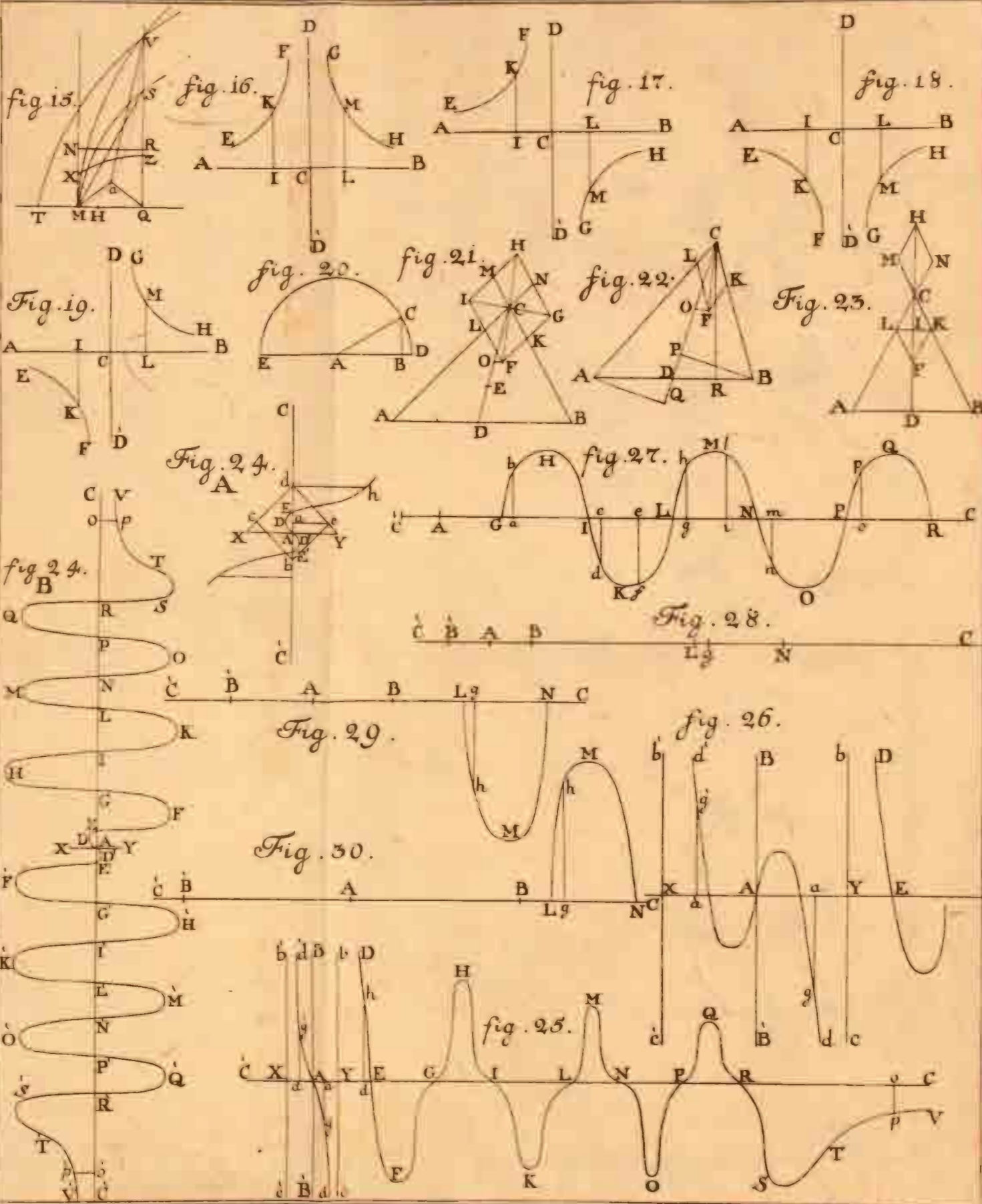
<i>Pag.</i>	<i>lin.</i>	<i>Errata</i>	<i>Corrige</i>
63	39	143.	142.
108	47	236.	235.
131	24	278.	277.
138	34	295.	294.
305	3	deest	119.
309	8	133.	135.

Præterea in pluribus exemplaribus deest notula marginalis numeri 332, quæ in aliis plurimis habetur, & est hujusmodi:
Et casus jacentium extra.











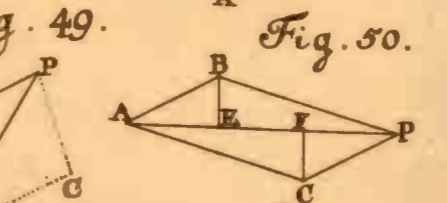
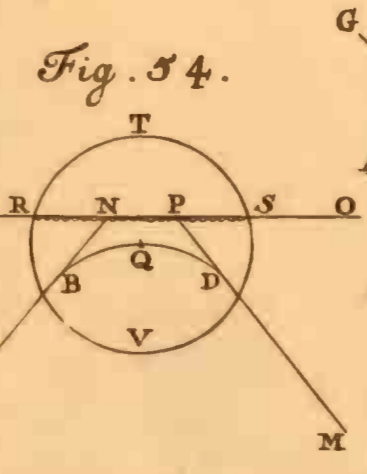
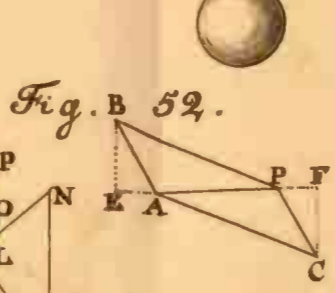
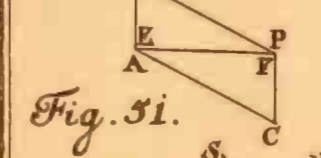
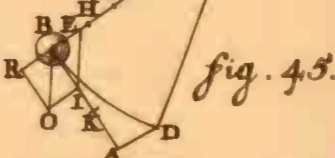
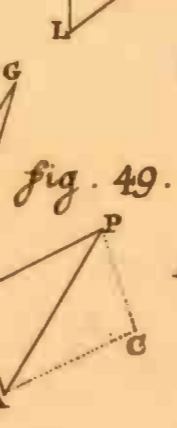
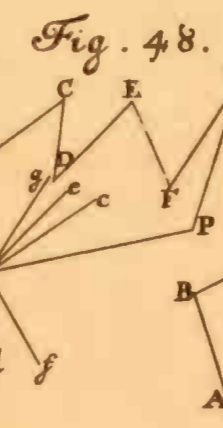
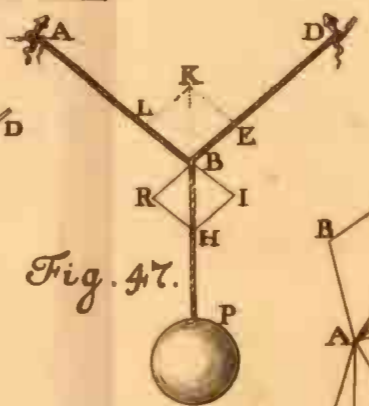
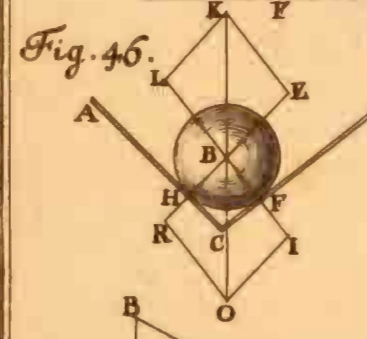
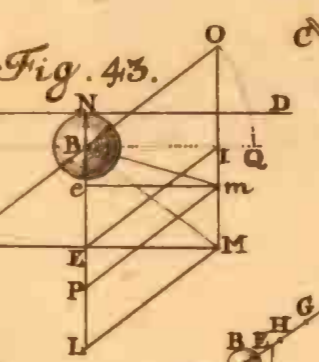
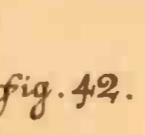
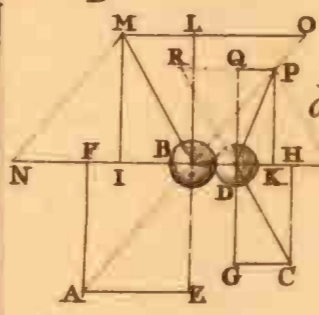
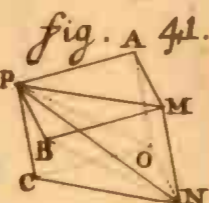
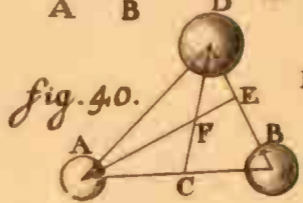
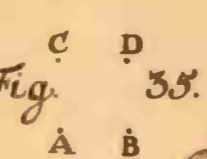
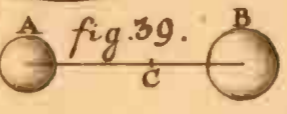
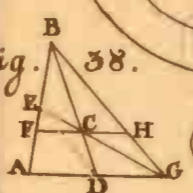
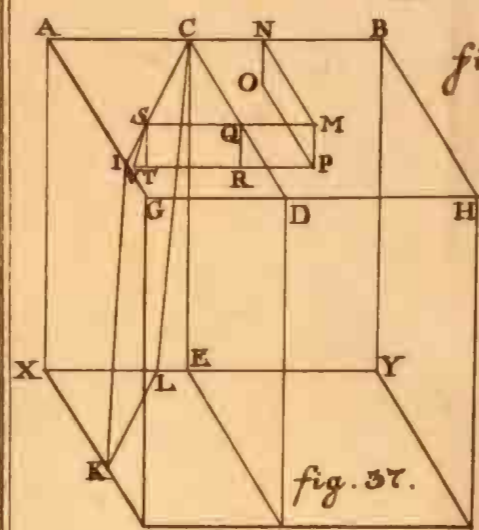
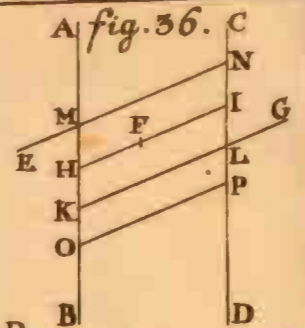
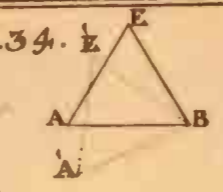
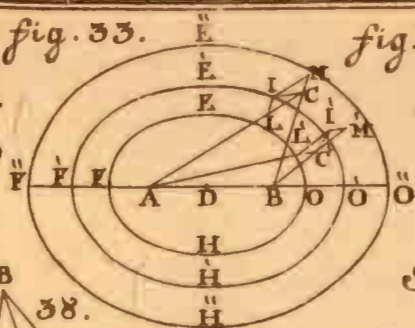
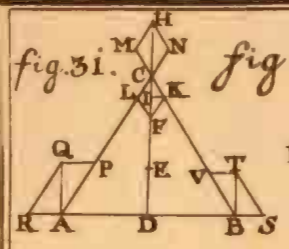




Fig. 56.

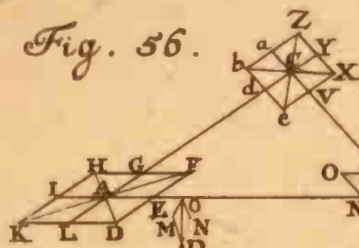


Fig. 57.

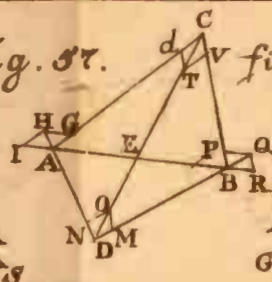


fig. 58.

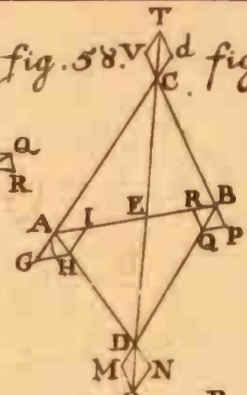


fig. 59

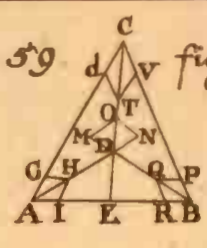


fig. 60.

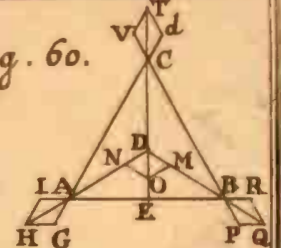


fig. 61.

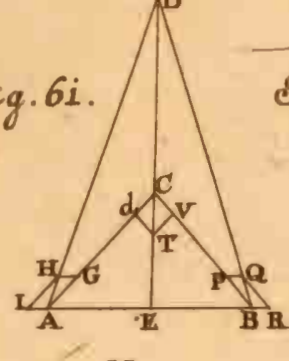


Fig. 62.

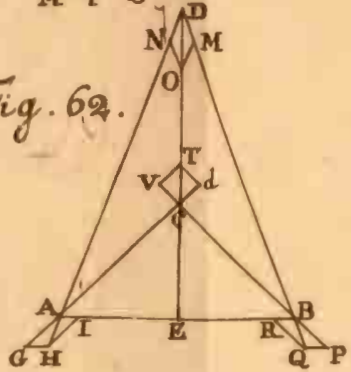


Fig. 63.

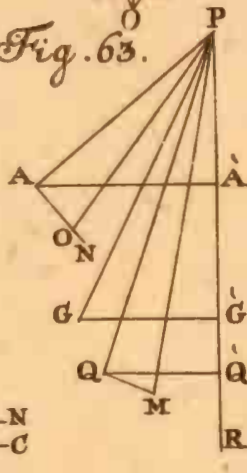


fig. 66.

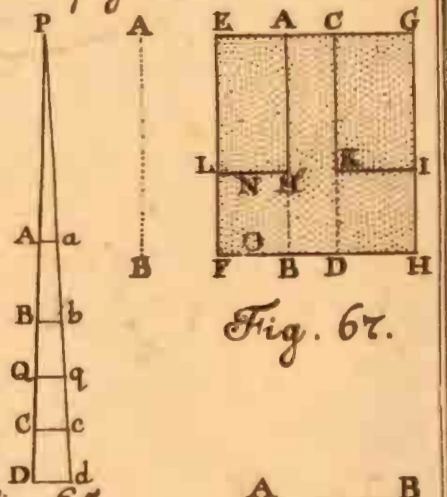


Fig. 67.

Fig. 68.

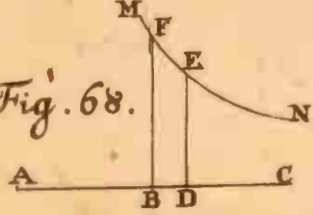


Fig. 69.

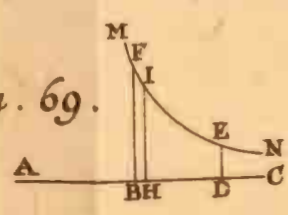


Fig. 64.

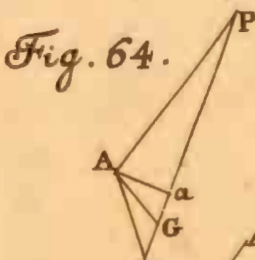


fig. 65.

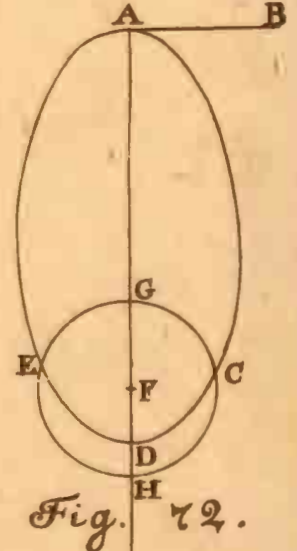


Fig. 70.

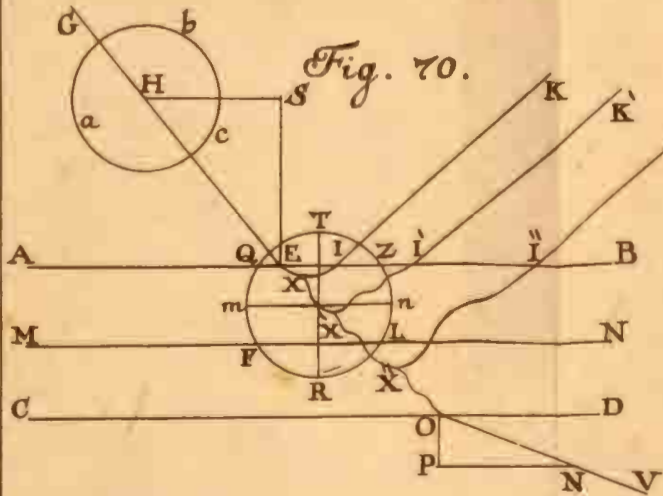


Fig. 71.

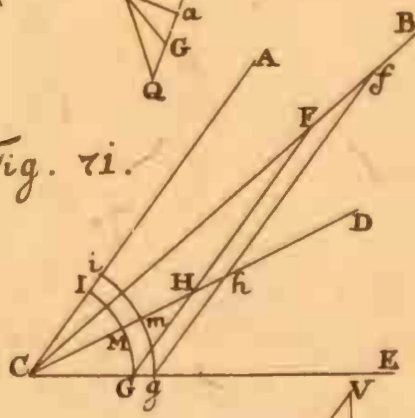


Fig. 72.

Fig. 73.

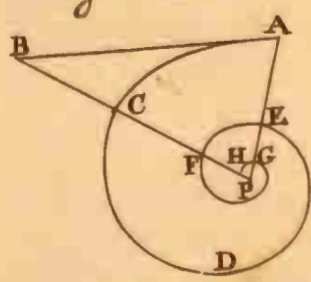


Fig. 74.

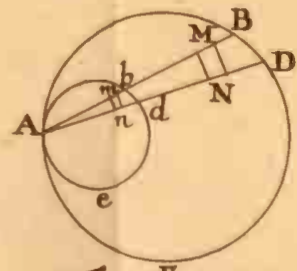
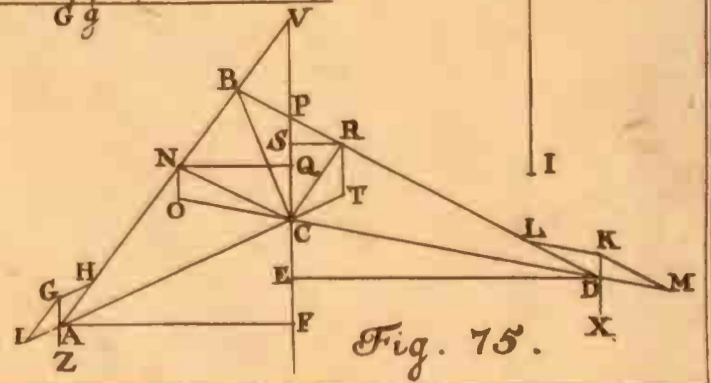
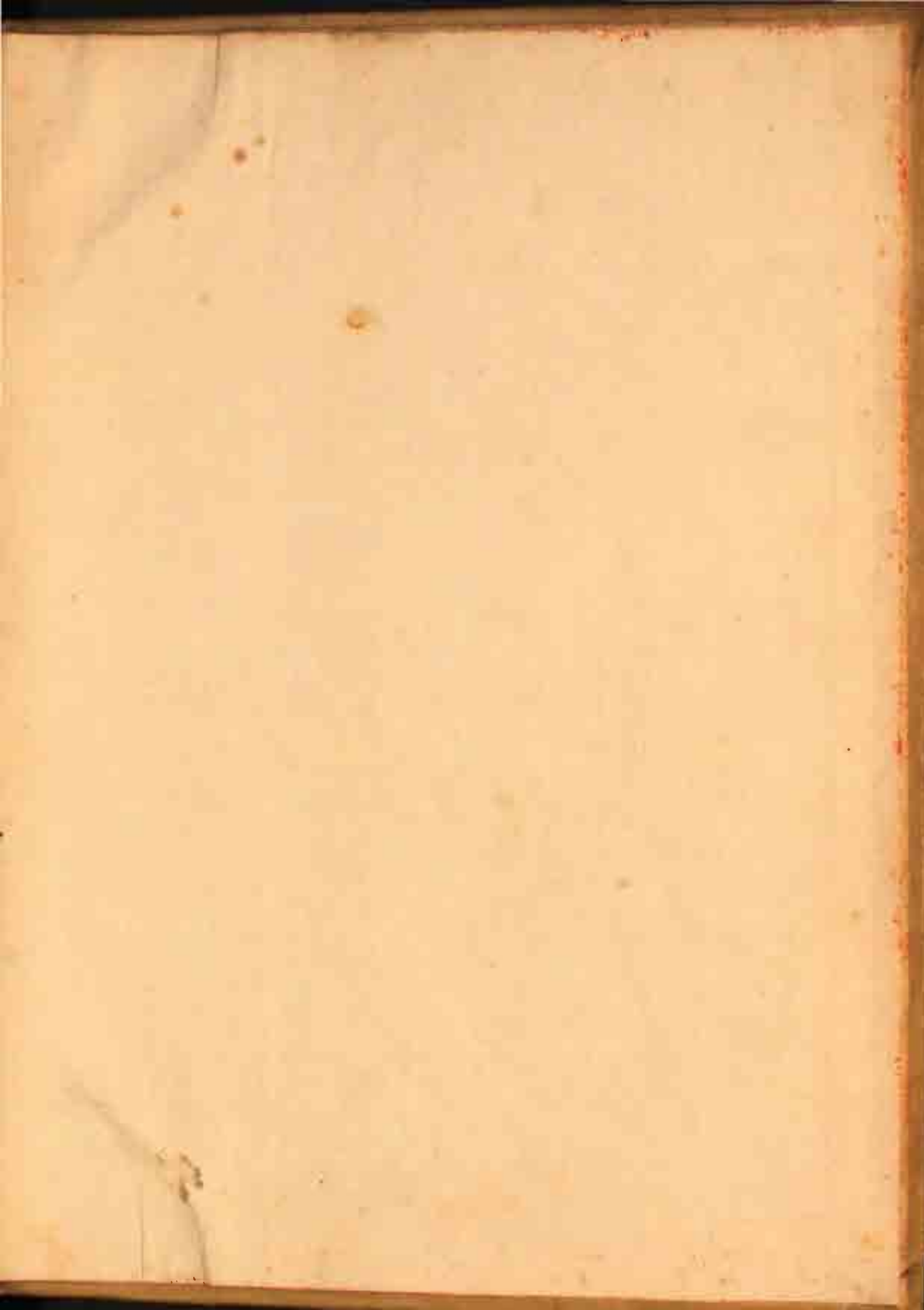


Fig. 75.







A
Osservatorio

INDICE DEI NOMI

Avvertenza. Nei seguenti indici dei nomi e delle opere si è scelto, ove possibile, di rinviare al *numerus* (qui indicato come paragrafo e abbreviato con il segno §) anziché alla pagina. Per la brevità che solitamente caratterizza i paragrafi, ciò facilita l'identificazione e la contestualizzazione del nome. Nella *Theoria* dell'edizione 1763, però, le prime pagine riportano numeri romani e sono prive di paragrafi, mentre la numerazione dei paragrafi nei supplementi (compresa l'Epistola a Scherffer) riprende da 1 e continua seguendo il loro ordine; infine, alcuni nomi ricorrono nelle note a piè di pagina, indicate da una lettera minuscola dell'alfabeto fra parentesi. Perciò si sono utilizzate le seguenti abbreviazioni: *p* seguita da numero romano indica la pagina (delle prefazioni e della *Synopsis*); § seguito da numero arabo indica il paragrafo; *S* seguita da numero romano indica il supplemento, e il numero arabo che segue a sua volta indica il paragrafo; *E* seguita da numero arabo indica il paragrafo dell'Epistola a Scherffer; se il nome o l'opera vengono citati in nota, al numero del paragrafo segue l'indicazione della nota.

Per utile chiarimento ecco alcuni esempi. Nel caso di Newton:

- p. XV* significa che Newton è citato a pagina XV
- § 391 significa che Newton è citato al paragrafo 391
- S IV-80* significa che Newton è citato al Supplemento IV, paragrafo 80
- E 104* significa che Newton è citato nell'Epistola a Scherffer, paragrafo 104

Nel caso della *Dissertatio de maris aestu* di Boscovich:

- § 8(a) significa che l'opera è citata alla nota (a), paragrafo 8

Nella composizione dell'Indice dei nomi si sono tenute presenti anche le forme aggettivali dei nomi di persona, assai frequenti in latino (p. es. *newtoniano*, *-a*; *leibniziano*, *-a*; *cartesiano*, *-a*; ecc.). Per la loro rilevanza, rappresentando gruppi più o meno omogenei, si sono dedicati lemmi specifici a *Cartesiani*, *Leibniziani*, *Newtoniani*, *Peripatetici*, *Scolastici*, *Zenonisti*.

Alembert, Jean-Baptiste Le Rond
d', § 347
Apollonio di Perga, § 352
Archimede, § 93, 129
Aristotele, § 48
Beccaria, Giovanni Battista, § 511

Benvenuti, Carlo, § 5, 12, 38,
343(q), 472, 497, 500; S V(f)
Bernoulli, Johann, § 406
Bouguer, Pierre, § 492
Boyle, Robert, § 92
Bradley, James, § 368

- Cartesiani, § 406, 516; *S I-2*
 Clairaut, Alexis de, § 123, 347
 Descartes, René, § 386, 536
 Euclide, § 136, 381
 Euler, Leonhard, § 123, 129, 347, 506
 Franklin, Benjamin, *p XXXVII*; § 511, 512
 Galilei, Galileo, § 129, 301, 403, 418
 Gassendi, Pierre, § 440
 Grandi, Guido, § 548
 Hales, Stephen, § 352, 379, 458
 Huygens, Christiaan, § 129, 266, 328, 403, 471; *E 97*
 Kepler, Johannes, § 78; *S III-74*
 Lagrange, Joseph-Louis, § 471(r)
 Leibniz, Gottfried Wilhelm, *p X*, *XVII*, *XXII*, *XXV*; § 1, 2, 3, 16, 138, 406
 Leibniziani, § 94, 95, 139, 372, 386, 516, 525, 528, 555; *S I-2*
 MacLaurin, Colin, *p XIX*; § 30, 347
 Mairan, Jean Jacques D. de, § 506
 Maupertuis, Pierre-Louis Moreau de, § 30, 32, 124
 Mozzi, Giulio Giuseppe, *E 140*
 Musschenbroek, Pieter van, § 418
 Newton, Isaac, *p X*, *XV*, *XVI*, *XVII*, *XVIII*, *XXIX*, *XXXII*, *XXXVI*; § 1, 2, 4, 9, 15, 20, 30, 78, 86, 103, 121, 122, 124, 126, 127, 128, 129, 145, 147, 200, 202, 239, 260, 265, 266, 302, 347, 352, 391, 404, 406, 409, 413, 445, 451, 472, 483, 484, 487, 495, 500, 501; *S IV-80*; *E 104*
 Newtoniani, *p XVIII*, *XXXI*; § 121, 127, 399, 400, 403, 413, 516
 Noceti, Carlo, § 400
 Rømer, Ole Christensen, § 368
 Peripatetici, § 83, 106, 392, 516, 517; *S I-13*, *I-14*
 Perrelli, Tommaso, *E 140*
 Scherffer, Karl, § 6, 343(q); *E*
 Scolastici, § 64, 83
 Stay, Benedetto, § 5, 8(a), 64, 86, 93, 116, 142, 176, 200, 328, 361, 378, 522; *S I(a)*
 Virgilio, § 541
 Wallis, John, § 266
 Wolff, Christian, § 129
 Wren, Christopher, § 266
 Zenone di Elea, § 3, 138
 Zenonisti, § 139, 372

INDICE DELLE OPERE CITATE

Per i criteri e le abbreviazioni utilizzate nel seguente indice si veda l'*Avvertenza* all'Indice dei nomi.

ALEMBERT, JEAN-BAPTISTE LE ROND D',

Voce «Attraction» [in *Encyclopédie, ou dictionnaire raisonné des sciences, des art et de métiers*, I, Paris 1751, pp. 846-856], S III-61.

BENVENUTI, CARLO

Synopsis physicae generalis [de Rubeis, Roma 1754], § 5, 12, 38; S V(f).

Dissertatio physica de lumine [de Rubeis, Roma 1754], § 472, 497, 500.

BOSCOVICH, RUGGIERO GIUSEPPE

De natura, et usu infinitorum, et infinite parvorum, [Komarek, Roma 1741], § 90, 394, 546.

De viribus vivis dissertatio [Komarek, Roma 1745], § 5, 12, 16, 64, 92, 176, 293.

De cometis dissertatio [Komarek, Roma 1746], § 487.

Dissertatio de maris aestu [Komarek, Roma 1747], § 8(a), 116.

Dissertazione della tenuità della Luce solare [«Giornale de' Letterati», Roma, gennaio 1747, Articoli II-III], § 488.

Note a *Caroli Noceti De iride et aurora boreali carmina. Cum notis Josephi Rogerii Boscovich* [Pagliarini, Roma 1747], § 400.

Dissertationis de lumine. Pars secunda, [Komarek, Roma 1748], § 5, 12, 103, 148, 471, 493, 495.

Sopra il turbine che la notte tra gli XI e XII Giugno del MDCCXLIX damagiò gran parte di Roma [Pagliarini, Roma 1749], § 458.

De centro gravitatis dissertatio [Komarek, Roma 1751], § 5, 202.

De continuitatis lege et ejus consecrariis pertinentibus ad prima materiae elementa eorumque vires [Salomoni, Roma 1754], § 5, 37, 39, 40, 48, 56, 90, 105, 111, 168 (i).

De transformatione locorum geometricorum, ubi de continuitatis lege, ac de quibusdam Infiniti mysteriis [In *Elementorum universae matheseos tomus III. Continens sectionum conicarum elementa*, Salomoni, Roma 1754, pp. 297-468], § 37, 168(i), 310, 546.

Elementorum universae matheseos tomus II. Continens algebram finitam [Salomoni, Roma 1754], § 37.

De lege virium in natura existentium [Salomoni, Roma 1755], § 5, 12, 53, 116(c), 126; S III(d), IV(e).

De litteraria expeditione per pontificiam ditionem ad dimetiendos duos meridiani gradus et corrigendam mappam geographicam [Pagliarini, Roma 1755], § 126, 375.

Note a *Philosophiae recentioris a Benedicto Stay versibus traditae libri X, cum adnotationibus, et supplementis P. Rogerii Josephi Boscovich*, Tomus I [Roma 1755], § 522.

Supplementi a *Philosophiae recentioris a Benedicto Stay versibus traditae libri X, cum adnotationibus, et supplementis P. Rogerii Josephi Boscovich*, Tomus I [Roma 1755], § 5, 8(a), 64, 86, 93, 116, 142, 176, 200, 328, 361, 378; S I(a).

De materiae divisibilitate et principiis corporum [«Memorie sopra la Fisica e Istoria Naturale», IV, Lucca 1757], § 5, 139, 161.

De figura telluris determinanda ex aequilibrio, et ex mensura graduum [«De Bononiensi Scientiarum et Artium instituto atque academia commentarii», IV, Bologna 1757], § 375.

BOUGUER, PIERRE

Sur les moyens de mesurer la lumière, avec quelques applications de ces moyens [lu à l'Académie le 12 Nov. 1757, «Histoire de l'Académie royale des sciences. Année MDCCLVII. Avec les mémoires de mathématique & de physique», Mémoires de mathématique & de physique, Paris 1762, pp. 1-23], § 492.

CLAIRAUT, ALEXIS DE

Du système du monde dans les principes de la gravitation universelle [lu à l'Assemblée publique du 15 Nov. 1747, «Histoire de l'Académie royale des sciences. Année

MDCCXLV. Avec les mémoires de mathématique & de physique», Mémoires de mathématique & de physique, Paris 1749, pp. 329-364], § 123.

EULER, LEONHARD

Recherches sur la question des inégalités du mouvement de Saturne et de Jupiter, sujet proposé pour le prix de l'année 1748, par l'Académie Royale des Sciences de Paris [In *Pièce qui a remporté le prix de l'Académie Royale des Sciences en MDCCXLVIII sur les inégalités du mouvement de Saturne et de Jupiter*, Martin, Coignard & Gurein, Paris 1749, 1-123], § 123.

LAGRANGE, JOSEPH-LOUIS

Recherches sur la nature, et la propagation du son [«Miscellanea philosophico-mathematica Societatis privatae Taurinensis», I, Torino 1759], § 471(r).

NEWTON, ISAAC

Philosophiæ naturalis principia mathematica [Londra 1687], § 266, 347, 352.

Optice: sive de reflexionibus, refractionibus, inflexionibus & coloribus lucis libri tres [Londra 1706], p XV; § 2, 4, 147, 239, 409, 451, 484, 495, 501.

NOCETI, CARLO

De iride et aurora boreali carmina. Cum notis Josephi Rogerii Boscovich [Palerini, Roma 1747]. Vedi BOSCOVICH, R.G., Note a *Caroli Noceti De iride et aurora boreali carmina*.

STAY, BENEDETTO

Philosophiæ recentioris [...] versibus traditæ libri X, cum adnotationibus, et supplementis P. Rogerii Josephi Boscovich, Tomus I [Roma 1755]. Vedi BOSCOVICH, R.G., Note a *Philosophiæ recentioris...*; Supplementi a *Philosophiæ recentioris...*

